

# 悬挂封隔器卡瓦作用区段套管应力分布研究\*

何霞, 李明, 王国荣, 张敏

(西南石油大学 机电工程学院, 成都 610500)

**摘要:** 悬挂封隔器上的卡瓦是保证水平井改造工作可靠性的重要元件, 锚定后可以起到支撑、锚定封隔器和锁定胶筒的作用. 但由于套管是薄壁件, 在卡瓦的作用下容易破坏而造成不良后果, 因此对卡瓦作用段套管的受力情况进行力学分析显得尤为重要, 通过建立数学模型确定卡瓦作用区段套管的应力分布情况. 结果显示, 封隔器的坐封力会加大套管的环向应力, 悬重会加大套管的轴向应力, 两者一起会使得套管应力大幅上升, 甚至造成套管产生缺陷. 得到的理论公式为水平井改造现场判断悬挂封隔器作用段套管应力提供了预估参考.

**关键词:** 悬挂封隔器; 卡瓦; 套管; 力学分析

**中图分类号:** O343.1; O29; TE931 **文献标志码:** A **doi:** 10.21656/1000-0887.370271

## 引言

悬挂封隔器是油田开发中水平井改造作业的主要井下工具之一<sup>[1]</sup>. 封隔器上的卡瓦是保证其工作可靠性的重要元件<sup>[2]</sup>, 如图1所示, 通过管柱把封隔器、卡瓦下放到设定位置, 轴向载荷推开卡瓦爪锚定在套管内壁, 封隔器座封, 使胶筒与套管内壁接触形成密封面, 卡瓦紧锁装置锁定胶筒不能回弹. 由于套管是薄壁件, 在进行水平井改造施工过程中, 套管外未固水泥或固井质量较差的井段在封隔器卡瓦挤压作用下, 套管壁容易破坏造成不良后果; 另一方面, 在油井二次作业中, 如果套管壁表面被卡瓦严重损伤, 被咬伤的井段无法再进行二次封隔. 为此, 卡瓦作用段套管的承载能力分析显得很有必要.

国内外关于卡瓦内悬挂管柱受力的研究均较少, 而且主要以理论分析和仿真计算为主. Macdonald 和 Bjune<sup>[3]</sup>通过对卡瓦使用原理分析, 预测卡瓦套管将发生的破坏, Shahani 和 Sharifi<sup>[4]</sup>建立卡瓦套管简化的接触仿真模型, 得到卡瓦张开弧度与接触应力间的关系. 崔孝秉等<sup>[5-6]</sup>提出了一种解析计算方法, 分析卡瓦内悬挂管柱的承载能力, 并按照第三强度理论和第四强度理论计算了卡瓦内管柱的弹性承载能力. 周三平<sup>[7]</sup>在美国 API 及前苏联推荐公式的基础上, 根据圆柱壳弯矩理论得出了简单实用的卡瓦内悬挂管柱极限载荷计算公式. 方智贤等<sup>[8]</sup>分析了国内外卡瓦内管柱力学模型, 并采用 ANSYS 软件对这些模型进行检验. 现有的研究在一定程度上分析了悬挂封隔器卡瓦对套管的作用, 但是还没有能够计算卡瓦作用区段套管所受应力的完整公式, 基于此, 本文在已有的研究基础上结合空间对称及弹性力学知识<sup>[9]</sup>, 推导

\* 收稿日期: 2016-09-05; 修订日期: 2016-10-07

基金项目: 中国工程院和国家自然科学基金委联合咨询研究项目(L1322021)

作者简介: 何霞(1977—), 女, 副教授, 硕士生导师(E-mail: 12829610@qq.com);

李明(1990—), 男, 硕士生(通讯作者. E-mail: 576210042@qq.com).

