

# 基于 Hurst 指数的风速时间序列研究\*

袁全勇, 杨 阳, 李 春, 阚 威, 叶柯华

(上海理工大学 能源与动力工程学院, 上海 200093)

**摘要:** 为研究风速时间序列的长程相关性和自相似性,采用重标度极差分析和去趋势波动分析对风速时间序列进行相关性分析,计算风速时间序列的 Hurst 指数,并对其进行了功率谱密度分析,计算其谱指数.结果表明,两种方法计算所得 Hurst 指数都较为接近 1,说明风速时间序列具有显著的自相似性和长程正相关性;但  $R/S$  分析及 DFA 所得 Hurst 指数有所差异,这一差异说明 DFA 可体现出非平稳风速时间序列的幂率特征.此外,对风速时间序列 Hurst 指数及谱指数的分析还表明了风速波动具有“ $1/f$  噪声”特征.为风速分形混沌特性研究及风速短时预测等提供了理论依据.

**关键词:** 风速时间序列; 去趋势波动分析; 重标度极差; Hurst 指数; 谱分析

**中图分类号:** TK83

**文献标志码:** A

**DOI:** 10.21656/1000-0887.380154

## 引 言

风能作为一种清洁的可再生能源,已经成为许多国家可持续发展战略的重要组成部分<sup>[1-2]</sup>.据全球风能协会统计,2016年,全球新增装机容量达 54.6 GW,其中我国占比 42.8%,位居世界首位<sup>[3]</sup>.与传统能源不同,风能的捕获受风速波动影响极大:风速波动会导致风力发电功率波动,影响电网稳定性<sup>[4]</sup>;也会引起风力机主要机械部件的交变应力,加速疲劳破坏<sup>[5]</sup>.因此,深入准确地研究风速性质对于风速建模及风速预测等具有重要意义<sup>[6]</sup>.

风速研究中,通常使用统计方法描述风速特性,如使用 Weibull 分布和 Rayleigh 分布描述风速频率分布<sup>[7]</sup>.然而风速脉动实际是大气湍流运动的体现<sup>[8]</sup>,湍流是典型的非线性系统,统计方法无法反映隐含在风速时间序列中的非线性特征.因此,越来越多的文献从混沌及分形等非线性科学角度,研究风速特性:文献[9]利用混沌理论对风速时间序列进行相空间重构,并计算其关联维数和 Lyapunov 指数,计算结果表明风速时间序列具有混沌特征;文献[10]使用计盒维数法计算了风速时间序列的盒维数,并探讨了风速的统计参数与分形维数的关系;文献[11]使用随机型 Weierstrass-Mandelbrot 函数设计了能够仿真风速脉动自相似特性的风速仿真方案;文献[12]通过相空间重构理论,结合 BP 神经网络和一阶局域预测模型实现风速短期预测.Fortuna 等<sup>[13]</sup>基于 Hurst 指数及频谱分析原理,研究并发现意大利及美国等地风速时间序列具有长程相关性,且不同时长的风速时间序列具有不同的功率谱特征,但均服从幂律分布.

\* 收稿日期: 2017-05-26; 修订日期: 2017-06-23

基金项目: 国家自然科学基金(51676131;51176129)

作者简介: 袁全勇(1990—),男,硕士生(E-mail: usst\_2011ndyqy@163.com);

李春(1963—),男,教授,博士生导师(通讯作者. E-mail: lichunusst@163.com).

Liang 等<sup>[14]</sup>提出了基于 Hilbert-Huang 变换 (HHT) 和 Hurst 分析的风力发电规模划分方法,对风电的各种多尺度混沌特征进行研究,揭示了风力发电的动态信息行为。Telesca 等<sup>[15]</sup>研究了山区复杂地形条件下的风速时间序列特征,结果表明,风速时间序列动力学特征存在于两个不同的时间尺度下,在较大时间尺度下具有长程正相关性和多分形特征,在较小时间尺度下具有长程负相关性及单分形特征。Tsekouras 等<sup>[16]</sup>以 Hurst 指数为时间序列持续性的衡量指标,估算了风速时间序列的 Hurst 指数,研究了风速时间序列的可持续性。

长程相关性和自相似性是非线性系统的重要性质,对于系统建模和仿真、系统行为预测有重要的意义<sup>[17]</sup>。因此,本文在上述研究的基础上,基于重标度极差分析 (rescaled range analysis,  $R/S$  分析) 和去趋势波动分析 (detrended fluctuation analysis, DFA), 计算了风速时间序列的 Hurst 指数,进一步分析时间序列的自相似性和长程相关性,并结合功率谱分析研究了风速时间序列信号的物理特征,为风场风速建模、风速预测等奠定理论基础。

## 1 Hurst 指数及含义

Hurst 指数可用于衡量时间序列的自相似性和长程相关性。自相似性表明了时间序列可从不同尺度上进行度量,体现其波动的相似程度。长程相关性是时间序列信号的重要特征,它反映了某一时间间隔上两个数据的统计相关性,反映了信号内在的波动本质。对于一个时间序列:

1)  $0 < H < 1/2$ , 表示该时间序列为长程负相关,即当前趋势会影响未来趋势,且当前与未来趋势为负相关。如果时间序列在某一区间是增长的,那么在下一区间很可能会降低,反之亦然。

2)  $H \approx 1/2$ , 说明该过程无长程相关性,为类似于“白噪音”的不自相关随机过程。

3)  $1/2 \leq H < 1$ , 序列为长程正相关,即当前的序列趋势会影响未来的序列趋势,且当前与未来趋势正相关。如果时间序列在某一区间是增长的,那么下一区间多半会增长,反之亦然。

4)  $H \approx 1$ , 说明该过程为“ $1/f$ 波动”。

5)  $H > 1$ , 序列为非平稳信号;当  $H = 1.5$  时,序列为“Brown 噪音”。

基于重标度极差分析、去趋势波动分析及功率谱分析对风速时间序列进行了自相似性及长程相关性分析。

## 2 Hurst 指数分析方法

### 2.1 重标度极差法

1951 年, Hurst 等提出了  $R/S$  分析方法,通过分析重标度累积均值离差的标度行为,研究时间序列的时间相关性和趋势持久性<sup>[18]</sup>。

使用重标度极差法分析时间序列,步骤如下:

1) 将长度为  $N$  的时间序列  $\{P(t)\}$  分割成长度为  $n$  的  $A$  个连续不重叠的子区间  $I_a (a = 1, 2, \dots, A)$ ,  $I_a$  中每个元素为  $p_{k,a} (k = 1, 2, \dots, n)$ 。

2) 对于每个子区间,分别计算其标准差  $S_l$ 、累积均值离差  $x_{k,a}$  和极差  $R_l$  :

$$S_l = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (p_{k,a} - e_a)^2}, \quad (1)$$

$$x_{k,a} = \sum_{i=1}^k (p_{i,a} - e_a), \quad (2)$$

$$R_I = \max_{1 \leq k \leq n} (x_{k,a}) - \min_{1 \leq k \leq n} (x_{k,a}), \quad (3)$$

式中,  $e_a$  为  $I_a$  序列的均值。

3) 计算每个子区间的重标度极差 ( $R_I/S_I$ ) 及  $A$  个区间的平均重标度极差 ( $(R/S)_n$ ):

$$(R/S)_n = \frac{1}{A} \sum_{a=1}^A (R_I/S_I). \quad (4)$$

4) 改变步骤 1) 中的子区间长度, 重复步骤 1) ~ 3), 计算不同子区间长度下的极差值 ( $(R/S)_n$ )。lg( $(R/S)_n$ ) 与 lg  $n$  之间存在线性关系, 即

$$\lg(R/S)_n = \lg \theta + H \lg n. \quad (5)$$

将平均极差和子区间长度绘制在双对数坐标图上, 通过最小二乘法进行线性拟合, 斜率  $H$  即为 Hurst 指数。

## 2.2 去趋势波动分析

1994 年, Peng 等提出了 DFA 法, 用于分析 DNA 的自相似性、标度不变性和长程相关性等分形特性<sup>[19]</sup>。该方法被广泛应用到不同领域的时间序列数据分析中, 如通过震动信号进行齿轮和轴承的故障诊断<sup>[20]</sup>、脑电信号分析<sup>[21]</sup>、金融市场数据分析<sup>[22]</sup>、地震信号分析<sup>[23]</sup>等。研究证明, DFA 方法是分析非平稳信号及时间序列的稳健、可靠的工具<sup>[24]</sup>。

对长度为  $N$  的时间序列  $x_k (k = 1, 2, 3, \dots, N)$  进行去趋势波动分析, 步骤如下:

1) 通过重组数据为序列  $y(i)$  求其累积离差:

$$y(i) = \sum_{k=1}^i (x_k - \bar{x}), \quad i = 1, 2, 3, \dots, N, \quad (6)$$

式中,  $\bar{x}$  为  $x_k$  的均值。

2) 将  $y(i)$  分为  $N_s$  个长度为  $s$  的等长度子区间,  $N_s = [N/s]$ , 其中  $[\cdot]$  为取整函数。

3) 通过  $k$  阶多项式, 使用最小二乘法对各子区间数据进行拟合, 得到各子区间的波动趋势  $y_v(i)$ :

$$y_v(i) = \sum_{n=0}^k a_n i^n, \quad (7)$$

式中,  $a_n$  为拟合多项式系数。

4) 消除各子区间内的波动趋势, 并求其平方平均数:

$$F^2(s, v) = \frac{1}{s} \sum_{i=1}^s \{ Y[(v-1)s + i] - y_v(i) \}^2. \quad (8)$$

5) 计算全序列 2 阶波动函数:

$$F_q(s) = \left[ \frac{1}{N_s} \sum_{v=1}^{N_s} F^2(s, v) \right]^{1/2}. \quad (9)$$

6) 改变步骤 2) 中的子区间长度  $s$ , 并重复步骤 2) ~ 5), 得到全序列波动  $F_q(s)$  随子区间长度  $s$  的变化曲线, 并绘制曲线的双对数坐标图。通过最小二乘法使用一次函数拟合数据点, 拟合得到一次函数, 如式 (10) 所示:

$$\lg(F_q(s)) = H_\alpha \lg s + \lg A, \quad (10)$$

式中, 所得斜率  $H_\alpha$  即为去趋势波动分析法求出的 Hurst 指数。

## 2.3 功率谱分析 (power spectrum analysis, PSA)

时间序列  $x(t)$  的自相关函数  $R(t)$  的 Fourier (傅里叶) 变换就是功率谱:

$$S(f) = \int_0^\infty R(t) e^{ift} dt \propto f^{-\beta}, \quad (11)$$

式中,  $\beta$  为谱指数(PSA 指数), 代表时间序列的相关程度. 若  $\beta = 0$ , 表示时间序列为无相关性的随机序列, 如白噪声; 若  $\beta > 0$ , 则认为时间序列具有分数维数的分形相关特性. 特别地, 当  $\beta = 2$  时, 时间序列为 Brown 噪声; 当  $\beta = 1$  时, 则为“ $1/f$ ”噪声, 是一种介于白噪声 ( $\beta = 0$ ) 及 Brown 噪声 ( $\beta = 2$ ) 的中间状态.

## 2.4 DFA 与 PSA 的关系

以 Brown 运动为例, 推导 DFA 指数 ( $H_\alpha$ ) 和功率谱指数 ( $\beta$ ) 之间的对应关系<sup>[25]</sup>. 如图 1 为二维随机 Brown 运动, 每一个时间间隔移动 1 个单位距离, 下图为移动 10 个单位距离所得到的 3 种不同移动轨迹. 数字 (1~10) 代表移动顺序, 箭头表示移动方向, 则移动  $n$  步以后的净

位移为  $s(n) = \sum_{i=1}^n \mathbf{e}_i$ , 其中  $\mathbf{e}_i$  是第  $i$  步指向最邻近位置的单位向量.

