

基于长短期记忆网络的区间不确定性 动态载荷识别方法*

王磊¹, 程辽辽¹, 胡举喜², 顾凯旋³, 刘英良⁴

- (1. 北京航空航天大学 航空科学与工程学院固体力学研究所, 北京 100191;
2. 上海交通大学 船舶海洋与建筑工程学院, 上海 200240;
3. 航空工业航空救生装备有限公司 试验部, 湖北 襄阳 441003;
4. 中国船舶及海洋工程设计研究院, 上海 200011)

摘要: 针对传统神经网络在处理时间依赖性动态过程和含噪数据时的不稳定性问题, 提出了一种基于长短期记忆网络动态力重构方法. 测量响应信号经噪声污染后, 被归一化为输入变量; 而归一化的动态载荷则作为输出变量. 长短期记忆网络的实现方法被采用, 为了提高网络的泛化能力, 不同类型的动力响应和原始载荷被定义为每个时刻的样本结构. 考虑区间不确定性, 在传统配点法的基础上调整配点策略得到逐维法, 在研究某一维度不确定性变量时固定其他维度, 可以高精度地解决区间变量相互独立的不确定性载荷识别问题. 最后, 采用数值算例与传统神经网络 (BP 神经网络) 对比, 表征长短期记忆网络在含噪数据的处理上更为稳定, 设计试验证实了对于时间依赖性的数据, 该方法的有效性和可行性.

关键词: 长短期记忆网络; 逐维法; 载荷识别; 区间不确定性

中图分类号: O342 **文献标志码:** A **DOI:** 10.21656/1000-0887.450152

A Long Short-Term Memory Networks Based Method for Force Reconstruction With Interval Uncertainties

WANG Lei¹, CHENG Liaoliao¹, HU Juxi²,
GU Kaixuan³, LIU Yingliang⁴

- (1. *Institute of Solid Mechanics, School of Aeronautic Science and Engineering, Beihang University, Beijing 100191, P.R.China;*
2. *School of Ocean and Civil Engineering, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240, P.R.China;*
3. *Aviation Key Laboratory of Science and Technology on Life-Support Technology, Xiangyang, Hubei 441003, P.R.China;*
4. *Marine Design & Research Institute of China, Shanghai 200011, P.R.China)*

Abstract: In response to the instability issues of traditional neural networks in handling time-dependent dynamic processes and noisy data, a dynamic force reconstruction method based on long short-term memory (LSTM)

* 收稿日期: 2024-05-22; 修订日期: 2024-12-17

基金项目: 国防基础科研计划项目 (JCKY2019205A006)

作者简介: 王磊 (1987—), 男, 副教授, 博士, 博士生导师 (通讯作者. E-mail: leiwang_beijing@buaa.edu.cn).

引用格式: 王磊, 程辽辽, 胡举喜, 顾凯旋, 刘英良. 基于长短期记忆网络的区间不确定性动态载荷识别方法[J]. 应用数学和力学, 2025, 46(8): 959-972.

networks was proposed. The measured response signals, contaminated by noise, were normalized as input variables, while the normalized dynamic loads as output variables. The implementation approach of LSTM networks was adopted. To enhance the network's generalization ability, various types of dynamic responses and original loads were defined as sample structures at each time step. In view of interval uncertainty, the point distribution strategy results were adjusted to build the dimension-wise method (DWM) based on the traditional point distribution methods, to get precise resolution of uncertainty load identification with independent interval variables in the investigation of uncertainty variables in a specific dimension through fixation of others. Finally, by numerical examples and a comparison with traditional neural networks (back-propagation neural networks), the LSTM neural network was proved to be more stable in handling noisy data. An experimental design validates the effectiveness and feasibility of this method for time-dependent data.

Key words: long short-term memory; dimension-wise method; force reconstruction; interval uncertainty

0 引言

1979年, Bartlett 和 Flannelly^[1]为了减轻直升机飞机重量, 提高飞机飞行性能, 需要更为精确地了解结构在运行过程中受到的准确载荷, 以便掌握直升机飞机飞行时整体的受力情况, 提出载荷识别反问题这一研究课题. 载荷识别问题被定义为结构动力学中的反问题, 即基于结构的测量响应反演出作用在结构上的未知响应. 传统载荷识别方法包括两类: 时域法^[2-6]和频域法^[7-10]. 1988年, Holzdeppe 和 Öry^[11]通过 Duhamel 积分将载荷离散为脉冲函数, 并通过模态坐标变换将连续系统的动力学方程解耦, 实现了时域内的动态载荷识别, 开创了时域法的先河. 时域法计算量较大, 会限制实时载荷的识别. 频域法则是利用频响函数直接建立载荷和响应之间的关系. 但其只能识别稳定且可以进行频域分析的信号, 应用场景受限.

随着计算机科学的发展, 许多研究开始将机器学习算法应用于负载识别, 如人工神经网络 (artificial neural network, ANN) 算法. 神经网络是一种模拟神经元思维工作机制的非线性动态系统, 具有高度的非线性、强大的自适应学习能力, 能够实现构建数据之间的直接映射. 早在 1997 年, 张方和朱德懋^[12]依据结构动力学理论推导了在时域中用于神经网络算法的自回归函数, 相应地建立了具有时延反馈的神经网络动载荷识别模型, 说明了 ANN 在载荷识别领域的可行性. 1998 年, Cao 等^[13]使用 ANN 模拟结构分析中的载荷-应变关系, 得到了极快的收敛速度和极高的精度. 2008 年, 李忠献等^[14]将 BP (back propagation) 神经网络运用于移动载荷的识别领域, 能实时地识别桥上移动车辆载荷, 保证了鲁棒性和抗噪能力. Liu 等^[15]提出一种基于 BP 神经网络和 Bayes 概率框架 (BPF) 的动力重构方法, 通过迭代监督学习可以轻松获得外力与位移响应的映射关系. 夏鹏等^[16]结合时延神经网络的“记忆”特性, 将时延神经网络引入动载荷识别研究中. 2023 年, Yang 等^[17]提出了一种基于深度扩展卷积神经网络 (DCNN) 的动态载荷新方法, 估计了简支梁的正弦、冲击和随机动载荷, 并评价了该方法的抗噪声能力, 在参数不确定、测点分布不确定、频率数据不确定的系统中具有较好的适用性.

然而, 神经网络在载荷识别中的应用也存在一些问题, 比如传统的 BP 神经网络训练速度慢, 易陷入局部最小值, 而且有时候训练时间会比较长. 时延网络的“记忆”特性源于网络内部结构的“时延”模块, 但随着时延步数的递增, 网络内部参数也会指数级增加, 训练过程易局部收敛, 同时训练时间长. 在一般的神经网络的基础上, 长短期记忆 (long short-term memory, LSTM) 网络对输入信号进行建模、提取特征, 能够学习并长期保存信息, 具有“记忆”特性, 适合分析具有时间依赖性的信号^[18]. LSTM 网络本身也具有很强的抗噪性. 现尝试将其应用于载荷识别领域, 为工程中的载荷识别场景提供新的可能性.

