

基于四元数方法的绳系机器人姿态控制*

徐方暖¹, 王博², 邓子辰¹, 李庆军¹, 魏乙¹

(1. 西北工业大学 工程力学系, 西安 710072;
2. 钱学森空间技术实验室, 北京 100094)

(本刊编委邓子辰来稿)

摘要: 为进一步提升空间绳系机器人在轨服务能力,研究了空间绳系机器人抓捕目标后的复合体姿态控制问题.首先,基于四元数原理,描述了空间绳系机器人在抓捕目标后组成的复合体姿态,建立了空间绳系机器人系统的动力学方程;其次,针对带约束的动力学控制方程,结合投影技术和 Runge-Kutta 方法,构造了一种保四元数范数的显式投影方法;最后,通过数值实验,验证了所提出数值方法的有效性,同时分析了采用系绳和推力器同时控制,采用系绳、推力器相互切换控制,以及单独采用推力器进行控制这3种方式对空间绳系机器人抓捕目标后的复合体姿态的控制效果和能量消耗.

关键词: 空间绳系机器人; 四元数; 投影 Runge-Kutta 方法; 姿态控制

中图分类号: V11 **文献标志码:** A **doi:** 10.21656/1000-0887.380168

引言

随着空间技术的发展,航天器在轨服务任务越来越受到世界各国的重视^[1].为了降低航天飞行成本,人们提出了空间绳系机器人的概念^[2-3].空间绳系机器人是一种新型的空间在轨机器人,主要由空间平台、系绳、绳系机器人三部分组成.由于引入了空间系绳,所以与传统的空间操作机器人相比,绳系机器人具有操作半径大、灵活性强等优点.空间绳系机器人的应用研究主要集中在在轨状态维持、辅助轨道转移、捕获空间目标并进行在轨维修、在轨组装以及垃圾清理等领域^[3-5].

对于空间绳系系统,研究方向主要包括释放、状态维持、以及回收的动力学与控制问题^[6].Williams^[7]基于最优控制算法研究了绳系卫星的伸展和回收过程,通过对多种性能指标的对比,给出了最合适的性能指标.陈飙松等^[8]利用第二类 Lagrange 方程推导了二体绳系卫星系统的动力学方程,采用非线性系统滚动时域控制方法,研究了绳系卫星系统子星释放和回收过程的闭环反馈控制问题.Steiner 等^[9]将系绳简化为柔性绳,采用 Galerkin 方法和有限单元法对系绳进行离散,数值模拟了绳系卫星大幅度摆动时系统的动力学行为.陈辉等^[2]针对如何从空间平台上释放绳系捕捉系统与被捕捕捉负载相交问题,在考虑系绳弹性的情况下,研究了空间绳

* 收稿日期: 2017-06-16; 修订日期: 2017-10-26

基金项目: 国家自然科学基金(11432010)

作者简介: 徐方暖(1981—),男,博士生(E-mail: xufanguan@nwpu.edu.cn);

邓子辰(1964—),男,教授,博士,博士生导师(通讯作者. E-mail: dweifan@nwpu.edu.cn).

系捕捉系统交会可行点及其最优控制问题,然而,上述文献都没有考虑卫星的姿态变化.事实上,空间绳系机器人对目标抓捕后,由于碰撞和目标的自旋,导致抓捕后复合体的姿态不稳定,不施加控制会发生系绳缠绕等不利情况.同时,系绳拉力会对平台本身产生巨大干扰,因此,抓捕后的复合体姿态控制问题也是绳系机器人的主要研究方向之一^[3, 10].

在实际工程中, Euler 角是最常用的描述飞行器姿态的参数之一.然而,如果目标飞行器的运动包含大角度的旋转时,会出现奇异位置,而且由于涉及三角函数运算,导致计算效率低甚至不能求解^[11].所以,王东科等^[10]采用修正 Rodrigues 参数描述空间绳系机器人抓捕目标后复合体的姿态运动,针对空间绳系机器人对目标抓捕后的组合体姿态问题,提出了采用系绳拉力和推力器相结合的控制方式实现目标姿态的稳定控制.另一种避免奇异性的方法就是采用四元数,由于四元数有计算量小、非奇异性和可全姿态工作等优点,近年来被广泛应用于空间飞行器姿态运动的描述^[5, 12-13].徐秀栋等^[4]针对空间绳系机器人抓捕无控目标过程中的稳定控制问题,基于四元数方法,建立了姿态运动学方程,提出了一种操作机械臂主动阻尼控制与利用空间系绳、反作用轮进行基体姿态稳定控制相结合的协同稳定控制方法.

