

# Volterra 核函数法在轴承滚珠磨损中的特征提取及应用\*

王海涛, 张 霄, 史丽晨, 王 琨

(西安建筑科技大学 机电工程学院, 西安 710055)

**摘要:** 针对滚动轴承滚珠磨损故障特征难以提取的问题,提出一种基于多脉冲激励法下的 Volterra 级数核的求解算法,该方法是一种非线性系统模型的“交叉”诊断法,利用轴承系统输入输出的采样信号,建立 Volterra 非线性辨识系统模型,并运用多脉冲激励 Volterra 低阶核求解算法,将得到的低阶核通过时域和频域进行对比来判断轴承当前所处的运行状态.该文以无心车床主轴轴承为例进行实验验证,并与传统的小波分析法对比得出:多脉冲激励法能够方便准确地提取轴承的故障特征,该方法对此类故障的诊断具有一定的借鉴意义.

**关键词:** 多脉冲激励法; 轴承滚珠磨损; 低阶核求解算法; 故障特征

**中图分类号:** TH17      **文献标志码:** A      **doi:** 10.21656/1000-0887.370243

## 引 言

滚动轴承是机械设备状态监测与故障诊断工作的重点,它在机械故障中占有相当大比例,查阅相关资料可知,机械中的故障约有 30%是因滚动轴承引起的.滚动轴承在运转过程中会因为各类原因而损坏,如装配不当、润滑不良、疲劳剥落、磨损和过载等都会导致轴承过早的损坏,进而影响工作效率,所以对轴承故障的诊断在实际生产中具有非常重要的意义.滚动轴承故障诊断的目的是保证轴承在一定的工作环境和期间内能够可靠有效地运行,以确保整个机器的工作精度.而轴承故障的诊断方法,就是对轴承工作状态的信号进行分析和处理以判断轴承的运行状态,从另一方面理解,轴承故障诊断就是对轴承状态的识别.

目前对滚动轴承进行故障诊断的方法分很多种,主要有小波变换法<sup>[1-3]</sup>、峰值因子分析法、冲击脉冲法<sup>[4]</sup>、EMD 分解法<sup>[5]</sup>等,而以上检测方法大多数是利用测得滚动轴承的输出信号进行实验分析,但是有些系统在输入时信号就已经发生了改变,从而导致输出信号发生了变化,而整个系统的传递函数却完全没有改变,可见在这种情况下,若只采用输出信号来判断系统中的轴承是否发生故障就可能出现辨识错误.分析发现,导致错误的根本原因是单纯的分析某个轴承系统输出信号,再通过信号处理方法得到的“故障特征”无法很好或者不能完整地表达轴承系统本身传递函数,因此不可避免的在正确性、故障机理研究和算法使用范围上受到较多干

\* 收稿日期: 2016-08-05; 修订日期: 2016-08-21

基金项目: 国家自然科学基金青年科学基金(51105292)

作者简介: 王海涛(1983—),男,讲师,博士(E-mail: wangtao0418@163.com);

张霄(1990—),男,硕士生;

史丽晨(1972—),女,教授,博士,博士生导师(通讯作者. E-mail: 1113147350@qq.com).

扰和限制.而以上诊断方法之所以不能够利用系统的输入输出信号进行更精确的故障判断,是因为在进行信号分析处理时没有一个有效的表达函数来对整个系统进行判断,所以寻求新的故障诊断方法去适应微弱信号的检测就尤为重要.

Volterra 级数非线性动态模型<sup>[6-7]</sup>在系统的故障诊断中应用前景广泛,是一种很好的故障诊断方法.它是非线性系统的一种输入输出模型<sup>[8]</sup>,能够准确地描述出非线性系统的传递特性,Volterra 级数可以描述一大类非线性现象.在模型故障诊断中<sup>[9-12]</sup>,当故障特征比较明显时,可利用 Volterra 时域核(GIRF)的变化来判断非线性系统的动态特性,也可以评估非线性系统的健康状况.Volterra 频域核(GFRF)是时域核的 Fourier(傅里叶)变换,又被称作广义频域响应函数,它提供了一种从频域分析非线性系统的方法,当故障特征比较微弱时,可以通过频域核分析系统故障前后响应函数的谱变化来判断系统的故障.可以看出,利用系统的输入和输出数据求解 Volterra 级数核的问题,最关键的是 Volterra 级数核的估计方法,而目前常用的 Volterra 核辨识方法有最小二乘法<sup>[13]</sup>、微分方程法<sup>[14]</sup>、神经网络法<sup>[15]</sup>等,以上的常规计算方法都具有各自的特点和应用范围,同样也具有一定的局限性.

基于多脉冲激励法求解 Volterra 级数核相对于上述求解方法具有许多优点.多脉冲激励求解 Volterra 级数核看似处在数值表述和计算求解上面,事实上多脉冲激励作为系统的输入时,能将有限的能量转移到一个无限小的时间范围中.恰恰是这种系统能量的转移,在求解 Volterra 级数低阶核中得到很好的利用.

