

自由来流湍流与三维壁面局部粗糙诱导 平板边界层不稳定 T-S 波的数值研究*

沈露予, 陆昌根, 朱晓清

(南京信息工程大学 海洋科学学院, 南京 210044)

摘要: 采用直接数值模拟(DNS)方法,研究了在自由来流湍流与三维壁面局部粗糙作用下平板边界层内诱导产生不稳定 T-S 波的物理问题.数值结果可知,在平板边界层内发现了二维和三维 T-S 波组成的波包空间序列以及求得了波包向前传播的群速度大小,从而证明了自由来流湍流与三维壁面局部粗糙作用是激励平板边界层内诱导产生不稳定 T-S 波的一种机制.随后,建立了平板边界层内被激发的二维和三维 T-S 波的初始幅值与自由来流湍流度,三维壁面局部粗糙的流向长度、展向宽度及法向高度之间的关系.这一问题的深入研究,进一步完善了流动稳定性与湍流理论.

关键词: 不稳定 T-S 波; 三维壁面局部粗糙; 自由来流湍流; 边界层

中图分类号: O357.5 **文献标志码:** A **doi:** 10.21656/1000-0887.370376

引 言

层流向湍流转捩的预测与控制一直是流体力学研究的前沿热点问题之一,其中不稳定波的产生在转捩过程中起着相当重要的作用,它决定着湍流产生或形成的物理过程^[1].对于边界层内诱导产生不稳定 T-S 波的物理过程研究已取得了很多成果,但是绝大多数都集中在声扰动或涡扰动与二维壁面局部粗糙相互作用等情况下.例如,Goldstein^[2]发现在声扰动与二维壁面局部粗糙相互作用下,边界层内能激发形成不稳定 T-S 波的物理过程,该结果已被 Saric 等^[3]和 Wiegell, Wlezien^[4]开展的实验研究所验证;随后, Wu^[5]采用三层结构理论和 Dietz^[6]通过实验,分别证明了在涡扰动与二维壁面局部粗糙作用下,边界层内都发现了不稳定二维 T-S 波,以及验证了波长转换机制的存在性.另外,在声扰动与三维壁面局部粗糙作用下,边界层内激发不稳定 T-S 波的研究也取得了一些结论,如 Choudhari 和 Kerschen^[7]采用渐近方法,探索了在声波扰动与三维壁面局部粗糙相互作用下,边界层内诱导形成三维 T-S 波的这一物理过程;以及 Tadjfar 和 Bodonyi^[8]采用基于三层结构方程的渐近法,研究了在声扰动与三维壁面局部粗糙作用下,在边界层内激发不稳定三维 T-S 波的问题,并获得了可喜的结果.Zhou 等^[9]实验证明了在声扰动与局部斜向壁面条带和圆形局部粗糙作用下,边界层内能够激发出三维 T-S 波.Würz 等^[10-11]数值计算以及实验研究了在声扰动与三维壁面局部粗糙作用下,诱导产生不稳定 T-S 波的物理过程,并获得了定量的结果等.另外,笔者已在文献[12-17]中分别研究了自

* 收稿日期: 2016-12-09; 修订日期: 2017-04-10

基金项目: 国家自然科学基金(11472139)

作者简介: 沈露予(1986—),男,讲师,博士(E-mail: shenluyu@nuist.edu.cn);

陆昌根(1962—),男,教授,博士,博士生导师(通讯作者. E-mail: cglu@nuist.edu.cn).

由来流湍流与二维壁面局部粗糙、二维壁面局部吹吸相互作用下,边界层内诱导产生不稳定二维 T-S 波的问题,并取得了一些有意义的成果.本文利用 DNS 方法^[18-19],数值验证了自由来流湍流与三维壁面局部粗糙相互作用是激发平板边界层内诱导产生不稳定 T-S 波的一种物理机制,还建立了三维壁面局部粗糙长、宽和高等其他因素与平板边界层内被激发的 T-S 波初始幅值之间的关系,这一问题的深入研究将为边界层转换过程的预测和控制提供合理的理论依据.

1 控制方程

1.1 理论方程及数值方法

理论方程为无量纲不可压的 Navier-Stokes 方程:

$$\begin{cases} \nabla \cdot \mathbf{V} = 0, \\ \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + (\mathbf{V} \cdot \nabla) \mathbf{V} = -\nabla p + \frac{1}{Re} \nabla^2 \mathbf{V}, \end{cases} \quad (1)$$

其中,速度 $\mathbf{V} = \mathbf{U} + \mathbf{V}'$, $\mathbf{V}' = (u, v, w)^T$ 为扰动速度,数值求解 Navier-Stokes 方程获得平板边界层的基本流 \mathbf{V} , p 为压力, Reynolds(雷诺)数为 $Re = (U_\infty \delta^*)/\nu$, δ^* 为边界层的位移厚度, U_∞ 为无穷远来流速度, ν 为流体的运动黏性系数.对方程(1)实施的数值方法的详细过程见文献[18-19].

1.2 自由来流湍流模式

依据文献[20],建立随机的无量纲自由来流湍流模式为

$$\mathbf{u}_\infty = \begin{pmatrix} u_\infty(x, y, t) \\ v_\infty(x, y, t) \end{pmatrix} = \varepsilon \sum_{m=-M}^M \sum_{j=-J}^J \begin{pmatrix} \hat{u}_\infty(m, j) \\ \hat{v}_\infty(m, j) \end{pmatrix} \exp[i(mk_1x + jk_2y - mk_1t)], \quad (2)$$

其中

$$\begin{cases} \hat{u}_\infty = i \frac{mk_1jk_2}{\kappa \sqrt{m^2k_1^2}} \sqrt{\frac{2E(k)k_1k_2}{4\pi k^2}} e^{i\theta'}, \\ \hat{v}_\infty = -i \frac{\sqrt{m^2k_1^2}}{k} \sqrt{\frac{2E(k)k_1k_2}{4\pi k^2}} e^{i\theta'}, \end{cases}$$

这里, $i = \sqrt{-1}$, u_∞ 和 v_∞ 分别表示无穷远处的自由来流湍流在流向(x 方向)和法向(y 方向)上的扰动速度, \hat{u}_∞ 和 \hat{v}_∞ 分别为扰动速度 u_∞ 和 v_∞ 的谱, ε 为幅值, M 和 J 为选定的最大模数, k_1 和 k_2 分别为 x 和 y 方向上的基本波数, 频率 $\omega = mk_1$, 流向和法向的波数分别为 $\alpha = mk_1$ 和 $\gamma = jk_2$, $k = (\alpha^2 + \gamma^2)^{1/2}$. \hat{u}_∞ 和 \hat{v}_∞ 与一维能量谱 $E(k)$ 以及随机相位角 θ' 有关.