如上所述, 虽然力重构理论已经相当成熟, 但大多数识别方案都是在确定性假设下进行的. 然而, 由于环境因素的干扰、测量噪声的不可避免、材料分散性、物理机制的不完全了解等所产生的不确定性因素是实际工程中固有的, 在力重构过程中必须合理处理^[19-20]. 基于不完全信息获取不确定参数边界的非概率不确定性传播方法^[21-23]已逐渐成为学术界和工程界机械设计的重要策略. Shen 等^[24]构造了 Legendre 小波, 提出了一种区间分析法-配点法. Wang 等^[25]提出了基于配点法的面向多源不确定性的力重构框架. 而基于一阶 Taylor 展开的区间分析技术作为一种经典方法, 更广泛用于载荷识别领域的不确定性传播问题. Wang 等^[26]利用基

于 Taylor 展开的区间分析方法实现了已识别荷载的包络区间,针对不确定结构,Liu 等^[27-28]将形状函数法与一阶 Taylor 展开的区间分析相结合,确定了动力边界。

然而在载荷识别工程领域内,因试验条件与认知水平等主客观因素的限制,导致参数试验数据样本容量有限,难以高精度地拟合其概率密度函数。同时,若分析模型对参数扰动的灵敏度高,则参数的微小变化亦将会引起结构特性或响应的大幅偏差。因此,缺乏充分统计数据的随机模型在处理有限样本容量试验数据问题上得到的结果可能是不可靠的,可行途径之一是将有限试验数据的不确定参数以区间模型量化。针对这类问题,我们将一种具有高度通用性的区间分析方法——逐维法(dimension-wise method, DWM)^[29]用于载荷识别领域,以克服随机分析法对参数大样本容量试验数据的依赖性。

本研究旨在研究一种新的,基于 LSTM 网络的,考虑信号噪声和材料色散的结构动力重构方法。第 1 节回顾了基于动力学平衡方程的结构正向响应过程,介绍了 LSTM 神经网络,并搭建完整的适用于噪声干扰场景的基于 LSTM 网络的载荷识别架构。第 2 节分析了材料分散性,介绍了区间分析 DWM 的原理,最终确定基于 DWM 的力重构方法。第 3 节针对具体模型布置传感器并确定了最优网络参数,并就载荷繁衍的效果与其他识别方法进行了对比论证。第 4 节结合具体工程场景进行了试验分析,验证了方法的有效性和适用性,随后给出了一些结论。

1 基于 LSTM 神经网络的载荷识别

载荷识别作为反问题的一种,是在结构正向响应求解问题的基础上发展而来。同时,有限元分析(finite element method, FEM)或测量得到的结构正向响应为载荷识别问题提供问题的输入。首先介绍结构动力学平衡方程的求解。

1.1 结构正向响应求解

对于具有 n 自由度的线性结构系统,在物理坐标系中,结构动力响应的常微分函数是

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{x}(t) = \mathbf{f}(t), \quad (1)$$

其中, $\mathbf{M}, \mathbf{C}, \mathbf{K}$ 分别表示质量矩阵、阻尼矩阵和刚度矩阵,矩阵维度均为 $n \times n$, 假定系统的阻尼为 Rayleigh 阻尼,即 $\mathbf{C} = \alpha\mathbf{M} + \beta\mathbf{K}$; $\ddot{\mathbf{x}}(t), \dot{\mathbf{x}}(t), \mathbf{x}(t)$ 分别为结构加速度、速度、位移响应向量; $\mathbf{f}(t)$ 为外力矢量,维度为 $n \times 1$ 。式(1)是一个耦合的系统方程,很难求解。现利用振动理论 $\mathbf{x}(t) = \Phi\ddot{\mathbf{q}}(t)$ 在模态空间中对其解耦,其中, Φ 是多自由度结构的模态矩阵。解耦后,对于 r 阶模态,模态坐标下的微分方程是

$$m_r\ddot{q}_r(t) + c_r\dot{q}_r(t) + k_rq_r(t) = f_r(t), \quad r = 1, 2, \dots, n, \quad (2)$$

其中, m_r, c_r, k_r 是 r 阶模态的模态质量、模态阻尼和模态刚度, $\ddot{q}_r(t), \dot{q}_r(t), q_r(t)$ 和 $f_r(t)$ 分别为时间 t 时的模态坐标响应和模态力。

式(1)和式(2)均是空间域上的离散方程。为了得到结构系统的离散时间模型,可在时域上对其进行离散化。通常,结构位移响应 $\mathbf{x}(t)$ 、速度响应 $\dot{\mathbf{x}}(t)$ 和加速度响应 $\ddot{\mathbf{x}}(t)$ 可以通过传感器进行离散测量。如果其中一个已知,则其他量可借由 Wilson-Theta 方法和方程导出。Wilson-Theta 方法得到的离散响应的关系如下:

$$\dot{q}_r^{k+1} = \dot{q}_r^k + \frac{\eta\Delta t}{2}(\ddot{q}_r^{k+1} + \ddot{q}_r^k), \quad k = 0, 1, \dots, \frac{t}{\Delta t} - 1, \quad (3)$$

$$q_r^{k+1} = q_r^k + \eta\Delta tq_r^k + \frac{\eta^2(\Delta t)^2}{6}(\ddot{q}_r^{k+1} + 2\ddot{q}_r^k), \quad k = 0, 1, \dots, \frac{t}{\Delta t} - 1, \quad (4)$$

其中, t_k 表示第 k 个时间点, Δt 是时间间隔,参数 η 通常取为 1.40。边界条件为 $\dot{q}_r^{t=0} = \dot{q}_0, q_r^{t=0} = q_0$ 。

1.2 LSTM 网络

LSTM 网络由输入层、隐藏层、输出层组成,在同一隐藏层神经元内部增加权连接并引入定向循环。其单元模型如图 1 所示包括遗忘门(forget gate)、输入门(input gate)和输出门(output gate), A 指代神经元内部运算机制。输入门可以短暂存储相关信息,是 LSTM 不同于 RNN 的最大特点^[30-31]。LSTM 的记忆细胞类似于累加器和门控神经元:在下一个时间步长,它将拥有一个权重并连接到自身,拷贝自身状态的真实值和累积的外部信号。这种自连接是由另一个单元学习并决定何时清除记忆内容的乘法门控制的^[32]。特征信息传递给 LSTM 细胞单元,遗忘门决定信息的通过量。具体表述如下:

$$f_i = \sigma(w_{L1}[h_{i-1}, x_i] + b_{L1}), \quad (5)$$

式中, σ 是 sigmoid 函数; w_{L1} 和 b_{L1} 分别是权重和偏置; h_{i-1} 是前一个单元的输出; x_i 是当前输入. 具体表述如下:

$$i_i = \sigma(w_{L2}[h_{i-1}, x_i] + b_{L2}), \quad (6)$$

$$\tilde{C}_i = \tanh(w_{L3}[h_{i-1}, x_i] + b_{L3}), \quad (7)$$

$$C_i = f_i C_{i-1} + i_i \tilde{C}_i, \quad (8)$$

式中, w_{L2}, w_{L3} 和 b_{L2}, b_{L3} 分别是输入门、记忆单元的权重和偏置; 设置激活函数为 \tanh ; f_i, i_i 分别为遗忘门、输入门的输出; C_i 是记忆单元的输出; C_{i-1} 为前一个记忆单元的输出; \tilde{C}_i 是激活函数 \tanh 的输出.

LSTM 单元的输出 h_i 由输出门的输出 o_i 与记忆单元输出 C_i 决定. 具体表述如下:

$$o_i = \sigma(w_{LA}[h_{i-1}, x_i] + b_{LA}), \quad (9)$$

$$h_i = o_i \tanh(C_i), \quad (10)$$

式中, w_{LA}, b_{LA} 分别是输出门的权重和偏置.

其中, 隐藏层的层数、每个隐藏层中神经元的数量可尝试不同组合.

双向 LSTM (Bidirectional LSTM) 层是在 LSTM 层基础上的改进, 前者只能对时间序列进行前向分析, 而后者对时间序列既可前向分析又可后向分析. 遗忘门的选择性“遗忘”特性使 LSTM 网络具有选择记忆的功能. 考虑到 LSTM 神经网络可以学习序列的时间步之间的长期相关性^[33], 并且在研究序列和时间序列数据中有很强的抗噪性, 我们将其应用于载荷识别问题.