### 1 多脉冲激励求解算法

Volterra 级数理论最先是应用数学角度提出的,它可以用一个输入数值的多维卷积分的无限长度代数和来具体表示系统的输出,其具体的定义如下<sup>[16]</sup>:

$$y(t) = h_0(t) + \sum_{k=1}^{\infty} \int_0^{\infty} \cdots \int_0^{\infty} h_k(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_k) \prod_{i=1}^k u(t - \tau_i) d\tau_i, \tag{1}$$

式中,  $h_k(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_k)$  为  $k$  阶 Volterra 级数的核.

从式(1)可知,Volterra 级数核是构成级数的基础元素,也是求解 Volterra 级数展开的关键.

若将式(1)在时域内进行离散化,则可以得到表达式为 Volterra 级数的离散时域函数<sup>[16]</sup>:

$$y(n) = y_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{i_1=0}^{\infty} \sum_{i_2=0}^{\infty} \cdots \sum_{i_k=0}^{\infty} h_k(i_1, i_2, \dots, i_k) \prod_{k=1}^{\infty} u(n - i_k). \tag{2}$$

为使式(2)有可操作性,在对系统进行建模时,可将  $n, i$  取有限值.当不计算直流分量  $y_0$  的影响时,式(2)可以改写为<sup>[16]</sup>

$$y(n) = y_0 + \sum_{n=1}^N \sum_{m_1=0}^{M-1} \sum_{m_2=0}^{M-1} \cdots \sum_{m_k=0}^{M-1} h_0(m_1, m_2, \dots, m_k) \prod_{k=1}^{\infty} u(n - m_k) + e(k), \tag{3}$$

式中,  $N$  为非线性系统的最高阶次,  $M$  为脉冲响应的记忆长度,  $e(k)$  为非线性系统被截断成有限项后产生的截断误差.

现假设存在一个非线性系统可以用式(3)所示的 Volterra 级数表示,则将第一个具有一定增益的单位脉冲作为系统的输入,即  $u_0(t) = a_{\delta} \delta(t)$ , 通过下式可以求解该系统的一阶核:

$$u_0(t) = a_{\delta} \delta(t) \rightarrow y_0(t), \tag{4}$$

$$y_0(t) = a_{\delta} h_1(\tau), \tag{5}$$

式中,  $a_{\delta}$  为脉冲激励幅值.对式(5)平移后得

$$h_1(\tau) = \frac{y_0(t)}{a_{\delta}}. \tag{6}$$

假设 Volterra 级数核  $h_1(\tau_1)$  和  $h_2(\tau_1, \tau_2)$  均存在, 则使用两个脉冲激励作为输入进行求解, 这里使用不同幅度脉冲作为激励来讨论, 得到

$$u_0(t) = a_8 \delta(t) \rightarrow y_0(t), \quad (7)$$

$$y_0(t) = a_8 h_1(\tau_1) + a_8^2 h_2(\tau_1, \tau_2), \quad (8)$$

$$u_1(t) = 2a_8 \delta(t) \rightarrow y_1(t), \quad (9)$$

$$y_1(t) = 2a_8 h_1(\tau_1) + 4a_8^2 h_2(\tau_1, \tau_2). \quad (10)$$

用矩阵表示并将式(7)~(10)改写成

$$\begin{bmatrix} a_8 & a_8^2 \\ 2a_8 & 4a_8^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_1(\tau_1) \\ h_2(\tau_1, \tau_2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_0(t) \\ y_1(t) \end{bmatrix}. \quad (11)$$

则  $h_1(\tau_1)$  可以表示为

$$h_1(\tau_1) = \frac{4y_0(t) - y_1(t)}{2a_8}. \quad (12)$$

同理,  $h_2(\tau_1, \tau_2)$  可以表示为

$$h_2(\tau_1, \tau_2) = \frac{y_1(t) - 2y_0(t)}{2a_8^2}. \quad (13)$$

现假设在 Volterra 级数里同时存在  $h_1(\tau_1)$ ,  $h_2(\tau_1, \tau_2)$  以及  $h_3(\tau_1, \tau_2, \tau_3)$ , 即该级数可以写成

$$y(t) = h_0 + \sum_{n_1=-\infty}^{n_1=\infty} h_1(\tau_1) \cdot x(n - n_1) + \sum_{n_1=-\infty}^{n_1=\infty} \sum_{n_2=-\infty}^{n_2=\infty} h_2(\tau_1, \tau_2) \cdot x(n - n_1)x(n - n_2) + \sum_{n_1=-\infty}^{n_1=\infty} \sum_{n_2=-\infty}^{n_2=\infty} \sum_{n_3=-\infty}^{n_3=\infty} h_3(\tau_1, \tau_2, \tau_3) \cdot x(n - n_1)x(n - n_2)x(n - n_3), \quad (14)$$