当采用单位四元数来表示航天器旋转时,往往需要满足长度为 1 的代数约束^[11].一般情况下,求解该方程的精确解是十分困难的,甚至是不可能的^[14].因此,如何精确地对这类方程进行数值求解成为一个关键性科学问题^[15].众多学者认为,数值积分过程中约束方程的违约是造成方程求解困难的重要原因之一^[16].本文采用四元数描述系统的姿态,建立系统的动力学方程,采用保约束的投影 Runge-Kutta 方法进行数值求解,然后设计了采用系绳进行姿态控制和采用空间绳系机器人为推力器进行姿态控制的 PD 控制方案.

1 动力学模型

空间绳系机器人在抓捕目标后与目标结合成为一个复合体.由于抓捕前目标可能是旋转的,如果不对复合体进行姿态控制的话,复合体的旋转会引起系绳与复合体的缠绕,对后续的回收等操作产生不利,甚至会对平台的姿态产生干扰^[10].图 1 是空间绳系机器人进行抓捕的示意图,点 O 和点 O' 分别是平台和复合体的质心, $Ox_p y_p z_p$ 是平台的轨道坐标, z_p 轴从点 O 指向地心, y_p 轴是轨道角速度的反方向, x_p 可通过右手定则确定.同样可以定义复合体的轨道坐标系 $O'x_b y_b z_b$, $O'x_b y_b z_b$ 是复合体的本体坐标系, x_b, y_b 和 z_b 轴是惯性主轴,点 C 是目标航天器上的抓捕点,作如下三点基本假设^[10]:

- 1) 不考虑系绳的质量和弹性,系绳可以承受拉力,但是不能承受压力和任何方向的力矩.
- 2) 空间绳系机器人对目标抓捕后,不会出现松弛或摆动等现象,所以可认为复合体是一个刚体.
- 3) 在复合体进行姿态控制过程中,平台可以依靠自身的控制器保持位置与姿态的稳定.

鉴于四元数具有非奇异性,四元数方法具有建立复合体的姿态模型为线性模型的优点^[17],本文采用四元数对复合体的姿态进行描述.根据 Euler 定理,刚体的转动可以描述为刚体绕空间中某一轴 $[e_x, e_y, e_z]^T$ 转过一个角度 Φ ,四元数的定义如下^[18]:

$$\mathbf{q} = [q_1, q_2, q_3, q_4]^T = \left[e_x \sin \frac{\Phi}{2}, e_y \sin \frac{\Phi}{2}, e_z \sin \frac{\Phi}{2}, \cos \frac{\Phi}{2} \right]^T. \quad (1)$$

采用四元数描述的空间绳系机器人抓捕目标后复合体系统的运动学方程为^[18]

$$\dot{\mathbf{q}} = \begin{Bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \\ \dot{q}_4 \end{Bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} q_4 & -q_3 & q_2 \\ q_3 & q_4 & -q_1 \\ -q_2 & q_1 & q_4 \\ -q_1 & -q_2 & -q_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{Bmatrix}, \quad (2)$$

其中 $\boldsymbol{\omega} = [\omega_x, \omega_y, \omega_z]^T$ 是复合体的角速度矢量.复合体的动力学方程为^[10]

$$\mathbf{J}\dot{\boldsymbol{\omega}} = \boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{J}\boldsymbol{\omega}) + \mathbf{M}_e + \mathbf{M}_u + \mathbf{M}_d, \quad (3)$$

其中 \mathbf{J} 是复合体的惯性矩阵, \mathbf{M}_e 为系绳产生的控制力矩, \mathbf{M}_u 为空间绳系机器人自身推力器产生的控制力矩, \mathbf{M}_d 为空间摄动力矩,姿态矩阵可以将轨道坐标系中的矢量转化为本体坐标系中的矢量,复合体的姿态矩阵表达式为^[18]

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 + q_4^2 & 2(q_1q_2 + q_3q_4) & 2(q_1q_3 - q_2q_4) \\ 2(q_1q_2 - q_3q_4) & -q_1^2 + q_2^2 - q_3^2 + q_4^2 & 2(q_2q_3 + q_1q_4) \\ 2(q_1q_3 + q_2q_4) & 2(q_2q_3 - q_1q_4) & -q_1^2 - q_2^2 + q_3^2 + q_4^2 \end{bmatrix}. \quad (4)$$

