

# 地震作用下管道-土耦合结构 非平稳随机振动分析\*

赵岩<sup>1,2</sup>, 贾甜<sup>2</sup>, 周瑞鹏<sup>2</sup>

(1. 桥梁工程结构动力学国家重点实验室(招商局重庆交通科研设计院有限公司), 重庆 400067;  
2. 大连理工大学 工程力学系, 辽宁 大连 116023)

**摘要:** 考虑地震载荷的非平稳特性和相干特性,建立了地下管道-土耦合结构随机振动分析的一种频域方法.应用 Fourier-Stieltjes 积分描述非平稳随机过程,由核函数刻画地震载荷的幅值和频率成份等时变特性;同时引入指数型衰减函数描述地震载荷的空间分布特性.在频域上结合虚拟激励法和 Fourier(傅里叶)分析技术,推导了地下管道-土耦合结构受具有相干特征非平稳随机载荷作用下的响应演变功率谱的闭合解,建立了随机振动输入和输出的频域关系.数值算例与传统的分析方法进行对比验证,说明了建立方法的正确性和有效性;进一步研究了不同土参数变化以及不同端部约束条件下管道结构随机振动行为规律.

**关键词:** 幅频非平稳; 管道-土耦合结构; 随机振动; 虚拟激励法; 频域方法

**中图分类号:** O324

**文献标志码:** A

**DOI:** 10.21656/1000-0887.380333

## 引言

地震高发区域地下结构的安全性评估是工程界关心的重要问题.由于地震作用载荷的时域非平稳特性和空间相干特性,以及土-结构相互作用的特点,地下结构的动力学行为机理与地面结构显著不同.国内外很多学者对此类问题进行了多方面的研究.对于复杂场地条件的地震载荷评估方面, Ichimura 等<sup>[1]</sup>开展了埋地管线地震输入荷载评估,考虑地面运动和土壤放大效应,提出一种全面地震响应分析方法,表明地面地貌的三维不均匀性具有显著影响.在土-结构耦合系统的动力学求解方法方面,人们也进行了很多探讨. Jiang 等<sup>[2]</sup>基于 Biot 的动力学理论和复变量函数方法,建立了求解半空间多孔介质中管线对入射简谐波动力响应的数值算法,讨论了不同参数条件下动应力集中系数和管线结构边界孔隙水压力的变化. Datta 等<sup>[3]</sup>将管线模型化为圆柱形壳体,考虑管线被均匀软土和岩石材料包围两种情况,研究了半无限弹性介质中管线的动力响应,指出入射波的频率和嵌入深度是两个重要参量. Yan<sup>[4]</sup>基于波散射机制提出一种计算方案,将管线结构按波导结构建模,由均匀构件、中间约束和边界条件构成模型,此方法对于长距离管线动力学分析具有显著优势. Liu 等<sup>[5]</sup>在时域内进行了埋地管线的非线性随

\* 收稿日期: 2017-12-25; 修订日期: 2018-01-26

基金项目: 国家自然科学基金(11772084); 国家重点基础研究发展计划(973 计划)(2015CB057804); 中央高校基本科研业务费(DUT17ZD311)

作者简介: 赵岩(1974—),男,副教授(通讯作者). E-mail: yzhao@dlut.edu.cn.

机地震响应行为机理研究。

地震具有本质随机的属性,故地震基于随机振动理论的相关研究获得了较多关注。严松宏等<sup>[6]</sup>结合随机振动理论,研究了将地震荷载作为非平稳随机过程时管线纵向地震响应及其动力可靠度分析,建立了地下结构随机地震响应数字特征及其失效概率表达式。Soliman 和 Datta<sup>[7]</sup>考虑地面管线为纵向延伸或者 T 形交叉,假定地震载荷为平稳随机过程,进行了不同参数条件下系统的均方响应研究。管线平行于地面会延伸很长的空间距离,由于支撑件在地震作用下会产生不同的运动,其将显著影响结构的动力响应。Datta 和 Mashaly<sup>[8]</sup>采用集中质量模型获得了埋地管线在地震载荷作用下的平稳随机振动响应,其中沿管线长度方向两点随机输入的互谱由局部场地功率谱密度函数和频率依赖指数衰减方程定义。Elachachi 和 Yanez-Godoy<sup>[9]</sup>考虑了土壤空间变异性 and 管-土相互作用,提出了完全相关或部分相关非平稳随机地震作用下管线动力响应的频域谱分析方法。帅健等<sup>[10]</sup>将实际地震地面运动看作非平稳随机过程,考虑地面运动的相关性,研究了埋地管线的随机响应,推导了轴向和横向振动响应相关函数的解析表达式。

已有的研究表明,管线结构本身通常具有密集模态的动力学特征,而在管线轴向分布的空间上,还需要考虑载荷的分布相干性<sup>[11]</sup>。传统随机振动 CQC 方法能够同时考虑上述两种因素进行结构地震响应分析,但由于采用双重求和的算法,其计算效率会随着参振振型阶数的增加而显著降低。而对于非平稳地震响应分析,通常需要进行时间点和频率点的双维计算,会消耗大量的计算资源。这些问题的解决,还需要发展更为有效的分析方法。虚拟激励法是线性系统随机振动分析的有效手段,已经获得较为广泛的应用<sup>[12-14]</sup>。本文应用 Fourier-Stieltjes 积分描述非平稳随机过程,引入指数型衰减函数描述地震载荷的空间分布特性。在频域上结合虚拟激励法和 Fourier 分析技术,建立了随机振动输入和输出的频域关系,推导出管道-土耦合结构受具有相干特征非平稳随机载荷作用下响应演变功率谱的闭合解。以某长跨地下管道为例,建立了简化的力学模型,并采用本文提出的算法进行分析讨论,可以看到所建立的方法与传统的方法具有相同的精度,但操作上更为简洁方便,具有较好的分析效率。

