

基于传递矩阵法的周期性圆柱壳体 振动特性分析*

鞠海燕^{1,2}, 扶名福^{1,2,3}, 徐 斌²

- (1. 南昌大学 建筑工程学院, 南昌 330031;
2. 南昌工程学院 江西省水利土木特种加固与安全监控工程研究中心, 南昌 330099;
3. 共青科技职业学院, 江西 共青 332020)

摘要: 基于声子晶体理论和 Love 壳体理论,建立了圆柱壳体的轴对称波动微分方程,数值分析了周期性圆柱壳的能带特性.利用传递矩阵法建立了相邻胞元间的传递矩阵,推导了周期性圆柱壳各胞元环径向轴对称波动动态刚度矩阵.结合数值算例分析了弹性模量变化和几何尺寸变化对圆柱壳体波的传播特性的影响,数值结果表明:振动波在传播过程中存在禁带域和通带域,长度比的变化对周期性圆柱壳体禁带的幅值、宽度和个数影响显著,因此可以通过调整结构尺寸参数改变结构中波的传播特性,该文的研究可以为结构的抗震设计、减振控制提供一种新思路.

关键词: Love 壳体理论; 传递矩阵法; 能量带; 振动特性

中图分类号: O327

文献标志码: A

DOI: 10.21656/1000-0887.380090

引 言

随着现代工业技术的发展,圆柱壳结构广泛应用于航天航空、建筑工程、海洋工程、能源交通等工程领域.许多圆柱壳结构通常是由长度相同的拼接段组成,因此,可以认为它是一种周期结构.周期性结构的能带特性(波动频率在结构频率通带域内时,波动在结构中传播,其幅值和能量不会衰减;波动频率在结构频率禁带域时,波动幅值和能量发生衰减^[1])为结构的抗震设计及减振控制提供了一种新思路.目前,对工程结构中波动特性的研究较多:陈正翔等^[2]研究了圆柱壳中结构振动波的传播特性;段海洋^[3]研究了薄壁圆柱壳的振动特性问题;徐慕冰等^[4]对充液圆柱壳的波的传播和功率流特性进行了研究;Yan 等^[5-6]分析了水下粘弹性圆柱壳和无限长圆柱壳振动功率流的传播;龚良贵等^[7]研究了流-固冲击载荷作用下圆柱薄壳的动力屈曲问题;石焕文等^[8]对加环筋轴对称壳体振动声辐射特性进行了研究;Shah 等^[9]研究了指数型体积分数对功能梯度薄圆柱壳振动频率的影响;李文达等^[10]对弹性边界约束旋转功能梯度圆柱壳结构自由振动行波特性进行了分析.但将圆柱壳体作为周期结构进行振动特性的分

* 收稿日期: 2017-04-10; 修订日期: 2018-01-15

基金项目: 国家自然科学基金(51269021;51569016);江西省科技厅项目(20133ACB20006;20122BBG70174;20142BAB206001;S2016SFYBG0137);江西省教育厅科技落地计划项目(KJLD12048);赣鄱英才 555 工程

作者简介: 鞠海燕(1978—),女,副教授,博士(通讯作者. E-mail: jhyhgw@qq.com);
扶名福(1953—),男,教授,博士生导师(E-mail: fmfu@mit.edu.cn).

析研究还较少: Ruzzene 等^[11]分析了移动荷载作用下周期性壳体的动态特性; 丁兰等^[12]采用 Timoshenko 梁模型研究了失谐周期加固管波动局部化特性; 尹涛等^[13]采用 Timoshenko 梁模型研究了失谐周期盾构隧道结构的波动局部化特性。