出套管在径向、周向、轴向共 3 个方向上的受力公式。

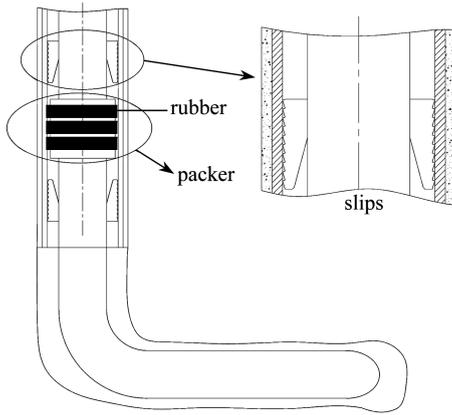


图 1 水平井改造管柱示意图

Fig. 1 The schematic diagram of the horizontal well reconstruction technology

## 1 封隔器卡瓦受力分析

悬挂封隔器上卡瓦受力分析<sup>[10-11]</sup>如图 2 所示,其中  $\alpha$  为锥体与卡瓦的半锥角,  $W$  为悬挂封隔器的承重,  $F$  为坐封活塞给锥体的总推力,  $N$  为卡瓦给锥体的总正压力,  $f$  为卡瓦给锥体的总摩擦力,  $N_2$  为封隔器上部结构给卡瓦的反力,  $N_1, f_1$  分别为锥体给每块卡瓦的正压力以及摩擦力,  $P, f_0$  为套管给每瓣卡瓦的正压力及摩擦力。

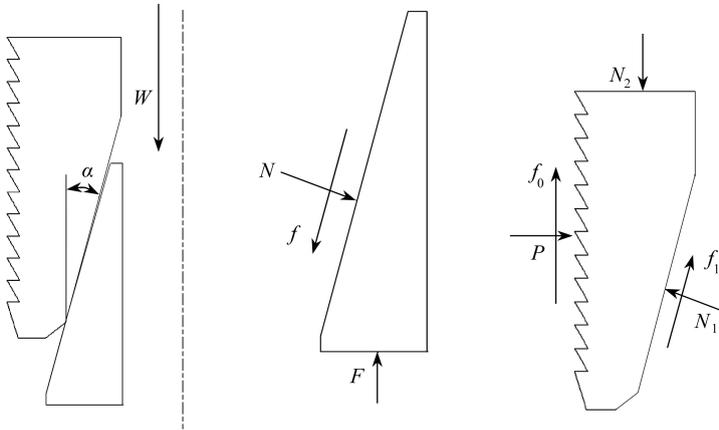


图 2 卡瓦受力示意图

Fig. 2 The force diagram of slips

设封隔器卡瓦总共  $n$  块,卡瓦与锥体之间的摩擦角为  $\varphi$ ,即卡瓦与锥体之间的摩擦因数为  $f_1 = \tan \varphi$ 。

当封隔器坐封时,活塞推动锥体上行,挤压卡瓦,当卡瓦坐挂于套管壁时,两者锥体与卡瓦处于静力平衡状态,此时的平衡方程如下:

$$N_1 \sin \alpha + f_1 \cos \alpha + f_0 = N_2, \quad (1)$$

$$P + f_1 \sin \alpha = N_1 \cos \alpha, \quad (2)$$

$$F = N \sin \alpha + f \cos \alpha = n(N_1 \sin \alpha + f_1 \cos \alpha), \quad (3)$$

根据式(1)~(3)可计算出

$$P = \frac{F}{n} \cot(\alpha + \varphi). \quad (4)$$

## 2 套管受力分析

### 2.1 坐挂前受力分析

封隔器坐封锚定之前,套管只受到内部液柱的压力及外部水泥环的压力,如图3所示。

设管柱内部压力为  $p_i$ , 外部压力为  $p_o$ , 内、外半径分别为  $r_i, r_o$ , 由弹塑性力学中薄壁圆筒受力和 Lamé(拉梅)解得到径向、周向公式<sup>[12]</sup>

$$(\sigma_r)_0 = -\frac{\frac{r_o^2}{r^2} - 1}{\frac{r_o^2}{r_i^2} - 1} p_i - \frac{1 - \frac{r_i^2}{r^2}}{1 - \frac{r_i^2}{r_o^2}} p_o, \quad (5)$$

$$(\sigma_\theta)_0 = \frac{\frac{r_o^2}{r^2} + 1}{\frac{r_o^2}{r_i^2} - 1} p_i - \frac{1 + \frac{r_i^2}{r^2}}{1 - \frac{r_i^2}{r_o^2}} p_o. \quad (6)$$