## 1 地震作用的随机过程模型

在整个地震作用期间,地震地面运动是从开始、平稳到衰减的全过程,其随机模型只有作为随时间变化的非平稳过程才能正确地反映实际地震。本文采用演变谱来描述非平稳随机过程,此时,非平稳随机过程定义为如下的 Fourier-Stieltjes 积分<sup>[15]</sup>:

$$\ddot{y}_0(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \exp(i\omega t) a(\omega, t) dN(\omega), \quad (1)$$

其中,  $a(\omega, t)$  是慢变确定性幅频调制函数;  $N(\omega)$  是正交增量过程,也就是它的增量  $dN(\omega)$  中任意两个不同的频点  $\omega_1$  和  $\omega_2$  是不相关的随机变量,且满足正交条件

$$E[dN(\omega_1) dN^*(\omega_2)] = \delta(\omega_1 - \omega_2) S_0(\omega_1) d\omega_1 d\omega_2, \quad (2)$$

其中,上标“\*”代表复共轭,  $\delta(\cdot)$  表示 Dirac delta 函数,  $E[\cdot]$  表示期望运算,  $S_0(\omega)$  是随机过程的功率谱密度。随机过程  $\ddot{y}_0(t)$  也称为具有演变谱的振荡过程,该演变谱可由振荡函数族  $F_q = \{ \exp(i\omega t) a_q(\omega, t) \}$  定义。由 Wiener-Khinchin(维纳-辛钦)关系,零均值 Gauss(高斯)非平稳随机过程  $\ddot{y}_0(t)$  可由自相关函数定义,由下述实对称函数给出

$$R_{\ddot{y}_0\ddot{y}_0}(t_1, t_2) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i\omega(t_2-t_1)} a^*(\omega, t_1) a(\omega, t_2) S_0(\omega) d\omega =$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{i\omega(t_2-t_1)} S_{\dot{y}_0\dot{y}_0}(\omega, t_1, t_2) d\omega. \quad (3)$$

在演变分析过程中,

$$S_{\dot{y}_0\dot{y}_0}(\omega, t) = |a(\omega, t)|^2 S_0(\omega) \quad (4)$$

称为非平稳随机过程  $\dot{y}_0(t)$  的演变功率谱密度函数. 上式中,  $|\cdot|$  表示函数的模. 由演变功率谱刻画的过程也称为完全非平稳随机过程, 也即幅值和频率同时随时间发生变化. 如果调制函数仅与时间有关  $a(\omega, t) \equiv a(t)$ , 此时, 也称为拟平稳(均匀调制)随机过程.

地震作用不仅随时间随机变动, 而且随空间随机分布. 假设随机输入同时看作是时间和空间的平稳 Gauss 过程, 此时不仅需要给出输入关于时间的相关函数, 其可由式(2)中的平稳随机部分刻画, 还需要给出分布输入关于空间的相关函数. 在考虑空间直接相关的情况下, 地震作用的互谱密度可以表示为<sup>[16]</sup>

$$S(x_1, x_2; \omega) = Q(x_1, x_2) S_0(\omega), \quad (5)$$

这里,  $Q(x_1, x_2)$  为衰减函数, 定义为

$$Q(x_1, x_2) = \exp\left[-c_s \left(\frac{r\omega}{V_s}\right)^\gamma\right], \quad (6)$$

其中,  $r = |x_1 - x_2|$  为  $x_1, x_2$  两点之间的水平距离;  $V_s$  为土壤的剪切波速;  $\omega$  为波动频率, 且  $\omega = 1/T_g$  ( $T_g$  为波动传播周期);  $c_s$  为常数, 它和震中距离、地震强度和介质均匀性等因素相关;  $\gamma$  在数据不足的情况下值可取为 1.

式(6)也可以写成以下形式:

$$Q(x_1, x_2) = \exp\left[-n \frac{r}{l}\right], \quad (7)$$

其中

$$n = c_s \frac{l}{V_s T_g} = c_s \frac{l}{\lambda}, \quad (8)$$

这里,  $n$  为无量纲参数,  $l$  为管线长度,  $\lambda = V_s T_g$  为波长.

借助于式(3)和式(5), 在空间相关的情况下, 非平稳地震加速度的互相关函数可以经过简单推导, 表达为如下形式:

$$R_{\dot{y}_g\dot{y}_g}(x_1, x_2; t_1, t_2) = Q(x_1, x_2) \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i\omega(t_2-t_1)} a^*(\omega, t_1) a(\omega, t_2) S_0(\omega) d\omega. \quad (9)$$

## 2 管道-土耦合结构非平稳随机振动分析的频域方法

### 2.1 管道-土耦合结构振动微分方程

采用 Euler-Bernoulli 梁模型对地下管道进行模拟, 并将土体对于管道的作用模拟为具有刚度和阻尼特性的弹簧单元. 此时管道-土耦合结构横向振动微分方程为<sup>[10]</sup>

$$\bar{m} \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial t^2} + C \frac{\partial y(x, t)}{\partial t} + Ky(x, t) + EI \frac{\partial^4 y(x, t)}{\partial x^4} = C \frac{\partial y_g(x, t)}{\partial t} + Ky_g(x, t), \quad (10)$$

其中,  $y(x, t)$  为绝对位移,  $y_g(x, t)$  为地震地面位移,  $\bar{m}$  为管道单位长度质量,  $C$  为土壤的阻尼系数,  $K$  为土壤的弹簧系数,  $EI$  为管道的抗弯刚度.