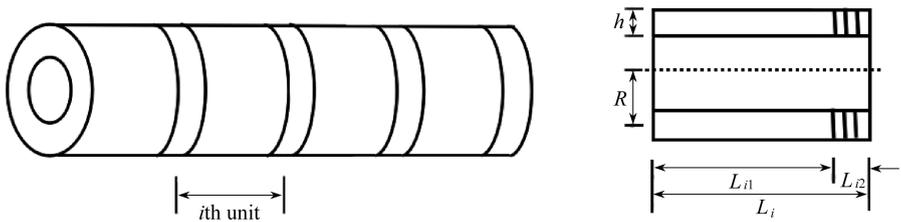
对于声子晶体结构, 通过将波动方程重组为稳态简谐场的特征值问题, 求解特征值, 可以清楚地看到声子晶体的带隙现象。本文基于声子晶体理论和 Love 壳体理论, 建立了圆柱壳体径向轴对称波动微分方程, 推导了周期性圆柱壳体各胞元轴对称径向波动动态刚度矩阵, 利用传递矩阵法推导了相邻胞元间的传递矩阵, 分析了弹性模量变化和几何尺寸变化对圆柱壳体波的传播特性的影响。

1 周期性圆柱壳体的方程

将圆柱壳体衬砌近似为无限长薄壁圆柱壳, 如图 1 所示, 圆柱壳体连接段考虑弹性模量的削弱, 即每个单元由均匀厚度的子胞 1(L_{i1}) 和子胞 2(L_{i2}) 组成, 每节管片环相当于一个周期单元, x, θ, r 分别为壳体的轴向、切向和径向坐标, h 为薄壳的厚度, R 为中面到圆心的距离, L 为壳体单元的长度。假设仅考虑壳体的轴对称运动, 其所有的力学量与 θ 无关(周向波数为 0)^[14], 壳体的径向位移沿厚度方向为一常数, 即等于壳体中面位移。根据 Love 壳体理论^[15], 对于自由振动的薄壁圆柱壳体, 第 i 单元子胞 1 的径向轴对称波动微分方程为

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 U_{i1}}{\partial x^2} + \frac{\nu}{R} \frac{\partial W_{i1}}{\partial x} - \frac{1}{K} \rho h \frac{\partial^2 U_{i1}}{\partial t^2} = 0, \\ \frac{\partial^4 W_{i1}}{\partial x^4} + \frac{12}{h^2} \left(\frac{\nu}{R} \frac{\partial U_{i1}}{\partial x} + \frac{W_{i1}}{R^2} \right) + \frac{\rho h}{D} \frac{\partial^2 W_{i1}}{\partial t^2} = 0, \end{cases} \quad (1)$$

式中, K 和 D 分别为薄膜刚度和弯曲刚度, $K = \frac{E_1 h}{1 - \nu^2}$, $D = \frac{E_1 h^3}{12(1 - \nu^2)}$, E_1 为子胞 1 的弹性模量, ν 为 Poisson(泊松)比, ρ 为密度, U_{i1}, W_{i1} 为子胞 1 的轴向位移和径向位移。



(a) 无限长圆柱壳体

(a) An infinitely long cylindrical shell

(b) 第 i 单元

(b) The i th unit

图 1 无限长周期性圆柱壳体

Fig. 1 The infinitely long periodic cylindrical shell

考虑圆柱壳体的轴对称运动, 其所有的力学量与 θ 无关(周向波数为 0), 假设其满足位移振型解为^[14]

$$\begin{cases} U(x, \theta, t) = u(x) \cos(n\theta) e^{i\omega t} = u(x) e^{i\omega t}, \\ W(x, \theta, t) = w(x) \cos(n\theta) e^{i\omega t} = w(x) e^{i\omega t}, \end{cases} \quad (2)$$

式中, n 为周向波数 ($n = 0$), ω 为角频率。

将式(2)代入式(1)得

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 u_{i1}}{\partial x^2} + \frac{\nu}{R} \frac{\partial w_{i1}}{\partial x} + \frac{1}{K} \rho h \omega^2 u_{i1} = 0, \\ \frac{\partial^4 w_{i1}}{\partial x^4} + \frac{12}{h^2} \left(\frac{\nu}{R} \frac{\partial u_{i1}}{\partial x} + \frac{w_{i1}}{R^2} \right) - \frac{\rho h}{D} \omega^2 w_{i1} = 0. \end{cases} \quad (3)$$

