

高速运动裂纹扩展和分叉现象的 近场动力学数值模拟*

谷新保^{1,2}, 周小平¹, 徐 潇¹

(1. 重庆大学 土木工程学院, 重庆 400045;
2. 四川理工学院 土木工程学院, 四川 自贡 643000)

摘要: 首先介绍了近场动力学的基本理论,然后以两个实例分析了高速运动裂纹的扩展及分叉现象.分析了近场动力学参数(邻域半径、相邻节点距)及外部参数(材料的弹性模量、密度、温度改变量)等对裂纹分叉的速度和角度的影响并进行了对比分析,数值结果表明:随着邻域半径的增大,裂纹传播速度逐渐减少而裂纹分叉角度逐渐增加;随着相邻节点间距的增加,裂纹的传播速度逐渐减少而裂纹分叉角度也逐渐减少;裂纹分叉长度偏向于弹性模量小和密度大的材料;裂纹传播速度随着弹性模量差值的增大而增大,随着密度差值的减小而增大,同时随着外界温度改变量的增大而减少.近场动力学能自发地模拟裂纹扩展和分叉,不需要借助任何外部准则,不需要预先设置裂纹扩展路径,因此它具有天然的优势.

关键词: 近场动力学理论; 高速运动裂纹; 扩展和分叉现象; 数值模拟

中图分类号: O317; V214.9 **文献标志码:** A

doi: 10.21656/1000-0887.360310

引 言

对于脆性材料,在高速扩展情况下,裂纹会出现扩展分叉现象,有时甚至会出现多个分叉;裂纹在脆性材料和准脆性材料中高速扩展时的分叉现象,是力学和工程界感兴趣的研究课题之一^[1].研究者提出了很多方法研究裂纹的扩展和分叉问题,传统的有限元方法首先被用来分析裂纹问题^[2],但是由于裂纹尖端应力的奇异性,裂纹扩展和分叉必须通过引入外部断裂准则来判断,而且裂纹的成核问题一直未解决^[3].为了解决上述困难,在传统有限元基础上,提出了扩展有限元理论^[4],它允许裂纹沿着单元内部的任何位置启裂,而不仅仅在单元的边界启裂,同时也能模拟裂纹分叉问题,因此扩展有限元已经成功解决了许多裂纹问题.但是当位移不连续时,扩展有限元仍然需要引入外部准则和分叉准则,而且当涉及到多裂纹相互作用及其分叉时它具有一定的局限性,同时扩展有限元在解决三维裂纹问题时遇到了一系列困难.为了

* 收稿日期: 2015-11-05; 修订日期: 2015-12-14

基金项目: 国家重点基础研究发展计划(973计划)(2014CB046903);国家自然科学基金(51325903; 51279218);重庆市自然科学基金(院士专项)(cstc2013jcyjys30002);教育部博士点专项基金(20130191110037);四川省科技厅资助项目(2016GFW0137)

作者简介: 谷新保(1980—),男,博士(E-mail: 15823405952@163.com);

周小平(1970—),男,教授,博士生导师(通讯作者. E-mail: zhouxiaopinga@sina.com).

解决三维裂纹和多裂纹相互作用及其分叉问题,研究者提出了无网格法^[5],例如光滑粒子流体动力学,它能模拟裂纹扩展和分叉问题,但是其遇到了拉伸不稳定性问题^[6];分子动力学也被应用于模拟裂纹问题,但是它存在计算时间长,计算效率低下的问题^[7].为了克服以上缺点,近场动力学理论(peridynamics)被引入模拟裂纹扩展和分叉问题,它是基于非局部思想建立的数值计算方法,不需要对位移微分,而通过求解空间积分方程来描述物质点力的一种数值方法^[8],因此它既适用于连续性问题,也适用于不连续问题^[9],同时不需要借助外部准则,突破了传统数值方法在模拟裂纹时存在的裂纹尖端奇异性问题;其兼有无网格法和分子动力学的优点,但又避免了分子动力学方法计算尺度上的局限,在模拟高速运动裂纹时能自发地产生扩展和分叉现象,而且裂纹扩展速度和裂纹扩展角度能被正确地模拟,特别是对脆性材料更为有效^[10].因此该方法在模拟裂纹扩展和分叉问题时具有很大的优势.

本文的组织如下:首先介绍了近场动力学基本理论,然后利用近场动力学理论分析了高速运动裂纹的扩展和分叉现象,并分析了外部参数和近场动力学参数对裂纹分叉速度和角度的影响,最后得出结论.

1 基本理论

近场动力学是2000年由美国Sandia国家实验室的Silling等^[11-12]提出的,其基本方程为

$$\rho(\mathbf{x})\ddot{\mathbf{u}}(\mathbf{x},t) = \int_H (t_{(k)(j)}(\mathbf{u}_{(j)} - \mathbf{u}_{(k)}, \mathbf{x}_{(j)} - \mathbf{x}_{(k)}, t) - t_{(j)(k)}(\mathbf{u}_{(k)} - \mathbf{u}_{(j)}, \mathbf{x}_{(k)} - \mathbf{x}_{(j)}, t)) dH + \mathbf{b}(\mathbf{x}, t), \quad (1)$$