令

$$f(x, t) = C \frac{\partial y_g(x, t)}{\partial t} + Ky_g(x, t), \quad (11)$$

则运动方程(10)可改写为

$$\bar{m} \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial t^2} + C \frac{\partial y(x, t)}{\partial t} + Ky(x, t) + EI \frac{\partial^4 y(x, t)}{\partial x^4} = f(x, t). \quad (12)$$

考虑与运动方程(12)相应的无阻尼自由振动方程:

$$\bar{m} \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial t^2} + Ky(x, t) + EI \frac{\partial^4 y(x, t)}{\partial x^4} = 0, \quad (13)$$

令

$$y(x, t) = \varphi(x) e^{i\omega t}, \quad (14)$$

代入无阻尼自由振动方程(13), 可得到体系的频率方程

$$\frac{d^4 \varphi(x)}{dx^4} - \lambda^4 \varphi(x) = 0, \quad (15)$$

其中

$$\lambda^4 = \frac{\bar{m}\omega^2 - K}{EI}. \quad (16)$$

依据不同的边界条件, 可由特征值方程(15)计算体系振型  $\varphi(x)$  .

可以证明, 体系振型  $\varphi_i(x)$  和  $\varphi_j(x)$  对于质量具有如下正交性:

$$\int_0^l \bar{m} \varphi_i(x) \varphi_j(x) dx = \begin{cases} \alpha_j, & i = j, \\ 0, & i \neq j, \end{cases} \quad (17)$$

其中,  $\alpha_j = \int_0^l \bar{m} \varphi_j^2(x) dx$  为积分常数.

同样, 体系振型  $\varphi_i(x)$  和  $\varphi_j(x)$  对于刚度具有如下正交性:

$$\int_0^l EI \varphi_i''''(x) \varphi_j(x) dx = \begin{cases} (\omega_j^2 - K/\bar{m}) c_j, & i = j, \\ 0, & i \neq j. \end{cases} \quad (18)$$

采用振型分解法求解运动方程问题(12), 令

$$y(x, t) = \sum_{j=1}^n \varphi_j(x) q_j(t). \quad (19)$$

将上式代入振动方程(12), 并利用正交关系(17)和(18), 可以得到振型坐标下结构振动方程:

$$\ddot{q}_j(t) + 2\zeta_j \omega_j \dot{q}_j(t) + \omega_j^2 q_j(t) = \bar{f}_j(t), \quad j = 1, 2, \dots, n, \quad (20)$$

其中

$$\zeta_j = \frac{1}{2\omega_j \alpha_j} \int_0^l C \varphi_j^2(x) dx, \quad \bar{f}_j(t) = \frac{1}{\alpha_j} \int_0^l \varphi_j(x) f(x, t) dx. \quad (21)$$

可由 Duhamel 积分给出运动方程(20)的解, 表示为如下形式:

$$q_j(t) = \int_0^t h_j(\tau) \bar{f}_j(t - \tau) d\tau, \quad (22)$$

其中,  $h_j(t)$  为系统的脉冲响应函数. 在计算振型坐标  $q_j$  后, 可按式(19)计算物理坐标系下结构位移响应.

## 2.2 管道-土耦合结构非平稳随机振动相关分析

利用位移、速度和加速度功率谱之间的关系, 在空间相关非平稳地震激励作用下, 管道-土

耦合横向振动微分方程(10)右端作用载荷  $f(x, t)$  的互相关函数具有如下表达形式:

$$R_{f_1 f_2}(x_1, x_2; t_1, t_2) = Q(x_1, x_2) \int_{-\infty}^{+\infty} a(\omega, t_1) a^*(\omega, t_2) \left( \frac{C}{\omega} + \frac{K}{\omega^2} \right)^2 S_0(\omega) e^{i\omega(t_1 - t_2)} d\omega. \quad (23)$$

由式(23)可以得到振型坐标下广义载荷  $\bar{f}_j(t)$  的互相关函数:

$$R_{\bar{f}_j \bar{f}_k}(t_1, t_2) = \frac{1}{\alpha_j \alpha_k} \int_0^l \int_0^l R_{f_1 f_2}(x_1, x_2; t_1, t_2) \varphi_j(x_1) \varphi_k(x_2) dx_1 dx_2 = \frac{\beta_{jk}}{\alpha_j \alpha_k} \left( \int_{-\infty}^{+\infty} a^*(\omega, t_1) a(\omega, t_2) \left( \frac{C}{\omega} + \frac{K}{\omega^2} \right)^2 S_0(\omega) e^{i\omega(t_2 - t_1)} d\omega \right), \quad (24)$$

其中

$$\beta_{jk} = \int_0^l \int_0^l Q(x_1, x_2) \varphi_j(x_1) \varphi_k(x_2) dx_1 dx_2. \quad (25)$$

由 Duhamel 积分建立随机输入与随机输出的相关函数传递关系,利用式(22),其关于振型坐标  $q_j$  的互相关函数可以推导为

$$R_{q_j q_k}(t_1, t_2) = \int_0^{t_1} \int_0^{t_2} h_j(t_1 - \tau_1) h_k(t_2 - \tau_2) R_{\bar{f}_j \bar{f}_k}(t_1, t_2) d\tau_1 d\tau_2 = \frac{\beta_{jk}}{\alpha_j \alpha_k} \left( \int_{-\infty}^{+\infty} \left( \frac{C}{\omega} + \frac{K}{\omega^2} \right)^2 S_0(\omega) I_j^*(\omega, t_1) I_k(\omega, t_2) d\omega \right), \quad (26)$$

其中

$$I_j(\omega, t) = \int_0^t h_j(t - \tau) a(\omega, \tau) e^{i\omega\tau} d\tau. \quad (27)$$

利用式(19),可进一步获得物理坐标下位移响应的互相关函数,其表达式为

$$R_{yy}(t_1, t_2, x) = \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n \varphi_j(x) \varphi_k(x) R_{q_j q_k}(t_1, t_2) = \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n \varphi_j(x) \varphi_k(x) \frac{\beta_{jk}}{\alpha_j \alpha_k} \left( \int_{-\infty}^{+\infty} \left( \frac{C}{\omega} + \frac{K}{\omega^2} \right)^2 S_0(\omega) I_j^*(\omega, t_1) I_k(\omega, t_2) d\omega \right). \quad (28)$$