令

$$S = RK = R \frac{Eh}{1 - \nu^2}, \quad J = RD = R \frac{Eh^3}{12(1 - \nu^2)}, \quad c = \sqrt{\frac{E/\rho}{1 - \nu^2}},$$

上式变为

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 u_{i1}}{\partial x^2} + \frac{\nu}{R} \frac{\partial w_{i1}}{\partial x} + \frac{\omega^2}{c^2} u_{i1} = 0, \\ \frac{\partial^4 w_{i1}}{\partial x^4} + \frac{S}{J} \left(\frac{\nu}{R} \frac{\partial u_{i1}}{\partial x} + \frac{w_{i1}}{R^2} - \frac{\omega^2}{c^2} w_{i1} \right) = 0. \end{cases} \quad (4)$$

对于各向同性的均质薄圆柱壳,轴力 N_x 、弯矩 M_x 及剪力 Q_x 的表达式为

$$\begin{cases} N_x = K \left(u_{,x} + \frac{\nu}{R} w \right), \\ M_x = -D w_{,xx}, \\ Q_x = -D w_{,xxx}. \end{cases} \quad (5)$$

将内力进行无量纲化,令

$$N_x = \frac{K}{R^2} \bar{N}_x, \quad Q_x = \frac{K}{R^2} \bar{Q}_x, \quad M_x = \frac{K}{R} \bar{M}_x,$$

设 $\mathbf{E}(x) = [u \quad w \quad w_{,x} \quad \bar{N}_x \quad \bar{Q}_x \quad \bar{M}_x]^T$, 结合式(4), 则可得到矩阵方程:

$$\frac{d\mathbf{E}(x)}{dx} = \begin{bmatrix} 0 & F_{12} & 0 & F_{14} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & F_{36} \\ F_{41} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & F_{52} & 0 & F_{54} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & F_{65} & 0 \end{bmatrix} \mathbf{E}(x), \quad (6)$$

其中

$$\begin{aligned} F_{12} &= -\frac{\nu}{R}, \quad F_{14} = \frac{1}{R^2}, \quad F_{36} = -\frac{S}{JR}, \quad F_{41} = -R^2 \frac{\omega^2}{c^2}, \\ F_{52} &= 1 - R^2 \frac{\omega^2}{c^2} - \nu^2, \quad F_{54} = \frac{\nu}{R}, \quad F_{65} = \frac{1}{R}. \end{aligned}$$

对于壳长为 L_{i1} 的圆柱壳,式(6)的解为

$$\mathbf{E}(L_{i1R}) = \mathbf{A}_{i1} \mathbf{E}(L_{i1L}), \quad (7)$$

其中 $\mathbf{A}_{i1} = \exp \left(\int_{L_{i1L}}^{L_{i1R}} \mathbf{F}(x) dx \right)$.

将 $\mathbf{E}(L_{i1})$ 写成位移向量和内力向量的形式,则

$$\begin{cases} \mathbf{E}(L_{i1}) = [\mathbf{q}_{L_{i1}}, \mathbf{f}_{L_{i1}}]^T, \\ \mathbf{q}_{L_{i1}} = [u_{L_{i1}} \quad w_{L_{i1}} \quad w'_{L_{i1}}]^T, \\ \mathbf{f}_{L_{i1}} = [N_{L_{i1}} \quad Q_{L_{i1}} \quad M_{L_{i1}}]^T. \end{cases} \quad (8)$$

因此,式(7)可以写作

$$\begin{bmatrix} \mathbf{q}_{L_{i1R}} \\ \mathbf{f}_{L_{i1R}} \end{bmatrix} = \mathbf{A}_{i1} \begin{bmatrix} \mathbf{q}_{L_{i1L}} \\ \mathbf{f}_{L_{i1L}} \end{bmatrix}. \quad (9)$$