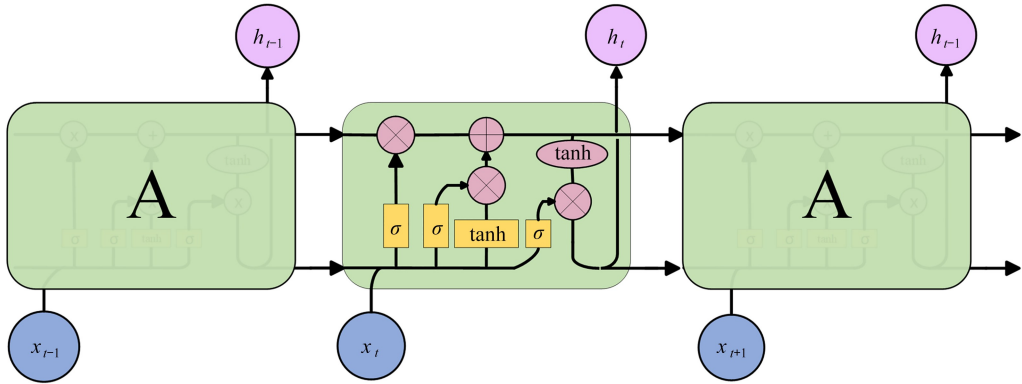


图 1 LSTM 神经网络

Fig. 1 The LSTM neural network

1.3 含噪信号的载荷识别流程

训练一个用于解决载荷识别问题的 LSTM 网络包含以下步骤:

1) 为神经网络的训练集样本设定随机载荷样本 $\Gamma_{\text{output}} = [F_1, F_2, \dots, F_H]$, 该矩阵由 H 个不同工况的载荷组成. 定义对应的数据格式.

2) 以有限元分析计算载荷样本对应的结构响应或者利用试验中传感器测得响应作为原始信号 $\Gamma_{\text{input}} = [X_1, X_2, \dots, X_H]$, 以式(11)方式混合 Gauss 白噪声生成含噪信号 $\Gamma_{\text{input}}^* = [X_1^*, X_2^*, \dots, X_H^*]$, 形成训练集数据集;

$$x^* = x + \beta \max(x) w_t, \quad (11)$$

其中, x^* 和 x 为含噪信号和原始信号, $\max(x)$ 为信号 x 的峰值幅度, β 为噪声比例因子, w_t 为随时间变化的白噪声, 由均值为零, 标准差为 1 的正态分布生成.

3) 为使数据集特征统一, 同时提高模型精度, 如式(12)和式(13), 对网络的输入信号进行归一化处理:

$$x^{*'} = \frac{2x^* - (x_{\max}^* + x_{\min}^*)}{x_{\max}^* - x_{\min}^*}, \quad (12)$$

$$f^{*'} = \frac{2f^* - (f_{\max}^* + f_{\min}^*)}{f_{\max}^* - f_{\min}^*}. \quad (13)$$

4) 设计 LSTM 网络,具体参数结合模型进行调整,在每个训练周期(epoch)中,通过给定的输入生成输出,并根据输出与预期之间的误差来不断调整权重,直到训练收敛或达到最大训练步数时,神经网络的训练结束。

5) 将归一化后的训练集输入至初始 LSTM 网络.根据经验和多次调试选定学习率(learning rate)、迭代轮次(iterations)、批大小(batch size)等参数,得到最优 LSTM 网络架构.将归一化后的训练集输入至最终 LSTM 模型进行训练。

6) 训练完成后,将待识别的结构响应数据输入到神经网络中,对网络的输出信号进行反归一化处理得到重构结果 $\mathbf{F}_{\text{nominal}}$.定义相关指标以评估识别结果的准确性.对于动态集中载荷的重构,可以把识别误差定义为重构结果 $\mathbf{F}_{\text{nominal}}$ 和真实值 \mathbf{F}_{real} 之间的二阶范数相对误差,即

$$\delta_{\text{error}} = \frac{\|\mathbf{F}_{\text{nominal}} - \mathbf{F}_{\text{real}}\|_2}{\|\mathbf{F}_{\text{real}}\|_2} \times 100\%, \quad (14)$$

其中, $\|\cdot\|_2$ 表示 L_2 范数。

2 区间不确定性下的集中力重构

2.1 结构分散性量化

由材料色散引起的结构参数 \mathbf{S} 的不确定性同时被表征为区间向量,即不确定但有界的参数向量.设 $\mathbf{S} \in \mathbf{S}^I$ 为不确定参数,上标 I 为区间材料变量.其中, $\mathbf{S}^I = [\underline{\mathbf{S}}, \bar{\mathbf{S}}] = (s_g^I)_G = ([\underline{s}_g, \bar{s}_g])_G$ 是一个 n 维区间向量,其中下界和上界向量分别为 $\underline{\mathbf{S}} = (\underline{s}_g)_G$ 和 $\bar{\mathbf{S}} = (\bar{s}_g)_G$ 。

对于区间参数 \mathbf{S}^I ,定义两个反映区间几何定量特征的基本概念^[34].其中一个为区间中位数向量,即

$$\begin{cases} \mathbf{S}^c = m(\mathbf{S}^I) = (\underline{\mathbf{S}} + \bar{\mathbf{S}})/2 = [s_1^c, s_2^c, \dots, s_G^c], \\ s_g^c = (\underline{s}_g + \bar{s}_g)/2, \quad g = 1, 2, \dots, G; \end{cases} \quad (15)$$

另一个是区间半径向量,即

$$\begin{cases} \Delta \mathbf{S} = \text{rad}(\mathbf{S}^I) = (\bar{\mathbf{S}} - \underline{\mathbf{S}})/2 = [\Delta s_1, \Delta s_2, \dots, \Delta s_G], \\ \Delta s_g = (\bar{s}_g - \underline{s}_g)/2, \quad g = 1, 2, \dots, G. \end{cases} \quad (16)$$

在这种情况下,区间向量可以变换为

$$\begin{cases} \mathbf{S}^I = \mathbf{S}^c + \Delta \mathbf{S}^I = \mathbf{S}^c + \Delta \mathbf{S} e_{\Delta}, \\ s_g^I = s_g^c + \Delta s_g^I = s_g^c + \Delta s_g e_{\Delta}, \quad g = 1, 2, \dots, G, \end{cases} \quad (17)$$

其中, $e_{\Delta} = [-1, 1]$ 。

由于不确定性的传递性,当初始参数采用区间模型时,结构特征矩阵(如刚度矩阵)和动态响应会表现出固有的不确定性.这种固有的不确定性使得确定性框架无法用于不确定性动态分析.因此,式(1)需要根据系统参数的不同不确定性水平重组为区间格式,即

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}}(\mathbf{S}, t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}}(\mathbf{S}, t) + \mathbf{K}\mathbf{x}(\mathbf{S}, t) = \mathbf{f}(\mathbf{S}, t), \quad (18)$$

所有得出的结果都在区间数学的框架内.鉴于区间不确定性的固有传递性,每次重建的力 $\mathbf{f}(\mathbf{S}, t)$ 也用区间数表示。

2.2 基于 DWM 的不确定性传播分析

配点法是利用一系列简单的函数来实现在 \mathbf{S}^I 内逼近原始连续函数^[35-36].Legendre 正交多项式展开是一种常见的近似方法^[37].DWM 作为一种配点法,其配点策略(图 2)相较于其他方法(如张量积配点法^[38])所配的点更少,适合于解决不确定性变量相互独立的问题.本小节利用 DWM 拟合待识别载荷与不确定性区间变量的函数关系,通过对该函数进行直接搜索或者优化算法可得到 \mathbf{S}^I 内的识别载荷极值。

假设给定的参考点为区间向量 \mathbf{S}^I 的中点值向量 \mathbf{S}^c , 即

$$\mathbf{S}^c = [s_1^c, s_2^c, \dots, s_i^c, \dots, s_g^c]^T, \quad (19)$$

则通过参考点 \mathbf{S}^c 在区间参数向量张成子空间的第 i 维超平面的结构真实载荷所得的曲线为

$$\mathbf{f}(t) = F(t; \mathbf{S}). \quad (20)$$

现搭建以 Legendre 正交多项式为基底构建 DWM 的框架. n 阶 Legendre 正交多项式表示为

$$L_n(x) = \frac{1}{2^n n!} \frac{d^n}{dx^n} [(x^2 - 1)^n], \quad (21)$$

其具有正交性:

$$\int_{-1}^1 L_m(x) L_n(x) dx = \begin{cases} 2, & m = n, \\ 2n + 1, & m \neq n, \\ 0, & m \neq n, \end{cases} \quad (22)$$

使其可以使用最小二乘法等技术来确定拟合多项式的系数,从而更好地逼近给定的数据点或函数.对给定的函数 $h(x) \in \mathbf{C}[-1, 1]$, $h(x)$ 的 n 阶最佳平方逼近多项式可以表示为

$$\tilde{h}(x) = \sum_{k=0}^n c_k L_k(x), \quad x \in [-1, 1], \quad (23)$$

其中,系数 c_k 的计算式为:

$$c_k = \frac{(h, L_k)}{(L_k, L_k)} = \frac{2k + 1}{2} \int_{-1}^1 h(x) L_k(x) dx, \quad k = 0, 1, \dots, n. \quad (24)$$

因此,式(24)成为最佳平方逼近多项式的关键. k 的选择对拟合精度有影响, k 越大,拟合精度越高.但要平衡效率与精度,一般选择 4 阶多项式在工程上较为常见.