令式(28)中  $t_1 = t_2$ , 由 Wiener-Khinchin 关系可以得到位移响应的演变功率谱密度函数:

$$S_{yy}(\omega, t, x) = \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n \varphi_j(x) \varphi_k(x) \frac{\beta_{jk}}{\alpha_j \alpha_k} \left( \frac{C}{\omega} + \frac{K}{\omega^2} \right)^2 S_0(\omega) I_j^*(\omega, t) I_k(\omega, t). \quad (29)$$

### 2.3 埋地管道非平稳随机振动分析的频域方法

由 2.2 小节可知,进行演变功率谱分析需要进行式(27)的计算.如果称  $\tilde{x}(t, \omega) = a(t, \omega) e^{i\omega t}$  为虚拟激励,则只需要计算虚拟激励作用下系统的虚拟响应,就可以实现结构非平稳随机振动响应分析.而对于式(27)的计算,通常需要对每一个频率点进行时域分析,如果随机载荷具有较宽的频谱成份,对于高频段的计算,为保证计算精度,需要采用比较小的积分步长,这无疑会增加对计算资源的需求.

这里将从频域的角度对这一问题进行探讨,可以看到下面建立的非平稳随机振动的频域方法,其借助于 Fourier 分析所推导的结果具有简洁的表达形式,可以方便地建立非平稳随机输入和非平稳随机输出的传递关系,其仅与幅频调制函数相关.同时由于非平稳随机过程的幅频调制函数为慢变函数类型,也十分有利于快速 Fourier 变换的实施.下面给出频域方法具体的推导过程,首先考虑  $\tilde{x}(t, \omega)$  的 Fourier 变换为

$$\tilde{X}(\theta, \omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{x}(t, \omega) e^{-i\theta t} dt = A(\theta - \omega, \omega). \quad (30)$$

与上式相应的逆 Fourier 变换为

$$\tilde{x}(t, \omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} A(\theta - \omega, \omega) e^{i\theta t} d\theta, \quad (31)$$

这里

$$A(\theta, \omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} a(t, \omega) e^{-i\theta t} dt. \quad (32)$$

借助于式(29)和(30), 可以将式(27)进一步推导为

$$I_j(\omega, t) = \int_0^t h_j(t - \tau) \tilde{x}(t, \omega) d\tau = g_j(\omega, t) e^{i\omega t}, \quad (33)$$

其中

$$g_j(\omega, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} H_j(\theta + \omega) A(\omega, \theta) e^{i\theta t} d\theta, \quad (34)$$

这里  $H_j(\theta)$  为系统的频率响应函数.

将式(33)代入式(29), 并表示成矩阵形式:

$$S_{yy}(\omega, t, x) = (\mathbf{a}(\omega, t))^* ((\boldsymbol{\phi}(x))^* \boldsymbol{\Pi}(\boldsymbol{\phi}(x)))^*) (\mathbf{a}(\omega, t))^T, \quad (35)$$

其中

$$\mathbf{a} = \{g_1(\omega, t) \quad g_2(\omega, t) \quad \cdots \quad g_n(\omega, t)\} \left( \frac{C}{\omega} + \frac{K}{\omega^2} \right) \sqrt{S_0(\omega)} e^{i\omega t}, \quad (36)$$

$$\boldsymbol{\phi} = \text{diag}(\varphi_1(x) \quad \varphi_2(x) \quad \cdots \quad \varphi_n(x)), \quad (37)$$

$$\boldsymbol{\Pi} = \begin{bmatrix} \beta_{1,1} & \beta_{1,2} & \cdots & \beta_{1,n} \\ \beta_{2,1} & \beta_{2,2} & \cdots & \beta_{2,n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \beta_{n,1} & \beta_{n,2} & \cdots & \beta_{n,n} \end{bmatrix}. \quad (38)$$

在由式(35)获得位移响应的演变功率谱密度后, 进一步可以计算位移响应的时变方差

$$\sigma_{yy}(\omega, t, x) = 2 \int_0^{\infty} S_{yy}(\omega, t, x) d\omega, \quad (39)$$

这里, 式(35)即为位移响应的演变功率谱密度函数计算的频域方法. 展开式(35), 其与式(29)具有相同的表达结果. 但由本文建立的频域方法(35)进行演变功率谱分析, 其在计算效率上具有如下优势: 1) 从式(35)可以看出, 表达式中间的  $(\boldsymbol{\phi}(x))^* \boldsymbol{\Pi}(\boldsymbol{\phi}(x))^*$  矩阵计算与频率点没有关系, 只需要计算一次进行存储, 之后的频域分析仅需调用计算结果, 这对于提高计算效率无疑具有很大的好处. 2) 对于  $\mathbf{a}(\omega, t)$  的计算, 也就是式(36)中的  $g_j(\omega, t)$  的计算, 由于调制函数一般为慢变函数, 在频域上采用快速 Fourier 变换进行计算时, 并不需要采用很高的分析频点数目, 这又显著节省了对计算资源的消耗.

### 3 数值算例

计算模型采用某地下长跨管道模型, 考虑管道-土耦合结构受非平稳随机地震载荷作用. 为了使计算更加简便, 采用无量纲化参数, 管道的几何参数包括外径为  $D = 15.5$ , 厚度为  $h = 0.7$ ; 弹性模量为  $E = 3.45 \times 10^{10}$ , 线密度为  $\bar{m} = 2500$ ; 考虑土体与管道相互作用的刚度为  $K =$

$7.54 \times 10^6 \times D$ , 阻尼为  $C = 0.002 \times K$ . 地下管道-土耦合结构横向振动的简化模型如图 1 所示. 这里采用的管道长度为  $L = 500$ , 通过不同的边界约束条件进行模拟.