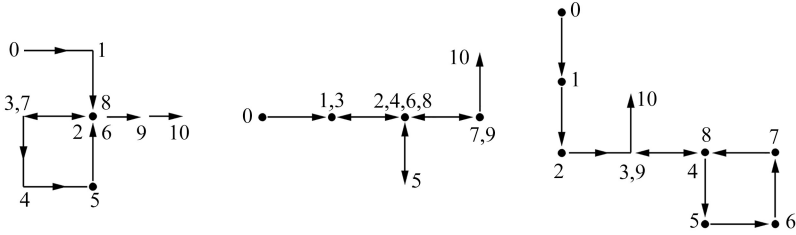


图 1 二维 Brown 运动的不同轨迹

Fig. 1 The different trajectories of a 2D Brownian motion

因为  $\mathbf{e}_i \cdot \mathbf{e}_j = \begin{cases} 1, & i = j \\ 0, & i \neq j \end{cases}$ , 所以平均平方位移为

$$\langle \mathbf{r}^2(n) \rangle = \left\langle \left( \sum_{i=1}^n \mathbf{e}_i \right)^2 \right\rangle = n + 2 \sum_{i=1}^n \langle \mathbf{e}_i \cdot \mathbf{e}_j \rangle = n. \quad (12)$$

若每一步移动的时间间隔是  $\tau$ , 那么  $n$  步随机游动的时间间隔  $t = n\tau$ , 则

$$\langle \mathbf{r}^2(n) \rangle = \frac{t}{\tau}. \quad (13)$$

设格子间隔为  $a$ , 则每一个格子点上游动的可能方向有  $2d$  个 ( $d$  是格子的维度), 单位时间内游动的方差为

$$K = \frac{a^2}{(2d)\tau}, \quad (14)$$

式中,  $K$  为扩散系数, 其单位为  $\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ . 因此, 式 (13) 可改写为

$$\langle \mathbf{r}^2(n) \rangle = \frac{(2d)K}{a^2} t,$$

即

$$\langle \mathbf{x}^2 \rangle \propto t. \quad (15)$$

式 (15) 即为 Brown 运动扩散方程. 推广至分数维 Brown 运动:

$$\langle \mathbf{x}^2 \rangle \propto t^{2H_\alpha}, \quad (16)$$

式中,  $H_\alpha$  为 Hurst 指数. 由上式得能量量纲

$$E = \frac{\langle \mathbf{x}^2 \rangle}{t^2} = t^{2H_\alpha - 2} = f^{-(2H_\alpha - 2)}. \quad (17)$$

功率谱为

$$S(f) = \int_0^{\infty} R(\tau) e^{i\tau f} d\tau \propto f^{-\beta},$$

则

$$E = f \cdot S(f) = f^{-\beta+1}. \quad (18)$$

由式(17)与式(18)所示能量量纲得功率谱指数  $\beta$  与 Hurst 指数  $H_\alpha$  之间的关系为<sup>[15,26]</sup>

$$H_\alpha = \frac{1}{2}(\beta + 1). \quad (19)$$

风速时间序列关联特性与 DFA 指数及 PSA 指数对应关系如图 2 所示<sup>[27]</sup>.

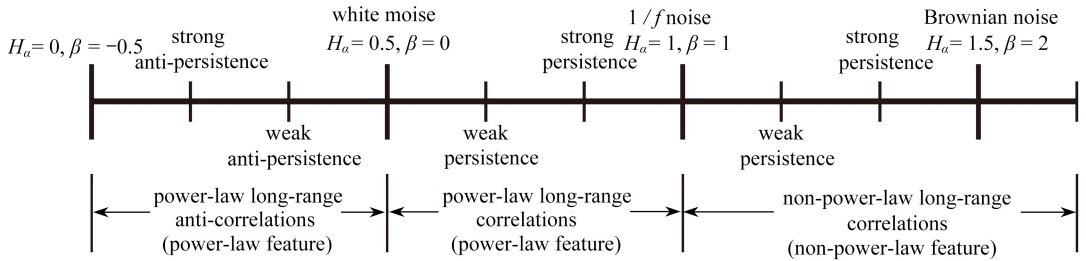


图 2 DFA 指数 ( $H_\alpha$ ) 及 PSA 指数 ( $\beta$ ) 与关联特性对应关系

Fig. 2 Diagram of the types of correlations to which various DFA exponents  $H_\alpha$  and PSA exponents  $\beta$  correspond

由图 2 可知,当  $H_\alpha < 1$  时,  $\beta < 1$ , 表明时间序列具有幂律特征;当  $H_\alpha > 1$  时,  $\beta > 1$ , 表明时间序列具有非幂律特征.就相关性而言,当  $H_\alpha < 0.5$  时,  $\beta < 0$ , 此时表明时间序列长程负相关,并且  $H_\alpha$  越小,这种负相关程度越强;当  $H_\alpha > 0.5$  时,  $\beta > 0$ , 此时表明时间序列长程正相关,且  $H_\alpha$  越大,这种正相关程度越强.特别地,当  $H_\alpha = 1$  时,  $\beta = 1$ , 表明时间序列为  $1/f$  噪声,当  $H_\alpha = 1.5$  时,  $\beta = 2$ , 表明时间序列为 Brown 噪声.

### 3 拟合优度检验

拟合优度  $R^2$  作为线性回归分析的统计量,是衡量线性回归拟合效果的一个重要指标<sup>[28]</sup>.拟合优度是指回归直线对测量值的拟合程度,是表达因变量与所有自变量之间的总体关系的参数.拟合优度  $R^2$  介于 0~1 之间,  $R^2$  越接近 1,说明回归直线对观测值的拟合程度越好,即说明 Hurst 指数计算越精确,风速时间序列自相似性越强.其计算原理如下:

$$R^2 = \frac{\sum (\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum (y_i - \bar{y})^2}, \quad (20)$$

式中,  $\hat{y}_i = H \cdot \lg S + \lg \theta$ ,  $H$  为 Hurst 指数,  $y_i$  为每个子区间的重标极差对数  $\lg(R_i/S_i)$ ,  $\bar{y}$  为所有子区间的平均重标度极差对数值  $\lg(R/S)_n$ ,  $\lg \theta$  为常数.

基于以上 3 种方法计算时间序列 Hurst 指数,分析风速时间序列的相关性,在所有子区间长度上,对双对数坐标值的线性拟合情况进行拟合优度检验,若拟合良好,则说明时间序列具有自相似性.