根据 Gauss-Legendre 求积公式,对于任意形式的函数 $H(x)$, 有

$$\int_{-1}^1 \rho(x) H(x) dx = \int_{-1}^1 H(x) dx \approx \sum_{i=1}^s A_i H(x_i), \quad (25)$$

其中, $x_i (i = 1, 2, \dots, s)$ 是 s 阶 Legendre 正交多项式 L_s 的零点,系数 A_i 的计算式为

$$A_i = \int_{-1}^1 \frac{L_s(x)}{(x - x_i) L'_s(x_i)} dx, \quad i = 1, 2, \dots, s. \quad (26)$$

而直接求解式(26)较为困难,根据 Legendre 正交多项式的性质,易于推导其精确值为

$$A_i = \frac{2}{(1 - x_i^2) [L'_s(x_i)]^2}, \quad i = 1, 2, \dots, s. \quad (27)$$

函数 $h(x) \in \mathbf{C}[-1, 1]$ 的 n 阶最佳平方逼近多项式,可以表示为

$$\tilde{f}(x) = \sum_{k=0}^n \left[\sum_{i=1}^s \frac{(2k + 1) h(x_i) L_k(x_i)}{(1 - x_i^2) [L'_s(x_i)]^2} \right] L_k(x), \quad x \in [-1, 1]. \quad (28)$$

现将 $\tilde{f}(t; x)$ 作为 $F(t; s_1^c, s_2^c, \dots, s_i^c, \dots, s_g^c)$ 的多项式拟合,其中, x_i 是 s 阶 Legendre 多项式的第 i 个根.如式(29),求得 $\tilde{f}(t; x)$ 的最大值和最小值就可以得到 $F(t; s_1^c, s_2^c, \dots, s_i^c, \dots, s_g^c)$ 的最大值和最小值.

$$\frac{\partial \tilde{f}(t; x)}{\partial x} = 0, \quad (29)$$

上式的解为 $x_j (j = 1, 2, \dots, n - 1)$.在获得极值点后,需要对具有虚部以及超出标准区间范围的标准极值点进行归一化的操作:

$$x_j = \begin{cases} 1, & \text{Im}(x_j) \neq 0, \\ -1, & \text{Im}(x_j) = 0, |\text{Re}(x_j)| > 1, \\ x_j, & \text{Im}(x_j) = 0, |\text{Re}(x_j)| < 1, \end{cases} \quad (30)$$

其中, $\text{Re}(\cdot)$ 和 $\text{Im}(\cdot)$ 分别代表复数的实部和虚部.则可以得到 \mathbf{x} :

$$\mathbf{x} = [-1, 1, x_1, \dots, x_{n-1}], \quad (31)$$

因此 $\tilde{f}(t; \xi)$ 的最大值点和最小值点可以表示为

$$x_{\max} = \{x | \max \tilde{f}(t; x)\}; \quad x_{\min} = \{x | \min \tilde{f}(t; x)\}, \quad (32)$$

所以 $F(t; s_1^c, s_2^c, \dots, s_i^c, \dots, s_g^c)$ 对应的最大值点和最小值点可以表示为

$$s_{i,\max} = s_i^c + \Delta s_i x_{\max}; s_{i,\min} = s_i^c + \Delta s_i x_{\min} \quad (33)$$

本文所采取的 DWM 是在某一维度进行配点时,固定另一维度的值。为了减小 DWM 近似的误差,可以采用高阶 Legendre 多项式,并选择更多的配点数提高精度。对于一个 n 次多项式,要使用 Gauss 积分方法进行精确积分,一般需要选择至少 $n + 1$ 个 Gauss 积分点,在每一维度上选取五个 Legendre-Gauss 积分点作为所配的点,已足够解决大部分工程问题。当多项式阶数和节点的排列足够多时,配点法近似可以非常准确^[39]。工程中还有顶点法^[40]、Taylor 展开法^[20],但顶点法只适用于响应随不确定变量单调变化的情况,Taylor 展开法适用于响应随不确定变量单调变化的情况,相较而言,本文所采取的 DWM 无上述限制,具有广泛的应用场景。

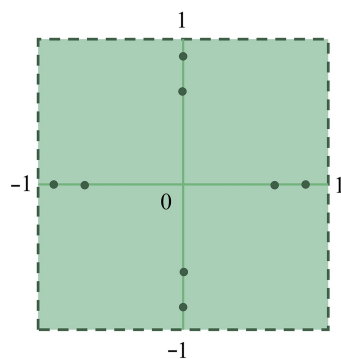


图 2 DWM 配点方案

Fig. 2 The matching points layout of the dimension-wise method

2.3 不确定性动载荷识别流程

1) 确定不确定性参数的空间 S^I 。

2) 选定 DWM 所需的各维度的 Gauss 积分点,得到对应的不确定性参数值,继而在确定性载荷识别框架中识别出载荷值。

3) 将每一时刻的载荷进行 Legendre 多项式的拟合,得到每一时刻的极值点和不确定性参数。输入至 1.3 小节程序,可以得到每一时刻的最大值 $F_U(t; s_1^c, s_2^c, \dots, s_{i,\max}^c, \dots, s_g^c)$ 和 $F_D(t; s_1^c, s_2^c, \dots, s_{i,\min}^c, \dots, s_g^c)$ 。扩展到多维时计算量线性增加。现定义不确定性结构载荷识别的误差和离散程度,如式(34)和式(35)所示。

$$\delta_{\text{error1}} = \frac{\|F_{\text{true}} - F_C\|}{\|F_{\text{true}}\|} \times 100\% \quad (34)$$

$$R1 = \frac{\|F_U - F_D\|}{\|F_{\text{true}}\|} \times 100\% \quad (35)$$

其中, $F_C = (F_U + F_D)/2$ 是载荷时间历程区间的中间值, F_{true} 是载荷时间历程区间的真实值, $F_U = (F_U(t_1), F_U(t_2), \dots, F_U(t_m))$, $F_D = (F_D(t_1), F_D(t_2), \dots, F_D(t_m))$ 分别是载荷时间历程区间的上界和下界, m 为时间点。完整识别过程如图 3 所示。