式中, ρ 为物质点的密度, H 是 \mathbf{x} 的邻域, \mathbf{u} 是物质点位移矢量, $t_{(k)(j)}(\mathbf{u}_{(j)} - \mathbf{u}_{(k)}, \mathbf{x}_{(j)} - \mathbf{x}_{(k)}, t)$ 和 $t_{(j)(k)}(\mathbf{u}_{(k)} - \mathbf{u}_{(j)}, \mathbf{x}_{(k)} - \mathbf{x}_{(j)}, t)$ 分别是物质点位置 $\mathbf{x}_{(k)}$ 和 $\mathbf{x}_{(j)}$ 的力密度矢量状态场, $\mathbf{b}(\mathbf{x}, t)$ 是被施加的外力体密度.对于一个以键为基础的各向同性物质,必须满足以下公式:

$$\begin{aligned} t_{(k)(j)}(\mathbf{u}_{(j)} - \mathbf{u}_{(k)}, \mathbf{x}_{(j)} - \mathbf{x}_{(k)}, t) &= \\ \frac{1}{2}f(\mathbf{u}_{(j)} - \mathbf{u}_{(k)}, \mathbf{x}_{(j)} - \mathbf{x}_{(k)}, t) &= \frac{1}{2}\boldsymbol{\mu}(\mathbf{x}_{(j)} - \mathbf{x}_{(k)}, t)c_{(k)}(s_{(k)(j)} - \alpha\Delta T), \quad (2) \\ t_{(j)(k)}(\mathbf{u}_{(k)} - \mathbf{u}_{(j)}, \mathbf{x}_{(k)} - \mathbf{x}_{(j)}, t) &= \frac{1}{2}f(\mathbf{u}_{(k)} - \mathbf{u}_{(j)}, \mathbf{x}_{(k)} - \mathbf{x}_{(j)}, t) = \\ -\frac{1}{2}\boldsymbol{\mu}(\mathbf{x}_{(k)} - \mathbf{x}_{(j)}, t)c_{(j)}(s_{(j)(k)} - \alpha\Delta T), \quad (3) \end{aligned}$$

式中, $f(\mathbf{u}_{(j)} - \mathbf{u}_{(k)}, \mathbf{x}_{(j)} - \mathbf{x}_{(k)}, t)$ 和 $f(\mathbf{u}_{(k)} - \mathbf{u}_{(j)}, \mathbf{x}_{(k)} - \mathbf{x}_{(j)}, t)$ 分别是物质点 $\mathbf{x}_{(k)}$ 和 $\mathbf{x}_{(j)}$ 的对点力函数, α 是温度膨胀系数, ΔT 是温度变化量, $s_{(k)(j)}$ 和 $s_{(j)(k)}$ 为物质点 $\mathbf{x}_{(k)}$ 和 $\mathbf{x}_{(j)}$ 的伸长率,其表达式为

$$s_{(k)(j)} = s_{(j)(k)} = \frac{|\mathbf{x}_{(j)} + \mathbf{u}_{(j)} - \mathbf{x}_{(k)} - \mathbf{u}_{(k)}| - |\mathbf{x}_{(j)} - \mathbf{x}_{(k)}|}{|\mathbf{x}_{(j)} - \mathbf{x}_{(k)}|}. \quad (4)$$

$\boldsymbol{\mu}(\mathbf{x}_{(j)} - \mathbf{x}_{(k)}, t)$ 和 $\boldsymbol{\mu}(\mathbf{x}_{(k)} - \mathbf{x}_{(j)}, t)$ 分别为物质点 $\mathbf{x}_{(k)}$ 和 $\mathbf{x}_{(j)}$ 的物质破坏程度系数,其表达式为

$$\boldsymbol{\mu}(\mathbf{x}_{(j)} - \mathbf{x}_{(k)}, t) = \boldsymbol{\mu}(\mathbf{x}_{(k)} - \mathbf{x}_{(j)}, t) = \begin{cases} 1, & s(t, \mathbf{x}_{(j)} - \mathbf{x}_{(k)}) < s_0, \\ 0, & \text{other,} \end{cases} \quad (5)$$

式中, s_0 是材料破坏时的临界伸长率,其表达式为

$$s_0 = \sqrt{\frac{5G_0}{9K\delta}}, \quad (6)$$

式中, δ 为邻域半径, G_0 为每单位破裂面上键全部断裂所需要的能量, K 为体积模量.

式(2)和式(3)中的 $c_{(k)}$ 和 $c_{(j)}$ 分别为物质点 $x_{(k)}$ 和 $x_{(j)}$ 的刚度系数, 其表达式分别为

$$c_{(k)} = \frac{9E_{(k)}}{\pi\delta^4}, \tag{7}$$

$$c_{(j)} = \frac{9E_{(j)}}{\pi\delta^4}, \tag{8}$$

式中, $E_{(k)}$ 和 $E_{(j)}$ 分别为物质点 $x_{(k)}$ 和 $x_{(j)}$ 的弹性模量.

为了模拟破裂, 对各物质点引入了局部损伤值的概念^[13-15], 局部损伤值定义为

$$\varphi(x_{(k)}, t) = 1 - \frac{\int_H \mu(x_{(k)}, t, \varepsilon) dV_\varepsilon}{\int_H dV_\varepsilon}, \tag{9}$$

式中, $\varphi(x_{(k)}, t)$ 为任意点 $x_{(k)}$ 局部损伤值, 它的取值范围为 $0 \leq \varphi(x_{(k)}, t) \leq 1$, 0 代表该点无键断裂, 1 代表该点的键全部断裂.