### 4 风速时间序列 Hurst 指数分析

以美国国家风能研究中心 M2 测风塔(National Wind Technology Center M2 tower)2016 年上半年 180 d 风速时间序列数据<sup>[29]</sup>为研究对象.将数据分为每 30 d 一组,共 6 组,分别编号样本 1~样本 6.风速数据为一天内每分钟的平均风速,每天共 1 440 个数据点,因此每个样本包

含 43 200 个数据,6 组样本风速波动情况如图 3 所示。

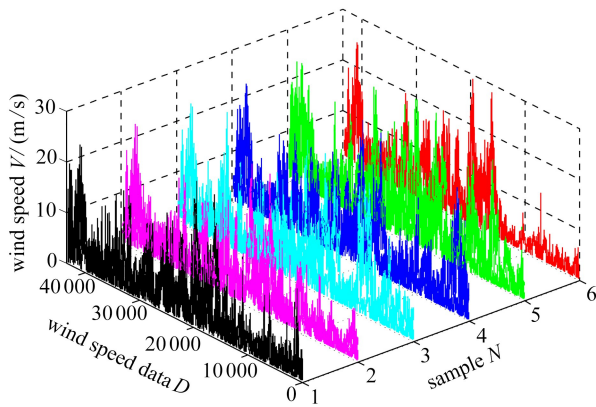


图 3 原始风速数据

Fig. 3 Raw data of the wind speed

#### 4.1 风速时间序列 $R/S$ 分析

基于  $R/S$  分析方法及拟合优度检验原理,对 6 组样本风速数据进行 Hurst 指数分析,如图 4 为样本 1 数据线性回归情况,其斜率 0.929 8 即为 Hurst 指数  $H$ ;拟合优度  $R^2$  为 0.998 3。根据以上  $R/S$  分析及拟合优度检验过程,分别对 6 组样本风速数据进行 Hurst 指数分析,结果如图 5 所示。

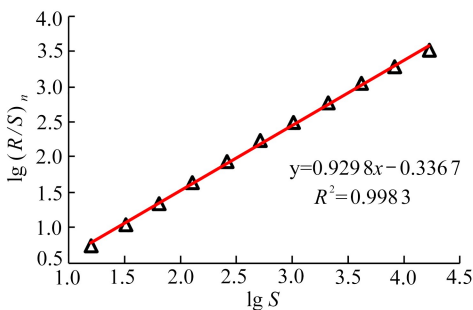


图 4 极差与子区间长度双对数图

Fig. 4 Bilogarithmic diagram of the range and the segment length

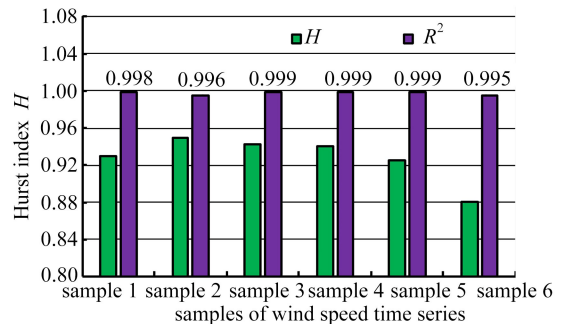


图 5  $R/S$  分析及拟合优度检验结果

Fig. 5 The results of  $R/S$  analysis and goodness of fit tests

由图 5 基于  $R/S$  分析法计算风速时间序列的 Hurst 指数的结果可知,各样本风速时间序列 Hurst 指数各不相同,其中样本 2 风速 Hurst 指数最大,为 0.950 0;样本 6 风速 Hurst 指数最小,为 0.881 1。由于  $R/S$  对非平稳信号分析的局限性,使得该方法计算的 Hurst 指数均小于 1,但样本 1~样本 5 的 Hurst 指数均较为接近 1,说明风速时间序列具有显著的“ $1/f$ 波动”特征且呈现出长程正相关性特征。此外,对各样本风速 Hurst 计算过程进行拟合优度检验,拟合优度  $R^2$  介于 0.995~0.999 之间,拟合效果较优,说明风速时间序列具有明显的自相似性。

#### 4.2 风速时间序列 DFA 分析

基于去趋势波动分析原理,对 6 组风速时间序列样本数据进行 Hurst 指数分析,其中样本 1 全局波动与子区间长度关系如图 6 所示。DFA1~DFA4 分别为采用 1~4 阶多项式使用最小二乘法对各子区间数据进行拟合所得全局波动与子区间长度关系的结果。根据以上分析过程,采



用 1~8 阶多项式对 6 组样本风速数据进行 DFA 分析,各样本风速数据 Hurst 指数随拟合次数  $K$  的变化关系如图 7 所示。

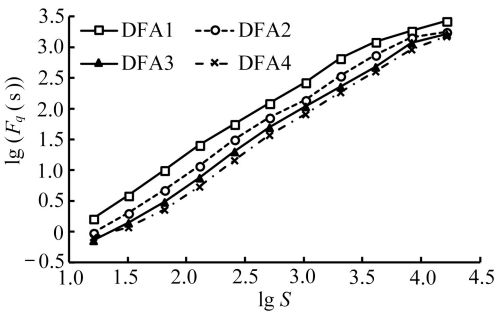


图 6 拟合次数  $K$  变化时全局波动与子区间长度关系双对数图

Fig. 6 Bilogarithmic graph of the global fluctuation and the segment length with the fitting times  $K$

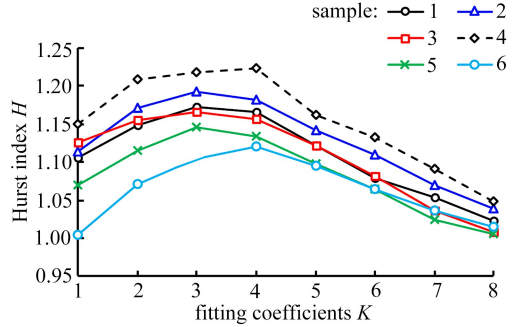


图 7 DFA 分析时拟合次数  $K$  对 Hurst 指数的影响

Fig. 7 The influence of fitting times  $K$  on the Hurst exponent in DFA analysis

由图 7 可知,样本风数据基于 DFA 分析的 Hurst 指数相比  $R/S$  分析的 Hurst 指数略大,介于 1.00~1.23 之间;随着拟合次数的增大,6 组样本数据的 Hurst 指数均先增大、后减小,对 6 组样本风数据 1~8 阶拟合所得 Hurst 指数及拟合优度  $R^2$  求平均值,其结果如表 1 所示。