式中,  $h_3(\tau_1, \tau_2, \tau_3)$  为非线性系统的第三阶时域核。

使用3个脉冲激励对  $h_1(\tau_1)$ ,  $h_2(\tau_1, \tau_2)$  以及  $h_3(\tau_1, \tau_2, \tau_3)$  作为输入进行求解, 可得出如下矩阵:

$$\begin{bmatrix} a_8 & a_8^2 & a_8^3 \\ 2a_8 & 4a_8^2 & 8a_8^3 \\ 3a_8 & 9a_8^2 & 27a_8^3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_1(\tau_1) \\ h_2(\tau_1, \tau_2) \\ h_3(\tau_1, \tau_2, \tau_3) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_0(t) \\ y_1(t) \\ y_2(t) \end{bmatrix}. \quad (15)$$

通过 Vandermonde(范德蒙)矩阵利用数值方法求解此 Volterra 级数的一阶核, 经过计算  $h_1(\tau_1)$  可以表示为

$$h_1(\tau_1) = \frac{18y_0(t) - 9y_1(t) + 2y_2(t)}{6a_8}. \quad (16)$$

同理可以得到

$$h_2(\tau_1, \tau_2) = \frac{4y_1(t) - 5y_0(t) - y_2(t)}{2a_8^2}, \quad (17)$$

$$h_3(\tau_1, \tau_2, \tau_3) = \frac{3y_0(t) + y_2(t) - 3y_1(t)}{6a_8^3}. \quad (18)$$

观察发现, 对系统输入不同的脉冲激励, 求解出的 Volterra 级数核会因为输入的不同得到不同的结果. 若给系统输入高阶脉冲激励, 即大于三阶的脉冲激励时, 并通过脉冲激励法求解 Volterra 级数高阶核不仅需要大量的计算, 进行无限次的乘法和加法, 而且还要对系数矩阵  $\mathbf{AB}$

的求逆矩阵 $(\mathbf{A}\mathbf{B})^{-1}$ 进行求解,这样就会陷入“维数灾难”.所以,为了避免维数灾难的发生,在此仅输入3个脉冲激励进行求解.

## 2 算例验证

单位脉冲激励的实质是利用单位脉冲的特有性质,将系统内有限的能量在时域内进行压缩、搬移或延拓.在非线形系统建模中使用单位脉冲激励作为非线性系统的输入,从物理上来看就是将系统内有限的能量搬移或投影到一个非常有限且面积非常小的范围内.

假设存在一个线性单自由度的函数如下所示:

$$c_y \frac{dy(t)}{dt} = f(y) + u(t), \tag{19}$$

式中, $f(y)$ 在定义域内始终存在并且唯一.当时间变量 $t = T$ 时,令脉冲激励作为系统的输入函数 $u(t)$ ,即可以将输入函数描述为

$$u(t) = a_\delta \delta(t - T), \tag{20}$$

式中, $a_\delta$ 为脉冲激励幅值.

当系统在 $t = T$ 时刻受到一个幅值为 $a_\delta$ 的激励后,系统会产生一个有限幅值的跳变响应

$$y(T^+) = y(T^-) + \frac{a_\delta}{c_y}, \tag{21}$$

式中, $y(T^+)$ 为系统响应在激励发生时刻 $T$ 之后的响应, $y(T^-)$ 为系统响应在激励发生时刻 $T$ 之前的响应.

对式(21)从 $t = T^-$ 到 $t = T^+$ 进行积分,则可以近似模拟 $t = T$ 时刻系统的响应变化情况,将式(21)变换为式(22)所示,脉冲激励 $u(t) = a_\delta \delta(t - T)$ 将产生一个不连续的系统响应式(23):

$$c_y \frac{dy(t)}{dt} = f(y) + c_u u(t), \tag{22}$$

$$y(T^+) = y(T^-) + \frac{c_u a_\delta}{c_y}. \tag{23}$$

通过式(22)、(23)可根据施加在系统上脉冲激励函数时刻的不同,将输入函数用分段函数表述如下:

$$\begin{cases} a_\delta \left[ \frac{1}{\omega_\delta} - \frac{3(t - t_\delta)^2}{\omega_\delta^3} - \frac{2(t - t_\delta)^3}{\omega_\delta^4} \right], & t_\delta - \omega_\delta < t \leq t_\delta, \\ a_\delta \left[ \frac{1}{\omega_\delta} - \frac{3(t - t_\delta)^2}{\omega_\delta^3} + \frac{2(t - t_\delta)^3}{\omega_\delta^4} \right], & t_\delta < t \leq t_\delta + \omega_\delta, \\ 0, & \text{other.} \end{cases} \tag{24}$$

式(24)可以近似模拟在 $t = t_\delta$ 时刻、宽度为 $2\omega_\delta$ 的系统脉冲输入激励函数 $u(t) = a_\delta \delta(t - T)$ .如果对式(24)进行积分,即 $\int_{-\infty}^{+\infty} u(t) dt = a_\delta$ ,则可发现脉冲激励 $u(t)$ 的最大值出现在 $t = t_\delta$ 处,同时一次导数为0的点发生在边界 $t_\delta \pm \omega_\delta$ 处.