引入新变量 $\mathbf{y} = [\mathbf{q}^T, \boldsymbol{\omega}^T]^T$, 将复合体系统的运动学方程(2)和动力学方程(3)表示成以下形式:

$$\dot{\mathbf{y}} = \mathbf{f}(\mathbf{y}). \quad (5)$$

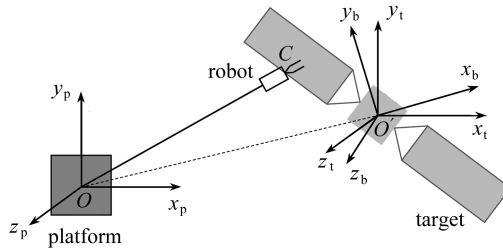


图1 复合体坐标系

Fig. 1 The coordinate system

2 投影 Runge-Kutta 方法构造

对于常微分方程组(5),采用二级四阶的辛 Runge-Kutta 方法求解^[19]:

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{y}}_{n+1} = \mathbf{y}_n + \frac{1}{2}\Delta t(\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2), \\ \mathbf{k}_1 = \mathbf{f}\left(\mathbf{y}_n + \frac{1}{4}\Delta t\mathbf{k}_1 + \left(\frac{1}{4} - \frac{\sqrt{3}}{6}\right)\Delta t\mathbf{k}_2\right), \\ \mathbf{k}_2 = \mathbf{f}\left(\mathbf{y}_n + \left(\frac{1}{4} + \frac{\sqrt{3}}{6}\right)\Delta t\mathbf{k}_1 + \frac{1}{4}\Delta t\mathbf{k}_2\right), \end{cases} \quad (6)$$

其中 \mathbf{y}_{n+1} 是 \mathbf{y} 在 t_{n+1} 时刻的计算值, $\hat{\mathbf{y}}_{n+1}$ 为 \mathbf{y}_{n+1} 在投影前的值, Δt 为时间步长.如果不采用投影,则有

$$\mathbf{y}_{n+1} = \hat{\mathbf{y}}_{n+1}. \quad (7)$$

根据四元数的定义,四元数向量需要满足保范性质,即^[20]

$$\mathbf{q}^T \mathbf{q} - 1 = 0. \quad (8)$$

由于数值迭代误差的存在,向量 $\hat{\mathbf{q}}_{n+1}$ 不再满足约束方程(8).通过在约束流形上进行正交投影,

可以使得 \mathbf{q}_{n+1} 严格满足约束方程,正交投影可转化为约束最优问题^[21]:

$$\begin{cases} \min \|\mathbf{q}_{n+1} - \hat{\mathbf{q}}_{n+1}\|, \\ \text{s.t. } \mathbf{q}_{n+1}^T \mathbf{q}_{n+1} - 1 = 0. \end{cases} \quad (9)$$

为求解此优化问题,引入 Lagrange 乘子 λ 和定义 Lagrange 函数为

$$L = \frac{1}{2}(\mathbf{q}_{n+1} - \hat{\mathbf{q}}_{n+1})^2 - \frac{1}{2}\lambda(\mathbf{q}_{n+1}^T \mathbf{q}_{n+1} - 1). \quad (10)$$

根据约束最优化理论,通过令 Lagrange 函数对 \mathbf{q}_{n+1} 的微分等于 0,可以得到^[21]

$$\mathbf{q}_{n+1} = \hat{\mathbf{q}}_{n+1} + \lambda \mathbf{q}_{n+1}. \quad (11)$$

联立方程(8)和(11)得

$$\begin{cases} \mathbf{q}_{n+1} = \hat{\mathbf{q}}_{n+1} + \lambda \mathbf{q}_{n+1}, \\ \mathbf{q}_{n+1}^T \mathbf{q}_{n+1} - 1 = 0. \end{cases} \quad (12)$$

迭代求解得到 \mathbf{q}_{n+1} .为提高计算效率,本文给出投影算法的显式表达式,将方程(12)第一个方程变换为

$$\mathbf{q}_{n+1} = \frac{\hat{\mathbf{q}}_{n+1}}{1 - \lambda}, \quad (13)$$

将方程代入方程(12)的第二式,可得

$$\frac{1}{(1 - \lambda)^2} \hat{\mathbf{q}}_{n+1}^T \hat{\mathbf{q}}_{n+1} - 1 = 0, \quad (14)$$

方程的解为

$$\lambda = 1 \pm \sqrt{\hat{\mathbf{q}}_{n+1}^T \hat{\mathbf{q}}_{n+1}}, \quad (15)$$

从而得到四元数的显式投影公式

$$\begin{cases} \lambda = 1 - \sqrt{\hat{\mathbf{q}}_{n+1}^T \hat{\mathbf{q}}_{n+1}}, \\ \mathbf{q}_{n+1} = \frac{\hat{\mathbf{q}}_{n+1}}{1 - \lambda}. \end{cases} \quad (16)$$