表 1 DFA 分析 Hurst 指数结果

Table 1 The Hurst exponents of DFA analysis

sample $N$	1	2	3	4	5	6
$\bar{H}_\alpha$	1.108 6	1.127 3	1.065 0	1.154 1	1.082 1	1.063 8
$\bar{R}^2$	0.993 1	0.992 2	0.994 6	0.992 9	0.995 9	0.991 0

由表 1 结果可知,DFA 分析所得 6 组样本风速时间序列的 Hurst 指数基本稳定在 1 左右,表明风速时间序列为“ $1/f$ 波动”,Hurst 大于 0.5,也说明风速时间序列具有长程正相关性。对图 4 中所示各曲线进行线性拟合时,拟合优度  $R^2$  均大于 0.99,说明线性拟合效果良好,证明了风速时间序列具有明显的自相似性。

由图 5 及表 1 结果可知, $R/S$  分析  $H$  值均小于 1,而 DFA 分析结果均大于 1.这是因为风速序列取决于自然界的气象规律,其受温度、大气运动、空气湿度、环境条件等诸多因素的影响,属于典型的非线性不平稳信号<sup>[30]</sup>;  $R/S$  分析法对短期依赖性较为敏感,分析非平稳信号或具有短期记忆性的时间序列时,其 Hurst 指数计算结果具有一定误差<sup>[31-32]</sup>,文献对金融系统<sup>[33]</sup>、股票波动<sup>[34]</sup>、结肠压力活动<sup>[27]</sup>及螺纹钢线材市场<sup>[35]</sup>等时间序列相关性研究,也证明了基于  $R/S$  分析法计算所得 Hurst 指数为不大于 1 的正数。如图 2 所示,对非线性时间序列关联特性的研究, $R/S$  分析仅能表现时间序列的幂率特征,即  $R/S$  分析结果对应  $H$  值在 0~1 之间。因此,采用  $R/S$  分析得到的 Hurst 指数小于 1 是合理的, $H$  值接近 1,仍能体现风速时间序列的“ $1/f$ 噪声”特征。DFA 方法是一种分析非平稳时间序列长记忆性及相关性强度指数的方法。与  $R/S$  分析相比,其不同之处在于能消除时间序列的局部趋势,可获取时间序列的局部相关性。对于包含噪声或多项式叠加趋势的时间序列,也能检测该时间序列的长程相关性<sup>[36-37]</sup>,既能体现幂率特征 ( $0 < H < 1$ ),也能体现非幂律特征 ( $H > 1$ )。因此,基于 DFA 法所得  $H$  值大于 1,也属于正常情况,但  $H$  值接近 1,也能体现风速时间序列的“ $1/f$ 噪声”特征。

### 4.3 风速时间序列 PSA 分析

采用谱分析方法验证风速时间序列的“ $1/f$ 波动”特征.通过 Welch 法估计风速时间序列功率谱密度,分别对每段信号通过 Hamming 窗函数进行加窗 Fourier 变换,计算其功率谱密度,然后对其进行平均.图 8 为样本 1 计算所得功率谱密度(横纵坐标分别为频率及功率谱取对数).

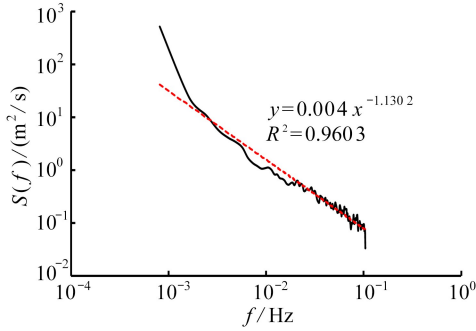


图 8 样本 1 风速功率谱密度

Fig. 8 The power spectrum density of sample 1 wind speed

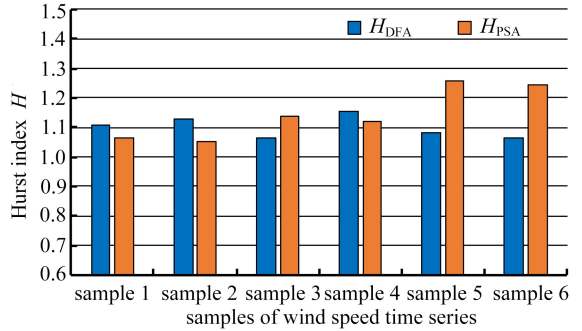


图 9 DFA 法与 PSA 法 Hurst 指数对比分析

Fig. 9 Comparative analysis of Hurst exponents by PSA and DFA

所得结果按式(11)形式通过最小二乘法拟合功率谱,得到

$$S(f) = 4 \times 10^{-3} \times \frac{1}{f^{1.1302}}, \quad (13)$$

可得,  $\beta = 1.1302$ .同理,可得其他样本风速时间序列的功率谱密度  $\beta$  值,并对每组样本数据进行拟合优度检验.此外,由 PSA 及 DFA 关系可依据  $\beta$  值计算出 Hurst 指数  $\bar{H}_\beta$ ,结果如表 2 所示,由  $R^2$  可知拟合效果较优.

表 2 功率谱分析与拟合优度检验结果

Table 2 The results of power spectrum analysis and goodness of fit tests

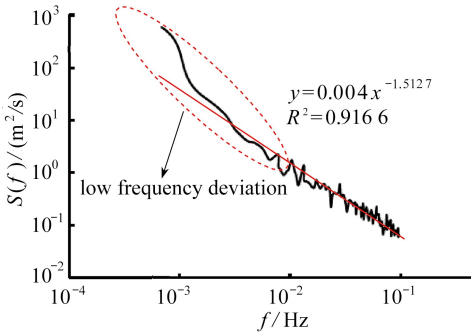
sample $N$	1	2	3	4	5	6
$\beta$	1.130 2	1.106 8	1.273 3	1.236 9	1.512 7	1.492 0
$\bar{R}^2$	0.960 3	0.992 2	0.954 6	0.992 9	0.916 6	0.816 7
$\bar{H}_{\text{PSA}}$	1.106 5	1.053 4	1.136 7	1.118 5	1.256 4	1.246 0

基于 DFA 分析及 PSA 分析所得结果基本满足式(19)所示  $H_\alpha$  与  $\beta$  对应关系.基于 DFA 与 PSA 的 Hurst 值  $H$  计算结果对比如图 9 所示.