对于含两种不同弹性模量的物体, 式(7)和式(8)分别代入式(2)和式(3), 再把式(2)和式(3)代入式(1)可得最终的基本方程为

$$\rho(x)\ddot{\mathbf{u}}(x, t) = \int_H \left(\frac{1}{2} \mu(x_{(k)} - x_{(j)}, t) \left(\frac{9E_{(k)}}{\pi\delta^4} + \frac{9E_{(j)}}{\pi\delta^4} \right) (s_{(j)(k)} - \alpha\Delta T) \right) dH + \mathbf{b}(x, t). \tag{10}$$

为了定量分析近场动力学参数及外部参数对裂纹扩展速度的影响, 采用下式来计算裂纹扩展速度^[14]:

$$\nu_l = \frac{\|x_l - x_{l-1}\|}{t_l - t_{l-1}}, \tag{11}$$

式中, x_l 和 x_{l-1} 分别为在目前时刻 t_l 和上一时刻 t_{l-1} 时裂纹尖端的位置, $l = 1, 2, 3, \dots$; ν_l 为裂纹在时刻 t_l 和 t_{l-1} 这段时间的裂纹平均扩展速度.

2 数值建模

将物体离散成带有体积和质量的节点, 然后由节点组成网格, 因此式(1)可离散成下列形式:

$$\rho\ddot{u}_i^n = \sum_p f(u_p^n - u_i^n, x_p - x_i) V_p + b^n, \tag{12}$$

式中, 上标 n 为时间步, 下标为节点号, 故 u_i^n 代表第 n 时间步节点 x_i 的位移, V_p 为 p 节点的体积, f 的表达式如下:

$$f = \begin{cases} \frac{\varepsilon + \eta}{|\varepsilon + \eta|} f, & |\varepsilon + \eta| \neq 0, \\ 0, & \text{other,} \end{cases} \tag{13}$$

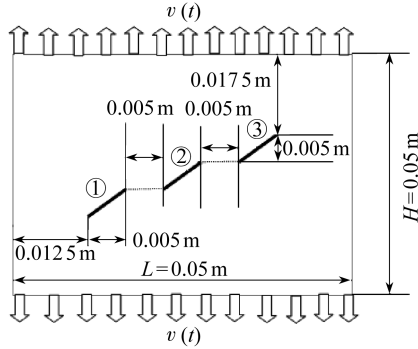
加速度 \ddot{u}_i^n 可以表示为

$$\ddot{u}_i^n = \frac{u_i^{n+1} - 2u_i^n + u_i^{n-1}}{\Delta t^2}. \tag{14}$$

3 实例与分析

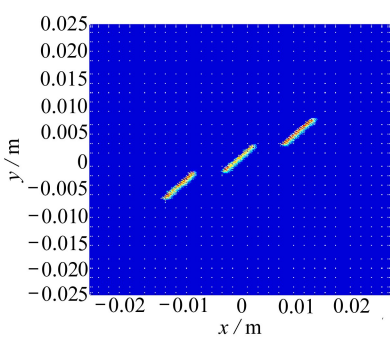
3.1 平行裂纹的扩展和连接过程的数值模拟

有一正方形物体,其边长为 $0.05\text{ m} \times 0.05\text{ m}$.将该物体划分为 $200 \times 200 = 40\ 000$ 个离散的物质点,相邻两点之间的间距为 $\Delta x = 2.5 \times 10^{-4}\text{ m}$,计算参数为: $\delta = 3\Delta x$, $dt = 1.3367 \times 10^{-8}\text{ s}$, $s_0 = 0.04472$,弹性模量 $E = 192 \times 10^9\text{ N/m}^2$,密度 $\rho = 8\ 000\text{ kg/m}^3$,Poisson(泊松)比 $\nu = 1/3$, $v = 40\text{ m/s}$,整个系统温度恒定为 100 K .