1.3 数值计算区域

图 1 中给出的立方体为本文数值模拟的计算区域.为了保证在自由来流湍流与三维壁面局部粗糙相互作用下激发边界层内产生的不稳定 T-S 波有足够的空间来演化,选取计算区域:流向区域为 $X = [-100, 600]$ 、法向区域为 $Y = [0, 14.39]$ 和展向长度为 $Z = [-125, 125]$. 三维壁面局部粗糙分布在流向范围为 $[x_1, x_2]$ 、展向范围为 $[z_1, z_2]$ 以及法向范围为 $[0, h]$; x_1 和 x_2 分别为三维壁面粗糙流向起始和终点位置,且 $x_2 = x_1 + L$, L 为三维壁面粗糙流向长度,在计算区域中 $x_1 = 0$,那么 $x_2 = L$, 三维壁面局部粗糙的展向宽度和法向高度分别为 $B = z_2 - z_1$ 和 h ,且 z_2, z_1 和 h 根据具体情况确定.图 1 中 \mathbf{V}_∞ 表示无穷远均匀来流速度 \mathbf{U}_∞ 加上自由来流湍流运动的速度 \mathbf{V}'_∞ ,即 $\mathbf{V}_\infty = \mathbf{U}_\infty + \mathbf{V}'_\infty$.

计算网格:流向和法向方向分别选取均匀和非均匀的网格,其目的是为了在壁面附近流场变化剧烈的区域加密以便获得更精确的流场信息;展向方向为均匀网格.另外,选取入口 Reyn-

olds 数为 800; 然后, 分别采用 3 种不同计算网格: $256 \times 150 \times 32$, $512 \times 200 \times 64$ 和 $1\,024 \times 250 \times 128$ 来进行数值计算, 验证计算方法的正确性. 经数值计算求得基本流 \mathbf{U} 与 Blasius 解比较发现, 两者之间的绝对误差分别为 10^{-4} , 10^{-5} 和 10^{-5} , 这说明本文数值方法是可靠的; 网格数为 $512 \times 200 \times 64$ 时数值结果已趋稳定, 即计算网格数选取 $512 \times 200 \times 64$ 是可行的, 详细如图 2 所示.

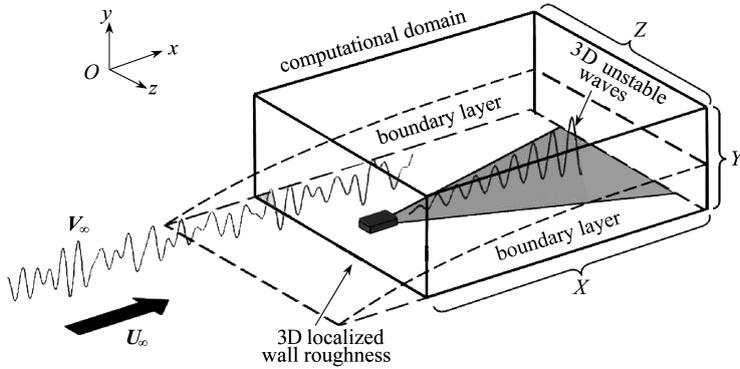


图 1 计算区域示意图

Fig. 1 The computational domain

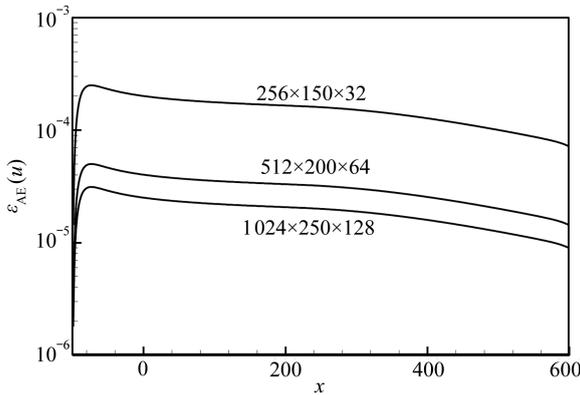


图 2 基本流速度 u 数值解与理论解最大绝对误差 $\varepsilon_{AE}(u)$ 随流向的变化

Fig. 2 The variations of the maximum absolute error $\varepsilon_{AE}(u)$ between the numerical results and the theoretical solutions of basic flow velocity u in the streamwise direction

1.4 边界条件

上边界条件: $p = 0.0$, 由文献 [20] 可知, 流向和展向扰动速度为 0, 法向扰动速度为

$$v_{\infty}(x, y, t) = \varepsilon \sum_{m=-M}^M \sum_{j=-J}^J \hat{v}_{\infty}(m, j) \exp[i(mk_1x + jk_2y - mk_1t)]. \quad (3)$$

下边界条件: 壁面采用无滑移条件 $u(x, 0, z) = 0, v(x, 0, z) = 0, w(x, 0, z) = 0, \partial p / \partial y = 0.0$. 另外, 在平板上设计一个三维壁面局部粗糙的立体方块, 并用线性化的方法处理, 即在平板局部区域上的流向速度等效为三维壁面局部粗糙, 其表达式为

$$u(x_w, 0, z_w) = -h \cdot U'(0), \quad (4)$$

这里, h 表示三维壁面局部粗糙高度, $U'(0)$ 是基本流在壁面的法向导数值, 下标 w 代表壁面上具有三维壁面局部粗糙所占区域: $x_w \in [x_1, x_2]$ 和 $z_w \in [z_1, z_2]$.

展向方向: 扰动速度 u, v, w 和压力 p 均为周期性条件.

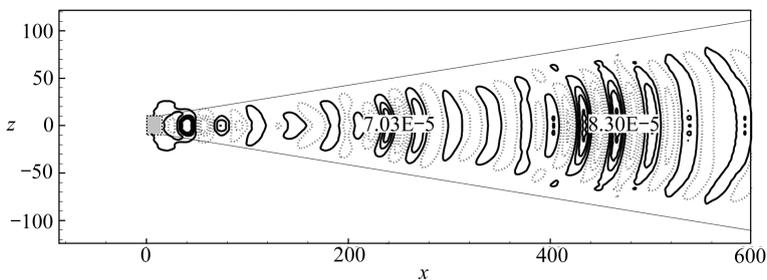
入流条件: 扰动速度选取自由来流湍流模型, $\partial p / \partial x = 0.0$.

出流条件: 扰动速度采用无反射条件, $\partial p / \partial x = 0.0$.

2 数值结果与分析

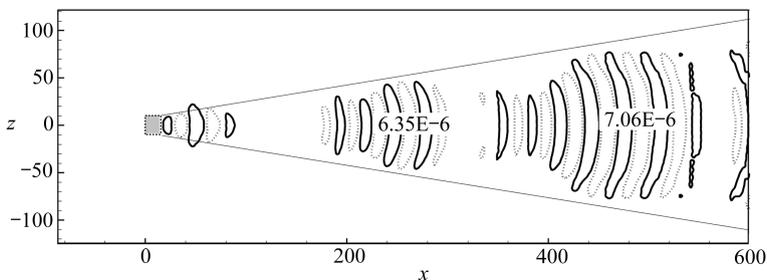
2.1 自由来流湍流与三维壁面局部粗糙作用是激励边界层内诱导出 T-S 波的一种机制

本文选取入口 Reynolds 数作为数值计算的 Reynolds 数, 即 $Re = 800$, 三维壁面局部粗糙的无量纲高度、长度和宽度分别为 $h = h^*/\delta^* = 0.08$, $L = L^*/\delta^* = 16$ 和 $B = B^*/\delta^* = 16$; 为便于研究和分析以及与文献[10]比较结果, 施加的自由来流湍流的流向基本波数取 $k_1 = 0.0128$, 最大流向模数选为 $M = 8$; 无量纲的频率定义为 $F = 2\pi fv/U_\infty \times 10^6$. 经数值计算可知, 对于某一确定的自由来流湍流幅值 ε , 可获得对应边界层外的计算区域范围内自由来流湍流都将趋于某一稳定值, 并将获得稳定的自由来流湍流度的表达式定义为 $A_{\text{FST}} = \sqrt{\overline{u_{\text{FST}}^2} + \overline{v_{\text{FST}}^2} + \overline{w_{\text{FST}}^2}}$, 在这里 $\overline{u_{\text{FST}}^2}$, $\overline{v_{\text{FST}}^2}$, $\overline{w_{\text{FST}}^2}$ 分别代表 x, y 和 z 方向上自由来流湍流的扰动速度平方的时均值; 依次类推, 改变自由来流湍流幅值 ε 大小, 可发现自由来流湍流度 A_{FST} 与自由来流湍流幅值 ε 成线性关系, 且在这里自由来流湍流度趋向的稳定值为 $A_{\text{FST}} = 0.5\%$.