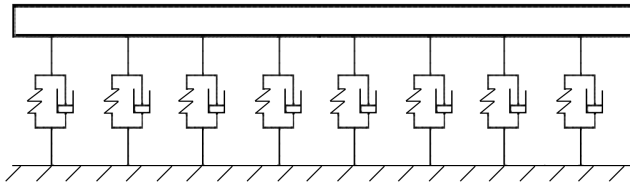


图 1 管道-土耦合结构横向振动简化模型

Fig. 1 The transverse vibration model for the pipeline-soil coupling structure

采用指数衰减型非均匀调制函数<sup>[15]</sup>:

$$a(\omega, t) = e^{-\eta_0 \omega t / (\omega_\alpha t_\alpha)} g(t), \quad (40)$$

式中,  $\eta_0$  为调频因子, 当  $\eta_0 > 0$  时, 可以使高频成分比低频成分更快衰减, 从而合理地模拟地震激励; 当  $\eta_0 = 0$  时,  $e^{-\eta_0 \omega t / (\omega_\alpha t_\alpha)}$  趋近于 1,  $a(\omega, t)$  就会退化为均匀调制函数  $g(t)$ .  $\omega_\alpha$  和  $t_\alpha$  是为了将  $\omega$  和  $t$  无量纲化而引入的频率与时间参数, 原则上可以任意选取, 这种非均匀函数便于调节高频成分的快慢, 也便于数值解析.

按照文献[15], 取  $\omega_\alpha = 10.0$ ,  $t_\alpha = 12.0$ ,  $\eta_0 = 2.0$ . 对于均匀调制函数模型(40)中  $g(t)$  的选取如下所示:

$$g(t) = b[e^{-\alpha_1 t} - e^{-\alpha_2 t}], \quad (41)$$

其中

$$b = 4, \alpha_1 = 0.0995, \alpha_2 = 0.199.$$

选取 Clough-Penzien 谱作为式(5)的具体谱参数模型, 表达式为<sup>[17]</sup>

$$S_{\ddot{u}_g}(\omega) = \frac{(\omega/\omega_f)^4}{[1 - (\omega/\omega_f)^2]^2 + 4\zeta_f^2(\omega/\omega_f)^2} \frac{1 + 4\zeta_g^2(\omega/\omega_g)^2}{[1 - (\omega/\omega_g)^2]^2 + 4\zeta_g^2(\omega/\omega_g)^2} S_0, \quad (42)$$

其中的谱参数  $\omega_f = 0.1\omega_g$ ,  $\zeta_f = \zeta_g$ . 在上述地震激励模型中, 地震地面运动特征参数是由场地条件决定的, 如表 1 所示.

表 1 地震地面运动特征参数

Table 1 Characteristic parameters of earthquake ground motion

soil condition	$\omega_g$	$\zeta_g$
soft soil	10.9	0.96
medium soil	16.5	0.8
hard soil	16.9	0.94

在本算例中, 在空间完全相关情况下的地震互谱密度中, 衰减函数式(7)中  $Q(x_1, x_2)$  中的无量纲参数  $n$  取为 10.

### 3.1 计算方法验证

为了验证频域方法的正确性, 采用时频法进行对比. 取同一种场地条件, 即软土地场特性进行计算; 埋地管道计算模型的边界条件为两端滑动, 两端铰支和一端滑动、一端铰支 3 种情况. 在本算例中, 频域方法取前 40 阶的振型进行计算, 通常时频法的时间步长共取为 300 步. 两种方法计算 3 种边界条件下管道跨中应力时变响应标准差, 其结果如图 2 所示. 从图中可以明显看出频域法和时频法的计算结果一致, 说明了该方法的正确性和准确性. 而就计算效率而

言,本文提出的频域法高出传统时频法几十倍,计算时间分别为 148.18 s 和 1.75 s.

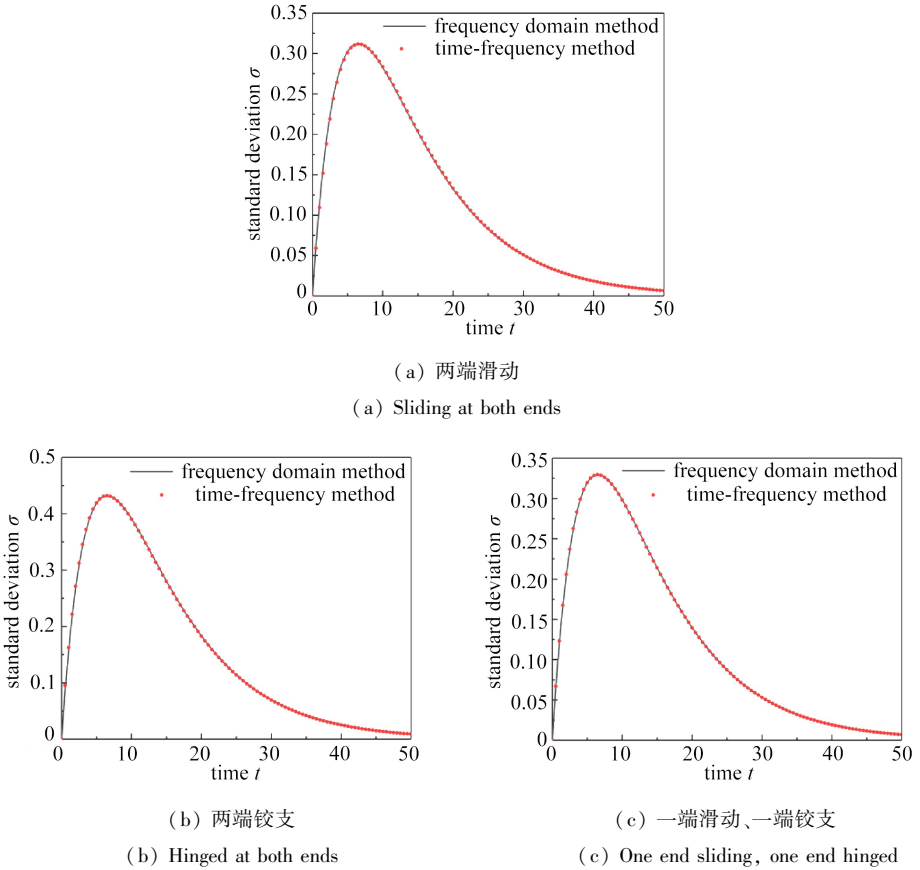


图 2 3 种边界条件管道跨中弯曲应力时变响应标准差

Fig. 2 Time-varying response variances of the pipeline bending stress in 3 boundary conditions