3 控制器设计

复合体姿态控制的目的是使复合体停止转动,并且令绳子的延长线经过复合体的质心,使后续回收过程中绳子的拉力不会对复合体产生力矩,实现稳定的回收操作^[10].设 \mathbf{d} 为抓捕位置(点 C) 在组合体本体坐标系下的位置矢量, \mathbf{r} 是平台质心在组合体本体坐标系下的位置矢量, $\mathbf{t} = \mathbf{r} - \mathbf{d}$, 如图 2 所示. $\tilde{\mathbf{d}}$, $\tilde{\mathbf{r}}$ 和 $\tilde{\mathbf{t}}$ 分别为 \mathbf{d} , \mathbf{r} 和 \mathbf{t} 的单位矢量.控制目标可以描述为使 $\tilde{\mathbf{d}}$ 与 $\tilde{\mathbf{r}}$ 重合,且使 $\boldsymbol{\omega} = \mathbf{0}$.

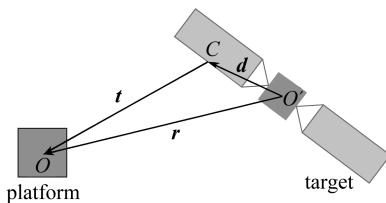


图 2 矢量示意图

Fig. 2 The definition of vectors

t_n 时刻的控制误差可以定义为 t_n 时刻 $\tilde{\boldsymbol{d}}$ 和 $\tilde{\boldsymbol{r}}$ 之间的夹角

$$\alpha_n = \arccos(\tilde{\boldsymbol{d}}_n^T \tilde{\boldsymbol{r}}_n), \quad (17)$$

误差变化率可以表示为

$$\Delta\alpha_n = \frac{\alpha_n - \alpha_{n-1}}{\Delta t}. \quad (18)$$

采用 PD 控制策略对系绳的拉力进行控制,则 $[t_n, t_{n+1}]$ 时间段内系绳的拉力表示为

$$\tilde{F}_{e,n+1} = k_{p,e} \alpha_n + k_{d,e} \Delta\alpha_n, \quad (19)$$

其中 $k_{p,e}$ 和 $k_{d,e}$ 分别为系绳拉力的比例增益和微分增益.由于系绳不能提供支持力,因此系绳的拉力是非负的.另一方面,为了避免过大的系绳拉力对平台和空间绳系机器人造成损伤,需要对系绳的最大拉力施加限制.系绳在 $[t_n, t_{n+1}]$ 时间段内的拉力可以表示为

$$F_{e,n+1} = \begin{cases} F_{e,\max}, & F_{e,\max} < \tilde{F}_{e,n+1}, \\ \tilde{F}_{e,n+1}, & 0 < \tilde{F}_{e,n+1} < F_{e,\max}, \\ 0, & \tilde{F}_{e,n+1} < 0, \end{cases} \quad (20)$$

其中 $F_{e,\max}$ 表示允许的系绳最大拉力. $[t_n, t_{n+1}]$ 时间段内系绳拉力产生的力矩可以表示为

$$\boldsymbol{M}_{e,n+1} = F_{e,n+1} \boldsymbol{d}_n \times \tilde{\boldsymbol{r}}_n. \quad (21)$$

由于系绳不能提供绳子扭转方向的力矩,所以需要采用空间绳系机器人自身的推力器对复合体的姿态进行控制.同样可以采用 PD 控制策略对推力器在 $[t_n, t_{n+1}]$ 时间段内的输出力矩进行控制:

$$\boldsymbol{M}_{u,n+1} = k_{p,u} e_n \tilde{\boldsymbol{s}}_n - k_{d,u} \boldsymbol{\omega}_n, \quad (22)$$

其中 $k_{p,u}$ 和 $k_{d,u}$ 为推力器力矩的比例增益和微分增益,当 $\boldsymbol{s}_n = \mathbf{0}$ 时, $\tilde{\boldsymbol{s}}_n = \mathbf{0}$, 当 $\boldsymbol{s}_n \neq \mathbf{0}$ 时, $\tilde{\boldsymbol{s}}_n$ 为与 \boldsymbol{s}_n 同向的单位向量, \boldsymbol{s}_n 的定义为

$$\boldsymbol{s}_n = \boldsymbol{d}_n \times \boldsymbol{r}_n. \quad (23)$$

结合其他文献,假设推力器产生的最大力矩为 $5 \text{ N}\cdot\text{m}$.

4 数值算例

通过数值实验研究基于四元数方法的空间绳系机器人对目标抓捕后的控制问题,相关仿真参数如表 1 所示.令 $\boldsymbol{r} = [-200, 0, 0]^T \text{ m}$, 抓捕点到复合体质心的距离为 $\|\boldsymbol{d}\| = 2 \text{ m}$.