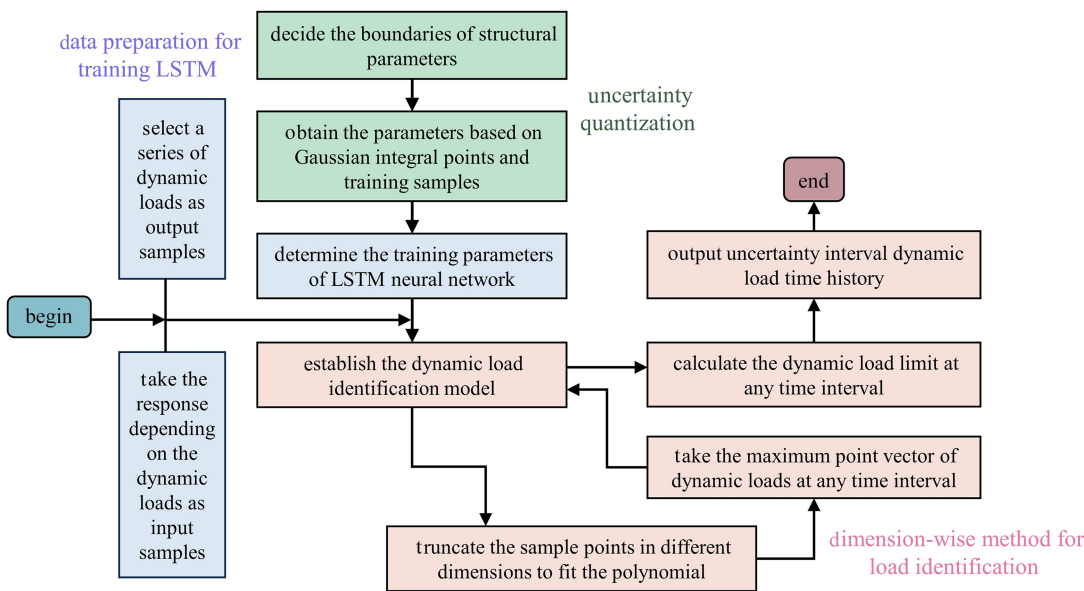


图 3 基于 DWM 的载荷识别流程图

Fig. 3 The flowchart of load identification based on the dimension-wise method

3 数值算例

3.1 噪声影响下的动载荷识别

研究一个尺寸为 100 mm×50 mm 的悬臂板,其材料属性如表 1 所示。

表 1 悬臂板材料参数

Table 1 Cantilever plate structure material parameters

material property	symbol	specific value
Young's modulus	E/GPa	210
Poisson's ratio	ν	0.3
density	$\rho/(\text{kg}/\text{m}^3)$	7 800

使用壳模型建模,整个结构离散化采用单元边长为 5 mm 的均匀网格,共计 200 个单元,231 个节点。传感器分布如图 4 所示,提取其中的应变信号。固定一侧所有节点的所有自由度,施加垂直于板面的集中载荷如图 5 所示。

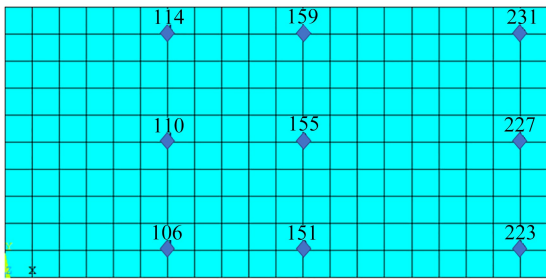


图 4 悬臂板传感器分布

Fig. 4 The distribution of cantilever plate structure sensors

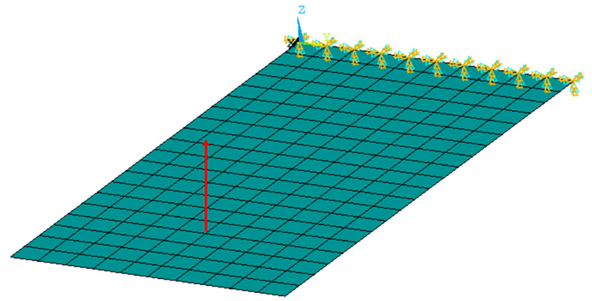


图 5 悬臂板边界条件

Fig. 5 Boundary conditions of the cantilever plate structure

训练集和测试集的加载工况如表 2 所示。采样时间为 0.4 s,采样频率设为 1 000 Hz,每个样本初始长度为 400。将样本截断使其长度为 396,对样本数据进行移位处理以增强数据。通过研究噪声比例为 1,信噪比分别为 20 dB,30 dB,40 dB 时,噪声对信号的影响,检验载荷识别方法的抗噪能力。

单个样本大小为 396,最大训练周期数为 300,每次训练时所选取的样本数量为 60。初始学习率为 0.001 时,所获得的模型训练预测效果最好;初始学习率为 0.000 1 时,网络收敛效果较差,这是由于过小的学习率导致损失函数的变化很慢,使得网络很容易困在局部最小值点。激活函数选择双曲正切(tanh)函数,在一定程度上能减轻梯度消失的问题。

传感器的选择对载荷识别的效果有一定的影响。理论上是重构力的精度随着传感器数量的增加而增加。实际上更多的传感器可能导致错误数据的收集概率增大,同时繁复的操作会减少工程中的应用场景。现分别设置六个传感器、四个传感器、三个传感器共六组试验结果如图 6 所示。

表 2 神经网络训练集与测试集载荷

Table 2 The expressions of actual dynamic forces of training sets and test sets

	condition	actual dynamic force expression
training set	sample 1	$F = 100\sin(20\pi t) + 50\sin(10\pi t)$
	sample 2	$F = 300\sin(40\pi t^2)$
	sample 3	$F = 300e^{-4t}\sin(20\pi t)$
	sample 4	$F = 350e^{-6t}\sin(50\pi t^2)$
	sample 5	$F = 250e^{-10t}$
test set	-	$F = 200\sin(20\pi t)$

不同传感器布局下力重构的总相对误差如表 3 所示。传感器为 3 个时,试验精度降低,相对误差大于 10%,最终选择 4 个传感器。其中,传感器选择为 1,2,3,4 时识别精度最高,该方案作为最终传感器布置。此时神经网络的训练过程及收敛曲线如图 7、8 所示。接下来在样本集中添加噪声,如图 9 所示。改进神经网络的架