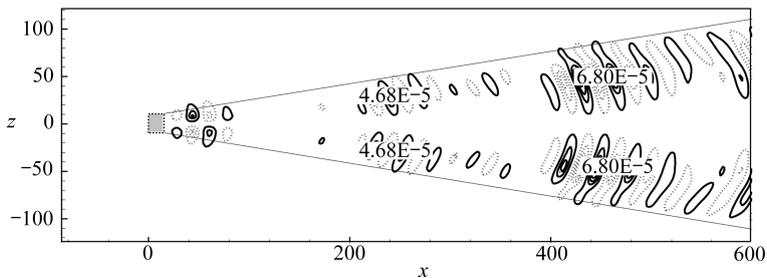
(a) 流向扰动速度

(a) The streamwise perturbation velocity



(b) 法向扰动速度

(b) The normal perturbation velocity



(c) 展向扰动速度

(c) The spanwise perturbation velocity

图3 边界层内被诱导出的小扰动波包扰动速度的等值线分布(灰色矩形为三维壁面局部粗糙所在位置)

Fig. 3 Perturbation velocity contours of the excited wave packets in the boundary layer (the shape box is the 3D localized wall roughness)

在自由来流湍流与三维壁面局部粗糙相互作用下,研究了平板边界层内被激发出不稳定 T-S 波的物理问题.图 3 给出了时间 $t = 2000$ 时,在流向扰动速度最大值 $y = 0.66$ 平面上,平板边界层内被激发出的流向、法向和展向扰动速度的等值线分布.从图 3 可知,平板边界层内被激发出的流向、法向和展向扰动速度都呈现明显的对称扇型结构,且流向和展向扰动速度要比法向扰动速度大一个数量级左右;另外,在边界层内被激发出的流向、展向以及法向扰动速度在向下游演化的过程中将逐渐增强,且影响区域始终被限制在大约 30° 夹角之内.

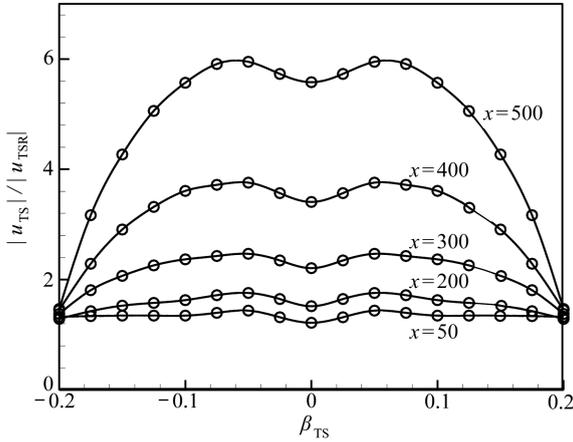
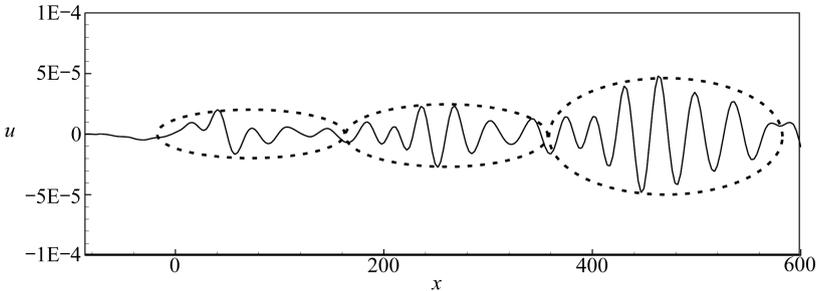


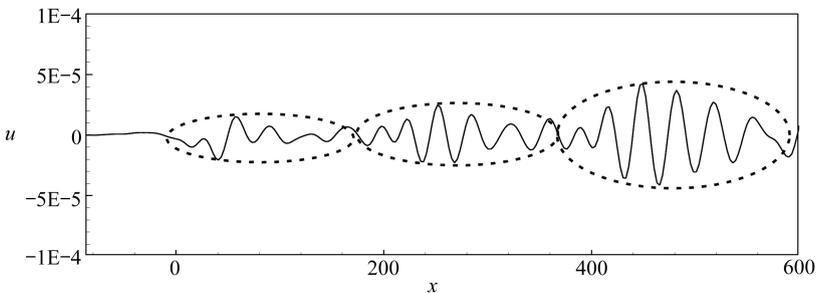
图 4 不同展向波数 β_{TS} 的小扰动波幅值 $|u_{TS}|$ 随流向的演变

Fig. 4 Variations of the perturbation wave amplitude with different spanwise wave numbers



(a) 二维小扰动波波包

(a) 2D perturbation wave packets



(b) 三维小扰动波波包 ($\beta_{TS} = 0.025$)

(b) 3D perturbation wave packets ($\beta_{TS} = 0.025$)

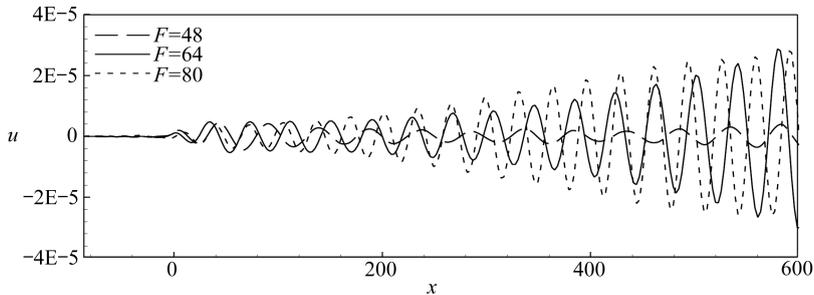
图 5 边界层内被激发出流向小扰动速度沿流向的波包结构演变

Fig. 5 Streamwise perturbation velocity variations of the excited wave packets in the boundary layer

随后,采用时间 Fourier(傅里叶)分析和空间 Fourier 分析的方法,可以从图 3 的扰动速度场中提取得到一组不同频率、不同展向波数的小扰动波;图 4 给出了频率 $F = 64$ 的情况下不同展向波数小扰动波的幅值随流向的演变规律,其中 $|u_{TSR}|$ 为小扰动波在三维壁面局部粗糙处被激发时流向扰动速度的初始幅值,且幅值演变规律与 Würz 等^[10]数值计算的结果是相一致的;对于其他频率也可获得相类似的结论.数值计算过程中,展向方向上选取不同的 Fourier 模数,都能获得图 4 幅值演化趋势相同的结果.由此可知,在自由来流湍流与三维壁面局部粗糙相互作用下,平板边界层内能找到一组不同色散关系的二维和三维小扰动波构成的空间序列.