图 2(a) 和 (b) 分别为两端滑动和两端铰支时管道跨中弯曲应力时变响应标准差; 图 2(c) 为一端滑动、一端铰支时的跨中弯曲应力时变响应标准差。从图中可以得到, 管道端部的不同边界约束条件对管道的跨中弯曲应力响应有很大的影响。通过图 2(a)、(b) 和 (c) 的比较, 可以看出在两端边界条件均为铰支时, 弯曲应力响应最大; 另外两种边界条件下跨中弯曲应力响应差不多大, 一端滑动、一端自由比两端滑动的边界条件所造成的弯曲应力响应略大一些。而这与实际情况相符, 故在地下管道的动力安全评估和抗震设计中, 选择合适的边界约束条件也是一个值得重点关注和讨论的问题。

### 3.2 不同土特性参数

为了分析场地条件参数对埋地管道跨中弯曲应力的影响, 以同一种边界条件为例, 分别对软土、中等土和硬土 3 种场地参数特性做管道横向振动分析。在边界约束条件为两端滑动时, 3 种场地条件下管道跨中时变响应标准差如图 3 所示。

对比图 3 可以得到, 在软土条件下, 埋地管道的弯曲应力响应是最大的; 中等土次之; 在硬土条件下, 管道的弯曲应力响应是最小的。而不同的边界约束条件下得到的结果是一致的, 这里不再图示。计算结果说明了该情况具有一定的普遍性, 即软土具有一定的动力放大效应。如果管道周围的土层条件越硬, 管道的横向振动响应就越小, 管道相对就会更安全。这与地下管道的实际情况是相吻合的。在设计隧道、选取场地条件时, 应考虑这一因素, 尽量选取比较坚硬



的土层,以增加管道的抗震性能。

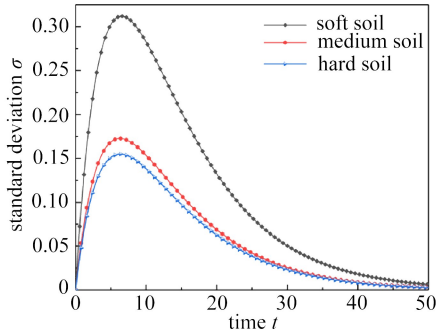
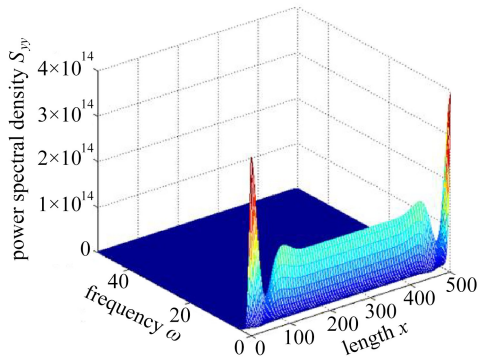


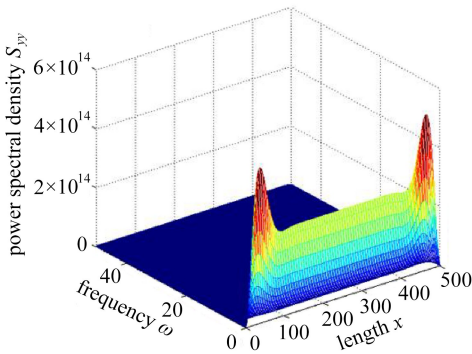
图3 3种场地条件管道跨中弯曲应力时变响应标准差

Fig. 3 Time-varying response variances of the pipeline bending stress in 3 soil conditions



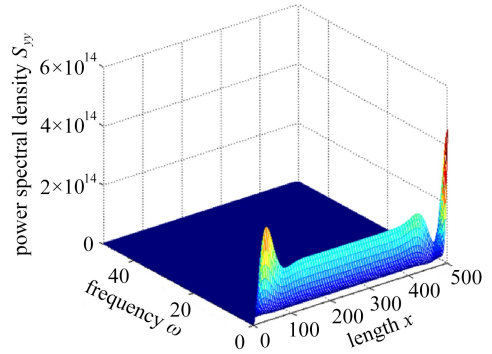
(a) 两端滑动

(a) Sliding condition at both ends



(b) 两端铰支

(b) Hinged condition at both ends



(c) 一端滑动、一端铰支

(c) One end sliding, one end hinged

图4 管道长度横向振动分析功率谱密度函数

Fig. 4 Power spectral density functions of pipeline length transverse vibration analysis along the length

### 3.3 不同位置响应

为了研究管道沿长度方向上弯曲应力响应的变化情况,以一种场地参数特性为例,对3种边界条件(两端滑动,两端铰支,一端滑动、一端铰支)做管道沿长度方向的横向振动分析。其在软土地下3种边界约束条件时,沿长度方向的横向振动分析功率谱密度函数如图4所

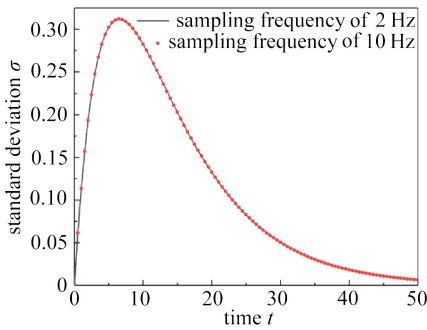
示.图 4(a)和(b)分别为两端滑动和两端铰支约束下的功率谱密度函数图,图 4(c)为一端滑动、一端铰支约束下的功率谱密度函数图.