表 1 仿真参数^[10]

Table1 Parameters of the simulation^[10]

parameter	value
\boldsymbol{q}_0	$[0.227, 0.383, 0.227, 0.866]^T$
$\boldsymbol{\omega}_0 / ((^\circ)/\text{s})$	$[10, 10, 10]^T$
$\boldsymbol{J} / (\text{kg}\cdot\text{m}^2)$	diag(100, 120, 110)

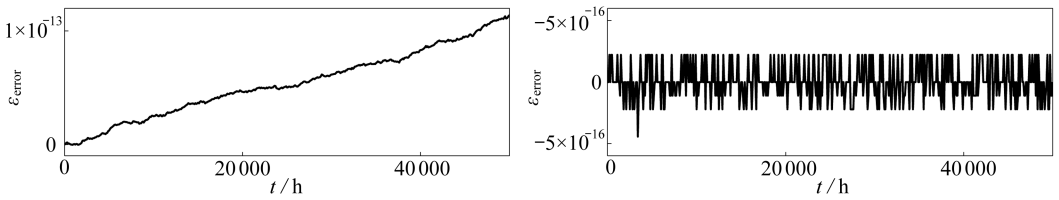
4.1 数值算法验证

为了验证投影 Runge-Kutta 法的有效性,首先考虑复合体系统在不受控制的情况下,分别采用投影的 Runge-Kutta 方法和非投影的 Runge-Kutta 方法求解方程,分析四元数范数的保持情况,约束误差定义为

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{\text{error}} = \boldsymbol{q}_{n+1}^T \boldsymbol{q}_{n+1} - 1. \quad (24)$$

由图 3(a) 不难发现,若不对计算结果作投影,则会出现约束违约,使得四元数的平方和不

再等于 1,即无法保范数.投影算法在每一步采用显式的投影公式,使四元数保持平方和等于 1 的约束,并且对四元数的改变量最小.可见,本文提出的四元数显式投影算法是有效的,使四元数在每一步严格满足约束方程,且避免了隐式投影算法中的非线性方程求解问题^[21].所以在以下的数值仿真中都采用四元数的显式投影算法进行求解.



(a) 非投影 Runge-Kutta 方法

(b) 投影 Runge-Kutta 方法

(a) The non-projected Runge-Kutta method

(b) The projected Runge-Kutta method

图 3 四元数范数保持误差

Fig. 3 Errors of the norm of quaternions

4.2 仿真结果分析

采用 3 种不同的控制策略对复合体的姿态进行控制,如表 2 所示.第一种策略是系绳和推力器同时控制;第二种策略是系绳和推力器相互切换控制,当 $\alpha < 5^\circ$ 时使用推力器控制,否则使用系绳控制;第三种策略是只采用推力器进行控制.仿真结果如图 4~图 7 所示.

表 2 控制策略

Table 2 Control strategies

control strategy	control actuator
case 1	tether and thruster
case 2	tether or thruster
case 3	thrusters

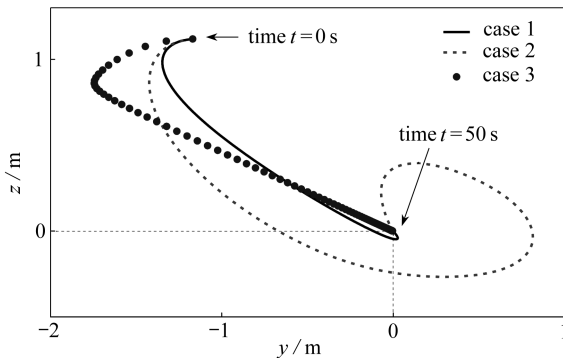


图 4 点 C 在复合体轨道坐标系中的轨迹

Fig. 4 Trajectories of point C in the orbital coordinate system of the combined body

图 4 描述了抓捕点在复合体轨道坐标系中的运行轨迹,抓捕点的初始位置是 $[-1.175\ 5, -1.169\ 0, 1.118\ 8]^T$ m.从图中结果不难发现:3 种控制策略均能在 50 s 内到达目标位置.然而 3 种控制策略的效果是不一样的,采用系绳和推力器同时进行的控制(case 1)因为系绳能提供较大的力矩和推力器一直的工作,使得复合体的转动能够较快停下来,误差也能够较快得到控制.在系绳、推力器相互切换的控制(case 2)中,虽采用了系绳进行姿态控制,误差较快得到了控制,可是在系绳控制时,推力器不工作,系绳无法产生推力和绳子扭转方向的力矩,致使复合

体的转动未能较快稳定.由于推力器的最大控制力矩只有 $5 \text{ N}\cdot\text{m}$,所以只有推力器进行的控制(case 3)在初始的转动下误差持续增大,直到推力器使复合体停止转动,随后误差才慢慢减小.

