

非 Gauss 随机特性下的结构 首次失效时间研究*

何 军

(上海交通大学 船建学院 土木工程系, 上海 200240)

(皓江推荐)

摘要: 提出了一个基于结构响应矩的解析方法, 用来计算具有非 Gauss 特性结构的首次失效时间. 在该方法中, 首先采用其系数可通过结构反应矩(偏态系数和峰度系数等) 计算的幂级数, 将非 Gauss 结构反应变换为标准 Gauss 过程. 然后, 利用变换的标准 Gauss 过程计算原结构反应过程关于某临界界限的平均超越率、平均群超尺度和初始超越概率. 最后, 在修正超越率为独立的假定下, 建立了首次超越时间的计算公式. Gauss 过程激励下非线性单自由度振动系统的分析, 不仅说明了该方法的应用过程, 也通过与 Monte Carlo 模拟和传统 Gauss 模型方法的对比分析, 证明了该方法的精确性和效率.

关键词: 首次失效时间; 非 Gauss 结构特性; 超越率; 幂级数

中图分类号: O29 文献标识码: A

符 号

ν^* 为平均超越率

ν_0 为平均结构反应周期率

ω_0 为振动系统的无阻尼固有频率

$E(\bullet)$ 为随机变量的平均值

$X(t)$ 为随机过程

$U(t)$ 为标准 Gauss 过程

$\mu_X(t)$ 为随机过程的均值函数

$\sigma_X(t)$ 为随机过程的标准差函数

$\alpha_3(t)$ 为 t 时结构反应的偏态系数

$\alpha_4(t)$ 为 t 时结构反应的峰度系数

$a_i(t)$ 为幂级数中的常系数

$\Phi(\bullet)$ 为标准正态变量的累积分布函数

$P_f(0)$ 为初始超越概率

S_{cs} 为特定超越群的尺度

$\langle S_{cs} \rangle$ 为平均群超尺度

$Q(t)$ 为平稳零均值 Gauss 过程

ζ 为阻尼比

$P_f(T)$ 为首次失效时间概率

N_C 为截断点

引 言

在许多工程应用中, 特定随机过程 $X(t)$ 首次穿越某一临界界限的时间 U 的概率信息是

* 收稿日期: 2006-06-05; 修订日期: 2007-08-08

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(50478017)

作者简介: 何军(1968—), 男, 河北人, 副教授, 博士(Tel: + 86-21-34203040; Fax: + 86-21-34203741; E-mail: junhe@sjtu.edu.cn).

特别重要的。随机过程 $X(t)$ 可以代表随机环境力作用下某些关键结构构件中的应力、应变或位移,而临界界限则可以是这些构件的屈服或极限应力、应变或位移。

这个计算问题不存在简单的解析解。大多数情况下,人们采用基于独立超越和 Gauss 结构响应假设的超越方法计算首次失效时间概率,即假设 Gauss 结构反应的超越服从 Poisson 分布,则首次失效时间概率为

$$P_f(T) = 1 - \exp[-E[N^+(T)]] \quad (1)$$

其中 $E[N^+(T)]$ 是时间段 $[0, T]$ 内 $X(t)$ 对临界界限 x 的规整超越的平均数。在平稳情况下, $E[N^+(T)] = \nu T$, 进而,对于平稳标准 Gauss 过程,平均超越率 $\nu = \nu_0 \exp(-x^2/2)$, 其中,平均反应周期率 $\nu_0 = \omega_0/(2\pi)$ 可以由振动系统的无阻尼固有频率 ω_0 获得。

上述方法称为首次失效时间计算的 Gauss 模型,然而,一般来说,该模型是不准确的。首先,当结构行为是非线性的,或者激励是非 Gauss 过程,或者两者兼而有之的时候,结构反应不能够用 Gauss 过程来描述;另外,对于较低的临界界限,因为超越倾向于成群发生,独立超越假定将导致较大的误差,误差的大小依赖于反应过程的相关结构。

鉴于此,本文提出一个基于反应矩的解析方法,计算结构的首次失效时间,在该方法中,考虑了非 Gauss 结构特性,并且为了避免独立超越假定引起的误差,对超越率进行了修正,使得超越更加符合独立假定。Gauss 过程激励下的非线性单自由度系统分析,说明了该方法的使用及精确性和效率。