从图 4(a)、(b)和(c)中都能看出:1)从频率上来说,横向振动响应只表现在较低的振动频率上,在高频率上的埋地管道横向振动响应几乎没有影响,这与已有文献的结果相一致,也是地下结构动力学行为的一个重要特征;2)从管道长度方向上来看,管道两端点处的功率谱密度最大,而中间段大概管道全长 3/5 部分的功率谱密度基本保持不变且较两端处要小很多.

另外,其他两种场地条件下 3 种边界约束条件的功率谱密度函数的变化趋势与软土条件下是一致的,这里不再图示.

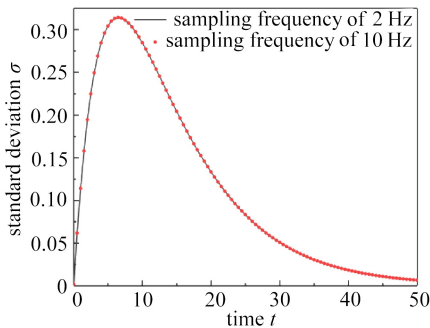
### 3.4 不同采样频率

2.3 小节已经表明,由于调制函数一般为慢变函数,在频域上采用快速 Fourier 变换进行计算时,并不需要采用很高的分析频率点.故本小节从数值的角度说明这一点,分析采样频率对计算结果的影响.本文取两端滑动边界约束条件,软土场地参数,分析采样频率分别为 2, 10 Hz 时的计算结果.这里取管道的不同位置即管道 1/4 位置处、跨中位置处和管道两端点处进行分析讨论.图 5(a)~(c)分别为管道跨中位置处、1/4 位置处和管道两端点处的弯曲应力时变响应标准差.



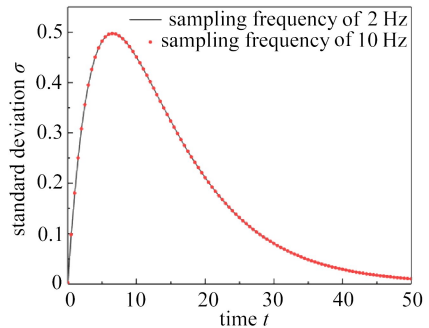
(a) 跨中

(a) At the midpoint of the pipeline



(b) 1/4 处

(b) At the 1/4 length of the pipeline



(c) 两端点处

(c) At both ends of the pipeline

图 5 不同采样频率不同位置的时变响应标准差

Fig. 5 Time-varying response variances of the pipeline bending stress at different sampling frequencies

从图 5 中可以看出,采用频域方法时,取小采样频率就可以得到精确满足的结果,两种情况在跨中位置的计算时间分别为 3.06 s 和 3.25 s.这里选取了 10 Hz 为对比结果,实际上对于

更高的采样频率结果也是吻合的,本文不再图示。采用频率方法时,由式(34)、(35)可知,仅需要对调制函数进行计算,由于其为慢变函数类型,对小采样频率进行分析,就能得到精确的计算结果,增加了计算效率,表明了该方法的优越性。另外,从图5(a)~(c)的对比中可以看出,管道跨中和1/4处的弯曲响应基本相等,而管道端点处响应要明显大于中间段,这一结果与3.3小节得到的分析结果是一致的,说明了该结论的正确性,这为地下管道的动力响应分析和抗震设计提供了有价值的参考。

## 4 结 论

本文通过随机振动的相关理论分析,结合虚拟激励法提出了管道-土耦合结构非平稳随机振动的频域分析方法。以频域法计算了在非平稳随机振动下埋地管道弯曲应力的响应,与通常的时频方法结果相比,证明了该方法的正确性和准确性。对于不同的土参数和边界条件对管道弯曲应力的影响,本文选取几个不同参数条件作为示例进行了计算和讨论。数值结果表明:

- 1) 不同边界条件影响了弯曲应力的幅值,需选取最合适的边界约束条件,以正确仿真预测结构的实际动力学行为。
- 2) 地下管道周围的土层越硬,结构就越安全。
- 3) 管道端点处弯曲应力相应明显高于中间段,而隧道中间段的响应基本保持不变。
- 4) 提出的频域算法在取很小的采样频率时即可得到比较精确的结果,体现其计算效率的优越性。

## 参考文献(References):

- [1] ICHIMURA T, FUJITA K, QUINAY P E, et al. Comprehensive seismic response analysis for estimating the seismic behavior of buried pipelines enhanced by three-dimensional dynamic finite element analysis of ground motion and soil amplification[J]. *Journal of Pressure Vessel Technology*, 2016, **138**(5): 051801. DOI: 10.1115/1.4033250.
- [2] JIANG L F, CHEN S X, XU X C. Dynamic response of underground pipeline to incident body waves[C]//*ICPTT 2009: Advances and Experiences With Pipelines and Trenchless Technology for Water, Sewer, Gas, and Oil Applications*. 2009: 325-334.
- [3] DATTA S K, SHAH A H, WONG K C. Dynamic stresses and displacements in buried pipe[J]. *Journal of Engineering Mechanics*, 1984, **110**(10): 1451-1466.
- [4] YAN Yong. Response of pipeline structure subjected to ground motion excitation[J]. *Engineering Structures*, 1997, **19**(8): 679-684.
- [5] LIU Wei, SUN Qianwei, MIAO Huiquan, et al. Nonlinear stochastic seismic analysis of buried pipeline systems[J]. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 2015, **74**: 69-78.
- [6] 严松宏, 梁波, 高峰, 等. 考虑地震非平稳性的隧道纵向抗震可靠度分析[J]. *岩石力学与工程学报*, 2005, **24**(5): 818-822. (YAN Songhong, LIANG Bo, GAO Feng, et al. Dynamic reliability analysis on resistance of tunnels to longitudinal non-stationary earthquake[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2005, **24**(5): 818-822. (in Chinese))
- [7] SOLIMAN H O, DATTA T K. Response of overground pipelines to random ground motion[J]. *Engineering Structures*, 1996, **18**(7): 537-545.
- [8] DATTA T K, MASHALY E A. Seismic response of buried submarine pipelines[J]. *Journal of Energy Resources Technology*, 1988, **110**(4): 208-218.