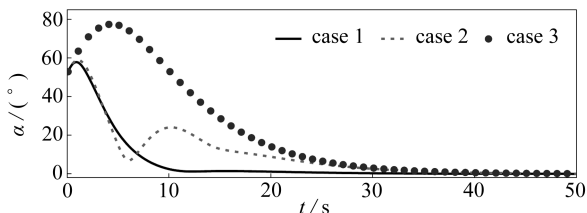


图5 角度控制误差

Fig. 5 Angular control errors

图5描述了3种控制策略下方程(17)所表示的夹角误差变换图.可以发现:采用系绳和推力器同时进行控制(case 1)的控制误差角在小幅度地增长之后单调下降;系绳、推力器相互切换控制(case 2)的控制误差角在“波浪式”下降;只用推力器进行控制(case 3)的控制误差角先是增大到 77.5° ,然后开始缓慢单调下降.从防止系绳对复合体缠绕角度分析,case 1能够较快地控制误差的增长,且不会出现来回晃动,是3种策略中较好的策略.

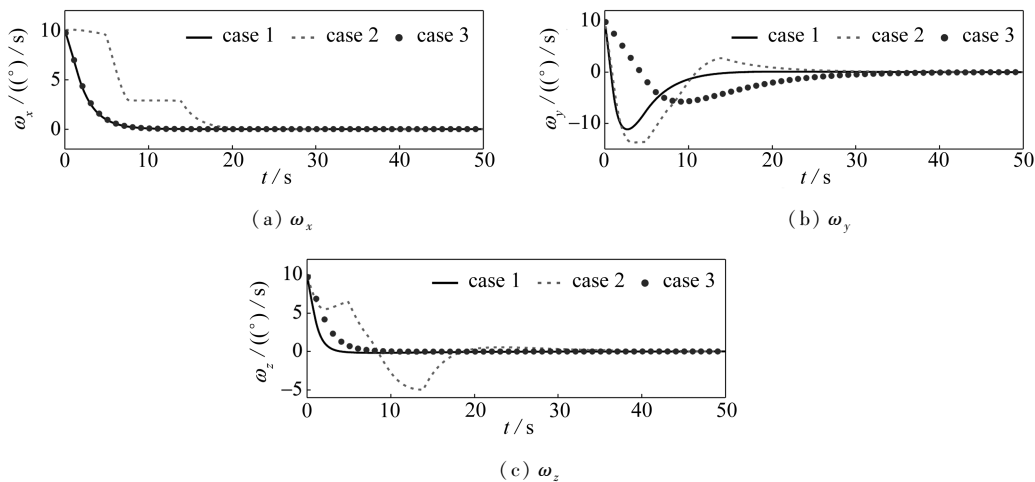


图6 角速度控制误差

Fig. 6 Control errors of angular velocities

图6描述了复合体的角速度随时间的变化曲线,从 ω_x 的图线中,可以发现:采用系绳和推力器同时进行控制(case 1)和只用推力器进行控制(case 3)两种方式的曲线基本重合,是由于系绳无法提供 x 方向的力矩;采用系绳、推力器相互切换控制(case 2)方式时,由于系绳和推力器来回切换, ω_x 呈现波动变化.在 ω_y 的曲线中,由于 case 1 和 case 2 都有系绳控制,实现了 ω_y 快速下降;case 3 中的 ω_y 下降较慢,5 s 后下降至 0,然而误差在前 5 s 依然增长.在 ω_z 的曲线中,3 种控制方式,case 1 下降最快,case 3 次之,而 case 2 的变化比较复杂.

为了比较3种控制策略的能量消耗,定义能量消耗函数为^[10]

$$E_c = \int_0^{50} \mathbf{M}_u^T \mathbf{M}_u dt. \tag{25}$$

注 为对比利用系绳和推力器策略对空间绳系系统进行控制的燃料消耗情况,采用文献[10]的方式,定义燃料消耗函数 E_c 为无量纲.

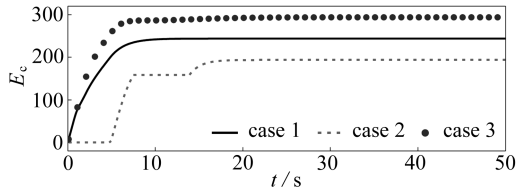


图7 推力器消耗的能量

Fig. 7 Energy consumption of thrusters

图7描述了3种控制策略的推力器能量消耗情况,可以发现:系绳、推力器相互切换控制(case 2)消耗的能量最少,采用系绳和推力器同时进行控制(case 1)次之,而只用推力器进行控制(case 3)相比之下消耗的能量最多.由此可见,采用系绳进行复合体姿态控制不仅能快速控制误差的大小,而且能较好地节省推力器的燃料消耗.