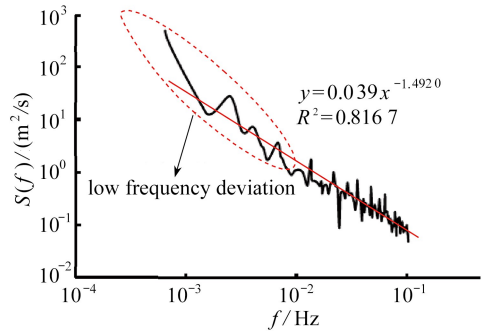
由图 9 可知,两种方法  $H$  值存在一定偏差,尤其是样本 5 与样本 6 偏差较大.其原因是:①相对于时间与频率描述而言,DFA 是时间序列长程相关性的周期性描述,而 PSA 属于时间序列相关性的频率描述<sup>[38]</sup>.而时间与频率存在关系:  $f = 1/T$ .可以说 DFA 为双对数功率谱 PSA 的改进.二者的差别在于,PSA 以平稳性假设为前提,对于非平稳时间序列风速分析会产生一定误差,如图 10(a)与 10(b)所示,PSA 对非平稳信号产生低频偏差域,这一偏差会导致计算结果具有一定误差;而 DFA 的优势在于其消除了局部趋势,这在一定程度上避免了将非平稳性虚假地检测为长程相关性,但残留的周期趋势对 Hurst 指数  $H$  值仍有影响(表现为中间尺度的轻微转折,如图 10(c)与 10(d)所示),且这一影响在样本 5 及样本 6 时间序列中表现尤为突出.② DFA 指数与 PSA 指数均是在双对数坐标中拟合得到的结果,拟合结果本身存在误差,且两种方法拟合优度并不完全相同(PSA 分析时样本 5 及样本 6 拟合优度分别为 0.916 6



和 0.816 7; 而 DFA 分析时样本 5 及样本 6 拟合优度分别为 0.995 9 和 0.991 0), 这就说明 PSA 拟合效果相对较差, 导致 PSA 指数  $\beta$  偏差较大, 这也将造成 DFA 指数与 PSA 指数差异. 由于以上原因, 造成了 DFA 指数与 PSA 指数有所不同. 尽管如此, DFA 与 PSA 分析的  $H$  值均较为接近 1, 符合“ $1/f$  波动”的特征, 也能说明风速时间序列属于“ $1/f$  噪声”.



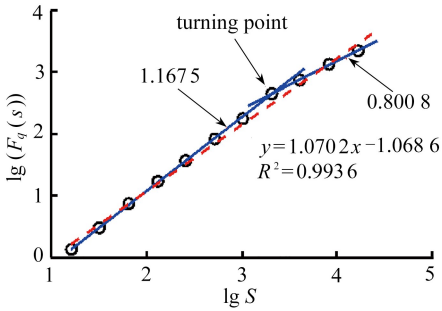
(a) 样本 5 风速功率谱密度



(b) 样本 6 风速功率谱密度

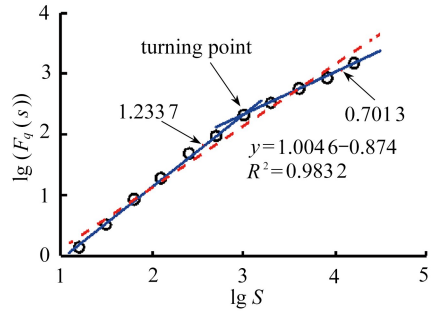
(a) The power spectrum density of sample 5 wind speed

(b) The power spectrum density of sample 6 wind speed



(c) 样本 5 全局波动与子区间长度关系双对数图

(c) Bilogarithmic graph of sample 5 global fluctuation and the segment length



(d) 样本 6 全局波动与子区间长度关系双对数图

(d) Bilogarithmic graph of sample 6 global fluctuation and the segment length

图 10 PSA 与 DFA 对比分析

Fig. 10 Comparative analysis of PSA and DFA

“ $1/f$  波动”广泛存在于各种物理、生物和天文现象中, 研究表明, 在非线性系统中, 奇异吸引子是“ $1/f$  波动”产生的原因, 且这类系统通常具有“自组织临界性”(self-organized criticality), 其宏观行为具有时间和空间上的标度不变性<sup>[39]</sup>. 风速脉动属于“ $1/f$  波动”, 再次体现出风速具有分形、混沌等非线性特征. 风速属于“ $1/f$  波动”这一结论也为风速模拟提供了一定参考. 分形差分自回归(auto regressive fractionally integrated moving average, ARFIMA)模型是生成“ $1/f$  波动”的主要模型<sup>[40]</sup>, 该方法可以生成具有一定长程相关性的随机过程时间序列. 使用 ARFIMA 模型生成具有一定长程相关性的风速时间序列, 可以作为风速模拟的新思路.

## 5 结 论

1) 采用重标度极差法和去趋势波动分析法计算得到的风速时间序列 Hurst 指数大于 0.5 且接近 1, 说明风速不是完全随机波动的时间序列, 其具有明显的长程正相关性和自相似性.

2) 风速时间序列 Hurst 指数接近 1, 说明其属于“ $1/f$  波动”, 体现了风速时间序列的分形及混沌特征, 功率谱分析的结果证明了这一结论.

3) 风速序列属于非线性不平稳时间序列,与  $R/S$  分析及 PSA 分析相比, DFA 可体现出非平稳风速时间序列的幂率特征,对于非平稳风速时间序列的信号分析更具优势。