同理,可以得到子胞 2 左右两端状态向量的表达式:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{q}_{L_{i2R}} \\ \mathbf{f}_{L_{i2R}} \end{bmatrix} = \mathbf{A}_{i2} \begin{bmatrix} \mathbf{q}_{L_{i2L}} \\ \mathbf{f}_{L_{i2L}} \end{bmatrix}. \quad (10)$$

在子胞 1 和子胞 2 界面处满足

$$\mathbf{q}_{L_{i1R}} = \mathbf{q}_{L_{i2L}}, \mathbf{f}_{L_{i1R}} = -\mathbf{f}_{L_{i2L}} \quad (i = 1, 2, \dots, n). \quad (11)$$

式(11)写成矩阵形式为

$$\begin{bmatrix} \mathbf{q}_{L_{i1R}} \\ \mathbf{f}_{L_{i1R}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -\mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{q}_{L_{i2L}} \\ \mathbf{f}_{L_{i2L}} \end{bmatrix} \quad (i = 1, 2, \dots, n), \quad (12)$$

式中, \mathbf{I} 为 3 阶单位矩阵.

根据式(9)、(10)和(12),第 i 单元左右两端状态向量间的关系式为

$$\begin{bmatrix} \mathbf{q}_{L_{i2R}} \\ \mathbf{f}_{L_{i2R}} \end{bmatrix} = \bar{\mathbf{T}} \begin{bmatrix} \mathbf{q}_{L_{i1L}} \\ \mathbf{f}_{L_{i1L}} \end{bmatrix} \quad (i = 1, 2, \dots, n), \quad (13)$$

式中, $\bar{\mathbf{T}} = \mathbf{A}_{i2} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -\mathbf{I} \end{bmatrix}^{-1} \mathbf{A}_{i1}$ 为第 i 单元的传递矩阵, \mathbf{I} 为 3 阶单位矩阵.

第 i 单元与第 $i + 1$ 单元圆柱壳体在界面处满足

$$\begin{bmatrix} \mathbf{q}_{L_{i2R}} \\ \mathbf{f}_{L_{i2R}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -\mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{q}_{L_{(i+1)1L}} \\ \mathbf{f}_{L_{(i+1)1L}} \end{bmatrix} \quad (i = 1, 2, \dots, n). \quad (14)$$

根据式(13)和式(14)得

$$\begin{bmatrix} \mathbf{q}_{L_{(i+1)1L}} \\ \mathbf{f}_{L_{(i+1)1L}} \end{bmatrix} = \mathbf{T} \begin{bmatrix} \mathbf{q}_{L_{i1L}} \\ \mathbf{f}_{L_{i1L}} \end{bmatrix} \quad (i = 1, 2, \dots, n), \quad (15)$$

式中, $\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -\mathbf{I} \end{bmatrix}^{-1} \bar{\mathbf{T}}$ 为两相邻单元间的传递矩阵, \mathbf{I} 为 3 阶单位矩阵.

根据 Bloch 理论^[16],周期结构在波数域满足如下关系:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{q}_{L_{(i+1)1L}} \\ \mathbf{f}_{L_{(i+1)1L}} \end{bmatrix} = e^{ikL} \begin{bmatrix} \mathbf{q}_{L_{i1L}} \\ \mathbf{f}_{L_{i1L}} \end{bmatrix} \quad (i = 1, 2, \dots, n). \quad (16)$$

由式(15)、(16)可得

$$(\mathbf{T} - e^{ikL}\mathbf{I}) \begin{bmatrix} \mathbf{q}_{Li} \\ \mathbf{f}_{Li} \end{bmatrix} = 0 \quad (i = 1, 2, \dots, n). \quad (17)$$