1 非 Gauss 过程的近似

对于非 Gauss 结构反应,可以采用多种非线性模型将其变换为标准 Gauss 过程。例如,由结构反应矩(偏态系数和峰度系数等),利用 Gram-Charlier 和 Edeworth 级数可以得到反应的全概率分布,进而变换为标准 Gauss 过程^[1]。Gram-Charlier 和 Edeworth 级数可能产生多个模型甚至负的概率密度函数和超越率,而 Winterstein 多项式在将任何实际结构反应的边缘分布映射为标准 Gauss 过程 $U(t)$ 的过程中,则不会带来上述问题^[2]。一个更为精确和有效的变换函数是幂级数^[3],由四阶幂级数,标准结构反应 $X_0(t) = [X(t) - \mu_X(t)]/(\sigma_X(t))$ (其中, $\mu_X(t)$ 和 $\sigma_X(t)$ 分别是 t 时结构反应的均值和标准差)展开为

$$X_0(t) = a_1(t) + a_2(t)U(t) + a_3(t)U^2(t) + a_4(t)U^3(t) \quad (2)$$

其中, $U(t)$ 是标准 Gauss 过程,因而, $E[U(t)] = 0$, $E[U^2(t)] = 1$, $E[U^3(t)] = 0$, $E[U^4(t)] = 3$, $E[U^5(t)] = 0$, $E[U^6(t)] = 15$, $E[U^7(t)] = 0$, $E[U^8(t)] = 105$, $E[U^9(t)] = 0$, $E[U^{10}(t)] = 945$, $E[U^{11}(t)] = 0$, $E[U^{12}(t)] = 10395$, $E[U^{13}(t)] = 0$ 及 $E[U^{14}(t)] = 1351350$ ^[4]。为了求系数 $a_i(t)$,需要给出反应头四阶矩 $\alpha_n(t) = E[X_0^n(t)]$ ($n = 1, \dots, 4$) (其中, $\alpha_1(t) = 0$, $\alpha_2(t) = 1$, 而 $\alpha_3(t)$ 和 $\alpha_4(t)$ 分别是 t 时结构反应的偏态系数和峰度系数)。

对方程(2)两端取矩,并代入期望值 $E[U^n(t)]$, $n = 1, \dots, 14$, 得到

$$\alpha_1(t) = a_1(t) + a_3(t) = 0 \quad (3)$$

$$\alpha_2(t) = a_1^2(t) + 2a_1(t)a_3(t) + a_2^2(t) + 6a_1(t)a_4(t) + 3a_3^2(t) + 15a_4^2(t) = 1 \quad (4)$$

$$\alpha_3(t) = a_1^3(t) + 3a_1^2(t)a_3(t) + 3a_1(t)a_2^2(t) + 18a_1(t)a_2(t)a_4(t) + 9a_1(t)a_3^2(t) + 45a_1(t)a_4^2(t) + 9a_2(t)a_3^2(t) + 90a_2(t)a_3(t)a_4(t) +$$

$$15a_3^3(t) + 315a_3(t)a_4^2(t), \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \alpha_4(t) = & a_1^4(t) + 4a_1^3(t)a_3(t) + 6a_1^2(t)a_2^2(t) + 36a_1^2(t)a_2(t)a_4(t) + \\ & 18a_1^2(t)a_3^2(t) + 90a_1^2(t)a_4^2(t) + 36a_1(t)a_2^2(t)a_3(t) + \\ & 360a_1(t)a_2(t)a_3(t)a_4(t) + 60a_1(t)a_3^3(t) + 1260a_1(t)a_3(t)a_4^2(t) + \\ & 3a_2^4(t) + 60a_2^3(t)a_4(t) + 90a_2^2(t)a_3^2(t) + 630a_2^2(t)a_4^2(t) + \\ & 1260a_2(t)a_3^3(t)a_4(t) + 3780a_2(t)a_4^3(t) + 105a_3^3(t) + \\ & 5670a_3^2(t)a_4^2(t) + 10395a_4^4(t), \end{aligned} \quad (6)$$