在图 3 展示的数值结果基础上,通过展向 Fourier 分析,可分别提取获得二维和三维小扰动波波包的演化规律,详见图 5.由此,可分别近似计算获得二维和三维小扰动波(展向波数 $\beta_{TS} = 0.025$)波包向前传播的群速度为 $C_g = 0.350 0$ 和 $0.350 8$,并且波包向前传播的方向与流向一致;依次可获得不同展向波数小扰动波的波包空间序列,并且不同展向波数的三维小扰动波的波包向前传播的群速度都近似等于 $0.350 0$.

随后,利用时间 Fourier 分析,可从图 5 二维小扰动波波包以及不同展向波数的三维小扰动波波包的空间演化序列中提取获得不同频率 F 的二维和三维小扰动波.图 6(a)和(b)分别给出二维和三维小扰动波波包中提取获得了不稳定的二维和三维小扰动波的空间演化.



(a) 不稳定的二维小扰动波

(a) The unstable 2D waves

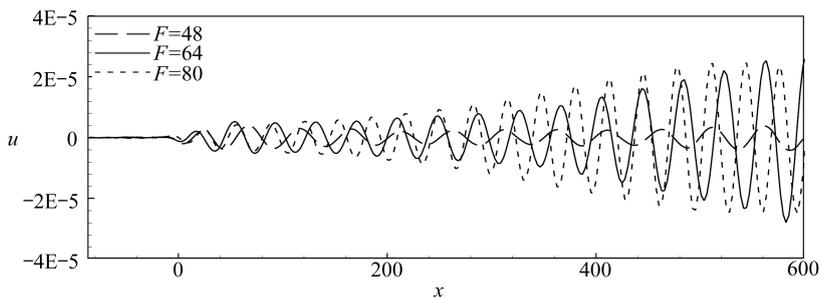
(b) 不稳定的三维小扰动波 ($\beta_{TS} = 0.025$)(b) The unstable 3D waves ($\beta_{TS} = 0.025$)

图 6 小扰动波的流向演变

Fig. 6 Streamwise variations of the waves

根据图 6 所示,记录波峰与波峰、波谷与波谷之间的流向距离,计算求得小扰动波的流向波长再取算术平均,获得不同频率二维和三维小扰动波近似的平均流向波长(或流向波数 α);同时,再记录跟踪不同时刻的小扰动波的波峰、波谷所在的位置,求得小扰动波在 x 方向上的位移,并将小扰动波的位移与时间相除,即可求得不同频率二维和三维小扰动波沿流向传播

的平均相速度 C_x 。依次重复上述过程,可分别求得其他频率小扰动波的流向波数及其相速度。表 1 和表 2 给出了不同频率二维和三维小扰动波的流向波数和相速度以及利用流动稳定性中的线性理论(LST)求得不稳定 T-S 波的色散关系和相速度;经比较发现,两者吻合较好。对于其他不同展向波数的三维小扰动波波包中提取得到小扰动波的结果与上述结果类似,此处省略描述。

表 1 小扰动波的流向波数 α 与理论解的比较

Table 1 The streamwise wave number of the perturbation waves compared with the theoretical solutions

		$F = 16$	$F = 32$	$F = 48$	$F = 64$	$F = 80$	$F = 96$	$F = 112$	$F = 128$
2D perturbation waves	FST	0.012 8	0.025 6	0.038 4	0.051 2	0.064 0	0.076 8	0.089 6	0.102 4
	LST	0.040 2	0.085 7	0.123 1	0.156 3	0.187 8	0.218 3	0.248 3	0.278 0
	DNS	0.040 5	0.084 3	0.121 0	0.154 3	0.186 0	0.216 8	0.247 2	0.277 1
3D perturbation waves	FST	0.012 8	0.025 6	0.038 4	0.051 2	0.064 0	0.076 8	0.089 6	0.102 4
	LST	0.039 8	0.085 0	0.122 4	0.155 8	0.187 3	0.217 9	0.248 0	0.277 7
$\beta_{TS} = 0.025$	DNS	0.040 1	0.083 6	0.120 4	0.153 7	0.185 5	0.216 5	0.246 9	0.276 8

注 FST 是边界层外自由来流湍流中的小扰动波的流向波数

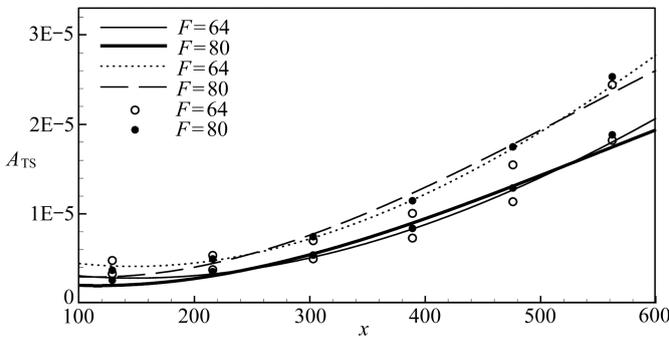
Note FST denotes the stream-wise wave number of the perturbation waves in the free stream outside the boundary layer

表 2 小扰动波的相速度 C_x 与理论解的比较

Table 2 Phase speed C_x of the perturbation waves compared with the theoretical solutions

		$F = 16$	$F = 32$	$F = 48$	$F = 64$	$F = 80$	$F = 96$	$F = 112$	$F = 128$
2D perturbation waves	LST	0.318 4	0.298 7	0.311 9	0.327 6	0.340 8	0.351 8	0.360 8	0.368 3
	DNS	0.316 0	0.303 7	0.317 4	0.331 8	0.344 1	0.354 2	0.362 5	0.369 5
3D perturbation waves	LST	0.321 6	0.301 2	0.313 7	0.328 6	0.341 7	0.352 7	0.361 3	0.368 7
	DNS	0.319 2	0.306 2	0.318 9	0.333 1	0.345 0	0.354 7	0.362 9	0.370 0

图 7(a) 给出了边界层内被激发出不稳定的二维和三维小扰动波幅值 A_{TS} 随流向的演化,并与线性理论(e^N 法)解的结果完全吻合。图 7(b) 则给出了边界层内被激发出不稳定二维和三维小扰动增长率随流向的变化的数值解以及线性理论解,比较发现两者之间也是吻合的(上述小扰动波的幅值 A_{TS} 表达式定义为: $A_{TS} = \sqrt{u_{TS}^2 + v_{TS}^2 + w_{TS}^2}$,其中 $u_{TS}^2, v_{TS}^2, w_{TS}^2$ 分别代表 x, y 和 z 方向上小扰动波的扰动速度平方的时均值)。图 7 中实线为二维小扰动波,虚线为三维小扰动波 ($\beta_{TS} = 0.025$), 圆点为理论解。



(a) 幅值 A_{TS} 的数值结果与 e^N 法结果比较

(a) Numerical results of amplitude A_{TS} compared with the results from the e^N method