式(17)有非零解的充分必要条件是方程组系数行列式为 0, \mathbf{I} 为 6 阶单位矩阵,即

$$|\mathbf{T} - e^{ikL}\mathbf{I}| = 0. \quad (18)$$

对于给定的圆频率 ω (工程中用的频率为 $f = \omega / (2\pi)$), 本文的计算结果均采用频率 f), 通过求解特征值问题, 可由式(18)解出波矢 k , 进而求解出无限周期性圆柱壳的能带结构图。

2 数值分析

2.1 与文献结果比较

为了验证本文计算方法的正确性, 考虑均值等厚圆柱壳体, 两端简支, 圆柱壳体的 Poisson 比 $\nu = 0.3$, 厚径比 $h/R = 0.002$, 将计算结果与文献[14]中两端简支圆柱壳轴对称振动 ($n = 0$) 频率系数对比, 其频率系数为

$$\Omega = \sqrt{\frac{1}{2} \left[(1 + \xi^2 + \eta\xi^4) - \sqrt{(1 - \xi^2)^2 + 4\nu^2\xi^2 + 2\eta\xi^4(1 - \xi^2)} \right]}, \quad (19)$$

式中, $\eta = \frac{h^2}{12R^2}$, $\xi = m\pi \frac{R}{L}$, m 为轴向半波数 ($m = 1, 2, 3, \dots$)。

图2给出了频率系数的对比结果, 从图中可以看出本文计算结果与文献[14]结果吻合较好, 同时也表明了本文计算方法和理论推导公式的正确性。

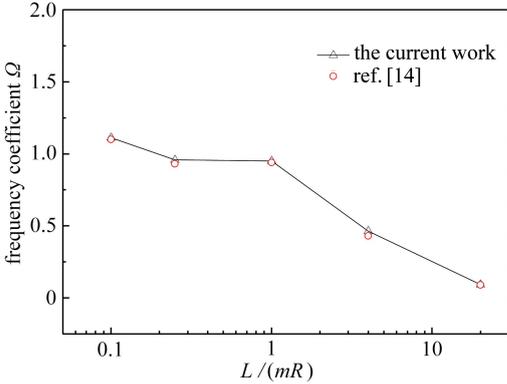


图2 频率系数结果对比图

Fig. 2 The frequency coefficient comparison figure

表1 圆柱壳体的几何和材料参数表

Table 1 Geometric and material parameters of the cylindrical shell

parameter	magnitude
elastic modulus E_1 /MPa	3.5×10^4
Poisson's ratio ν	0.25
density ρ / (kg/m ³)	2 500
shell internal diameter ($2R - h$) / m	2.7
shell thickness h / m	0.3

2.2 算例分析

根据理论计算模型, 分析周期性圆柱壳体的波动振动特性, 圆柱壳体的几何和材料参数如表1所示。

2.2.1 弹性模量比变化

为了便于分析周期性圆柱壳的传播特性, 首先对均质圆柱壳进行分析, 图3给出了长度比 ($L_1/L_2 = 5$ 和 $L_1/L_2 = 8$) 一定时, 不同弹性模量比对弯曲波的影响。由图3(a)可知, 当长度比 $L_1/L_2 = 5$ 时, 在 $(0, 115)$ 范围内, 对于均质圆柱壳只存在1个禁带, 对于第二、第三、第四种工况 ($E_1/E_2 = 2, E_1/E_2 = 3$ 和 $E_1/E_2 = 4$) 存在3个禁带; 由图3(b)可知, 当长度比 $L_1/L_2 = 8$ 时, 在 $(0, 115)$ 范围内, 对于均质圆柱壳只存在一个禁带, 对于第二、第三、第四种工况 ($E_1/E_2 = 2, E_1/E_2 = 3$ 和 $E_1/E_2 = 4$) 存在4个禁带。根据图3(a)和(b)可以看出, 随着弹性模量比值的增加, 第一个禁带带宽变化不大, 其余禁带的幅值和带宽增加明显。