由方程(3)

$$a_1(t) = -a_3(t), \quad (7)$$

将其代入方程(4)、(5)和(6),得到

$$\alpha_2(t) = a_2^2(t) + 6a_2(t)a_4(t) + 2a_3^2(t) + 15a_4^2(t) = 1, \quad (8)$$

$$\alpha_3(t) = 2a_3(t)(a_2^2(t) + 24a_2(t)a_4(t) + 105a_4^2(t) + 2), \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \alpha_4(t) = & 24[a_2(t)a_4(t) + a_3^2(t)(1 + a_2^2(t) + 28a_2(t)a_4(t)) + \\ & a_4^2(t)(12 + 48a_2(t)a_4(t) + 141a_3^2(t) + 225a_4^2(t))], \end{aligned} \quad (10)$$

代入反应的偏态系数 $\alpha_3(t)$ 和峰度系数 $\alpha_4(t)$, 利用 MATHEMATICA 软件求解上述方程组, 可以很容易地得到全部 4 个系数 $a_1(t)$ 、 $a_2(t)$ 、 $a_3(t)$ 和 $a_4(t)$ 。

对于平稳反应, 由方程(2), 等效 Gauss 分位数 $u(x)$ (即, 非 Gauss 结构反应 $X(t) = g[U(t)]$ 等于 x 时, Gauss 过程 $U(t)$ 的值) 为

$$u(x) = -\frac{a_3}{3a_4} - \frac{2^{1/3}(-a_3^2 + 3a_2a_4)}{3a_4(K((x - \mu_X)/\sigma_X))^{1/3}} + \frac{(K((x - \mu_X)/\sigma_X))^{1/3}}{3 \cdot 2^{1/3} \cdot a_4}, \quad (11)$$

其中

$$\begin{aligned} K\left(\frac{x - \mu_X}{\sigma_X}\right) = & -2a_3^3 + 9a_2a_3a_4 - 27a_1a_4^2 + 27a_4^2 \frac{x - \mu_X}{\sigma_X} + \\ & \sqrt{4(-a_3^3 + 3a_2a_4)^3 + (-2a_3^3 + 9a_2a_3a_4 - 27a_1a_4^2 + 27a_4^2(x - \mu_X)/\sigma_X)^2}. \end{aligned} \quad (12)$$

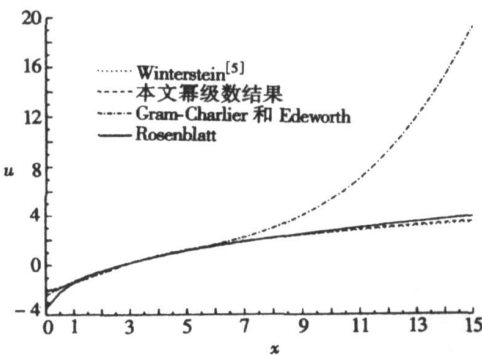


图 1 Gamma 变量的 $u-x$ 变换(性态参数 $\alpha = 3$, 尺度参数 $\lambda = 1$)

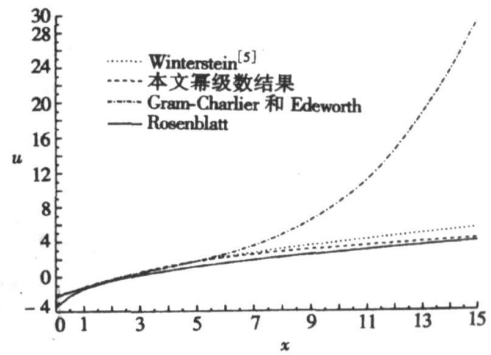


图 2 Rayleigh 变量的 $u-x$ 变换 (尺度参数 $\sigma = 1$)

幂级数变换的有效性, 可以由下面对 Gamma 变量和 Rayleigh 变量的 $u-x$ 变换的考察来得到证明。图 1 和图 2 表示了关于 x 的 $u-x$ 变换函数的变化情况。图中曲线表明, 对于所考虑的