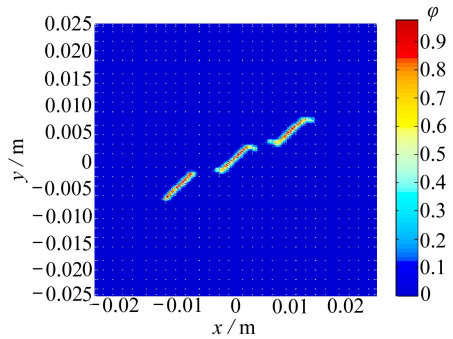


(a) 几何结构

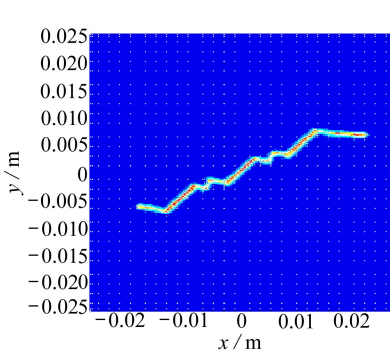
(a) The geometric configuration



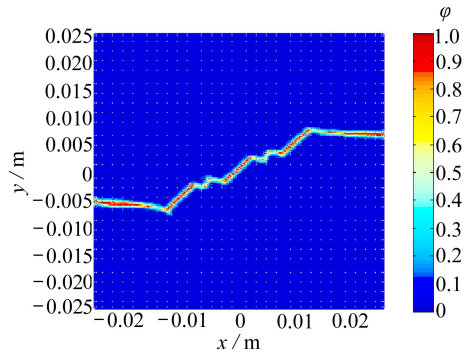
(b) $n = 1$



(c) $n = 1\ 000$



(d) $n = 1\ 500$

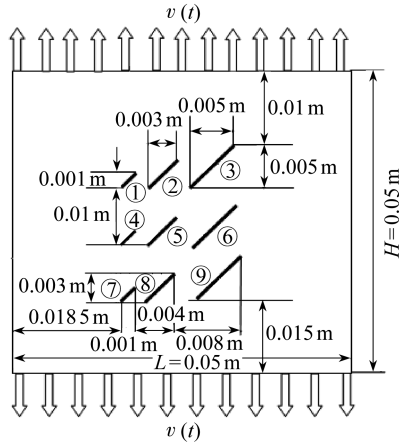


(e) $n = 2\ 500$

图 1 3 条等长、等间距平行裂纹扩展和连接的数值模拟

Fig. 1 The numerical simulation of propagation and coalescence of 3 parallel cracks with equal lengths and equal spacings

如图 1(a)所示,正方形结构体中部含 3 条相互平行的等长、等间距裂纹,其中裂纹间距为 5×10^{-3} m,裂纹长度为 3.535×10^{-3} m,裂纹的倾角为 45° 。如图 2(a)所示,正方形物体含 9 条不等长、间距不等的平行裂纹,其具体破裂过程如图 2 所示。



(a) 几何结构

(a) The geometric configuration

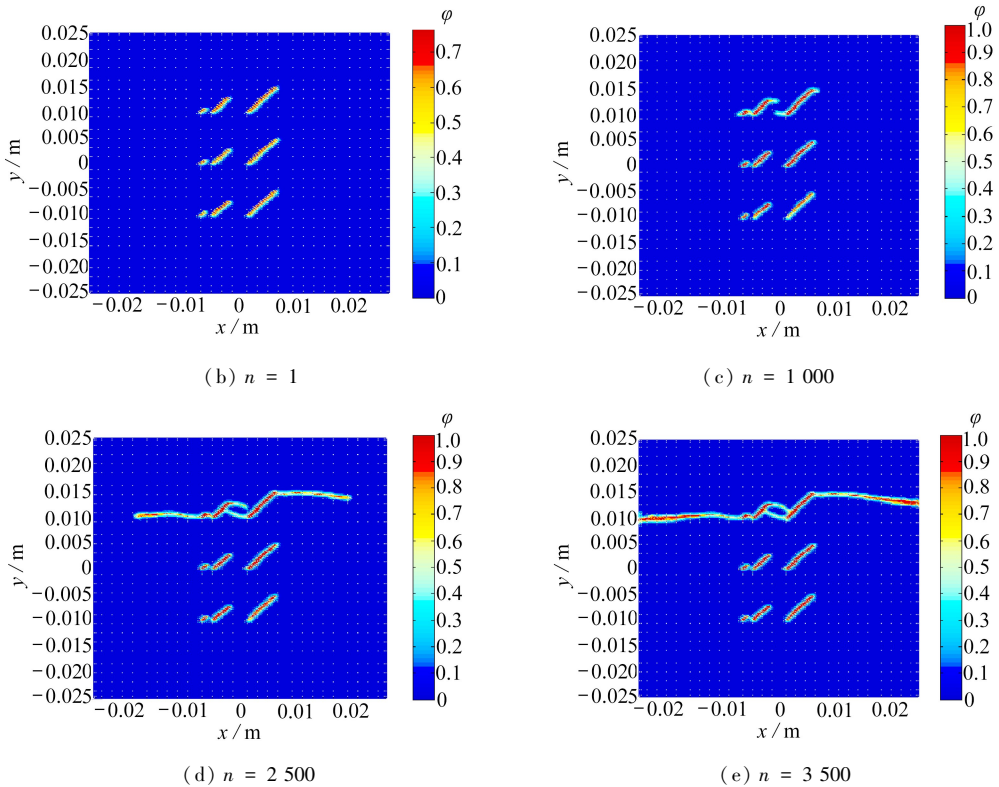


图 2 9 条不等长、不等间距的平行裂纹的扩展和连接

Fig. 2 The numerical simulation of propagation and coalescence of 9 parallel cracks with unequal lengths and unequal spacings

图 1(b)~(e)为 3 条平行裂纹在单轴拉伸条件下的扩展、连接过程,分别对应于第 1,第 1 000,第 1 500,第 2 500 时间步裂纹的扩展.在第 1 000 步时,裂纹出现成核现象,并且成核范

围不断扩大;在第 1 500 步时,裂纹部分贯通;在第 2 500 步时,裂纹完全贯通.图 2(b)~(e) 为 9 条不等长、间距不相等的平行裂纹在单轴拉伸条件下的扩展、分叉和连接过程.在第 1 500 步时,第一排右边的长裂纹首先扩展,而左边的短裂纹没有扩展,其主要原因是长裂纹尖端的应力强度因子大于短裂纹的应力强度因子;在 2 500 步时,第一排裂纹继续扩展;在 3 500 步时,第一排裂纹完全贯通,而第二、三排裂纹未发生启裂和扩展,主要原因是由于裂隙之间的相互作用导致应力屏蔽和放大效应,这又导致了裂纹的扩展模式的不同.以上两个实例充分体现了近场动力学模拟裂纹时不需要借助任何外在的强度准则,裂纹能自动产生,因此相对于其他数值方法有很大的优势.