通过上述分析不难发现,当给系统施加单脉冲时,适当地改变一下系统在脉冲激励作用时的系统响应状态就能够接近理想的单位脉冲,如果给系统施加多脉冲激励,则从理论上适当地改变系统的响应状态也能够接近理想的单位脉冲.故基于多脉冲激励求解Volterra级数核的方

法从理论到数值计算是可行的。

### 3 实验论证

从理论上得出多脉冲激励法的可行性, 还需通过实验对此方法进行验证. 使用无心车床对滚动轴承进行实验验证, 无心车床主轴所研究的滚动轴承是由日本的 NTN 公司所生产的 7030C 型, 在无心车床主轴轴承上搭建如图 1 所示的实验平台, 图 2 为动态信号采集系统, 取 HZ-891XL 涡流传感器测得的  $x$  向振动信号, 滚动轴承的转速为 1 797 r/min, 采样频率为 10 000 Hz, 采样点数为 10 240.

该实验的详细方案为: 当空心主轴单元在切削工作状态时, 利用 HZ-891XL 涡流传感器来对主轴单元在径向方向  $x$  的振动信号进行采集, 然后通过放大器与动态信号采集分析仪将采集到的信号进行转换后传输到计算机上, 运用分析处理软件, 例如 MATLAB 对所得的实验数据处理分析. 综上所述, 实验的整个部分包含了激励部分、输出部分、分析记录部分.



图 1 传感器安装图

Fig. 1 The sensor installation



图 2 动态信号采集系统

Fig. 2 The dynamic signal acquisition system

将采集的信号采用基于 Volterra 级数核的多脉冲激励法对正常轴承和滚珠磨损轴承进行判断. 取模型一阶时域核的记忆长度为 8, 核向量长度为 8; 二阶时域核的记忆长度定为 5, 核向量长度为 15; 三阶时域核的记忆长度定为 5, 核向量长度为 35.

使用多脉冲激励法对采集的滚动轴承信号进行分析, 对于本次实验所建立的系统, 假设级数核  $h_1, h_2$  和  $h_3$  均存在, 通过式 (16) 可以求出系统的一阶核  $h_1$ , 用 MATLAB 仿真得出正常轴承和故障轴承一阶核  $h_1$  的时域图区别不大, 故需做出轴承系统的二阶核  $h_2$  进行比较. 通过式 (17) 可以求出系统的二阶核  $h_2$ , 用 MATLAB 仿真画出其二阶时域核如图 3 所示, 观察图中二阶时域核的变化发现, 滚珠磨损故障状态下的二阶时域核在图中显得更加密集.

同理,可以根据式(18)得出系统的三阶时域核表达式  $h_3$ , 使用 MATLAB 仿真画出系统的三阶时域核特性曲线如图 4 所示, 观察发现相对于正常状态下轴承的三阶时域核, 滚珠磨损故障轴承的三阶时域核表现出更明显的区别。