由于悬挂封隔器一般坐挂于尾管的末端,而且该段套管已经经过固井工艺固定在井壁上,所以近似:

$$(\sigma_z)_0 = 0. \quad (7)$$

### 2.2 坐挂后受力分析

#### 2.2.1 周向应力

卡瓦坐挂时,卡瓦的尖齿会对套管内壁产生一定往外扩张的压力以及弯矩,并通过其产生的摩擦力来保证锚定。为了更好地进行受力分析,需要进行如下几条假设<sup>[13]</sup>: 1) 卡瓦与套管内壁接触面上的压力均匀分布; 2) 套管非坐挂区域对卡瓦作用区域无影响; 3) 卡瓦受力前后不会发生力学形变; 4) 卡瓦瓣周向均匀分布。

如图4所示,悬挂封隔器其中一个卡瓦的四瓣沿套管内壁周向均匀分布。 $\theta$  为位置角,  $\beta$  为卡瓦瓣面角,  $2\theta + \beta = \pi/2$ , 假设套管厚度为  $\delta$ , 每个卡瓦轴向作用长度为  $l$ , 则

$$q = \frac{P}{ri\beta l}, \quad (8)$$

$$2\delta l(\sigma_\theta)_1 = 2 \int_\theta^{\theta+\beta} qlrid\theta \cdot \sin\theta. \quad (9)$$

根据式(8)、(9)可得到

$$(\sigma_\theta)_1 = \frac{qri(\cos\theta - \cos(\theta + \beta))}{\delta} = \frac{p(\cos\theta - \sin\theta)}{\beta l \delta}. \quad (10)$$

#### 2.2.2 轴向应力

为了研究卡瓦给套管产生的附加轴向应力,根据理论力学和材料力学方法作出如图5所示的套管轴向受力。

由于在卡瓦作用区域的上部和下部,套管的受力及变形均属于边缘效应问题,需要研究的

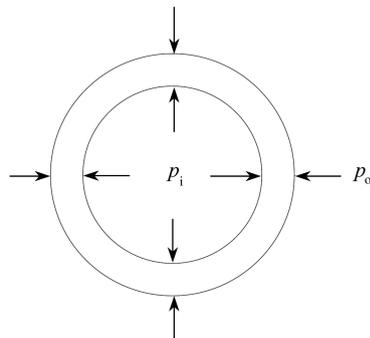


图3 卡瓦坐挂前套管受力图

Fig. 3 The force diagram of the casing before slip setting

是卡瓦以下那段管柱的边缘力,以计算卡瓦下边缘管柱危险截面中的附加弯曲力.由于边缘效应区很短,卡瓦相对较长,可以忽略卡瓦上边缘的管柱内里对卡瓦下边缘的影响.设下边缘界面边缘的弯矩为  $M_0$ , 剪力为  $Q_0$ , 径向位移  $\omega_0$ , 转角为  $\theta_0$ , 则边缘的变形为<sup>[3]</sup>

$$\omega_0 = -\frac{M_0}{2U^2D} + \frac{Q_0}{2U^3D}, \quad \theta_0 = \frac{M_0}{UD} - \frac{Q_0}{2U^2D}, \quad (11)$$

式中

$$D = \frac{E\delta^3}{12(1-\mu^2)}, \quad U = \sqrt[4]{\frac{3(1-\mu^2)}{R^2\delta^2}},$$

$E, \mu, R$  分别为套管的弹性模量、Poisson(泊松)比、平均半径.