3.2 裂纹分叉过程的数值模拟

如图 3 所示,有一正方形物体,其边长为 $0.04\text{ m} \times 0.04\text{ m}$.将该物体划分为 $200 \times 200 = 40\ 000$ 个离散的物质点,相邻两点之间的间距为 $\Delta x = 2 \times 10^{-4}\text{ m}$,计算参数为: $\delta = 3\Delta x$, $dt = 1.33 \times 10^{-8}\text{ s}$, $s_0 = 0.044\ 72$, Poisson 比 $\nu = 1/3$,整个系统温度恒定为 100 K , $\alpha = 2.3 \times 10^{-5}$.以该正方形物体的中点为坐标原点,左半边和右半边材料不一样,即弹性模量和密度不一样,在其正下方有一条裂纹位于两种不同材料的界面,左右两边承受相同拉伸速度,其值为 50 m/s .

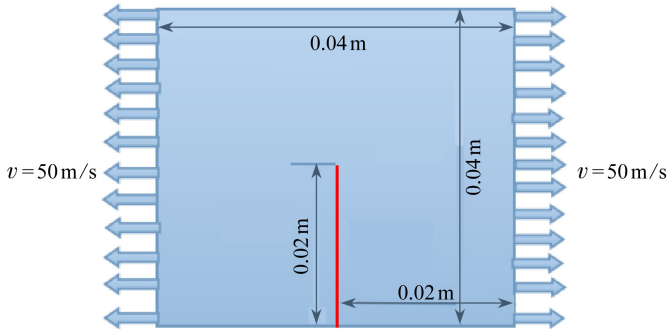


图 3 模型 ($v = 50\text{ m/s}$)

Fig. 3 The model ($v = 50\text{ m/s}$)

3.2.1 邻域半径 δ 对裂纹分叉的影响

为了研究邻域半径 δ 对裂纹分叉的影响,取模型的弹性模量为 $1.5 \times 10^8\text{ N/m}^2$,模型的密度 $\rho = 8\ 000\text{ kg/m}^3$, ΔT 为 $0\text{ }^\circ\text{C}$,图 4(a)、(b)、(c) 分别为 δ 等于 $2\Delta x$, $3\Delta x$, $4\Delta x$ 时邻域半径对裂纹分叉的影响.

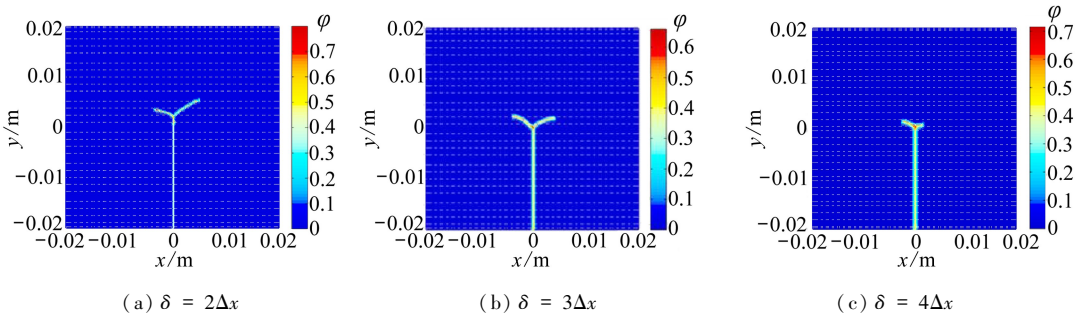


图 4 邻域半径 δ 对裂纹分叉的影响

Fig. 4 The influence of neighbourhood radius δ on the crack branching

从图 4 可以看出,当其他参数相同时,邻域半径 δ 越大,裂纹越粗.当 $\delta = 2\Delta x$ 时,裂纹的右侧扩展长度大于左侧,即裂纹分叉偏向于右边;当 $\delta = 3\Delta x$ 时,裂纹的扩展趋于对称;当 $\delta = 4\Delta x$ 时,裂纹右侧扩展长度小于左侧,即裂纹分叉偏向于左边.同时,从图 4 可以看出,随着邻域半径的增大,裂纹分叉角度逐渐增大.因此,选择恰当的邻域半径值对裂纹扩展速度以及裂纹分叉角有较大的影响.从图 4(b) 和文献[16]可知,当 $\delta = 3\Delta x$ 时,近场动力学计算结果的收敛性较好.因此,一般情况下,选择 $\delta = 3\Delta x$.

3.2.2 相邻节点距 Δx 对裂纹分叉的影响

当弹性模量取 $1.5 \times 10^8 \text{ N/m}^2$,模型密度 $\rho = 8000 \text{ kg/m}^3$ 时, $\delta = 3\Delta x$, 图 5(a)、(b)、(c) 分别为 Δx 取 1×10^{-4} , 2×10^{-4} , $4 \times 10^{-4} \text{ m}$ 时相邻节点间距对裂纹分叉的影响.