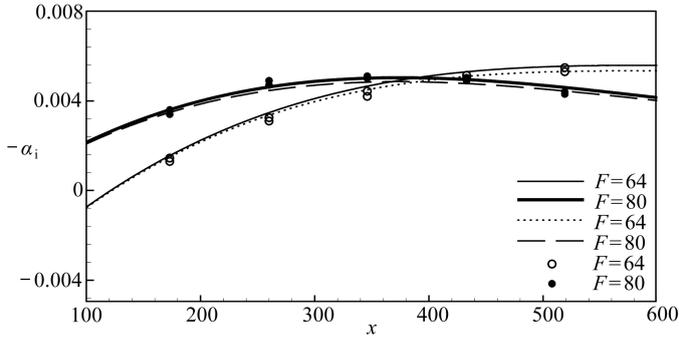
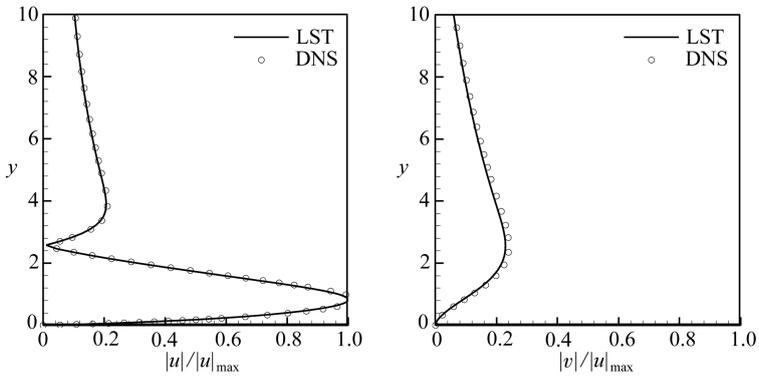
(b) 增长率 ($-\alpha_i$) 的数值解与理论解(LST)比较(b) Numerical results of growth rate $-\alpha_i$ compared with the results form the linear stability theory

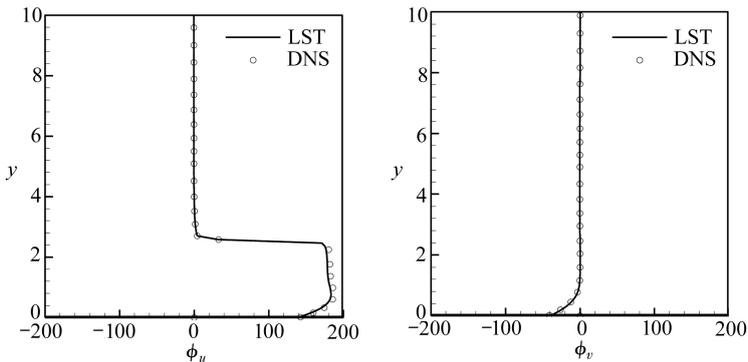
图 7 小扰动波的幅值和流向增长率沿流向演变的数值解与理论解比较

Fig. 7 Numerical results of streamwise variations of the amplitude and the streamwise growth rate of the excited perturbation waves compared with the theoretical results



(a) 幅值

(a) The amplitude



(b) 相位

(b) The phase

图 8 二维小扰动波幅值与相位的法相分布与理论解比较 ($F = 64, x = 150$)Fig. 8 Numerical results of the normal variations of the amplitudes and phases of the excited 2D perturbation waves compared with the theoretical results ($F = 64, x = 150$)最后,从表 1 中选取频率 $F = 64$ 的二维和三维 ($\beta_{TS} = 0.025$) 小扰动波为例,给出了边界层

内被激发出的二维和三维小扰动波的幅值和相位在法向上分布的数值解以及利用流动稳定性中的线性理论求得二维和三维 T-S 波的幅值和相位的理论解,比较发现两者完全重合,详见图 8 和图 9。

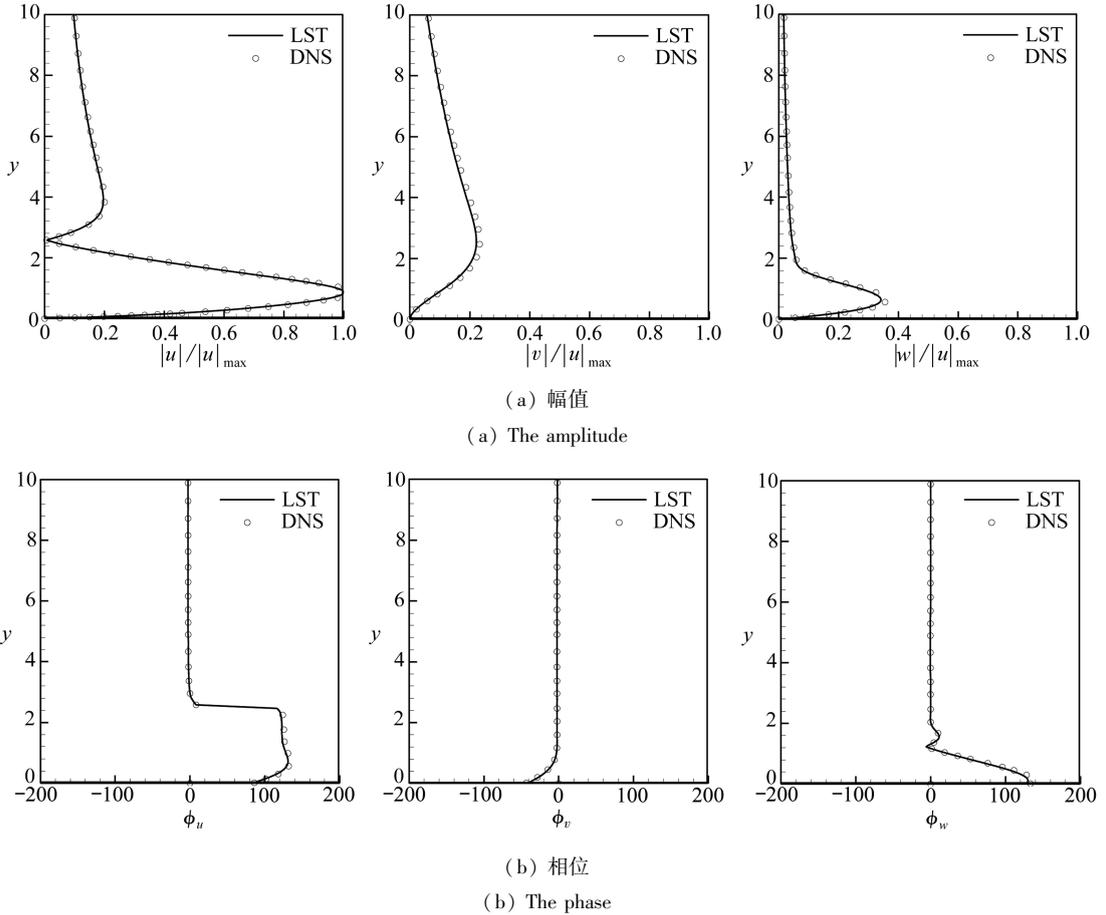


图 9 小扰动波幅值与相位的法相分布与理论解比较 ($F = 64$, $\beta_{TS} = 0.025$, $x = 150$)

Fig. 9 Numerical results of the normal variations of the amplitude and phase of the excited 3D perturbation waves compared with the theoretical results ($F = 64$, $\beta_{TS} = 0.025$, $x = 150$)