变量,在整个研究范围内,幂级数提供了比本文中介绍的其它近似变换更好的结果。对其它变量的研究,也得出了相同的结论。

根据考察结果,可以认为幂级数更适于进行非 Gauss 结构反应的 Gauss 变换。由此,结构反应的平均超越率和一阶概率分布函数分别为:

$$\bar{v} = v_0 \exp(-u^2(x)/2), \quad (13)$$

$$F_X(x) = P[X \leq x] = \Phi[u(x)], \quad (14)$$

其中, $\Phi(\cdot)$ 是标准正态变量的累积分布函数,而 $u(x)$ 由方程(11)给出。

结构反应对临界界限 x 的初始超越概率则为

$$P_f(0) = 1 - P[X \leq x] = 1 - \Phi[u(x)] = \Phi[-u(x)]. \quad (15)$$

2 超越率的修正

只有当(确定性)界限较高而且超越事件稀少时,连续过程的超越才能被看作独立的。对于窄带过程和低界限,超越独立假设不成立。然而,通过修正超越率,可以使超越独立假设变得更加合理。已有的修正技术包括扩散方法^[5]、Monte Carlo 模拟方法^[6]和群超尺度方法^[7]。其中,群尺度方法更为简单,因而,更适用于工程应用。

一个特定超越群的尺度 S_{cs} 定义为连续出现在界限之上的平稳过程的峰的数量。通过平均群超尺度 $\langle S_{cs} \rangle$, 可以将方程(13)给出的平均超越率修正为

$$\bar{v}_{ID} = \frac{\bar{v}}{\langle S_{cs} \rangle} = \frac{v_0}{\langle S_{cs} \rangle} \exp\left[-\frac{u^2(x)}{2}\right], \quad (16)$$

其中,下标 ID 代表“独立”。

考虑平稳开始条件^[8], 结构首次失效时间概率为

$$P_f(T) = 1 - (1 - P_f(0)) \exp\left[-\frac{\bar{v}_{ID}}{1 - P_f(0)} T\right] = 1 - (1 - P_f(0)) \exp\left[-\frac{\bar{v}}{\langle S_{cs} \rangle (1 - P_f(0))} T\right], \quad (17)$$

其中, $P_f(0)$ 是方程(15)给出的初始超越概率。

为了计算平均群超尺度,令随机过程 $X(t)$ 在 t_0 和 t_1 时($t_1 > t_0$) 出现波峰,使得 $X(t_0) < x$ 及 $X(t_1) > x$, 并且, t_1 时的峰是界限 x 之上的群超中的第 1 个。如果 $X(t)$ 的接下来几个峰出现在 t_2, t_3, \dots, t_n ($t_n > t_{n-1}$), 那么,群超尺度大于等于 n 的概率可以被写为

$$P(S_{cs} \geq n) = P(X(t_2) > x, X(t_3) > x, \dots, X(t_n) > x | X(t_0) < x, X(t_1) > x). \quad (18)$$

由条件概率法则,并注意:如果 $X(t)$ 是足够窄带的,那么, $X(t_1) = x$ 则暗示 $X(t_1)$ 为群超中第 1 个和最后 1 个峰的概率相同,因此,可以将方程(18)化简为

$$P(S_{cs} \geq n) = 2P(X(t_n) > x | X(t_1) = x), \quad (19)$$

其中, t_n 定义为在 $t = t_1$ 的峰后面出现第 $n - 1$ 个连续峰的时间,注意, t_n 是一个随机变量。通过研究在 $t = t_1$ 时 $X(t)$ 出现高为 x 的峰(即 $X(t_1) = x$ 和 $X(t)$ 在 t_1 的导数 $\dot{X}(t_1) = 0$) 条件下的任意 $t > t_1$ 时 $X(t)$ 和 $\dot{X}(t)$ 的统计特征,可以恰当地估算 t_n 。已经证明^[7],对于等效平稳 Gauss 响应过程 $U(t)$, 有

$$P(S_{cs} \geq n) = 2\left\{1 - \Phi[u(x)(1 - R_U(\tau_n))/(1 - R_U^2(\tau_n))^{1/2}]\right\}, \quad (20)$$