根据式(11),将  $M_0$  用  $\omega_0, \theta_0$  表示,可得下式:

$$M_0 = 2U^2D\left(\omega_0 + \frac{\theta_0}{U}\right). \quad (12)$$

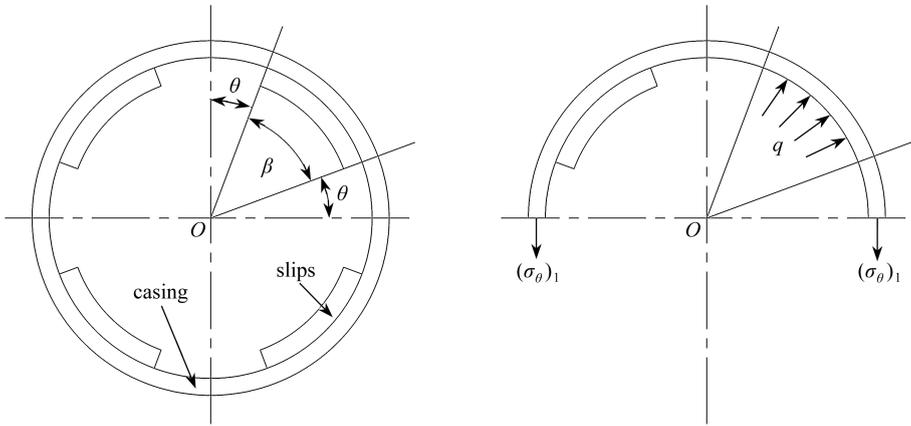


图 4 卡瓦作用段套管周向受力图

Fig. 4 The hoop stress of casing under slips effect

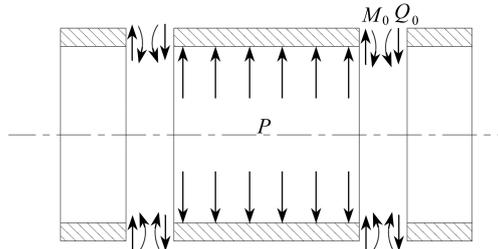


图 5 卡瓦作用段套管轴向受力图

Fig. 5 The axial stress of the casing under slip effect

由于卡瓦长度对于边缘效应区来说大得多,所以卡瓦作用段套管径向位移为常数 ( $\omega = \omega_0$ ), 代入下面微分方程式:

$$D \frac{d^4 \omega}{dx^4} + \frac{E\delta}{R^2} \omega = P, \quad (13)$$

则得到卡瓦作用段套管径向位移为

$$\omega_0 = \frac{PR^2}{E\delta}. \quad (14)$$

这是将套管作为薄壁圆筒受均布压力的处理结果.由于套管厚度相对套管的平均半径、长度等非常小,所以根据薄壳理论<sup>[14]</sup>,轴向长度为 $l$ 的均布径向压力作用在卡瓦边缘处所产生的转角为

$$\theta_0 = \frac{P}{8U^3D} [e^{-Ul}(\cos(Ul) + \sin(Ul)) - 1], \quad (15)$$

其中,  $e^{-Ul}$  很小,可以略去,则

$$\theta_0 = \frac{P}{8U^3D}. \quad (16)$$

将式(14)、(16)代入式(12)得

$$M_0 = 2U^2D \left( \frac{PR^2}{E\delta} + \frac{P}{8U^4D} \right). \quad (17)$$

由弹性薄壳理论,管柱内壁轴向拉伸应力为

$$(\sigma_z)_1 = \frac{W}{\pi(r_o^2 - r_i^2)} \left( 1 + 0.91 \frac{kR}{l} \right), \quad (18)$$