### 参考文献(References):

- [1] 胡文瑞,王同光,李晔. “大型(兆瓦级)风力机的空气动力学问题”专刊前言[J]. 应用数学和力学, 2013, **34**(10): i-ii. (HU Wenrui, WANG Tongguang, LI Ye. Forewords of special issue: progress in large wind turbine aerodynamics[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2013, **34**(10): i-ii. (in Chinese))
- [2] 李俊峰,王仲颖,马玲娟,等. 2008 中国风电发展报告[R]. 北京: 中国环境科学出版社, 2008. (LI Junfeng, WANG Zhongying, MA Lingjuan, et al. China wind power report 2008[R]. Beijing: China Environmental Science Press, 2008. (in Chinese))
- [3] 杨阳,李春,缪维跑,等. 高速强湍流风况下的风力机结构动力学响应[J]. 动力工程学报, 2016, **36**(8): 638-644. (YANG Yang, LI Chun, MIAO Weipao, et al. Structural dynamic response of wind turbine under high-speed and strong turbulence inflow condition[J]. *Journal of Chinese Society of Power Engineering*, 2016, **36**(8): 638-644. (in Chinese))
- [4] 胡宏彬,任永峰,单广忠,等. 风电场工程[M]. 北京: 机械工业出版社, 2014. (HU Hongbin, REN Yongfeng, SHAN Guangzhong, et al. *Wind Farm Engineering*[M]. Beijing: China Machine Press, 2014. (in Chinese))
- [5] BURTON T, SHARPE D, JENKINS N. *Wind Energy Handbook*[M]. Hoboken: John Wiley & Sons, 2011.
- [6] 郭浩,付海明,吴爱辰,等. 自然风的分形特性[J]. 建筑热能通风空调, 2011, **30**(3): 42-45. (GUO Hao, FU Haiming, WU Aichen, et al. Fractal characteristic of natural wind[J]. *Building Energy and Environment*, 2011, **30**(3): 42-45. (in Chinese))
- [7] 李春,叶舟,高伟,等. 现代陆海风力机计算与仿真[M]. 上海: 上海科学技术出版社, 2012. (LI Chun, YE Zhou, GAO Wei, et al. *The Calculation and Simulation of Modern Land and Sea Wind Turbines*[M]. Shanghai: Shanghai Scientific and Technical Publishers, 2012. (in Chinese))
- [8] 郝吉明,马广大,王书肖. 大气污染控制工程[M]. 北京: 高等教育出版社, 2010. (HAO Jiming, MA Guangda, WANG Shuxiao. *Atmosphere Pollution Engineering*[M]. Beijing: Higher Education Press, 2010. (in Chinese))
- [9] 王东风,张有玥,韩璞,等. 风电场风速时间序列的复杂动力学特性分析[J]. 同济大学学报(自然科学版), 2010, **38**(12): 1828-1831. (WANG Dongfeng, ZHANG Youyue, HAN Pu, et al. Complex dynamical analysis of wind speed time series in wind farm[J]. *Journal of Tongji University (Natural Science)*, 2010, **38**(12): 1828-1831. (in Chinese))
- [10] CHANG Tianpau, KO Honghsi, LIU Fengjiao, et al. Fractal dimension of wind speed time series[J]. *Applied Energy*, 2012, **93**: 742-749.
- [11] 刘磊,胡非,李军,等. 基于 Weierstrass-Mandelbrot 函数的分形风速脉动仿真[J]. 气候与环境研究, 2013, **18**(1): 44-50. (LIU Lei, HU Fei, LI Jun, et al. On the use of Weierstrass-Mandelbrot function to simulate fractal wind fluctuation[J]. *Climatic and Environmental Research*, 2013, **18**(1): 44-50. (in Chinese))
- [12] 吕涛,唐巍,所丽. 基于混沌相空间重构理论的风电场短期风速预测[J]. 电力系统保护与控制, 2010, **38**(21): 113-117. (LÜ Tao, TANG Wei, SUO Li. Prediction of short-term wind speed in wind farm based on chaotic phase space reconstruction theory[J]. *Power System Protection*

- and Control*, 2010, **38**(21): 113-117.(in Chinese))
- [13] FORTUNA L, NUNNARI S, GUARISO G. Fractal order evidences in wind speed time series [C]// *International Conference on Fractional Differentiation and Its Applications*. Catania, Italy, 2014.
- [14] LIANG Zhengtang, LIANG Jun, ZHANG Li, et al. Analysis of multi-scale chaotic characteristics of wind power based on Hilbert-Huang transform and Hurst analysis[J]. *Applied Energy*, 2015, **159**: 51-61.
- [15] TELESCA L, LOVALLO M, KANEVSKI M. Power spectrum and multifractal detrended fluctuation analysis of high-frequency wind measurements in mountainous regions[J]. *Applied Energy*, 2016, **162**: 1052-1601.
- [16] TSEKOURAS G, KOUTSOYIANNIS D. Stochastic analysis and simulation of hydrometeorological processes associated with wind and solar energy[J]. *Renewable Energy*, 2014, **63**(1): 624-633.
- [17] 王启光, 支蓉, 张增平. Lorenz 系统长程相关性研究[J]. *物理学报*, 2008, **57**(8): 5343-5350. (WANG Qiguang, ZHI Rong, ZHANG Zengping. The research on long range correlation of Lorenz system[J]. *Acta Physica Sinica*, 2008, **57**(8): 5343-5350.(in Chinese))
- [18] Hurst H E, C M G, M A, et al. The problem of long-term storage in reservoirs[J]. *International Association of Scientific Hydrology*, 1956, **1**(3): 13-27.
- [19] PENG C K, BULDYREV S V, HAVLIN S, et, al. Mosaic organization of DNA nucleotides[J]. *Physical Review E: Statistical Physics, Plasmas, Fluids, and Related Interdisciplinary Topics*, 1994, **59**(2): 1685-1689.
- [20] 肖涵, 吕勇, 王涛. 齿轮振动信号的去趋势波动分析及其在故障分类中的应用[J]. *振动工程学报*, 2015, **28**(2): 331-336. (XIAO Han, LÜ Yong, WANG Tao. Detrended Fluctuation analysis of gear's vibration signal and its application in fault classification[J]. *Journal of Vibration Engineering*, 2015, **28**(2): 331-336.(in Chinese))
- [21] 邹鸣, 高庸, 王新猛, 等. 脑电信号的多重分形去趋势波动分析[J]. *北京生物医学工程*, 2013, **32**(3): 226-229. (ZOU Ming, GAO Yong, WANG Ximeng, et al. Multifractal detrended fluctuation analysis on electroencephalography[J]. *Beijing Biomedical Engineering*, 2013, **32**(3): 226-229.(in Chinese))
- [22] THOMPSON J R, WILSON J R. Multifractal detrended fluctuation analysis: practical applications to financial time series[J]. *Mathematics & Computers in Simulation*, 2016, **126**(6): 63-88.
- [23] LAHMIRI S. Long memory in international financial markets trends and short movements during 2008 financial crisis based on variational mode decomposition and detrended fluctuation analysis[J]. *Physica A: Statistical Mechanics & Its Applications*, 2015, **437**: 130-138.
- [24] 张强. 中国南方流域水循环与流域水文过程演变研究[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2013. (ZHANG Qiang. *Research on Hydrological Cycle and Processes Evolution of South China* [M]. Beijing: China Water & Power Press, 2013.(in Chinese))
- [25] 刘式达, 刘式适. 物理学中的分形[M]. 北京: 北京大学出版社, 2014. (LIU Shida, LIU Shikuo. *Fractal in Physics* [M]. Beijing: Peking University Press, 2014.(in Chinese))
- [26] TALKNER P, WEBER R O. Power spectrum and detrended fluctuation analysis: application to daily temperatures[J]. *Physical Review E: Statistical Physics, Plasmas, Fluids, and Related Interdisciplinary Topics*, 2000, **62**(1): 150-160.
- [27] 严荣国, 颜国正, 张文强. 结肠压力活动的长程相关分析[J]. *生物医学工程学杂志*, 2007, **24**