5 结 论

本文采用四元数方法描述了刚体,建立了绳系机器人抓捕目标后复合体的姿态控制方程,基于Runge-Kutta方法,给出了四元数数值仿真时防约束违约的显式投影方法,并分3种情况讨论了系绳和推力器的PD控制器对复合体的姿态控制效果.数值结果表明:

1) 本文提出的显式投影方法能有效保持四元数在离散时间节点上严格满足约束方程.

2) 采用系绳的拉力对复合体姿态进行控制不但能有效、快速地控制姿态误差,而且能较好地节省推力器的燃料消耗.

本文的建模方法及数值方法可以推广至绳系空间太阳能电站的动力学与控制研究中.

参考文献(References):

- [1] 王明,黄攀峰,孟中杰,等.空间机器人抓捕目标后姿态接管控制[J].航空学报,2015,36(9):3165-3175.(WANG Ming, HUANG Pan-feng, MENG Zhong-jie, et al. Attitude takeover control after capture of target by a space robot[J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2015, 36(9): 3165-3175. (in Chinese))
- [2] 陈辉,文浩,金栋平,等.用弹性绳系系统进行空间捕捉的最优控制[J].宇航学报,2009,30(2):550-555.(CHEN Hui, WEN Hao, JIN Dong-ping, et al. Optimal control of an elastic tethered system for capturing a space payload[J]. *Journal of Astronautics*, 2009, 30(2): 550-555. (in Chinese))
- [3] MENG Zhong-jie, WANG Bing-heng, HUANG Pan-feng, et al. In-plane adaptive retrieval control for a noncooperative target by tethered space robots[J]. *International Journal of Advanced Robotic Systems*, 2016. doi: 10.1177/1729881416669485.
- [4] 徐秀栋,黄攀峰,孟中杰.空间绳系机器人抓捕目标过程协同稳定控制[J].机器人,2014,36(1):100-110.(XU Xiu-dong, HUANG Pan-feng, MENG Zhong-jie. Coordinated stability control of tethered space robot for capturing the target[J]. *Robot*, 2014, 36(1): 100-110. (in Chinese))
- [5] 徐秀栋,黄攀峰,孟中杰.空间绳系机器人逼近目标协调控制方法[J].航空学报,2013,34(5):1222-1231.(XU Xiu-dong, HUANG Pan-feng, MENG Zhong-jie. Coordinated control method of space tethered robot for approaching targets[J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2013, 34(5): 1222-1231. (in Chinese))
- [6] 黄文虎,曹登庆,韩增尧.航天器动力学与控制的研究进展与展望[J].力学进展,2012,42(4):