卡瓦横向载荷系数为<sup>[5]</sup>

$$k = \frac{1 - \tan \varphi \tan \alpha}{\tan \varphi + \tan \alpha}.$$

根据上述分析可以得出悬挂封隔器卡瓦作用的套管区域受力情况最终结果如下:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_r = - \frac{\frac{r_o^2}{r^2} - 1}{\frac{r_o^2}{r_i^2} - 1} p_i - \frac{1 - \frac{r_i^2}{r^2}}{1 - \frac{r_i^2}{r_o^2}} p_o, \\ \sigma_\theta = \frac{\frac{r_o^2}{r^2} + 1}{\frac{r_o^2}{r_i^2} - 1} p_i - \frac{1 + \frac{r_i^2}{r^2}}{1 - \frac{r_i^2}{r_o^2}} p_o + \frac{F \cot(\alpha + \varphi) (\cos \theta - \sin \theta)}{\beta l \delta}, \\ \sigma_z = \frac{W}{\pi(r_o^2 - r_i^2)} \left( 1 + 0.91 \frac{kR}{l} \right). \end{array} \right. \quad (19)$$

### 3 套管安全评价

Mises(米塞斯)应力反映了套管截面上各主应力差值大小、套管内部应力集中分布情况,是套管破坏的主要参考应力<sup>[15-16]</sup>.一般来讲, Mises 应力越集中的区域,材料越容易产生线裂纹,随之材料发生撕裂破坏, Mises 屈服准则表达式如下:

$$\sigma_{\text{Mises}} = \sqrt{\frac{1}{2} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2]}, \quad (20)$$

式中,  $\sigma_{\text{Mises}}$  为 Mises 应力,  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  分别为第一、二、三主应力.

$$Z_i = [\sigma] - \sigma_{\text{Mises}}, \quad (21)$$

式中,  $[\sigma]$  为材料需用应力, 若  $Z_i > 0$ , 套管处于弹性状态, 否则套管处于塑性状态。

## 4 实例计算

设有一悬挂封隔器以 25 MPa 的坐封力, 坐封于井下 3 000 m 段壁厚 10.36 mm 的 7 in(外径 177.8 mm) P110 套管, 套管内压 40 MPa, 封隔器悬重 80 t. 该井段岩石对套管产生的围压为 60 MPa. 卡瓦参数为:  $n = 4, \alpha = 15^\circ, \varphi = 9^\circ, \beta = 50^\circ, \theta = 20^\circ, l = 55 \text{ mm}$ , 坐封压力对锥体的作用面积为  $1\,624.2 \text{ mm}^2$ , 由式(19)可以得出  $\sigma_r = -40 \text{ MPa}, \sigma_\theta = -210.2 \text{ MPa}, \sigma_z = 166.4 \text{ MPa}$ . 得  $\sigma_{\text{Mises}} = 326.7 \text{ MPa}$ , P110 管材的最小屈服应力为 758 MPa, 所以  $Z_i = 431.3 > 0$ , 处于弹性阶段, 安全可靠。

套管在井下受到复杂工况作用, 根据现场数据发现, 常见的破坏主要有弯曲变形破坏、部分挤扁破坏、缩径变形破坏, 具体如图 6 所示, 这样的破坏均由于复杂的应力状态所致. 因此, 单单考虑某一方向上的应力状态作为套管破坏的准则是不准确的, 本文推导的套管安全评价公式综合了 3 个方向上的应力状态, 更加全面和贴合实际情况, 且有助于提高套管的安全性。

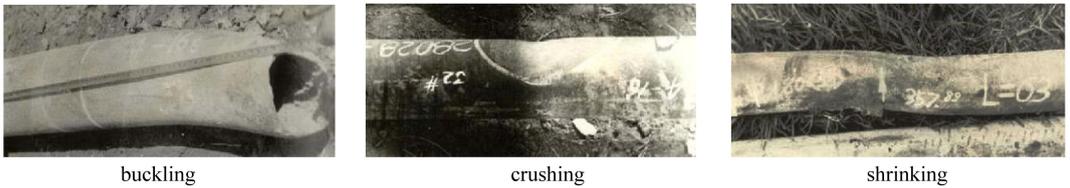


图 6 井下套管常见失效形式

Fig. 6 The common failure modes of downhole casings

## 5 结 论

1) 对悬挂封隔器卡瓦作用区段套管受力机理进行分析, 建立空间极坐标应力状态方程, 推导出卡瓦坐挂后, 套管受力状态及状态理论公式, 若  $Z_i = [\sigma] - \sigma_{\text{Mises}} > 0$  时, 套管处于弹性安全状态, 反之处于塑性状态。