- (5): 1079-1083. (YAN Rongguo, YAN Guozheng, ZHANG Wenqiang. Long-range correlations in human colonic pressure activity[J]. *Journal of Biomedical Engineering*, 2007, **24**(5): 1079-1083. (in Chinese))
- [28] 赵松山. 对拟合优度  $R^2$  的影响因素分析与评价[J]. 东北财经大学学报, 2003(3): 56-58. (ZHAO Songshan. Analysis and evaluation of the influencing factors of goodness of fit  $R^2$ [J]. *Journal of Dongbei University of Finance and Economics*, 2003(3): 56-58. (in Chinese))
- [29] National Wind Technology Center M2 tower[EB/OL]. [2015-09-20]. [http://www.nrel.gov/midc/nwtc\\_m2/](http://www.nrel.gov/midc/nwtc_m2/).
- [30] 董凯华. 非平稳风评价及其对结构风荷载的影响[D]. 硕士学位论文. 北京: 北京交通大学, 2015. (DONG Kaihua. Evaluation of the non-stationary wind and its effect on structural wind loads[D]. Master Thesis. Beijing: Beijing Jiaotong University, 2015. (in Chinese))
- [31] LO A W. Long-term memory in stock market prices[J]. *Econometrica*, 1991, **59**(5): 1279-1313.
- [32] CHEUNG Y W, LAI K S. A search for long memory in international stock market returns[J]. *Journal of International Money & Finance*, 1995, **14**(4): 597-615.
- [33] 丁爱亮. 金融复杂系统的特征研究及其交易策略构建[D]. 硕士学位论文. 宁波: 宁波大学, 2014. (DING Ailiang. Characteristics of complex financial system and constructing trade strategies[D]. Master Thesis. Ningbo: Ningbo University, 2014. (in Chinese))
- [34] 黄小原, 庄新田, 张泉. 股市波动的标度无关性算法及应用研究[J]. 管理科学学报, 2001, **4**(6): 55-59. (HUANG Xiaoyuan, ZHUANG Xintian, ZHANG Quan. Study of scaling and application in stock market fluctuation[J]. *Journal of Management Sciences in China*, 2001, **4**(6): 55-59. (in Chinese))
- [35] 曲红涛, 庄新田, 田琨, 等. 我国螺纹钢线材市场的分形特征[J]. 系统管理学报, 2014, **23**(2): 208-216. (QUAN Hongtao, ZHUANG Xintian, TIAN Kun, et al. On the fractal characteristics of rebar and wire rod markets in China[J]. *Journal of Systems & Management*, 2014, **23**(2): 208-216. (in Chinese))
- [36] PENG C K, HAVLIN S, STANLEY H E, et al. Quantification of scaling exponents and cross-over phenomena in nonstationary heartbeat time series[J]. *Chaos*, 1995, **5**(1): 82-87.
- [37] 张利江. 面向协同医疗服务的负荷平衡与任务分配研究[D]. 博士学位论文. 天津: 天津大学, 2015. (ZHANG Lijiang. Research on load equalization and task allocation in collaborative healthcare[D]. PhD Thesis. Tianjin: Tianjin University, 2015. (in Chinese))
- [38] DING Mingzhou, CHEN Yanqing, KELSO J A S. Statistical analysis of timing errors[J]. *Brain & Cognition*, 2002, **48**(1): 98-106.
- [39] BAK P, TANG C, WIESENFELD K. Self-organized criticality: an explanation of  $1/f$  noise[J]. *Physical Review Letters*, 1987, **59**(4): 381-384.
- [40] HOSKING J R M. Fractional differencing[J]. *Biometrika*, 1981, **68**(1): 165-176.

## Research of Wind Speed Time Series Based on the Hurst Exponent

YUAN Quanyong, YANG Yang, LI Chun, KAN Wei, YE Kehua

(*School of Energy and Power Engineering, University of Shanghai for  
Science and Technology, Shanghai 200093, P.R.China*)

**Abstract:** In order to investigate self-similarity and long-rang dependence of wind speed time series, the rescaled range analysis and the detrended fluctuation analysis (DFA) were carried out to calculate the Hurst exponent of the wind speed time series. The power spectral density was analyzed and the spectral indexes were calculated. The results show that, the Hurst exponents calculated with the both methods are close to 1, which means that the wind speed time series has strong self-similarity and long-range positive dependence. However, the Hurst indexes from the 2 methods are different, which means that the DFA method could reflect the power-law feature of the non-stationary wind speed time series. Furthermore, the results of the Hurst exponents and the spectral indexes show that the wind speed fluctuation belongs to the “ $1/f$  fluctuation”. The conclusions offer some references for further study on fractal chaos and short-time wind speed prediction.

**Key words:** wind speed time series; detrended fluctuation analysis; rescaled range; Hurst exponent; spectral analysis

**Foundation item:** The National Natural Science Foundation of China(51676131;51176129)

---

引用本文/Cite this paper:

袁全勇, 杨阳, 李春, 阚威, 叶柯华. 基于 Hurst 指数的风速时间序列研究[J]. 应用数学和力学, 2018, 39(7): 798-810.

YUAN Quanyong, YANG Yang, LI Chun, KAN Wei, YE Kehua. Research of wind speed time series based on the Hurst exponent[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2018, 39(7): 798-810.