2.2.2 长度比变化

当长度比 L_1/L_2 变化时 (保持 $L_2 = 0.2$ m 不变, 调整 L_1 的长度), 周期性圆柱壳弯曲波的变化曲线如图4所示。图4为弹性模量比 ($E_1/E_2 = 2$ 和 $E_1/E_2 = 3$) 一定时, 弯曲波随长度比变化

的曲线,根据图 4(a)和(b)可以看出,在(0,115)范围内,周期性圆柱壳的频带特性变化明显。对于工况 $L_1/L_2 = 5$ 和 $L_1/L_2 = 6$, 存在 3 个禁带,对于工况 $L_1/L_2 = 7$ 和 $L_1/L_2 = 8$ 存在 4 个禁带。随着长度比值的增加,第一个禁带带宽变化不大、幅值变化显著,从第二个禁带开始,禁带的带宽逐渐减小,禁带和禁带之间的间隔逐渐减小。

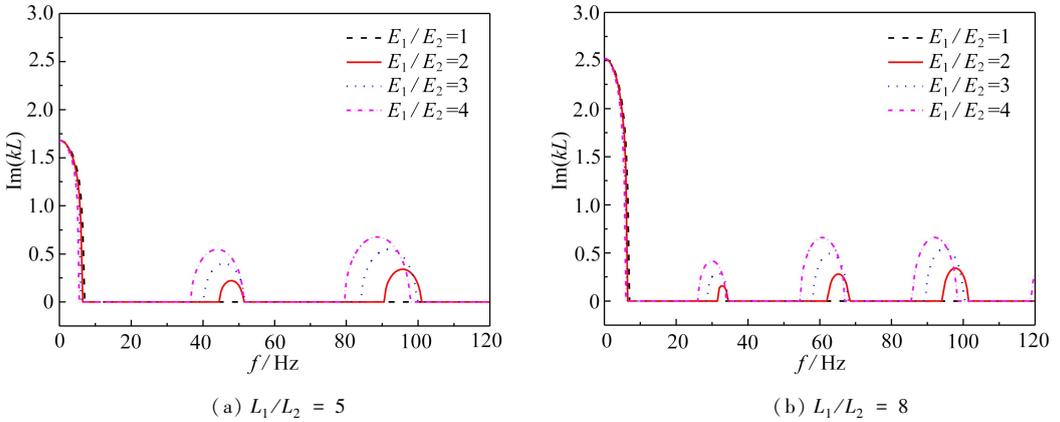


图 3 不同弹性模量比对弯曲波的影响

Fig. 3 The bending wave responses with different elastic modulus ratios

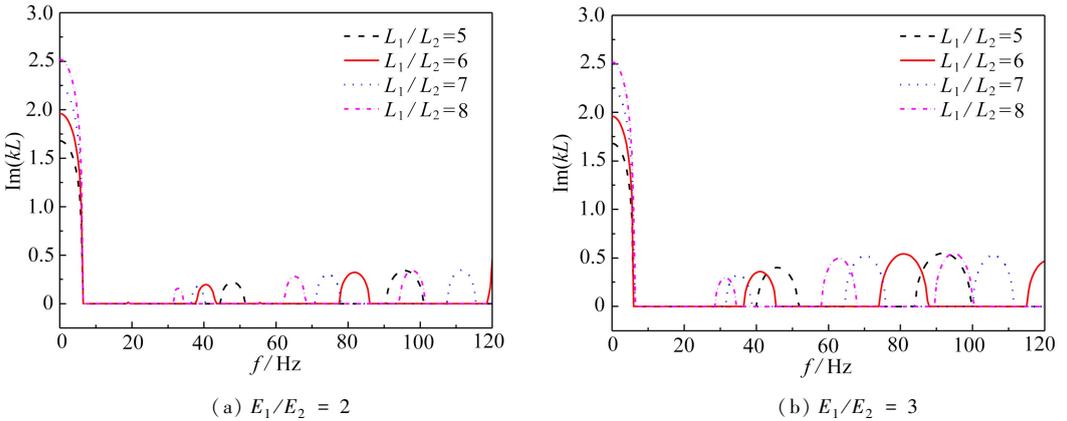


图 4 不同长度比对弯曲波的影响

Fig. 4 The bending wave responses with different length ratios

3 结 论

本文基于传递矩阵法,推导了周期性圆柱壳的理论计算模型,通过数值分析得出以下结论:

1) 对于均质圆柱壳存在一个临界频率,当传播频率小于临界频率时,波的传播是衰减的;与均质圆柱壳相比,周期性圆柱壳的临界频率随着弹性模量比值的增加而变大。

2) 长度比一定时,随着弹性模量比值的增加,禁带的幅值和带宽增加,禁带的个数随着长度比的增加而增加。

3) 弹性模量比值一定时,长度比的变化对周期性圆柱壳禁带的幅值、宽度和个数影响显著,因此可以通过调整结构尺寸参数改变结构中波的传播特性。

参考文献(References):

- [1] BAZ A. Active control of periodic structures[J]. *Journal of Vibration and Acoustics*, 2001, **123**(4): 472-479.
- [2] 陈正翔, 江松青, 张维衡. 圆柱壳中结构振动波的传播特性[J]. 振动工程学报, 1998, **11**(4): 450-456. (CHEN Zhengxiang, JIANG Songqing, ZHANG Weiheng. Dispersion characteristics of structure vibration waves in cylindrical shells[J]. *Journal of Vibration Engineering*, 1998, **11**(4): 450-456. (in Chinese))
- [3] 段海洋. 薄壁圆柱壳振动特性的研究[D]. 硕士学位论文. 沈阳: 东北大学, 2012. (DUAN Haiyang. Analysis of dynamic characteristics of thin circular cylindrical shells[D]. Master Thesis. Shenyang: Northeastern University, 2012. (in Chinese))
- [4] 徐慕冰, 张小铭, 张维衡. 充液圆柱壳的波传播和功率流特性研究[J]. 振动工程学报, 1997, **10**(2): 230-235. (XU Mubing, ZHANG Xiaoming, ZHANG Weiheng. Characteristics of wave propagation and vibrational power flow in a fluid-filled cylindrical shell[J]. *Journal of Vibration Engineering*, 1997, **10**(2): 230-235. (in Chinese))
- [5] YAN J, LI F C, LI T Y. Vibrational power flow analysis of a submerged viscoelastic cylindrical shell with wave propagation approach[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2007, **303**(1/2): 264-276.
- [6] YAN J, LI T Y, LIU J X. Input power flow in a submerged infinite cylindrical shell with doubly periodic supports[J]. *Applied Acoustics*, 2008, **69**(8): 681-690.
- [7] 龚良贵, 李情. 流-固冲击载荷作用下圆柱薄壳的动力屈曲研究[J]. 南昌大学学报, 2010, **32**(2): 158-162. (GONG Lianggui, LI qing. Study on dynamic buckling of cylindrical shells under fluid-solid impact loading[J]. *Journal of Nanchang University (Engineering & Technology)*, 2010, **32**(2): 158-162. (in Chinese))
- [8] 石焕文, 杨富社, 盛美萍, 等. 加环筋轴对称壳体振动声辐射特性[J]. 长安大学学报(自然科学版), 2008, **28**(6): 100-105. (SHI Huanwen, YANG Fushe, SHENG Meiping, et al. Characteristics of vibration and sound field of axisymmetric shell with stiffening rings[J]. *Journal of Chang'an University (Natural Science Edition)*, 2008, **28**(6): 100-105. (in Chinese))
- [9] 沙哈 A G, 曼穆德 T, 那姆 M N, 等. 指数型体积分数功能梯度材料的薄壁圆柱壳振动[J]. 应用数学和力学, 2009, **30**(5): 567-573. (SHAH A G, MAHMOOD T, NAEEM M N, et al. Vibrations of FGM thin cylindrical shells with exponential volume fraction law[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2009, **30**(5): 567-573. (in Chinese))
- [10] 李文达, 杜敬涛, 杨铁军, 等. 弹性边界约束旋转功能梯度圆柱壳结构自由振动行波特性分析[J]. 应用数学和力学, 2015, **36**(7): 710-724. (LI Wenda, DU Jingtao, YANG Tiejun, et al. Traveling wave mode characteristics of rotating functional gradient material cylindrical shell structures with elastic boundary constraints[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2015, **36**(7): 710-724. (in Chinese))
- [11] RUZZENE M, BAZ A. Dynamic stability of periodic shells with moving loads[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2006, **296**(4/5): 830-844.
- [12] 丁兰, 朱宏平, 吴巧云. 弹性地基上随机失谐周期加固管的波动局部化和特性研究[J]. 工程力学, 2015, **32**(2): 45-52. (DING Lan, ZHU Hongping, WU Qiaoyun. Study on wave localization in randomly disordered periodically stiffened pipes on elastic pipes on elastic foundations[J]. *Engineering Mechanics*, 2015, **32**(2): 45-52. (in Chinese))
- [13] 尹涛, 丁兰, 朱宏平. 失谐周期盾构隧道结构的弯曲波动局部化[J]. 振动工程学报, 2015, **28**(2): 262-268. (YIN Tao, DING Lan, ZHU Hongping. Flexural wave localization in disordered