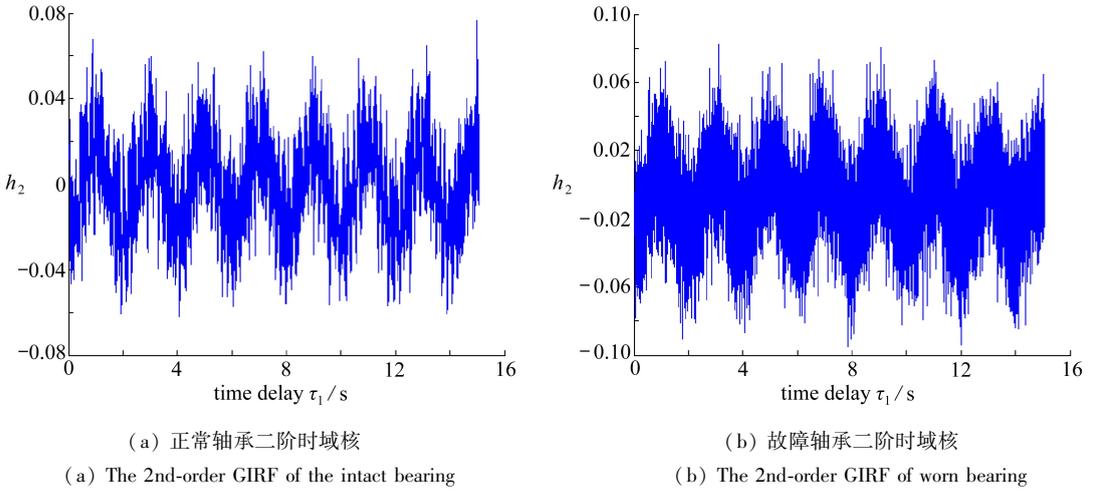


图 3 滚动轴承的二阶时域核分析图

Fig. 3 The 2nd-order GIRFs of the rolling bearing

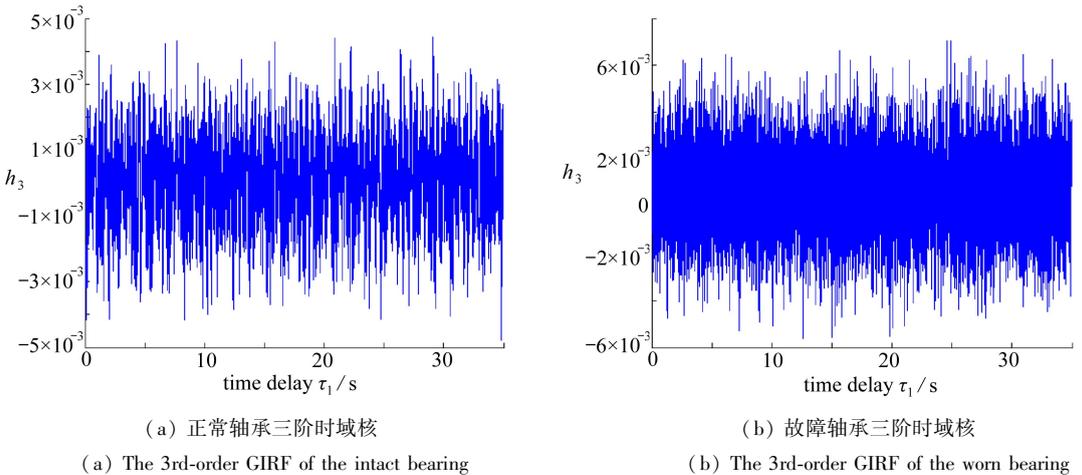


图 4 滚动轴承的三阶核分析图

Fig. 4 The 3rd-order GIRFs of the rolling bearing

经多次实验发现,在时域核中,正常状态下的轴承和滚珠磨损下的轴承一阶核波形非常相似,难以区分.而在图 3 和图 4 中的二阶、三阶时域核曲线图上,正常状态和滚珠磨损的轴承具有非常明显的区别,尤其在三阶核下,故障轴承的尖点值要比正常轴承的大,而且故障轴承的三阶时域核分布更为密实.由此可见,非线性故障在 Volterra 的低阶核上可以得到明显的反映。

做出正常轴承和故障轴承二阶及三阶核的频域响应图如图 5 和图 6 所示,通过观察发现两种状态的轴承频域响应图内频率分布不同.在三阶核频域响应图中,正常和故障轴承的频率分布相对于二阶频率响应图区别会更加明显.将系统的三阶核频域响应图以等高线的形式表示,其结果如图 7 所示,观察发现不同状态轴承的等高图频率分布有所不同,在图形中正常轴承呈现 6 个均匀分布的波峰,而滚珠磨损的轴承在右上和左下处出现两个对称的波峰,中心处也出现许多干扰信号.上述频域图能直观地观察出不同状态轴承的区别,反映出轴承的运行状态。

在基于 Volterra 核的滚动轴承磨损故障诊断中,多脉冲激励法能很好地反映系统的非线性,并且对于不同的系统,此方法能够在一阶 Volterra 时域核难以判定的情况下,从二阶 Volterra 时域核以及三阶 Volterra 时域核上来判断系统的变化,提供更丰富的故障信息.通过对 Volterra 核频域图的变化也能判断出系统的运行状态,体现出脉冲激励法的独特之处.

现采用小波变换的方法对无心车床中的滚珠磨损轴承信号进行对比诊断,首先通过查阅资料选取 db5 小波基对信号进行分解,其目的是将故障信号的局部进行放大从而找到故障频率.考虑到轴承的工作频率和故障频率都比较小,对信号的低频区间进行一定的放大.其次,根据小波变换的工程实例,将信号通过小波变换进行 4 层分解,并通过 Hilbert 包络进行谱分析.