- [9] ELACHACHI S M, YANEZ-GODOY H. Response of buried pipes taking into account seismic and soil spatial variabilities[C]//*12th International Conference on Applications of Statistics and Probability in Civil Engineering, ICASP12*. Vancouver, Canada, 2015.
- [10] 帅健, 许葵. 埋地管道的非平稳随机振动[J]. 工程力学, 2002, **19**(5): 130-134. (SHUAI Jian, XU Kui. Non-stationary random vibration of buried pipes[J]. *Engineering Mechanics*, 2002, **19**(5): 130-134. (in Chinese))
- [11] 帅健, 吕英民, 蔡强康. 埋地管道的平稳随机振动[J]. 石油大学学报(自然科学版), 1999, **23**(4): 65-70. (SHUAI Jian, LÜ Yingmin, CAI Qiangkang. Stationary random vibration of buried pipes[J]. *Journal of the University of Petroleum, China*, 1999, **23**(4): 65-70. (in Chinese))
- [12] 林家浩, 张亚辉, 赵岩. 虚拟激励法在国内外工程界的应用回顾与展望[J]. 应用数学和力学, 2017, **38**(1): 1-31. (LIN Jiahao, ZHANG Yahui, ZHAO Yan. The pseudo-excitation method and its industrial applications in china and abroad[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2017, **38**(1): 1-31. (in Chinese))
- [13] 赵岩, 李明武, 林家浩, 等. 陀螺系统随机振动分析的辛本征展开方法[J]. 应用数学和力学, 2015, **36**(5): 449-459. (ZHAO Yan, LI Mingwu, LIN Jiahao, et al. Symplectic eigenspace expansion for the random vibration analysis of gyroscopic systems[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2015, **36**(5): 449-459. (in Chinese))
- [14] 赵岩, 张亚辉, 林家浩. 车辆随机振动功率谱分析的虚拟激励法概述[J]. 应用数学和力学, 2013, **34**(2): 107-117. (ZHAO Yan, ZHANG Yahui, LIN Jiahao. Summary on the pseudo-excitation method for vehicle random vibration PSD analysis[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2013, **34**(2): 107-117. (in Chinese))
- [15] 林家浩, 张亚辉. 随机振动的虚拟激励法[M]. 北京: 科学出版社, 2004. (LIN Jiahao, ZHANG Yahui. *The Pseudo-Excitation Method of Random Vibration* [M]. Beijing: Science Press, 2004. (in Chinese))
- [16] 帅健. 管线力学[M]. 北京: 科学出版社, 2010. (SHUAI Jian. *Pipeline Mechanics* [M]. Beijing: Science Press, 2010. (in Chinese))
- [17] 克拉夫, 彭津. 结构动力学[M]. 王光远, 译. 北京: 科学出版社, 1981. (CLOUGH R W, PENZ-IEN J. *Dynamics of Structural* [M]. WANG Guangyuan, transl. Beijing: Science Press, 1981. (Chinese version))

# Non-Stationary Radom Vibration Analysis of Coupled Pipeline-Soil Systems Under Earthquake

ZHAO Yan<sup>1,2</sup>, JIA Tian<sup>2</sup>, ZHOU Ruipeng<sup>2</sup>

(1. *State Key Laboratory of Bridge Engineering Structural Dynamics  
(China Merchants Chongqing Communications Research & Design*

*Institute Co., Ltd.), Chongqing 400067, P.R.China;*

2. *Department of Engineering Mechanics, Dalian University of Technology,  
Dalian, Liaoning 116023, P.R.China)*

**Abstract:** According to the non-stationary and coherent characteristics of seismic load, a frequency-domain method for random vibration analysis of underground pipeline-soil structures was proposed. The Fourier-Stieltjes integral was used to describe the non-stationary stochastic process, and the time-dependent characteristics of the amplitude and frequency components of the seismic load were depicted by its kernel function; the exponential decay function was used to describe the spatial distribution of seismic load. Based on the combination of the pseudo-excitation method and the Fourier analysis technique in the frequency domain, the closed-form solution of the response evolution power spectrum of the pipeline-soil structure was derived under the coherent and non-stationary random loading, and the frequency-domain relation between the input and the output of the random vibration was established. In numerical examples, the proposed method was compared with the traditional calculating methods, and the correctness and validity of the method were illustrated. Furthermore, the mechanism of random vibration behavior of the pipeline with changing soil parameters and different end constraints were studied.

**Key words:** amplitude-frequency non-stationarity; coupled pipeline-soil structure; random vibration; pseudo-excitation method; frequency-domain method

**Foundation item:** The National Natural Science Foundation of China(11772084);The National Basic Research Program of China(973 Program)(2015CB057804)

---

引用本文/Cite this paper:

赵岩, 贾甜, 周瑞鹏. 地震作用下管道-土耦合结构非平稳随机振动分析[J]. 应用数学和力学, 2018, **39**(5): 493-505.

ZHAO Yan, JIA Tian, ZHOU Ruipeng. Non-stationary radom vibration analysis of coupled pipeline-soil systems under earthquake[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2018, **39**(5): 493-505.