构如表 4 所示。

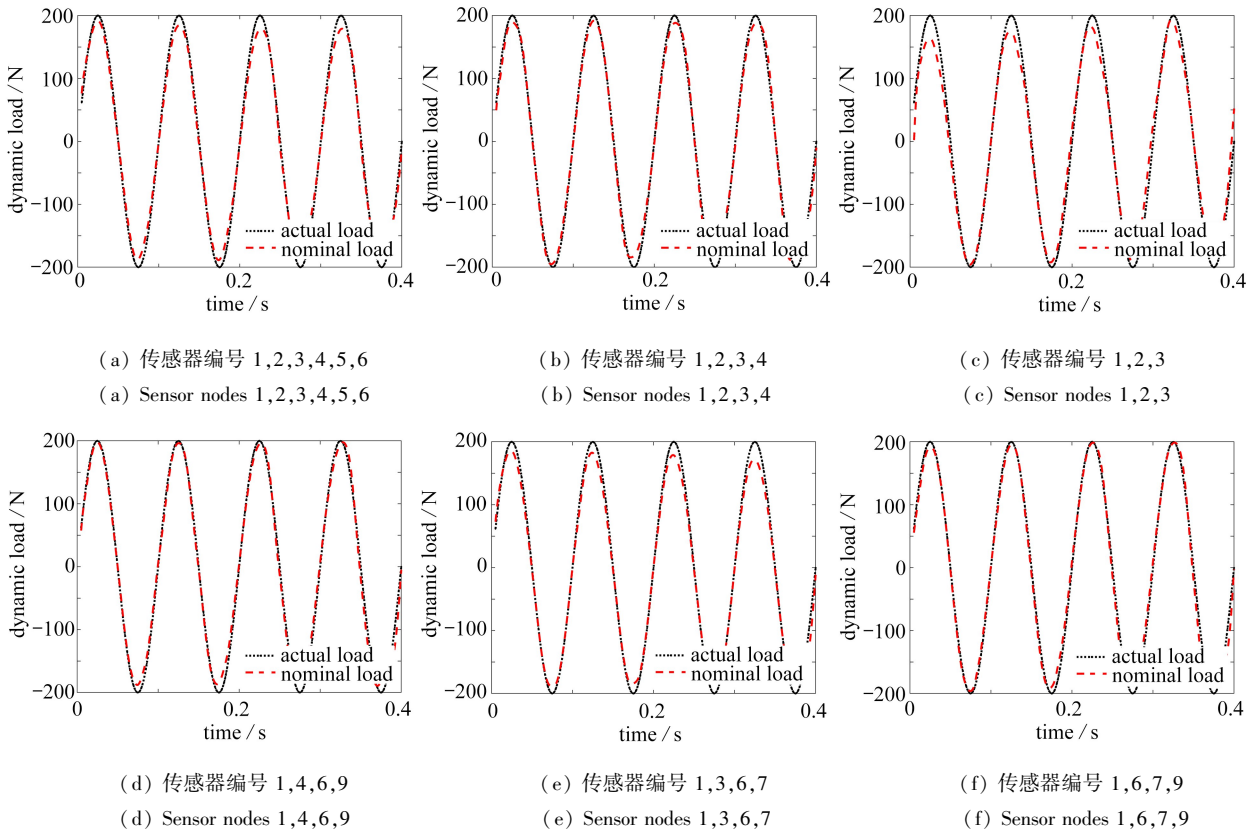


图 6 不同传感器布局下的力重构结果

Fig. 6 Results of force reconstruction under different sensor layouts

注 为了解释图中的颜色,读者可以参考本文的电子网页版本,后同。

表 3 不同传感器布局下力重构的总相对误差

Table 3 Relative errors of force reconstruction with different sensor layouts

sensor selection	relative error/%
1,2,3,4,5,6	8.79
1,2,3,4	7.89
1,2,3	13.75
1,4,6,9	8.05
1,3,6,7	9.12
1,6,7,9	8.92

表 4 初始样本和含噪样本回归的 LSTM 架构概要

Table 4 Summary of the LSTM architecture for initial and noise affected data regression

layer(type)	number of parameters (original data)	number of parameters (noise affected data)
sequence input layer	20	60
Bi-LSTM layer	100(hidden layer unit)	128(hidden layer unit)
fully connected layer	300	300
dropout layer	0.2(probability)	0.8(probability)
fully connected layer	1(response)	1(response)
regression layer	-	-

对于含噪信号,将 dropout 层的丢弃概率设置为 0.8,防止过拟合.神经网络的训练过程收敛曲线如图 10 所示。

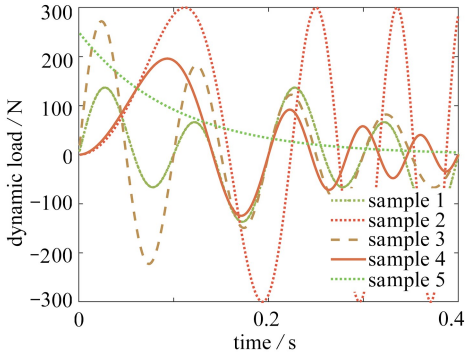


图7 训练集的载荷样本

Fig. 7 Load samples for the training set

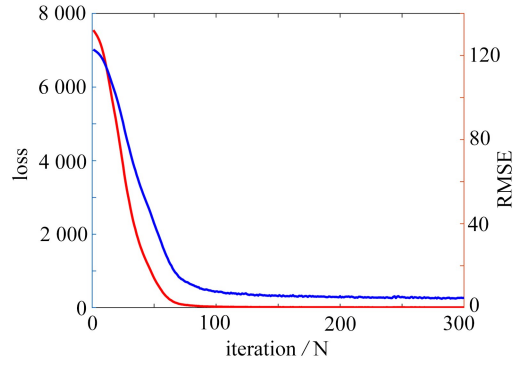


图8 初始样本训练过程收敛曲线

Fig. 8 Convergence curves of the initial data training process

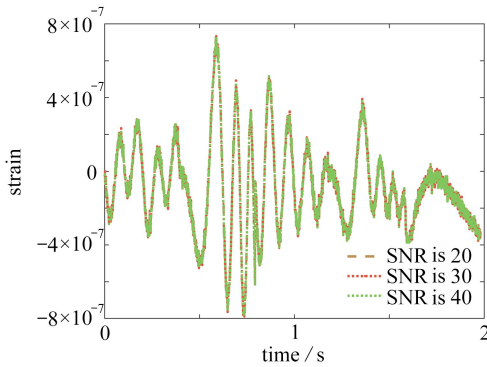


图9 噪声影响下训练集的响应样本

Fig. 9 Response samples of the training set under the influence of noise

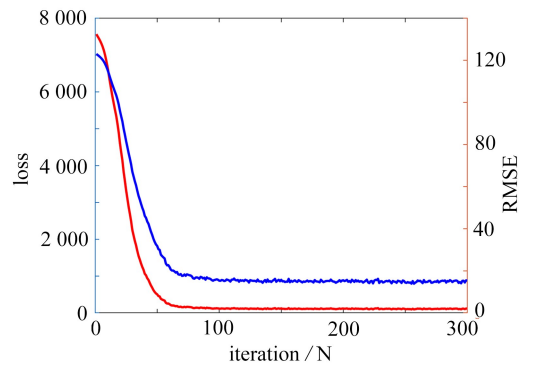


图10 含噪声样本训练过程收敛曲线

Fig. 10 Convergence curves of the noise affected data training process

对照组采用载荷识别领域常用的 BP 神经网络,该网络有 4 个神经元的输入层,一个包含 3 个神经元的隐藏层和一个包含 2 个神经元的输出层,每层激活函数均使用“purelin”函数,该网络在纯净信号的载荷识别问题中精度可达到 90%。然而,由图 11 可知,在样本集添加噪声后神经网络精度大幅下降,误差均超过 20%,且在两种及以上噪声的干扰下误差超过 40%。此时,本文提出的基于 LSTM 网络的载荷识别方法有了更好的表现。

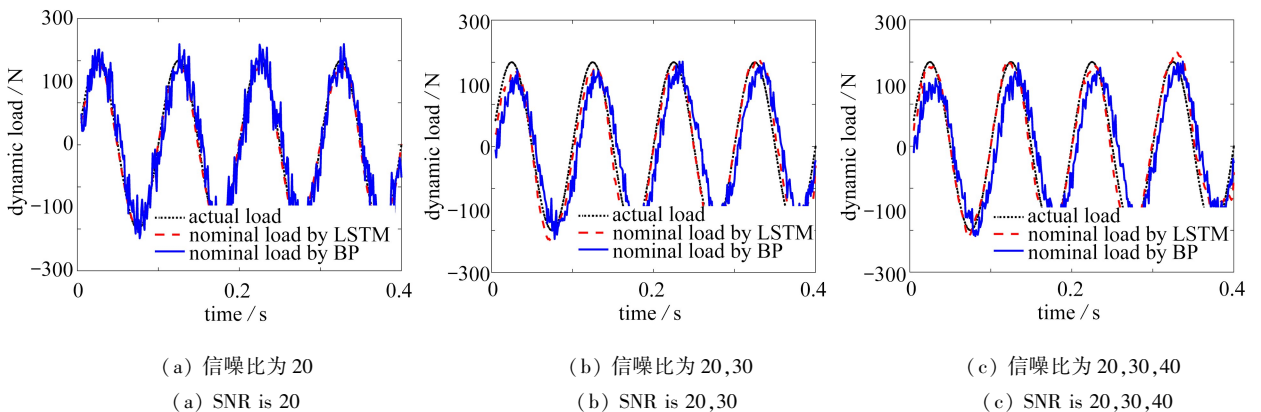


图11 不同噪声条件下利用 LSTM 网络和 BP 神经网络进行力重构的结果

Fig. 11 Results of force reconstruction by LSTM and BP under noisy conditions

如表 5 所示,在三组分别添加信噪比分别为 20、20、30 和 20、30、40 的试验中均可保证误差在 20% 以内,识别出的集中力在大小和规律性方面与实际动力基本一致,特别是前 3/4 时间段,误差可达到 10% 以内。进一步表现训练好的 LSTM 网络具有良好的抗噪能力。

表 5 不同噪声条件下利用 LSTM 网络和 BP 神经网络进行力重构的相对误差
Table 5 Relative errors of force reconstruction by LSTM and BP under noisy conditions

SNR of additive noise	LSTM/%	BP/%
20	8.78	26.29
20,30	18.00	41.43
20,30,40	18.31	41.39

3.2 考虑材料不确定性的动载荷识别

研究对象和工况同 3.1 小节,现考虑材料不确定度为 5% 的情况.利用 DWM 进行不确定性传播分析的重构载荷边界如图 12 所示.通过式(34)和式(35)计算得到误差为 4.88%,离散程度为 18.32%.当考虑结构参数的区间不确定性时,识别出的力的上界和下界能很好地包围实际力.当结构参数的不确定度为 5%,最大力不确定度小于 5%.说明 DWM 能很大程度上避免区间扩张现象,保证识别精度.