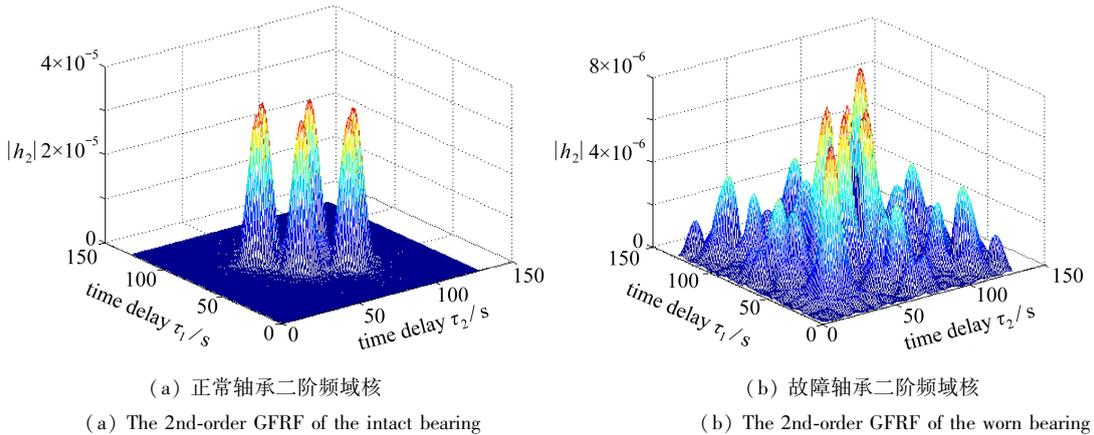


图 5 滚动轴承二阶核频域分析图

Fig. 5 The 2nd-order GFRFs of the rolling bearing

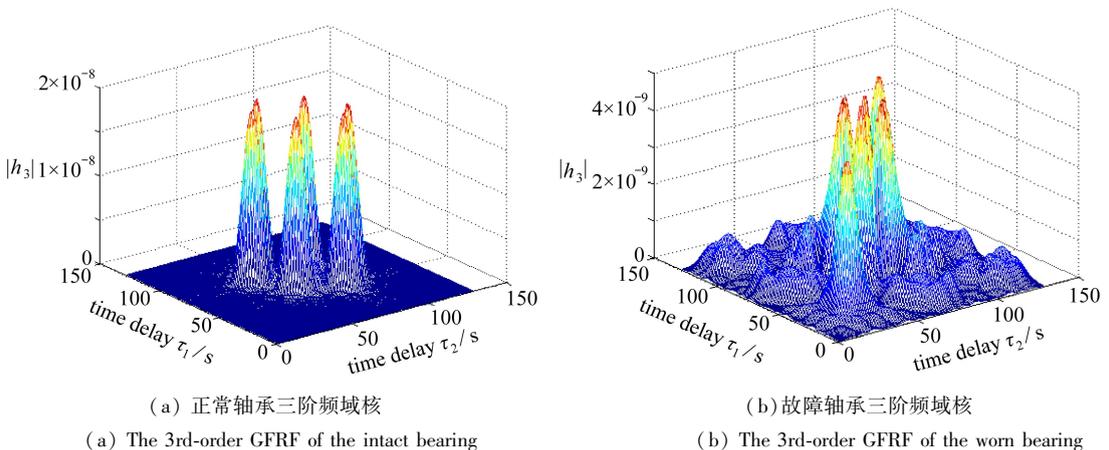
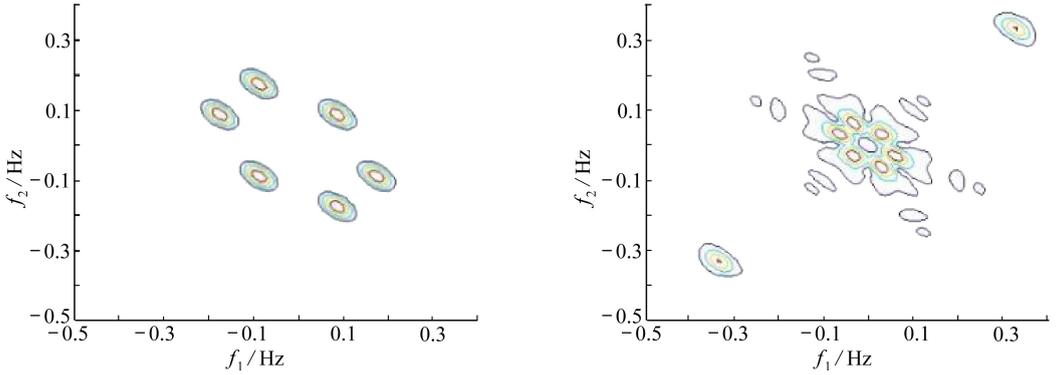