- 367-394.(HUANG Wen-hu, CAO Deng-qing, HAN Zeng-yao. Advances and trends in dynamics and control of spacecrafts[J]. *Advances in Mechanics*, 2012, **42**(4): 367-394.(in Chinese))
- [7] Williams P. Optimal deployment/retrieval of tethered satellites[J]. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 2008, **45**(2): 324-343.
- [8] 陈飙松, 江新, 彭海军. 基于保辛算法的绳系卫星系统闭环反馈控制问题求解[J]. 计算机辅助工程, 2014, **23**(2): 19-26.(CHEN Biao-song, JIANG Xin, PENG Hai-jun. Solution on closed-loop feedback control problems of tethered satellite system based on symplectic preservation algorithm[J]. *Computer Aided Engineering*, 2014, **23**(2): 19-26.(in Chinese))
- [9] Steiner W, Zemann J, Steindl A, et al. Numerical study of large amplitude oscillations of a two-satellite continuous tether system with a varying length[J]. *Acta Astronautica*, 1995, **35**(9/11): 607-621.
- [10] 王东科, 黄攀峰, 孟中杰, 等. 空间绳系机器人抓捕后复合体姿态协调控制[J]. 航空学报, 2013, **34**(8): 1998-2006.(WANG Dong-ke, HUANG Pan-feng, MENG Zhong-jie, et al. Coordinated attitude control of the combination system after target capture by a tethered space robot[J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2013, **34**(8): 1998-2006.(in Chinese))
- [11] 徐小明, 钟万勰. 基于四元数表示的一种改进的刚体动力学保辛积分[J]. 应用数学和力学, 2014, **35**(11): 1177-1187.(XU Xiao-ming, ZHONG Wan-xie. An improved symplectic integration for rigid body dynamics in terms of unit quaternions[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2014, **35**(11): 1177-1187.(in Chinese))
- [12] 张瑾, 翟坤, 王天舒. 柔性太阳帆轨道-姿态-弹性振动耦合效应研究[J]. 上海航天, 2015, **32**(2): 1-7, 49.(ZHANG Jin, ZHAI Kun, WANG Tian-shu. Coupling effect of orbit, attitude and elastic vibration for flexible solar sail[J]. *Aerospace Shanghai*, 2015, **32**(2): 1-7, 49.(in Chinese))
- [13] 乔相伟. 基于四元数非线性滤波的飞行器姿态确定算法研究[D]. 博士学位论文. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学, 2011.(QIAO Xiang-wei. Attitude determination algorithm based on quaternion nonlinear filter for spacecraft[D]. PhD Thesis. Harbin: Harbin Engineering University, 2011.(in Chinese))
- [14] 钟万勰, 高强, 彭海军. 经典力学——辛讲[M]. 大连: 大连理工大学出版社, 2013.(ZHONG Wan-xie, GAO Qiang, PENG Hai-jun. *Classical Mechanics—Its Symplectic Description*[M]. Dalian: Dalian University of Technology Press, 2013.(in Chinese))
- [15] 陈滨. 分析动力学[M]. 2版. 北京: 北京大学出版社, 2012.(CHEN Bin. *Analytic Dynamics*[M]. 2nd ed. Beijing: Peking University Press, 2012.(in Chinese))
- [16] 吴锋, 高强, 钟万勰. 基于祖冲之类方法的多体动力学方程保能量保约束积分[J]. 计算机辅助工程, 2014, **23**(1): 64-68.(WU Feng, GAO Qiang, ZHONG Wan-xie. Energy and constraint preservation integration for multibody equations based on ZU Chongzhi method[J]. *Computer Aided Engineering*, 2014, **23**(1): 64-68.(in Chinese))
- [17] 踪华, 齐建宇, 熊攀, 等. 惯性/天文/卫星组合导航误差在线标定方法[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2017, **49**(4): 88-94.(ZONG Hua, QI Jian-yu, XIONG Pan, et al. On-line errors calibration method for INS/CNS/GNSS integrated navigation[J]. *Journal of Harbin Institute of Technology*, 2017, **49**(4): 88-94.(in Chinese))
- [18] Markley F L, Crassidis J L. *Fundamentals of Spacecraft Attitude Determination and Control*[M]. New York: Springer, 2014.
- [19] Hairer E, Lubich C, Wanner G. *Geometric Numerical Integration: Structure-Preserving Algorithms for Ordinary Differential Equations*[M]. Berlin, Heidelberg: Springer, 2006.

- [20] 丁国强, 熊明, 张铎, 等. SINS/GPS 组合导航的机载 SAR 姿态算法[J]. 河南大学学报(自然科学版), 2016, **46**(6): 674-682.(DING Guo-qiang, XIONG Ming, ZHANG Duo, et al. Attitude estimation algorithm for airborne SAR based on the SINS/GPS integrated navigation system[J]. *Journal of Henan University (Natural Science)*, 2016, **46**(6): 674-682.(in Chinese))
- [21] WEI Yi, DENG Zi-chen, LI Qing-jun. Projected Runge-Kutta methods for constrained Hamiltonian systems[J]. *Applied Mathematics and Mechanics (English Edition)*, 2016, **37**(8): 1077-1094.

Attitude Control of Targets Captured by Tethered Space Robots Based on the Quaternion Theory

XU Fang-nuan¹, WANG Bo², DENG Zi-chen¹, LI Qing-jun¹, WEI Yi¹

(1. *Department of Engineering Mechanics, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, P.R.China;*

2. *QIAN Xuesen Laboratory of Space Technology, Beijing 100094, P.R.China)*

(Contributed by DENG Zi-chen, M. AMM Editorial Board)

Abstract: For better understanding of tethered space robot systems to be used in the future on-orbit service, the attitude control problem of targets captured by tethered space robots was investigated. Firstly, based on the quaternion theory, the governing equations for the combined body of the target and the tethered space robot were constructed. Secondly, a projected Runge-Kutta method was developed for the issue of constraint systems, and this method is explicit and can preserve the norm of quaternions. Finally, a numerical example was given to validate the proposed model and the numerical method, where 3 kinds of control strategies were compared in terms of control effectiveness and energy consumption.

Key words: tethered space robot; quaternion; projected Runge-Kutta method; attitude control

Foundation item: The National Natural Science Foundation of China(11432010)

引用本文/Cite this paper:

徐方暖, 王博, 邓子辰, 李庆军, 魏乙. 基于四元数方法的绳系机器人姿态控制[J]. 应用数学和力学, 2017, **38**(12): 1309-1318.

XU Fang-nuan, WANG Bo, DENG Zi-chen, LI Qing-jun, WEI Yi. Attitude control of targets captured by tethered space robots based on the quaternion theory[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2017, **38**(12): 1309-1318.