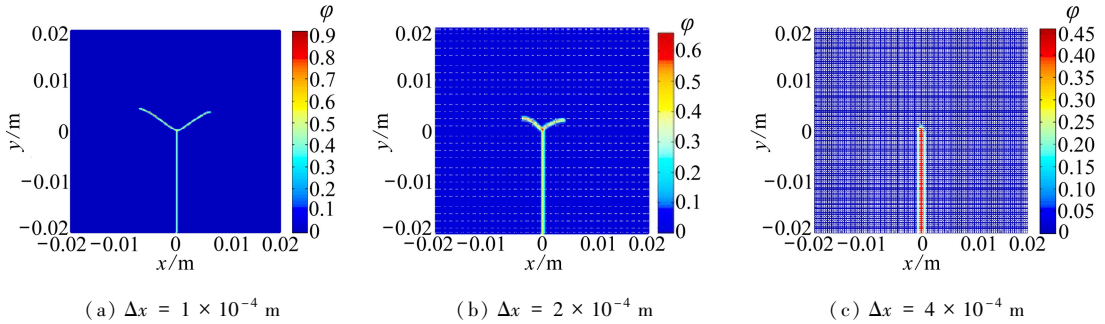


图 5 相邻节点距 Δx 对裂纹分叉的影响

Fig. 5 The influence of grid spacing Δx on the crack branching

从图 5 可以看出,当其他参数相同时, Δx 越大,裂纹越粗,裂纹分叉基本成左右对称.从图 5 可知, Δx 越大,裂纹分叉长度逐渐减少,甚至在 $\Delta x = 4 \times 10^{-4} \text{ m}$ 时裂纹竟然没有出现分叉现象; Δx 越大,裂纹分叉的角度也减小.因此,当 Δx 越小,其精度就会越高,但是计算时间也较长,计算效率降低.由此可见,正确选择 Δx 的大小对于裂纹的分叉速度和分叉角度有较大的影响.

3.2.3 不同弹性模量对分叉的影响

当模型密度为 $\rho = 8000 \text{ kg/m}^3$,左侧模型的弹性模量取 $1.5 \times 10^8 \text{ N/m}^2$,右侧模型的弹性模量分别取 1.5×10^8 , 1.6×10^8 , $2.0 \times 10^8 \text{ N/m}^2$,当运行 1 250 步时,裂纹分叉如图 6(a)、(b)、(c) 所示.

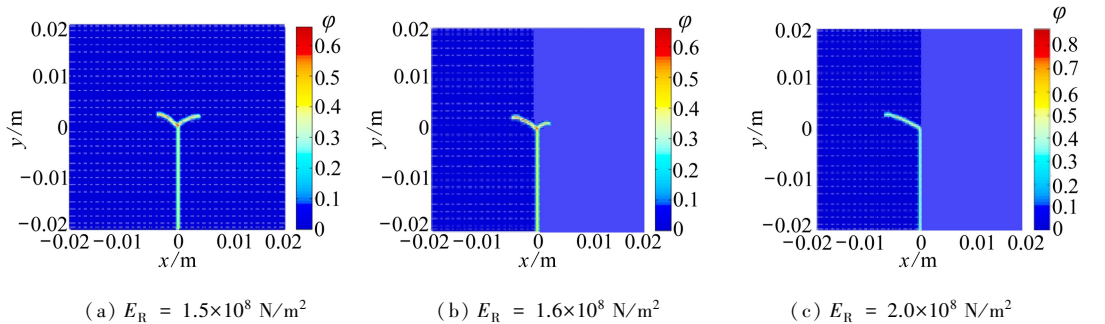


图 6 弹性模量对裂纹分叉的影响

Fig. 6 The influence of elastic modulus E_R on the crack branching

从图 6 可以看出,当其他参数一定时,裂纹分叉方向偏向于弹性模量小的一侧,当左、右两侧弹性模量差值越大,模型两侧的扩展长度差也越大.同时弹性模量小的一侧扩展长度大于弹

性模量大的一侧的扩展长度.当两侧弹性模量相差 $5.0 \times 10^7 \text{ N/m}^2$ 时,没有分叉现象,这一现象在图 6(c)中得到明显体现.从图 6 可以看出,裂纹传播速度随着弹性模量差值的增大而增大.但是从图 6 可以看出,弹性模量对裂纹分叉角度的影响不大,且裂纹的分叉角都是钝角.可见,对于界面裂纹,两侧弹性模量的差值对裂纹的扩展速度和扩展长度有较大的影响,但是对裂纹扩展角度影响不大.

3.2.4 不同密度对分叉的影响

当弹性模量取 $1.5 \times 10^8 \text{ N/m}^2$, 左侧模型的密度 $\rho = 8000 \text{ kg/m}^3$, 右侧模型的密度分别取 7000, 7500, 8000 kg/m^3 , 当运行 1250 步时,裂纹分叉如图 7(a)、(b)、(c)所示.