- periodic jointed tunnel[J]. *Journal of Vibration Engineering*, 2015, **28**(2): 262-268. (in Chinese))
- [14] 曹志远. 板壳振动理论[M]. 北京: 中国铁道出版社, 1989: 290. (CAO Zhiyuan. *Vibration Theory of Plates and Shells*[M]. Beijing: China Railway Publishing House, 1989: 290. (in Chinese))
- [15] LOVE A E H. *A Treatise on the Mathematical Theory of Elasticity*[M]. 4th ed. Cambridge: Cambridge University Press, 1952.
- [16] KITTEL C. *Introduction to Solid State Physics*[M]. New York: Wiley, 1996.

Vibration Characteristics Analysis of Periodic Cylindrical Shells Based on the Transfer Matrix Method

JU Haiyan^{1,2}, FU Mingfu^{1,2,3}, XU Bin²

(1. School of Civil Engineering and Architecture, Nanchang University,
Nanchang 330031, P.R.China;

2. Jiangxi Provincial Engineering Research Center of the Special
Reinforcement and Safety Monitoring Technology in Hydraulic &
Civil Engineering, Nanchang Institute of Technology,
Nanchang 330099, P.R.China;

3. Gongqing Institute of Science and Technology,
Gongqing, Jiangxi 332020, P.R.China)

Abstract: Based on the phononic crystal theory and the Love shell theory, the radial axisymmetric vibration equations for cylindrical shells were established. The dynamic stiffness matrix of each cell in the periodic cylindrical shell was obtained, and the transfer matrix between adjacent cells was derived with the transfer matrix method. The effects of the elastic modulus and geometric sizes on the wave propagation characteristics were analyzed according to the numerical examples. Numerical results show that there exist band gaps and pass gaps during the process of wave propagation in periodic cylindrical shells; the change of the length ratio has a significant effect on the amplitude, the width and the number of the band gaps. Therefore, it is possible to regulate the wave propagation characteristics of the structure through adjustment of the structural dimensions, which provides a new way for the design and vibration control of the structure.

Key words: Love shell theory; transfer matrix method; energy band; vibration characteristic

Foundation item: The National Natural Science Foundation of China(51269021;51569016)

引用本文/Cite this paper:

鞠海燕, 扶名福, 徐斌. 基于传递矩阵法的周期性圆柱壳体振动特性分析[J]. 应用数学和力学, 2018, **39**(3): 278-285.

JU Haiyan, FU Mingfu, XU Bin. Vibration characteristics analysis of periodic cylindrical shells based on the transfer matrix method[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2018, **39**(3): 278-285.