图 6 滚动轴承三阶核频域分析图

Fig. 6 The 3rd-order GFRFs of the rolling bearing

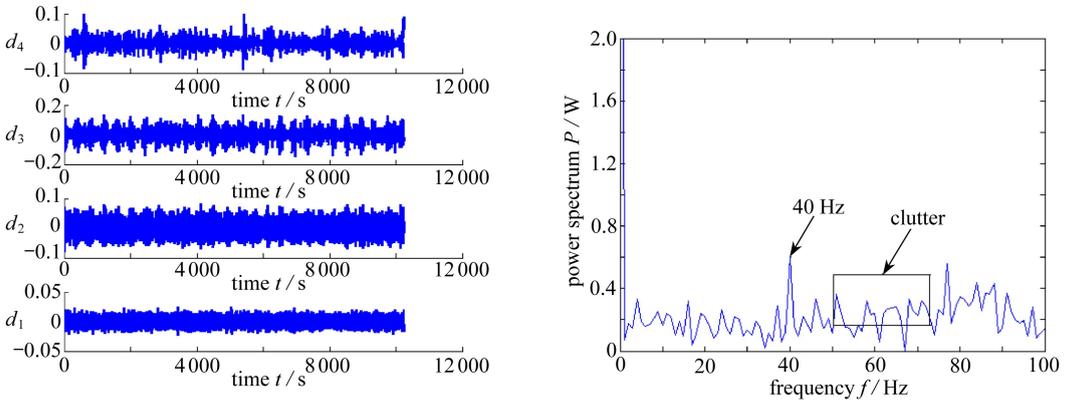
对以上轴承磨损信号进行小波分解及作出其频谱图如图 8 所示,通过观察可以发现,信号组成越复杂,图像中的干扰信号越多.尤其是针对轴承滚珠磨损的故障,其故障信号相对微弱些,所以通过小波变换得出的故障信息不是很明显.同时,在进行小波分析时还要查阅资料选取相应的小波基,如果小波基选取不正确,那么所分解出来的故障信号就不会很明显,从而造成故障判断繁琐.而基于多脉冲激励的 Volterra 级数核判断法很好地解决了小波分解法中的不足之处,为以后此类故障的诊断提供了可靠的依据.



(a) 正常轴承等高线图 (b) 故障轴承等高线图  
(a) The contour map of the intact bearing (b) The contour map of the worn bearing

图 7 三阶幅频响应等高线图

Fig. 7 The 3rd-order amplitude-frequency response contour maps



(a) 小波 4 层分解图 (b) 频谱图  
(a) The wavelet decomposition of 4 layers (b) The power spectrum

图 8 故障轴承小波分解及特征频谱图

Fig. 8 The wavelet decomposition and the characteristic spectrum of the worn rolling bearing

## 4 结 论

Volterra 级数对于非线性系统建模拥有一套独特理论基础,通过多脉冲激励法求解 Volterra 级数核,并在一阶核难以识别的情况下,通过系统二阶核或三阶核的时域和频域进行辨识.该方法与现有的轴承故障诊断方法相比较,有它的独特之处,此方法根据整个系统的输入输出来判断轴承的故障状态,很好地排除了外界干扰。

本文针对轴承滚珠磨损故障提出了基于多脉冲激励法下 Volterra 核的辨识,并将此方法应用于无心车床滚动轴承的故障诊断中,分析了基于多脉冲激励法下的 Volterra 核仅通过对正常和故障时不同信号的时域核和频域核的变化来判断轴承当前所处的运行状态.该方法与传统小波变换法相比过程更加简单,不需要进行小波基的选取以及对信号进行多层次的分解,并在轴承故障的识别中取得了良好的判断效果,验证了多脉冲激励法的有效性。