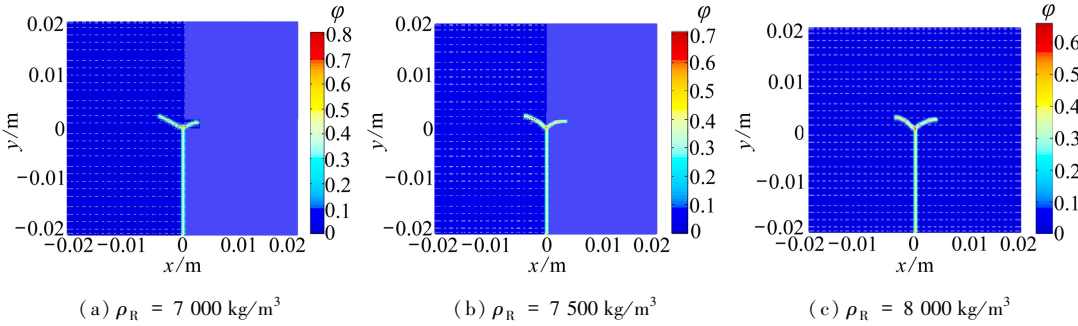


图 7 密度对裂纹分叉的影响

Fig. 7 The influence of density ρ_R on the crack branching

从图 7 可以看出,当其他参数一定时,裂纹分叉方向往往偏向于密度较大的一边,当左右侧模型的密度差较大时,模型两侧的扩展长度的差值也越大.同时,密度大的一侧裂纹扩展长度大于密度小的一侧裂纹扩展长度.从图 7 可以看出,裂纹传播速度随着密度差值的减小而增大.但是,从图 7 可以看出,密度差对裂纹分叉角度的影响不大,且裂纹的分叉角都是钝角.由此可见,对于界面裂纹,密度差对裂纹的扩展速度和扩展方向有较大的影响,但是对裂纹扩展角度影响不大.

3.2.5 外界温度的变化对分叉的影响

当弹性模量取 $1.5 \times 10^8 \text{ N/m}^2$, 模型密度 $\rho = 8000 \text{ kg/m}^3$, 图 8 为温度差 $\Delta T = T_L - T_R$ 分别取 $-50, 0, 50 \text{ }^\circ\text{C}$ 时裂纹分叉图.

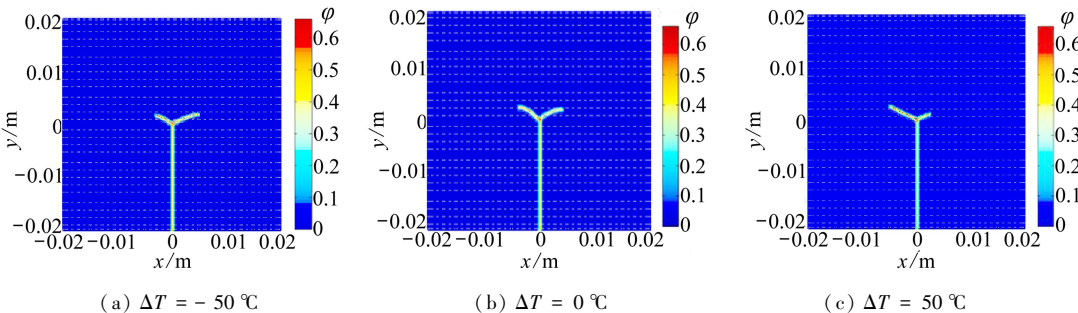


图 8 温度改变量对裂纹分叉的影响

Fig. 8 The influence of temperature difference ΔT on the crack branching

从图 8 可以看出,当其他参数一定时,裂纹分叉在 ΔT 为负时右边的分叉长度大于左边,即分叉往往偏向于右半边;当 ΔT 为 $0 \text{ }^\circ\text{C}$ 时,分叉基本成对称状态;当 ΔT 为正时,左边的分叉长

度大于右边,即分叉偏向于左半边.由图 8 可以看出,裂纹传播速度随着温度改变量的增大而减少.同时,由图 8 可知,温度改变量对裂纹分叉的角度影响不大,且裂纹的分叉角一般为钝角.

4 结 论

通过以上分析可知,材料的属性和外在条件以及近场动力学参数的选择都会对裂纹扩展速度及分叉角度产生影响,具体结论如下:

1) 近场动力学能自发地模拟裂纹扩展和分叉现象,不需要借助任何外部准则,不需要预先设置裂纹扩展路径,因此它具有天然的优势.

2) 当其他参数一定时,邻域半径 δ 和相邻节点距 Δx 对裂纹分叉有较大的影响:当邻域半径 δ 增大时,裂纹逐渐变粗,裂纹扩展速度逐渐减小,裂纹分叉角度逐渐增大;当 Δx 逐渐增大时,裂纹分叉基本成左右对称;裂纹的扩展速度随着 Δx 的增大逐渐减小,同时裂纹分叉角度也逐渐减小.

3) 对不同材料界面上的高速运动裂纹,当其他参数一定时,裂纹分叉方向往往偏向于弹性模量小的一侧,弹性模量小的一侧裂纹扩展长度大于弹性模量大的一侧;当其他参数一定时,裂纹分叉方向往往偏向于密度较大的一边,裂纹扩展速度随着两侧密度差值的逐渐减小而增大;当其他参数一定时,裂纹分叉速度随着两侧温度差的增大而逐渐增大;同时,弹性模量、密度和外界温度的改变量均对裂纹分叉角影响不大,且分叉角均为钝角.

致谢 作者衷心感谢四川理工学院 2016 年第一批人才引进项目(2016RCL19)对本文的资助.