综上所述,在自由来流湍流与三维壁面局部粗糙相互作用下平板边界层内被诱导出的一组二维和三维小扰动波的色散关系、增长率、相速度、幅值和相位与线性理论求得二维和三维 T-S 波的理论解吻合,这证明自由来流湍流与三维壁面局部粗糙相互作用是激发平板边界层内产生二维和三维不稳定 T-S 波波包的一种物理机制,并且波包向前推进的群速度均近似为 0.350 0 以及传播方向与流向一致;另外,在平板边界层内被激发出一组多频率、多波数的二维和三维不稳定 T-S 波的波包结构,其沿流向的演变规律明显呈现对称扇型结构;其强度沿流向不断增强以及影响区域始终被限制在大约 30° 夹角范围内。

2.2 初始幅值与自由来流湍流度,三维局部粗糙高度、宽度以及长度之间的关系

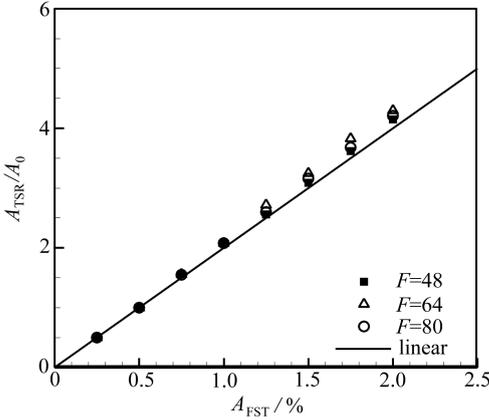
在这里考虑自由来流湍流度,局部粗糙高度、宽度和长度与平板边界层内诱导出的二维与三维不稳定 T-S 波在三维壁面局部粗糙处被激发时的初始幅值 A_{TSR} 之间的关系,其中,初始幅值 A_{TSR} 均被 $A_{FST} = 0.5\%$, $h^* / \delta_r = 0.2$, $B = 16$ 情况下激发的 T-S 波初始幅值 A_0 归一化, A_0 数值见表 3。从表 3 可知,低频小扰动能在边界层内诱导出相对较大的二维和三维 T-S 波的初始幅

值;反之,高频小扰动在边界层内诱导出相对较小的二维和三维 T-S 波的初始幅值。

表 3 二维和三维不稳定 T-S 波的初始幅值 A_0

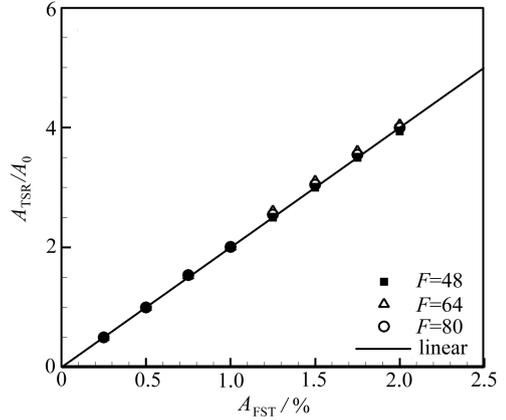
Table 3 Initial amplitude A_0 of the 2D and 3D unsteady waves

F	2D T-S waves			3D T-S waves ($\beta_{TS} = 0.025$)		
	48	64	80	48	64	80
A_0	3.748 6E-6	3.656 8E-6	2.270 9E-6	5.398 0E-6	5.265 8E-6	3.270 1E-6



(a) 二维不稳定 T-S 波

(a) 2D unsteady T-S waves

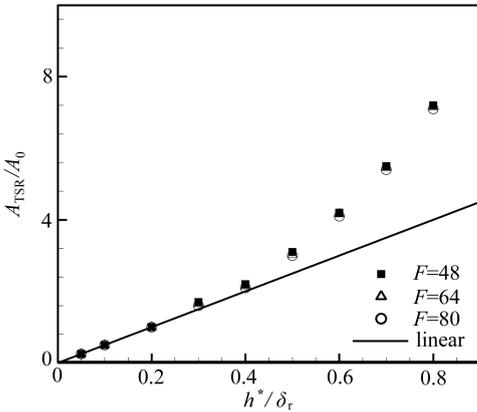


(b) 三维不稳定 T-S 波 ($\beta_{TS} = 0.025$)

(b) 3D unsteady T-S waves ($\beta_{TS} = 0.025$)

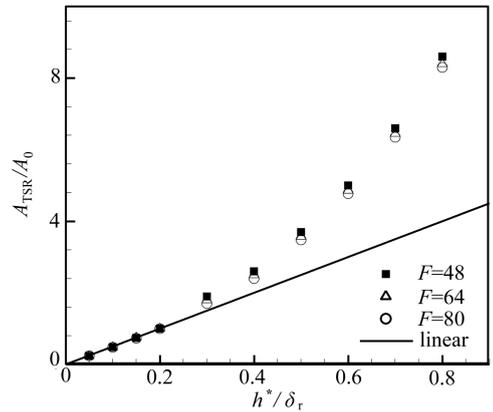
图 10 边界层内被诱导出的不稳定 T-S 波初始幅值 A_{TSR} 随着自由来流湍流度 A_{FST} 的变化

Fig. 10 The variations of initial amplitude A_{TSR} of the excited T-S waves in the boundary layer with the free-stream turbulence intensity A_{FST}



(a) 二维不稳定 T-S 波

(a) 2D unsteady T-S waves



(b) 三维不稳定 T-S 波 ($\beta_{TS} = 0.025$)

(b) 3D unsteady T-S waves ($\beta_{TS} = 0.025$)

图 11 边界层内被诱导出的不稳定 T-S 波初始幅值 A_{TSR} 随三维局部粗糙高度 h^*/δ_τ 的变化

Fig. 11 The variations of initial amplitude A_{TSR} of the excited T-S waves in the boundary layer with height h^*/δ_τ of the 3D roughness

图 10 给出了在自由来流湍流与三维壁面局部粗糙相互作用下激发平板边界层内产生的二维和三维不稳定 T-S 波的初始幅值 A_{TSR} 随着自由来流湍流度 A_{FST} 的演化规律。当自由来流湍流度 $A_{FST} < 1.0\%$ 时,平板边界层内被诱导产生的二维和三维不稳定 T-S 波初始幅值 A_{TSR} 随着

自由来流湍流度的增加而增长,其规律几乎呈现线性关系;当自由来流湍流度 $A_{\text{FST}} > 1.0\%$ 时,其增长规律都逐渐略大于线性关系。

图 11 给出了在自由来流湍流与三维壁面局部粗糙相互作用下激发边界层内产生的二维和三维不稳定 T-S 波的初始幅值随着三维壁面局部粗糙高度 h^*/δ_r 的演变过程(边界层参考长度 $\delta_r = (vx/U_\infty)^{1/2}$)。当三维壁面局部粗糙高度 $h^*/\delta_r \leq 0.2$ 时,平板边界层内被诱导产生二维和三维不稳定 T-S 波的初始幅值 A_{TSR} 都与三维壁面局部粗糙高度 h^*/δ_r 呈现线性增长关系;当三维壁面局部粗糙高度 $h^*/\delta_r > 0.2$ 时,平板边界层内被诱导产生二维和三维不稳定 T-S 波的初始幅值 A_{TSR} 都与三维壁面局部粗糙高度 h^*/δ_r 几乎呈现非线性的增长关系;本文计算的部分结论与 Dietz^[6] 在自由来流涡扰动与二维局部粗糙情况下在平板边界层内激发出不稳定二维 T-S 波的结果是相符的。