2) 推导公式发现, 套管内外压强影响其径向应力状态, 坐挂力影响其切向应力状态, 而轴向应力由悬重决定; 较传统的材料破坏准则, Mises 应力破坏准则更全面、更贴合实际情况, 而且提高了套管的安全性。

3) 推导的理论计算公式可以确定卡瓦作用段套管的应力状态, 为水平井改造现场判断悬挂封隔器作用段套管应力状态提供重要参考。

### 参考文献(References):

- [1] 李高升. 封隔器卡瓦的强度分析[D]. 硕士学位论文. 青岛: 中国石油大学(华东), 2007. (LI Gao-sheng. Analysis of the strength of the slip of packers[D]. Master Thesis. Qingdao: China University of Petroleum, 2007. (in Chinese))
- [2] 刘禹铭, 郝宙正, 马英明, 等. 微牙痕卡瓦在封隔器中的应用研究[J]. 石油机械, 2016, 44(8): 85-88. (LIU Yu-ming, HAO Zhou-zheng, MA Ying-ming, et al. Application of micro teeth mark slips in the packer[J]. China Petroleum Machinery, 2016, 44(8): 85-88. (in Chinese))
- [3] Macdonald K A, Bjune J V. Failure analysis of drillstrings[J]. Engineering Failure Analysis, 2007, 14(8): 1641-1666.