**致谢** 本文作者衷心感谢西安建筑科技大学人才科技基金(RC1426)和西安建筑科技大学青年科技基金(QN1427)对本研究的资助。

## 参考文献(References):

- [1] 李雅梅, 陈明霞, 杜晶. 小波理论在滚动轴承故障诊断中的应用[J]. 计算机系统应用, 2012, **21**(7): 172-176. (LI Ya-mei, CHEN Ming-xia, DU Jing. Application of wavelet theory to fault diagnosis of rolling bearing[J]. *Computer Systems & Applications*, 2012, **21**(7): 172-176. (in Chinese))
- [2] 崔宝珍, 潘宏侠. 小波分析在滚动轴承故障诊断中的应用[J]. 科技情报开发与经济, 2005, **15**(2): 176-178. (CUI Bao-zhen, PAN Hong-xia. The application of the wavelet analysis in the fault diagnosis of rolling bearings[J]. *Sci-Tech Information Development & Economy*, 2005, **15**(2): 176-178. (in Chinese))
- [3] 赵勇, 宗智, 王天霖. 一种抑制激波计算中数值振荡现象的双重小波收缩方法[J]. 应用数学和力学, 2014, **35**(6): 620-629. (ZHAO Yong, ZONG Zhi, WANG Tian-lin. A dual wavelet shrinkage procedure for suppressing numerical oscillation in shock wave calculation[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2014, **35**(6): 620-629. (in Chinese))
- [4] 林英祥, 孙清磊, 陈萍, 等. 冲击脉冲技术在滚动轴承故障诊断中的应用[J]. 海军工程大学学报, 2013, **25**(4): 85-90, 107. (LIN Ying-xiang, SUN Qing-lei, CHEN Ping, et al. Application of impact pulse technology to roller bearing failure detection[J]. *Journal of Naval University of Engineering*, 2013, **25**(4): 85-90, 107. (in Chinese))
- [5] 冷军发, 荆双喜, 华伟. EMD 与同态滤波解调在滚动轴承故障诊断中的应用[J]. 河南理工大学学报(自然科学版), 2014, **33**(5): 611-615. (LENG Jun-fa, JIN Shuang-xi, HUA Wei. Application of EMD and homomorphic filtering demodulation to fault diagnosis of rolling element bearing[J]. *Journal of Henan Polytechnic University(Natural Science)*, 2014, **33**(5): 611-615. (in Chinese))
- [6] Wazwaz A, Rach R. Two reliable methods for solving the Volterra integral equation with a weakly singular kernel[J]. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 2016, **302**: 71-80.
- [7] Shiki S B, Lopes V, Silva S D. Damage detection in nonlinear structures using discrete-time Volterra series[J]. *Key Engineering Materials*, 2013, **569/570**: 876-883.
- [8] 魏瑞轩, 韩崇昭, 张优云, 等. 非线性系统故障诊断的 Volterra 模型方法[J]. 系统工程与电子技术, 2004, **26**(11): 1736-1738, 1752. (WEI Rui-xuan, HAN Chong-zhao, ZHANG You-yun, et al. Volterra model method for fault diagnosis of a nonlinear system[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2004, **26**(11): 1736-1738, 1752. (in Chinese))
- [9] Israelsen B W, Smith D A. Generalized Laguerre reduction of the Volterra kernel for practical identification of nonlinear dynamic systems[C]//*AICChE Spring Meeting 2014*. arXiv: 1410.0741.
- [10] Mirzaee F, Hamzeh A. A computational method for solving nonlinear stochastic Volterra integral equations[J]. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 2016, **306**: 166-178.
- [11] Shiki S B, Jr V L, Silva S D. Identification of nonlinear structures using discrete-time Volterra series[J]. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, 2013, **36**(3): 523-532.
- [12] 韩海涛, 马红光, 于宁宇, 等. 基于多音激励的 Volterra 频域核非参数辨识方法[J]. 西南交通大学学报, 2013, **48**(2): 250-256. (HAN Hai-tao, MA Hong-guang, YU Ning-yu, et al. Method of identifying Volterra frequency-domain kernels based on stimulus of multi-tone signal[J]. *Journal of Southwest Jiaotong University*, 2013, **48**(2): 250-256. (in Chinese))
- [13] WANG Qi-sheng, WANG Ke-yan, CHEN Shao-jun. Least squares approximation method for

- the solution of Volterra-Fredholm integral equations[J]. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 2014, **272**: 141-147.
- [14] Li S. Classical theory of Runge-Kutta methods for Volterra functional differential equations[J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2014, **230**: 78-95.
- [15] 朱大奇, 陈尔奎. 旋转机械故障诊断的量子神经网络算法[J]. 中国电机工程学报, 2006, **20**(5): 132-136. (ZHU Da-qi, CHEN Er-kui. A quantum neural networks fault diagnosis algorithm for rotating machinery[J]. *Proceedings of the CSEE*, 2006, **20**(5): 132-136. (in Chinese))
- [16] 唐高松. 基于 Volterra 级数模型辨识的旋转机械故障诊断方法研究[D]. 硕士学位论文. 郑州: 郑州大学, 2010: 16-19. (TANG Gao-song. Rotating machine fault diagnosis method based on Volterra series identification[D]. Master Thesis. Zhengzhou: Zhengzhou University, 2010: 16-19. (in Chinese))

## Application of the Volterra Kernel Function Method in Feature Extraction of Bearing Ball Wear

WANG Hai-tao, ZHANG Xiao, SHI Li-chen, WANG Kun  
(*Electrical and Mechanical Engineering College, Xi'an University of Architecture and Technology, Xi'an 710055, P.R.China*)

**Abstract:** The fault features are difficult to be extracted from the worn rolling ball bearings. To tackle this problem, an algorithm of the Volterra series kernel based on the multiple-pulse excitation method was proposed. This method belongs to the cross diagnosis for nonlinear system models, which utilizes the sampled signal input and output of the bearing system to establish the Volterra nonlinear identification system model and applies the Volterra low-order kernel algorithm based on the multiple-pulse excitation method to obtain the low-order kernel, then the low-order kernel will be compared in aspects of the GIRF and the GFRF to estimate the present running state of the bearing system. The major bearing of a centerless lathe was taken for example to verify this method through experiment. In contrast to the traditional wavelet analysis method, the multiple-pulse excitation method helps extract the fault features of the ball bearing conveniently and exactly. Thus, the proposed method has much significance to the diagnosis of such faults.

**Key words:** multiple-pulse excitation method; ball bearing wear; low-order kernel algorithm; fault feature

**Foundation item:** The National Science Fund for Young Scholars of China(51105292)

引用本文/Cite this paper:

王海涛, 张霄, 史丽晨, 王琨. Volterra 核函数法在轴承滚珠磨损中的特征提取及应用[J]. 应用数学和力学, 2017, **38**(6): 633-642.

WANG Hai-tao, ZHANG Xiao, SHI Li-chen, WANG Kun. Application of the Volterra kernel function method in feature extraction of bearing ball wear[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2017, **38**(6): 633-642.