其中, $R_U(\tau)$ 是结构的平稳线性(Gauss)反应过程的自相关函数,而 $\tau_n = t_n - t_1$ 是 $R_U(\tau)$ 出

现第 n 个显著峰(包括 $\tau = 0$ 的峰)的 τ 值·

群超尺度正好等于 n 的概率是 $P(S_{cs} \geq n) - P(S_{cs} \geq n+1)$, 由此, 平均群尺度为

$$\langle S_{cs} \rangle = 1 + \sum_{n=2}^{\infty} n [P(S_{cs} \geq n) - P(S_{cs} \geq n+1)] = 1 + \sum_{n=2}^{\infty} P(S_{cs} \geq n) \cdot \quad (21)$$

因为对于大的 n , 方程(20) 具有非 0 极限 $2[1 - \Phi(u(x))]$, 因此, 必须截断出现在方程(21) 中的无穷项和运算, 而截断点可以由 $P(X(t_n) > x) = \exp[-u^2(x)/2]$ 来控制^[7]·

3 算例分析

本文所提出方法在非线形结构上的应用, 可以通过分析一个非线性单自由度系统来说明· 令非线性动力方程具有形式

$$g(\ddot{X}(t), \dot{X}(t), X(t)) = Q(t), \quad (22)$$

其中 $X(t)$ 是未知的广义位移· 为了简化分析过程, 假设 $Q(t)$ 是平稳 0 均值 Gauss 过程, 而 $g(\cdot, \cdot, \cdot)$ 是其变量的奇函数· 在弹性范围内, 该系统的线性动力方程可以写为一般化的形式:

$$\ddot{X}(t) + 2\omega_0 \zeta \dot{X}(t) + \omega_0^2 X(t) = Q(t), \quad (23)$$

其中, ω_0 是无阻尼固有频率, 而 ζ 是阻尼比·

此处讨论的非线性系统反应可以用来表示柔性结构的大变形, 大变形期间, 构件的应力或应变表现出强烈的二次效应, 在此情况下, 结构反应可以写为 1 个线性一次反应和 1 个非线性二次反应的和, 即

$$X(t) = X_1(t) + X_2(t), \quad (24)$$

式中

$$X_1(t) = \int_0^{\infty} h_1(\tau) Q(t-\tau) d\tau \quad (25)$$

以及

$$X_2(t) = \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} h_1(\tau_1) \delta(\tau_1 - \tau_2) Q(t-\tau_1) Q(t-\tau_2) d\tau_1 d\tau_2 = \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} h_2(\tau_1, \tau_2) Q(t-\tau_1) Q(t-\tau_2) d\tau_1 d\tau_2, \quad (26)$$

其中, $h_1(\tau)$ 是由式(23) 定义的普通脉冲反应函数, $\delta(\cdot)$ 是 Dirac's delta 函数, 而 $h_2(\tau_1, \tau_2)$ 表示反映了该非线性系统二次特性的二次脉冲反应函数·

方程(24)、(25) 和(26) 给出了所考虑非线性振动系统的二次随机 Volterra 解· 如何利用数值方法计算该非线性振动系统平稳反应的统计矩, 可详见文献[9]· 在文献所给结果的基础上, 可以采用本文方法分析结构的首次失效时间·

例如, 对于本算例所考虑的非线性系统和相应的线性动力方程, 若假设无阻尼固有圆频率 $\omega_0 = 1.0 \text{ rad/s}$, 并且对广义荷载的方差谱做如下假定: 在下限 $\omega_L = 0.5 \text{ rad/s}$ 和上限 $\omega_U = 1.5 \text{ rad/s}$ 范围内, $S_Q(\omega) = (1/2) \text{ m}^2/\text{s}$; 对 $\omega > 0$ 且不在上面定义的范围内的情况, $S_Q(\omega) = 0$; 以及 $S_Q(-\omega) = S_Q(\omega)$ · 那么, 表 1 列出了阻尼比为 0.1 和 0.2 时的结构平稳反应的均值、标准差、偏态系数和峰度系数^[9]·

表 1 平稳反应的统计参数

阻尼比 ζ	均值 μ_X	标准差 σ_X	偏态系数 α_3	峰度系数 α_4
0.1	1.0	3.24	0.34	1.01
0.2	1.0	2.45	0.51	1.37