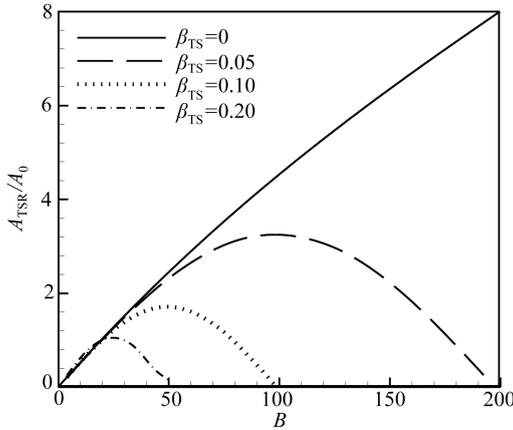
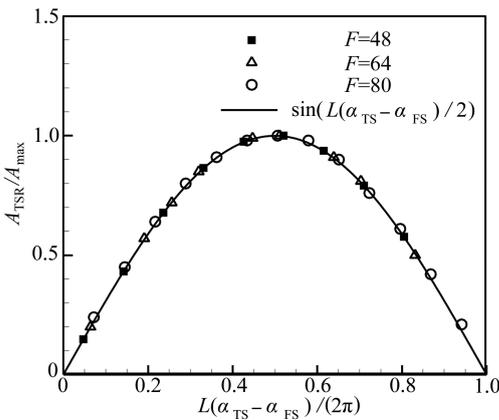


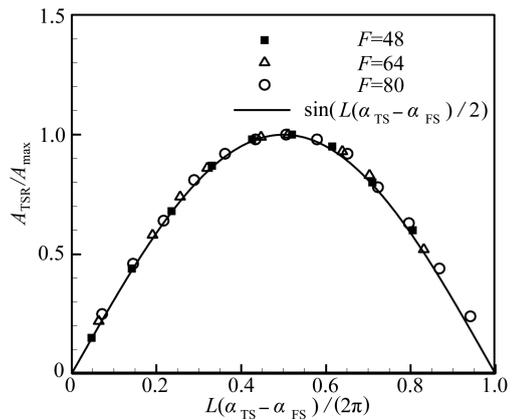
图 12 边界层内被诱导出的二维和三维 T-S 波初始幅值 A_{TSR} 随三维壁面局部粗糙宽度 B 的变化

Fig. 12 The variations of initial amplitude A_{TSR} of the excited T-S waves in the boundary layer with width B of the 3D roughness



(a) 二维不稳定 T-S 波

(a) 2D unsteady T-S waves



(b) 三维不稳定 T-S 波 ($\beta_{\text{TS}} = 0.025$)

(b) 3D unsteady T-S waves ($\beta_{\text{TS}} = 0.025$)

图 13 边界层内被诱导出的不稳定 T-S 波初始幅值 A_{TSR} 随三维壁面局部粗糙长度 L 的变化

Fig. 13 The variations of initial amplitude A_{TSR} of the excited T-S waves in the boundary layer with length L of the three-dimensional roughness

图 12 给出了在自由来流湍流与三维壁面局部粗糙相互作用下激发平板边界层内诱导形成二维和三维 T-S 波的初始幅值随三维局部粗糙宽度 B 的演变。在三维壁面局部粗糙宽度 $0 < B < 200$ 范围内, 平板边界层内被诱导出的展向波数 β_{TS} 等于 0 所代表的二维 T-S 波的初始幅值与三维局部粗糙宽度 B 几乎成线性增长关系, 而在平板边界层内被诱导出的三维 T-S 波的初始幅值一开始随三维壁面局部粗糙宽度 B 逐渐增大而增长; 并在 $B = \pi/\beta_{TS}$ 时达到最大值; 然后, 随着三维壁面局部粗糙宽度 B 的增大而逐渐衰减; 无论展向波数是高还是低, 被激发的三维 T-S 波随三维壁面局部粗糙宽度增加的演化规律是相类似的, 即近似满足开口向下的抛物型曲线的演变趋势; 边界层内被激发出的展向波数越小的三维 T-S 波随宽度增加的演化趋势的抛物型曲线的向下开口越宽、最大值越大以及开口向下的抛物型曲线向上凸起的曲率半径越来越大; 反之, 边界层内被激发出的展向波数越大的三维 T-S 波随宽度增加的演化趋势的抛物型曲线的向下开口越窄、最大值越小以及开口向下的抛物型曲线向上凸起的曲率半径越来越小; 另外, 开口向下的抛物型曲线始终被局限在线性关系的下方; 详细结果见图 12。

图 13 给出了平板边界层内激发产生的二维和三维不稳定 T-S 波初始幅值与具有不同三维壁面局部粗糙长度 L 之间的关系, 图中三维壁面局部粗糙长度 L 已被共鸣波长 $2\pi/(\alpha_{TS} - \alpha_{FS})$ 归一化, 被诱导出的二维和三维不稳定 T-S 波的初始幅值 A_{TSR} 均已被最大初始幅值 A_{max} 归一化。由此可见, 二维和三维不稳定 T-S 波的初始幅值与三维壁面局部粗糙几何形状的流向 Fourier 展开项 $\sin(L(\alpha_{TS} - \alpha_{FS})/2)$ 重合, 即被激发产生的二维和三维不稳定 T-S 波的初始幅值与归一化粗糙长度 $L(\alpha_{TS} - \alpha_{FS})/(2\pi)$ 成正弦曲线关系; 首先, 二维和三维不稳定 T-S 波的初始幅值随三维壁面局部粗糙长度 L 的增加而增长; 当三维壁面局部粗糙长度 L 等于 $\pi/(\alpha_{TS} - \alpha_{FS})$ 时, 能激发出不稳定 T-S 波的最大初始幅值; 当三维壁面局部粗糙长度 L 大于 $\pi/(\alpha_{TS} - \alpha_{FS})$ 时, 不稳定 T-S 波的初始幅值随粗糙长度 L 的增加而逐渐减少, 这一结论与 Dietz^[6] 实验结果是一致的。

3 结 论

1) 在自由来流湍流与三维壁面局部粗糙的作用下, 平板边界层内发现了一组由二维 T-S 波和三维 T-S 波构成的波包空间序列, 且二维和三维 T-S 波波包向前传播的群速度都近似为 0.350 0, 以及传播方向与流向一致; 这验证了自由来流湍流与三维壁面局部粗糙作用是激发平板边界层内产生二维和三维 T-S 波波包的一种物理机制。

2) 在平板边界层内被诱导出一组多频率、多波数的 T-S 波波包沿流向演化过程呈现明显的对称扇型结构, 其强度不断增强以及影响区域严格被限制在大约 30° 夹角范围内。

3) 当自由来流湍流度小于等于 1.0% 和大于 1.0% 时, 边界层内发现的二维和三维不稳定 T-S 波的初始幅值的演变规律都分别呈现线性关系和略大于线性增长规律。

4) 低频小扰动能在边界层内诱导出相对较大的二维和三维 T-S 波的初始幅值; 反之, 高频小扰动在边界层内诱导出相对较小的二维和三维 T-S 波的初始幅值。

5) 当三维壁面局部粗糙高度小于等于 0.2 以及大于 0.2 时, 二维和三维不稳定 T-S 波初始幅值的变化过程都分别呈现线性关系和非线性的增长趋势; 二维 T-S 波的初始幅值与三维局部粗糙宽度几乎成线性增长关系; 而三维 T-S 波的初始幅值随三维壁面局部粗糙宽度呈现出开口向下的抛物线型的演化趋势, 并且在局部粗糙宽度 $B = \pi/\beta_{TS}$ 时达到最大值; 二维和三维不稳定 T-S 波的初始幅值都与三维壁面局部粗糙几何形状的流向 Fourier 展开项成正弦函数分布关系, 即 $\sin(L(\alpha_{TS} - \alpha_{FS})/2)$ 。