- [4] Shahani A R, Sharifi S M H. Contact stress analysis and calculation of stress concentration factors at the tool joint of a drill pipe[J]. *Materials & Design*, 2009, **30**(9): 3615-3621.
- [5] 崔孝秉, 张宏, 韩新利, 等. 卡瓦内悬挂管柱弹性承载能力与计算[J]. 石油大学学报(自然科学版), 1999, **23**(1): 62-65.(CUI Xiao-bing, ZHANG Hong, HAN Xin-li, et al. Analysis on the elastic load bearing capacity of tubes inside slips[J]. *Journal of the University of Petroleum (Edition of Natural Science)*, 1999, **23**(1): 62-65.(in Chinese))
- [6] 崔孝秉, 张宏. 卡瓦内悬挂管柱承载能力分析[J]. 石油学报, 2000, **21**(1): 87-90.(CUI Xiao-bing, ZHANG Hong. Analysis of the load bearing capacity of tubes inside slips[J]. *Acta Petrolei Sinica*, 2000, **21**(1): 87-90.(in Chinese))
- [7] 周三平. 卡瓦内悬挂管柱的极限承载能力[J]. 西安石油学院学报(自然科学版), 2001, **16**(2): 50-54.(ZHOU San-ping. Calculation of the limited load-bearing capacity of the pipe string inside a slip[J]. *Journal of Xi'an Petroleum Institute (Natural Science Edition)*, 2001, **16**(2): 50-54.(in Chinese))
- [8] 方智贤, 朱海燕, 陈传永. 卡在卡瓦内管柱力学模型的探讨[J]. 石油天然气学报, 2009, **31**(4): 381-383.(FANG Zhi-xian, ZHU Hai-yan, CHEN Chuan-yong. The discussion of mechanical model of the slip in the string[J]. *Journal of Oil and Gas Technology*, 2009, **31**(4): 381-383.(in Chinese))
- [9] 仝少凯, 朱炳坤, 曹银萍, 等. RTTS 封隔器卡瓦力学性能分析[J]. 石油机械, 2014, **42**(2): 53-57.(TONG Shao-kai, ZHU Bing-kun, CAO Yin-ping, et al. Analysis of the mechanical property of RTTS packer slip[J]. *China Petroleum Machinery*, 2014, **42**(2): 53-57.(in Chinese))
- [10] 陈若铭, 陈森强, 王新东, 等. 套管头卡瓦力学分析[J]. 石油矿场机械, 2011, **40**(5): 10-13.(CHEN Ruo-min, CHEN Sen-qiang, WANG Xin-dong, et al. Mechanics analysis of casing head slip[J]. *Oil Field Equipment*, 2011, **40**(5): 10-13.(in Chinese))
- [11] 缪建, 朱海燕, 刘清友. 钻井连续循环系统卡瓦极限卡紧力分析[J]. 西安石油大学学报(自然科学版), 2010, **25**(1): 84-86.(MIAO Jian, ZHU Hai-yan, LIU Qing-you. Analysis of the limit clamping force of the slip in contiguous circulation drilling system [J]. *Journal of Xi'an Shiyou University (Natural Science Edition)*, 2010, **25**(1): 84-86.(in Chinese))
- [12] 徐芝纶. 弹性力学[M]. 第4版. 北京: 高等教育出版社, 2006.(XU Zhi-lun. *Elastic Mechanics* [M]. 4th ed. Beijing: Higher Education Press, 2006.(in Chinese))
- [13] ZHANG Lei, ZHANG Lai-bin, LIANG Wei. Casing safety evaluation for setting liner hanger[J]. *Journal of Natural Gas Science and Engineering*, 2014, **19**(8): 58-61.
- [14] 杨耀乾. 薄壳理论[M]. 北京: 中国铁道出版社, 1984.(YANG Yao-qian. *Thin Shell Theory* [M]. Beijing: China Railway Publishing House, 1984.(in Chinese))
- [15] 尹春松, 杨洋. 考虑非局部剪切效应的碳纳米管弯曲特性研究[J]. 应用数学和力学, 2015, **36**(6): 600-606.(YIN Chun-song, YANG Yang. Shear deformable bending of carbon nanotubes based on a new analytical nonlocal Timoshenko beam model[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2015, **36**(6): 600-606.(in Chinese))
- [16] 祝效华, 李金和, 童华. 含卡瓦作业损伤钻柱的适用性评价研究[J]. 机械工程学报, 2012, **48**(16): 97-101.(ZHU Xiao-hua, LI Jin-he, TONG Hua. Study on serviceability evaluation of drill-string with slip bite-mark[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2012, **48**(16): 97-101.(in Chinese))

# Stress Distribution Analysis of the Casings Under Suspended Packer Slips

HE Xia, LI Ming, WANG Guo-rong, ZHANG Min

(*School of Mechatronic Engineering, Southwest Petroleum University,  
Chengdu 610500, P.R.China*)

**Abstract:** The slips in a suspended packer are very important components to ensure success of the horizontal well reconstruction technology. They can support and fasten the packer and lock the rubber when they are anchored. But the casing is liable to failure under the effect of slips since it's a thin-wall cylinder, so it is very important to conduct mechanical analysis of casings under the effect of slips. The stress distribution of the casing under actions of slips was determined with an established mathematical model. The results show that the setting force of the packer increases the hoop stress of the casing and the suspended weight magnifies the axial stress, which jointly make the casing stress much higher and even cause failure of the casing. The theoretical model provides some useful references for evaluation of the casing stress state under the effect of packer slips for the horizontal well reconstruction technology.

**Key words:** suspended packer; slip; casing; mechanical analysis

---

引用本文/Cite this paper:

何震, 李明, 王国荣, 张敏. 悬挂封隔器卡瓦作用区段套管应力分布研究[J]. 应用数学和力学, 2017, 38(9): 1021-1028.

HE Xia, LI Ming, WANG Guo-rong, ZHANG Min. Stress distribution analysis of the casings under suspended packer slips[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2017, 38(9): 1021-1028.