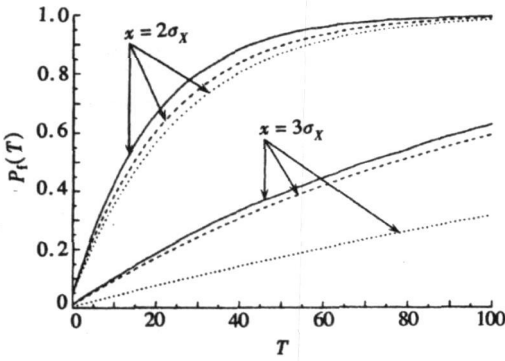


图 3 $\zeta = 0.1$ 情况下的首次失效时间
(实线: 10 000 次 Monte Carlo 模拟;
虚线: 本文方法; 点线: Gauss 模型)

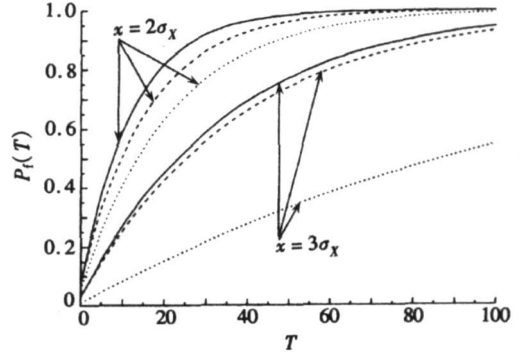


图 4 $\zeta = 0.2$ 情况下的首次失效时间
(实线: 10 000 次 Monte Carlo 模拟;
虚线: 本文方法; 点线: Gauss 模型)

由方程(23) 给出的平稳反应的自相关函数为:

$$R_U(\tau) = e^{-\zeta\omega_0\tau} [\cos \omega_d\tau + (\zeta\omega_0/\omega_d)\sin \omega_d\tau], \tag{27}$$

其中, 阻尼频率 $\omega_d = \sqrt{1 - \zeta^2} \omega_0$. 研究表明: 无论是 Volterra 级数还是幂级数对 Gauss 过程的自相关函数 $R_U(\tau)$ 的改变很小^[10], 因此, 可以利用 $R_U(\tau)$ 计算非线性结构反应的平均群超尺度. 将方程(27) 代入方程(20), 可以得到

$$\langle S_{cs} \rangle = 1 + 2 \sum_{n=1}^{N_C} \{ 1 - \Phi[u(x)(1 - e^{-2\pi\zeta_n}) / (1 - e^{-4\pi\zeta_n})^{1/2}] \}, \tag{28}$$

其中, 截断点 N_C 由前一小节所述方法确定.

利用表 1 中的统计参数, 可以采用本文方法计算反应过程超越界限 $x = 2\sigma_X$ 和 $x = 3\sigma_X$ 的首次失效概率. 对于 $\zeta = 0.1$ 的计算结果表示在图 3 中, 对于 $\zeta = 0.2$ 的计算结果表示在图 4 中. 这些结果与 Monte Carlo 模拟^[11-12] 和 Gauss 模型的结果进行了对比. 图 3 和图 4 揭示出: 本文方法的结果与 Monte Carlo 模拟结果吻合更好, 而 Gauss 模型产生了显著的误差, 特别是对于高界限情况, 例如 $x = 3\sigma_X$ 时, Gauss 模型给出了特别小的肯定不正确的首次失效时间概率.

在本算例中, 本文方法给出更好的结果而 Gauss 模型低估首次失效时间概率的原因, 可以通过考察表 1 中的统计参数来解释. 因为表 1 中列出的反应的偏态系数都大于 0, 因此, 在特定时刻, 其概率密度函数的峰将向均值的左侧移动, 另外, 因为表 1 中列出的反应的峰度系数都大于 0, 因此, 在特定时刻, 这些反应概率密度函数的尾部比正态分布的尾部宽. 因此, 在特定时刻, 对于这些反应超越某一界限的概率, 比由不考虑偏态和峰度的 Gauss 模型的计算结果要大, 结果是在时间段 $[0, T]$ 内, 本文方法给出更大的首次超越概率, 也更接近精确结果(以 Monte Carlo 模拟结果为准).