致谢 本文作者衷心感谢南京信息工程大学人才启动经费(2016r046)对本文的资助。

参考文献(References):

- [1] Saric W S, Reed H L, Kerschen E J. Boundary-layer receptivity to freestream disturbances [J]. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 2002, **34**(1): 291-319.
- [2] Goldstein M E. Scattering of acoustic waves into Tollmien-Schlichting waves by small stream-wise variations in surface geometry[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1985, **154**: 509-529.
- [3] Saric W S, Hoos J A, Radeztsky R H. Boundary-layer receptivity of sound with roughness[J]. *Boundary Layer Stability and Transition to Turbulence*, 1991, **1**: 17-22.
- [4] Wiegel M, Wlezien R. Acoustic receptivity of laminar boundary layers over wavy walls[C]// *3rd Shear Flow Conference, Shear Flow Conference*. Orlando, FL, 1993: AIAA-93-3280.
- [5] WU Xue-song. On local boundary-layer receptivity to vortical disturbances in the free stream [J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2001, **449**: 373-393.
- [6] Dietz A J. Local boundary-layer receptivity to a convected free-stream disturbance[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1999, **378**: 291-317.
- [7] Choudhari M, Kerschen E J. Instability wave patterns generated by interaction of sound waves with three-dimensional wall suction or roughness[C]// *28th Aerospace Sciences Meeting*. Reno, NV, 1989.
- [8] Tadjfar M, Bodonyi R J. Receptivity of a laminar boundary layer to the interaction of a three-dimensional roughness element with time-harmonic free-stream disturbances[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1992, **242**: 701-720.
- [9] Zhou M D, Liu D P, Blackwelder R F. An experimental study of receptivity of acoustic waves in laminar boundary layers[J]. *Experiments in Fluids*, 1994, **17**: 1-9.
- [10] Würz W, Herr S, Wörner A, et al. Three-dimensional acoustic-roughness receptivity of a boundary layer on an airfoil: experiment and direct numerical simulations[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2003, **478**: 135-163.
- [11] Würz W, Herr S, Wörner A, et al. Study of 3D wall roughness acoustic receptivity on an airfoil[M]// *Laminar-Turbulent Transition*. Berlin, Heidelberg: Springer, 2000: 91-96.
- [12] 陆昌根, 沈露予. 壁面局部吹吸边界层感受性的数值研究[J]. *物理学报*, 2015, **64**(22): 224702. doi: 10.7498/aps.64.224702. (LU Chang-gen, SHEN Lu-yu. Numerical study on boundary-layer receptivity with localized wall blowing/suction[J]. *Acta Physica Sinica*, 2015, **64**(22): 224702. doi: 10.7498/aps.64.224702. (in Chinese))
- [13] SHEN Lu-yu, LU Chang-gen. Boundary-layer receptivity under interaction of free-stream turbulence and localized wall roughness[J]. *Applied Mathematics and Mechanics(English Edition)*, 2016, **37**(3): 349-360.
- [14] SHEN Lu-yu, LU Chang-gen. Local receptivity in non-parallel boundary layer[J]. *Applied Mathematics and Mechanics(English Edition)*, 2016, **37**(7): 929-940.
- [15] 陆昌根, 沈露予. 无限薄平板边界层前缘感受性过程的数值研究[J]. *物理学报*, 2016, **65**(19): 194701. doi: 10.7498/aps.65.194701. (LU Chang-gen, SHEN Lu-yu. Numerical study of leading-edge receptivity on the infinite-thin flat-plate boundary layer[J]. *Acta Physica Sinica*, 2016, **65**(19): 194701. doi: 10.7498/aps.65.194701. (in Chinese))
- [16] 沈露予, 陆昌根. 三维边界层内定常横流涡的感受性研究[J]. *物理学报*, 2017, **66**(1): 014703. doi: 10.7498/aps.66.014703. (SHEN Lu-yu, LU Chang-gen. Receptivity of the steady cross-flow vortices in three-dimensional boundary layer[J]. *Acta Physica Sinica*, 2017, **66**(1): 014703. doi: 10.7498/aps.66.014703. (in Chinese))

- [17] 沈露予, 陆昌根. 边界层流中当地感受性过程的数值研究[J]. 应用数学和力学, 2016, **37**(11): 1156-1168. (SHEN Lu-yu, LU Chang-gen. Numerical study of local receptivity in the boundary layer[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2016, **37**(11): 1156-1168. (in Chinese))
- [18] SHEN Lu-yu, LU Chang-gen, WU Wei-guo, et al. A high-order numerical method to study three-dimensional hydrodynamics in a natural river[J]. *Advances in Applied Mathematics and Mechanics*, 2015, **7**(2): 180-195.
- [19] LU Chang-gen, CAO Wei-dong, ZHANG Yan-mei, et al. Large eddies induced by local impulse at wall of boundary layer with pressure gradients[J]. *Progress in Natural Science*, 2008, **18**(7): 873-878.
- [20] ZHANG Yong-ming, Zaki T, Sherwin S, et al. Nonlinear response of a laminar boundary layer to isotropic and spanwise localized free-stream turbulence[C]//*6th AIAA Theoretical Fluid Mechanics Conference*. Honolulu, Hawaii, 2011.

Numerical Study of Unstable T-S Waves Excited by Interaction Between Free-Stream Turbulence and 3D Localized Wall Roughness in Flat-Plate Boundary Layer

SHEN Lu-yu, LU Chang-gen, ZHU Xiao-qing

(School of Marine Sciences, Nanjing University of Information Science & Technology, Nanjing 210044, P.R.China)

Abstract: The direct numerical simulation (DNS) method was adopted to study the physical problem of unstable Tollmien-Schlichting (T-S) waves in the flat-plate boundary layer under the interaction between free-stream turbulence and 3D localized wall roughness. The numerical results show that the spatial arrays of the wave packets composed of 2D and 3D T-S waves form in the flat-plate boundary layer, with the propagation speeds of the wave packets calculated. Then it is proved that the interaction between the free-stream turbulence and the 3D localized wall roughness makes the mechanism for excitation of unstable T-S waves in the flat-plate boundary layer. Subsequently, the relations between the initial 2D & 3D T-S wave amplitudes and the free-stream turbulence intensity, the roughness length, the roughness width and the roughness height, were built. The in-depth research of this problem is conducive to understanding of the hydrodynamic stability theory.

Key words: unstable Tollmien-Schlichting wave; 3D localized wall roughness; free-stream turbulence; boundary layer

Foundation item: The National Natural Science Foundation of China(11472139)

引用本文/Cite this paper:

沈露予, 陆昌根, 朱晓清. 自由来流湍流与三维壁面局部粗糙诱导平板边界层不稳定 T-S 波的数值研究 [J]. 应用数学和力学, 2017, **38**(11): 1208-1221.

SHEN Lu-yu, LU Chang-gen, ZHU Xiao-qing. Numerical study of unstable T-S waves excited by interaction between free-stream turbulence and 3D localized wall roughness in flat-plate boundary layer [J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2017, **38**(11): 1208-1221.