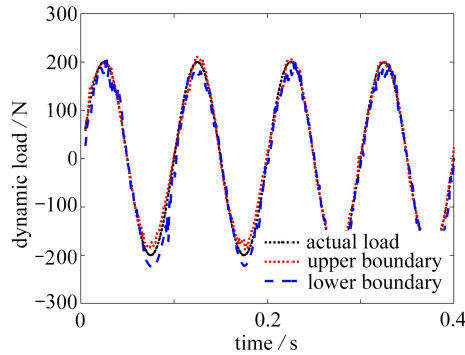


图 12 利用 DWM 进行不确定性传播分析的重构载荷边界

Fig. 12 Results of force boundaries with the dimension-wise method for uncertainty propagation

4 试验验证

为了验证本文所提出方法的可靠性,我们布置如图 13 所示的复合材料悬臂板动态载荷试验,其中传感器布置如图 14 所示.为模拟实际工作条件,我们考虑试样在实际服役中受到简谐载荷,并模拟冲击后的损伤状态.设计三组正弦位移加载试验采用以零为中值的力控值加载,加载频率分别为 1 Hz,3 Hz,5 Hz.为了更好地模拟工程场景,每一组试验的加载幅值会随着时间进行波动,如图 15 所示.每种工况下试验将持续 20 S,以详尽捕捉试件的应变响应数据,其中响应的采样率为 100 Hz.随后,对试件以 22.4 J 能量在冲击点进行两次冲击.冲击后,与冲击前类似,同样设计三组正弦位移加载试验采用以零为中值的力控值加载,加载频率分别为 1 Hz,3 Hz,5 Hz,加载幅值随时间波动.与此同时,考虑到实际服役工况可能涉及的多种温度环境,我们在试验中模拟一种室温条件(20 °C)和三种高温条件(60 °C,100 °C 和 150 °C).

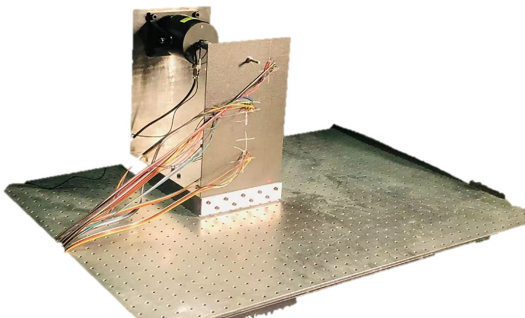


图 13 动态载荷实验模型

Fig. 13 The dynamic load experimental model

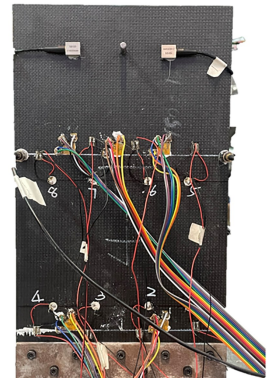


图 14 悬臂板传感器布置

Fig. 14 The cantilever plate structure sensor arrangement

考虑到 LSTM 网络对时间依赖性数据的良好表征,本文选择时间历程前一阶段的应变响应数据训练 LSTM 网络,预测后一阶段的载荷.如图 15 所示,对于复合材料悬臂板在不同物理场景中,基于 LSTM 网络的载荷识别方法,均能精准识别变幅值动态载荷.如表 6 所示,实验总相对误差均在 5% 以内,验证了该方法的鲁棒性与工程适用性,表明 LSTM 网络可以很好地处理具有时间依赖性的数据集.

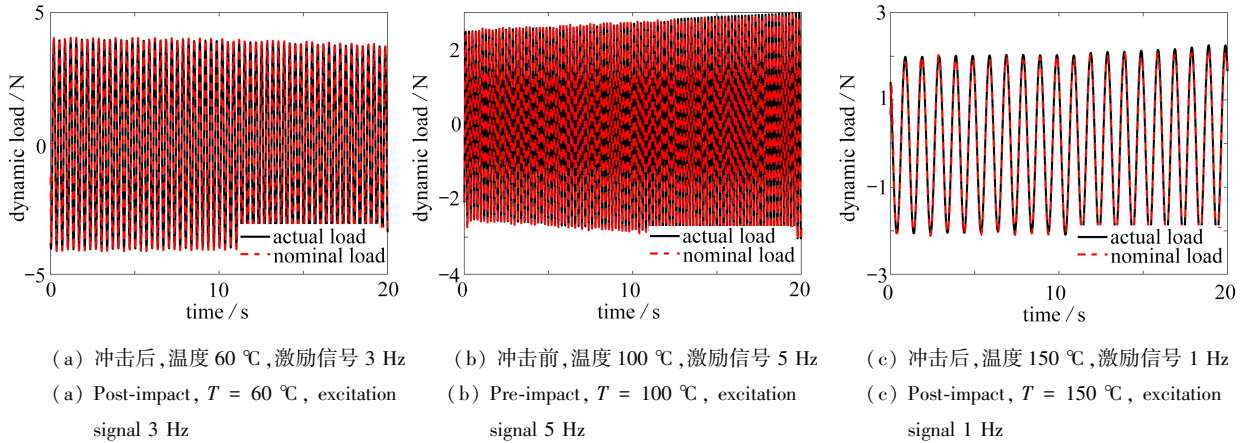


图 15 不同工况下的动态载荷识别

Fig. 15 Identification of dynamic forces under different operating conditions

表 6 不同工况下的动态载荷识别总相对误差

Table 6 Total relative errors of dynamic load recognition under different operating conditions

state	temperature/ $^{\circ}\text{C}$	frequency/Hz	relative error/%
post-impact	60	3	3.98
pre-impact	100	5	4.44
post-impact	150	1	4.72

5 结 论

载荷重构是通过已知的动力特性和响应信息反演作用在结构上的动力过程.针对区间不确定性下的动力重构问题,本文提出了一种基于 LSTM 网络的载荷识别方法,研究了 LSTM 网络在载荷识别问题中的应用,其在噪声环境下的效果优于传统神经网络;应对区间不确定性,利用 DWM 理论表征材料色散的不确定性,结合 LSTM 网络拟合未知载荷的上下界,误差在 5% 以内.在上述载荷识别方法的基础上,针对特定结构选择合适的传感器配置,结合经验和试错法确定了隐藏层神经元个数、丢弃层丢弃概率、LSTM 层数和类别等网络架构,并设计具体试验将此方法推广至工程领域.

参考文献 (References):

- [1] BARTLETT F D, FLANNELLY W G. Model verification of force determination for measuring vibratory loads [J]. *Journal of the American Helicopter Society*, 1979, **24**(2): 10-18.
- [2] KREITINGER T J. Force identification from structural response[D]. University of New Mexico, 1989.
- [3] ÖDEEN S, LUNDBERG B. Prediction of impact force by impulse response method[J]. *International Journal of Impact Engineering*, 1991, **11**(2): 149-158.
- [4] DOYLE J F. A wavelet deconvolution method for impact force identification[J]. *Experimental Mechanics*, 1997, **37**(4): 403-408.
- [5] MITRA M, GOPALAKRISHNAN S. Spectrally formulated wavelet finite element for wave propagation and impact force identification in connected 1-D waveguides[J]. *International Journal of Solids and Structures*, 2005, **42**(16/17): 4695-4721.
- [6] DOYLE J F. Reconstructing dynamic events from time-limited spatially distributed data[J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2002, **53**(12): 2721-2734.