参考文献(References):

- [1] 蒋持平, 邹振祝, 王铎. 高速运动裂纹的分叉角问题[J]. 固体力学学报, 1991, 12(3): 269-273. (JIANG Chi-ping, ZOU Zhen-zhu, WANG Duo. Bifurcation angles of a crack propagating at a high speed[J]. *Acta Mechanica Solida Sinica*, 1991, 12(3): 269-273.(in Chinese))
- [2] Moes N, Dolbow J, Belytschko T. A finite element method for crack growth without remeshing[J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 1999, 46(1): 131-150.
- [3] 高大鹏, 刘天宇, 王天娇, 袁贺, 王东, 李勇, 刘英波. 非常规井数值模拟技术研究进展与发展趋势[J]. 应用数学和力学, 2015, 36(12): 1238-1256. (GAO Da-peng, LIU Tian-yu, WANG Tian-jiao, YUAN He, WANG Dong, LI Yong, LIU Ying-bo. Research progress and development trend of numerical simulation technology for unconventional wells[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2015, 36(12): 1238-1256. (in Chinese))
- [4] Wagner G J, Moës N, Liu W K, Belytschko T. The extended finite element method for rigid particles in Stokes flow[J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2001, 51(3): 293-313.
- [5] Belytschko T, Krongauz Y, Organ D, Fleming M, Krysl P. Meshless methods: an overview and recent developments[J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 1996, 139(1/4): 3-47.
- [6] Libersky L D, Petsehek A G. Smooth particle hydrodynamics with strength of materials[C]// Trease H E, Fritts M F, Crowley W P, ed. *Advances in the Free-Lagrange Method Including Contributions on Adaptive Gridding and the Smooth Particle Hydrodynamics Method*, Meth-

- od Lecture Notes in Physics*, 1990, **395**: 248-257.
- [7] Izumi S, Katake S. Molecular dynamics study of solid deformation[J]. *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers A*, 1993, **59**(557): 263-267.
- [8] Silling S A, Bobaru F. Peridynamic modeling of membranes and fibers[J]. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 2005, **40**(2/3): 395-409.
- [9] Silling S A. Dynamic fracture modeling with a meshfree peridynamic code[C]//Bathe K J, ed. *Computational Fluid and Solid Mechanics 2003*. Amsterdam: Elsevier, 2003: 641-644.
- [10] 黄丹, 章青, 乔丕忠, 沈峰. 近场动力学方法及其应用[J]. *力学进展*, 2010, **4**(2): 448-459. (HUANG Dan, ZHANG Qing, QIAO Pei-zhong, SHEN Feng. A review on peridynamics (PD) method and its applications[J]. *Advances Mechanics*, 2010, **4**(2): 448-459.(in Chinese))
- [11] Silling S A. Reformulation of elasticity theory for discontinuities and long-range forces[J]. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 2000, **48**(1): 175-209.
- [12] Silling S A, Askari E. Peridynamic modeling of impact damage[C]//Moody F J, ed. *ASME/JSME 2004 Pressure Vessels and Piping Conference*. New York: American Society of Mechanical Engineers, 2004: 197-205.
- [13] Gerstle W, Sau N, Silling S. Peridynamic modeling of concrete structures[J]. *Nuclear Engineering and Design*, 2007, **237**(12/13): 1250-1258.
- [14] Ha Y D, Bobaru F. Characteristics of dynamic brittle fracture captured with peridynamics[J]. *Engineering Fracture Mechanics*, 2011, **78**(6): 1156-1168.
- [15] Hu W, Ha Y D, Bobaru F. Peridynamic model for dynamic fracture in unidirectional fiber-reinforced composites[J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2012, **217/220**: 247-261.
- [16] Belytschko T, CHEN Hao, XU Jing-xiao, Zi G. Dynamic crack propagation based on loss of hyperbolicity and a new discontinuous enrichment[J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2003, **58**(12): 1873-1905.

Numerical Simulation of High-Speed Crack Propagating and Branching Phenomena Based on Peridynamics

GU Xin-bao^{1,2}, ZHOU Xiao-ping¹, XU Xiao¹

(1. School of Civil Engineering, Chongqing University, Chongqing 400045, P.R.China;

2. School of Civil Engineering, Sichuan University of Science & Engineering, Zigong, Sichuan 643000, P.R.China)

Abstract: The peridynamic theory was first introduced, then 2 examples of high-speed crack propagating and branching phenomena were given and investigated. The effects of peridynamic parameters including the neighbourhood radius and the grid spacing, and such external parameters as the material elastic modulus, the material density and the temperature difference, on the crack propagating velocity and the crack branching angle were analyzed. It is found from the numerical results that the crack propagating velocity decreases and the crack branching angle increases with the neighbourhood radius; both the crack propagating velocity and the crack branching angle decrease with the grid spacing; the crack branching length in the material of a smaller elastic modulus and a larger density is longer; the crack propagating velocity increases with the elastic modulus difference; the crack propagating velocity increases as the materials' density difference decreases, and decreases with the temperature difference. Moreover, the crack propagating and branching process can be simulated with the peridynamic method spontaneously, without any outer criterion and preset crack propagating paths. Therefore, peridynamics has natural advantages in the simulation of high-speed crack propagating and branching phenomena.

Key words: peridynamic theory; high-speed propagating crack; propagating and branching phenomenon; numerical simulation

Foundation item: The National Basic Research Program of China (973 Program) (2014CB046903); The National Natural Science Foundation of China (51325903;51279218)

引用本文/Cite this paper:

谷新保, 周小平, 徐潇. 高速运动裂纹扩展和分叉现象的近场动力学数值模拟[J]. 应用数学和力学, 2016, 37(7): 729-739.

GU Xin-bao, ZHOU Xiao-ping, XU Xiao. Numerical simulation of high-speed crack propagating and branching phenomena based on peridynamics[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2016, 37(7): 729-739.