当然, 如果反应的偏态系数和峰度系数的值和符号发生了变化, 那么, Gauss 模型有可能高

估首次失效时间概率,而本文方法仍然会提供更好且更精确的结果。

4 结 语

本文提出了一个基于反应矩的计算非 Gauss 特性下结构首次失效时间概率的解析方法。本文考虑的非 Gauss 特性可以代表非线性结构特性,或非 Gauss 激励,或这两种情况。虽然,本文考虑的结构反应被限定在平稳情况,但是,本文方法不受此限制,因为某些非平稳过程可以由带有调制函数的平稳过程的叠加来构成。

利用本文方法分析了一个 Gauss 过程激励下的非线性单自由度系统。该算例表明:与 Gauss 模型相比,本文方法的结果与 Monte Carlo 模拟结果更吻合。虽然,文中算例是一个单自由度系统,但是,当获得结构反应矩的时候,本文方法可以直接推广到多自由度系统。

需要指出的是:本文方法比 Monte Carlo 模拟的效率更高。例如,在计算图 3 和图 4 中的曲线过程中,10 000 次模拟所需的计算时间为 12 565 s,而在相同的计算机上,本文方法只需要 43 s,比 Monte Carlo 模拟快了大约 300 倍。

致谢 本项研究由国家自然科学基金资助,作者对此深表感谢。对本文评阅人所提出的建议和修改意见,作者也表示衷心的感谢。

[参 考 文 献]

- [1] Johnson N L, Kotz S. Continuous Univariate Distribution-1[M]. Boston: Houghton Mifflin Company, 1970.
- [2] Ditlevsen O, Madsen H O. Structural Reliability Methods [M]. Chichester: Wiley, 2004.
- [3] CHEN Xing-yuan, TUNG Yeou-Yong. Investigation of polynomial normal transform[J]. Internat J Struct Safety, 2003, 25(4): 1341-1349.
- [4] Kendall M C, Stewart A. Advanced Theory of Statistics [M]. Vol 2. London: Charles Griffin Co Ltd, 1987.
- [5] Winterstein S R. The energy fluctuation scale and diffusion models: a unified approach to extremes and fatigue[R]. Report No 65, John A Blume Eq Engrg Ctr, Stanford University, Stanford, Calif, 1984.
- [6] Beck A T, Melchers R E. On the ensemble crossing rate approach to time variant reliability analysis of uncertain structures[J]. Internat J Probab Eng Mech, 2004, 19(1): 9-19.
- [7] Langley R S. A first passage approximation for normal stationary random processes[J]. Internat J Sound and Vib, 1988, 122(2): 261-275.
- [8] Ditlevsen O. Duration of Gaussian process visit to critical set[J]. Internat J Probab Eng Mech, 1986, 1(3): 82-93.
- [9] Naess A. The response statistics of non-linear, second-order transformations to Gaussian loads[J]. Internat J Sound and Vib, 1987, 115(1): 103-129.
- [10] Madsen H O, Krenk S, Lind N C. Methods of Structural Safety [M]. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, Inc, 1986.
- [11] Bayer V, Bucher C. Importance sampling for the first passage problems of nonlinear structures[J]. Internat J Probab Eng Mech, 1999, 14(1): 27-32.
- [12] Schu-ler G I, Shinozuka M. Stochastic Methods in Structural Dynamics [M]. Dordrecht: Martinus Nijhoff Publishers, 1987.

Structural First Failure Times Under Non-Gaussian Stochastic Behavior

HE Jun

(Department of Civil Engineering, Shanghai Jiaotong University,
Shanghai 200240, P. R. China)

Abstract: An analytical moment-based method for calculating structural first failure times under non-Gaussian stochastic behaviour is proposed. In the method, a power series that is constant can be obtained from response moments (skewness, kurtosis, etc.) was used firstly to map a non-Gaussian structural response into a standard Gaussian process, then mean up-crossing rates, mean clump size and the initial passage probability of a critical barrier level by the original structural response were estimated. Finally, the formula for calculating first failure times was established on the assumption that corrected up-crossing rates are independent. An analysis of a nonlinear single-degree-of freedom dynamical system excited by a Gaussian model of load not only demonstrates the usage of the proposed method but also shows the accuracy and efficiency of the proposed method by comparisons between the present method and other methods such as Monte Carlo simulation and the traditional Gaussian model.

Key words: first failure time; non-Gaussian structural behavior; up-crossing rate; power series