- [7] GIANSANTE N, JONES R, CALAPODAS N J. Determination of in-flight helicopter loads[J]. *Journal of the American Helicopter Society*, 1981, **27**(3): 58-64.
- [8] CHAO M, FENG X. The identification of external forces for a nonlinear vibration system in frequency domain [J]. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers (Part C): Journal of Mechanical Engineering Science*, 2014, **228**(9): 1531-1539.
- [9] LIU Y, SHEPARD W S. Dynamic force identification based on enhanced least squares and total least-squares schemes in the frequency domain[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2005, **282**(1/2): 37-60.
- [10] HILLARY B, EWINS D J. The use of strain gauges in force determination and frequency response function measurements[C]//*Proceedings of IMAC*. 1984.
- [11] HOLZDEPPE D, ÖRY H. Reconstruction of instationary wind load distribution on structures from measured structural response time histories[J]. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 1988, **28**(1/2/3): 231-240.
- [12] 张方, 朱德懋. 基于神经网络模型的动载荷识别[J]. 振动工程学报, 1997, **10**(2): 40-46. (ZHANG Fang, ZHU Demao. The dynamic load identification research based on neural network model[J]. *Journal of Vibration Engineering*, 1997, **10**(2): 40-46. (in Chinese))
- [13] CAO X, SUGIYAMA Y, MITSUI Y. Application of artificial neural networks to load identification[J]. *Computers & Structures*, 1998, **69**(1): 63-78.
- [14] 李忠献, 陈锋, 王波. 基于 BP 神经网络的桥上移动荷载分阶段识别方法[J]. 工程力学, 2008, **25**(9): 85-92. (LI Zhongxian, CHEN Feng, WANG Bo. A BP neural network-based stage identification method for moving loads on bridges[J]. *Engineering Mechanics*, 2008, **25**(9): 85-92. (in Chinese))
- [15] LIU Y, WANG L, GU K, et al. Artificial neural network (ANN)-Bayesian probability framework (BPF) based method of dynamic force reconstruction under multi-source uncertainties [J]. *Knowledge-Based Systems*, 2022, **237**: 107796.
- [16] 夏鹏, 杨特, 徐江, 等. 利用时延神经网络的动载荷倒序识别[J]. 航空学报, 2021, **42**(7): 224452. (XIA Peng, YANG Te, XU Jiang, et al. Reversed time sequence dynamic load identification method using time delay neural network[J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2021, **42**(7): 224452. (in Chinese))
- [17] YANG H, JIANG J, CHEN G, et al. Dynamic load identification based on deep convolution neural network [J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2023, **185**: 109757.
- [18] 张巧灵, 高淑萍, 何迪, 等. 基于时间序列的混合神经网络数据融合算法[J]. 应用数学和力学, 2021, **42**(1): 82-91. (ZHANG Qiaoling, GAO Shuping, HE Di, et al. A hybrid neural network data fusion algorithm based on time series[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2021, **42**(1): 82-91. (in Chinese))
- [19] WANG L, REN Q, MA Y, et al. Optimal maintenance design-oriented nonprobabilistic reliability methodology for existing structures under static and dynamic mixed uncertainties[J]. *IEEE Transactions on Reliability*, 2019, **68**(2): 496-513.
- [20] WANG L, LIU Y. A novel method of distributed dynamic load identification for aircraft structure considering multi-source uncertainties[J]. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2020, **61**(5): 1929-1952.
- [21] AVEN T, BARALDI P, FLAGE R, et al. *Uncertainty in Risk Assessment: the Representation and Treatment of Uncertainties by Probabilistic and Non-Probabilistic Methods*[M]. West Sussex, United Kingdom: John Wiley & Sons, 2014.
- [22] QIU Z, WANG X. Comparison of dynamic response of structures with uncertain-but-bounded parameters using non-probabilistic interval analysis method and probabilistic approach[J]. *International Journal of Solids and Structures*, 2003, **40**(20): 5423-5439.
- [23] MOENS D, VANDEPITTE D. A survey of non-probabilistic uncertainty treatment in finite element analysis[J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2005, **194**(12/13/14/15/16): 1527-1555.
- [24] SHEN Y, LIN W. Collocation method for the natural boundary integral equation[J]. *Applied Mathematics Letters*, 2006, **19**(11): 1278-1285.
- [25] WANG L, CHENG L, XU H, et al. Multi-source uncertainty-oriented dynamic force reconstruction framework based on adaptive fitting precise integration and optimized wavelet denoising[J]. *Structural and Multidisci-*

- iplinary Optimization*, 2024, **67**(3): 28.
- [26] WANG L, LIU Y, LIU Y. An inverse method for distributed dynamic load identification of structures with interval uncertainties[J]. *Advances in Engineering Software*, 2019, **131**: 77-89.
- [27] LIU J, HAN X, JIANG C, et al. Dynamic load identification for uncertain structures based on interval analysis and regularization method[J]. *International Journal of Computational Methods*, 2011, **8**(4): 667-683.
- [28] LIU J, SUN X, MENG X, et al. A novel shape function approach of dynamic load identification for the structures with interval uncertainty[J]. *International Journal of Mechanics and Materials in Design*, 2016, **12**(3): 375-386.
- [29] XU M, DU J, WANG C, et al. Hybrid uncertainty propagation in structural-acoustic systems based on the polynomial chaos expansion and dimension-wise analysis[J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2017, **320**: 198-217.
- [30] 陈保家, 陈学力, 沈保明, 等. CNN-LSTM 深度神经网络在滚动轴承故障诊断中的应用[J]. 西安交通大学学报, 2021, **55**(6): 28-36. (CHEN Baojia, CHEN Xueli, SHEN Baoming, et al. An application of convolution neural network and long short-term memory in rolling bearing fault diagnosis[J]. *Journal of Xi'an Jiaotong University*, 2021, **55**(6): 28-36. (in Chinese))
- [31] 柏万宽. RNN 神经网络在股票指数价格预测模型的研究与应用[D]. 重庆: 重庆大学, 2018. (BAI Wankuan. Research and application of recurrent neural network in stock index forecasting model[D]. Chongqing: Chongqing University, 2018. (in Chinese))
- [32] LECUN Y, BENGIO Y, HINTON G. Deep learning[J]. *Nature*, 2015, **521**(7553): 436-444.
- [33] 齐传凯. 基于模型无关元学习的材料数据预测算法研究[D]. 沈阳: 辽宁大学, 2021. (QI Chuankai. Research on material data prediction algorithm based on model-agnostic meta-learning[D]. Shenyang: Liaoning University, 2021. (in Chinese))
- [34] WANG L, XIONG C, WANG X, et al. A dimension-wise method and its improvement for multidisciplinary interval uncertainty analysis[J]. *Applied Mathematical Modelling*, 2018, **59**: 680-695.
- [35] RUSSELL R D, SHAMPINE L F. A collocation method for boundary value problems[J]. *Numerische Mathematik*, 1972, **19**(1): 1-28.
- [36] MA X, HUANG C. Numerical solution of fractional integro-differential equations by a hybrid collocation method[J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2013, **219**(12): 6750-6760.
- [37] ABRAMOWITZ M, STEGUN I A. *Handbook of Mathematical Functions With Formulas, Graphs, and Mathematical Tables*[M]. Washington: U S Government Printing Office, 1967.
- [38] WU J, LUO Z, ZHENG J, et al. Incremental modeling of a new high-order polynomial surrogate model[J]. *Applied Mathematical Modelling*, 2016, **40**(7/8): 4681-4699.
- [39] WU J, ZHANG Y, CHEN L, et al. A Chebyshev interval method for nonlinear dynamic systems under uncertainty[J]. *Applied Mathematical Modelling*, 2013, **37**(6): 4578-4591.
- [40] QIU Z, WANG X. Vertex solution theorem for the upper and lower bounds on the dynamic response of structures with uncertain-but-bounded parameters[J]. *Acta Mechanica Sinica*, 2009, **25**(3): 367-379.