

基于有损伤体元件的广义 Kelvin 模型 蠕变全过程探究*

宋彦琦¹, 李小龙², 马宏发², 傅航²

- (1. 中国矿业大学(北京)深部岩土力学与地下工程国家重点实验室, 北京 100083;
2. 中国矿业大学(北京)力学与建筑工程学院, 北京 100083)

摘要: 岩石的蠕变特性往往对隧道和地下工程的稳定性有着重要的控制作用. 针对岩石蠕变的阶段性特征, 可将岩石蠕变全过程分为四个阶段. 广义 Kelvin 模型可较好地反映前三个阶段的岩石蠕变特性, 不能理想地反映加速蠕变阶段特征. 通过引入损伤体元件和 Kachanov 的损伤因子演化公式, 构建了具有损伤体元件的广义 Kelvin 模型, 从而建立了可以体现岩石蠕变全过程的蠕变模型, 并提出较为简单的组合模型参数计算方法. 该模型不仅能较好地反映岩石蠕变全过程, 且模型参数易于确定. 利用该模型对砂质泥岩单轴压缩蠕变实验曲线进行拟合分析, 拟合效果良好, 研究结果可为类似工程提供参考.

关键词: 分级加载; 广义 Kelvin 模型; 损伤体元件; 加速蠕变; 曲线拟合

中图分类号: TU45 **文献标志码:** A **DOI:** 10.21656/1000-0887.410255

Research on the Whole Creep Process of the Generalized Kelvin Model Based on Damaged Body Elements

SONG Yanqi¹, LI Xiaolong², MA Hongfa², FU Hang²

(1. *State Key Laboratory for Geomechanics and Deep Underground Engineering, China University of Mining and Technology(Beijing), Beijing 100083, P.R.China;*

2. *School of Mechanics and Civil Engineering, China University of Mining and Technology(Beijing), Beijing 100083, P.R.China*)

Abstract: The creep properties of rocks often have important control effects on the stability of tunnels and underground works. According to the stage characteristics of rock creep, the whole process of rock creep can be divided into 4 stages. The generalized Kelvin model can better reflect the rock creep characteristics of the 1st 3 stages, but cannot ideally reflect the characteristics of the accelerated creep stage. Through introduction of damaged body elements and Kachanov's damage factor evolution formula, a generalized Kelvin model with damaged body elements was constructed, thereby a creep model was established to reflect the whole process of rock creep, and a relatively simple combined model parameter calculation method was proposed. The model well describes the whole process of rock creep, and the model parameters are easy to determine. The model works well in fitting and analysis of the experimental curves of sandy mudstone uniaxial compression creep,

* 收稿日期: 2020-09-07; 修订日期: 2020-11-20

基金项目: 国家自然科学基金联合基金(U1704242)

作者简介: 宋彦琦(1969—),女,教授,博士生导师(通讯作者. E-mail: yanqi_song@sina.com).

引用格式: 宋彦琦, 李小龙, 马宏发, 傅航. 基于有损伤体元件的广义 Kelvin 模型蠕变全过程探究[J]. 应用数学和力学, 2021, 42(6): 637-644.

and the research results provides a reference for similar projects.

Key words: step loading; generalized Kelvin model; damaged body element; accelerated creep; curve fitting

引 言

岩石蠕变全过程可分为四个阶段,分别为瞬时变形阶段、减速蠕变阶段、稳速增长蠕变阶段和加速蠕变阶段。岩石损伤变形发生在岩石的加速蠕变阶段,是引起应力平衡失效的主要原因。因此众多学者开始研究岩石加速蠕变阶段中的本构关系,通常是建立本构模型推演本构方程,再与岩石实测蠕变曲线进行拟合分析,从而判断模型及方程的正确性。较为成熟的经验模型有很多,研究成果也较为丰富,但一个模型不能适用于所有岩石蠕变变形,因此学者开始将应用较为广泛的 Hooke 体、Newton 体和黏性元件通过不同方式进行串联和并联,大量研究结果表明可以建立较好的蠕变模型来表达岩石蠕变部分阶段^[1]。通过不同组合方式得到的模型,应用较多的二元件模型有 Bingham 体、Maxwell 体、Kelvin 体,组合元件模型有广义 Kelvin 体、Burgers 体和 Nishihara 体模型^[2]。

近年来,众多学者开始在原有模型的基础上加以改进,很好地促进了蠕变模型的研究。其中李佳珑等^[3]通过建立广义 Kelvin 模型三维流变方程,加入了损伤引起的附加蠕变量,并通过花岗岩片麻岩流变曲线的模拟,较为理想地反映出了加速蠕变阶段特征;王伟等^[4]基于 Perzyna 黏塑理论,推导了适用于岩石的流变黏弹性本构模型,并通过与砂岩三轴蠕变实验数据拟合,验证模型的合理性,结果表明可较好地反映砂岩蠕变特性;徐国文等^[5]基于广义 Kelvin 模型,通过 C 语言对模型进行二次开发,用已有实验数据进行参数反演,验证了模型在粉砂岩和砂板岩蠕变变形中的合理性,并且可以模拟出岩石在低应力下的两阶段蠕变特征和高应力下三阶段蠕变特征;邓荣贵等^[6]根据岩石在加速蠕变阶段的变形特性,提出将非 Newton 流体黏滞阻尼元件与传统岩石流变复合模型相结合,构建了一种新的岩石蠕变模型,并将该模型应用于描述某水电工程断层岩石蠕变过程,模拟效果良好;王来贵等^[7]采用微分方程描述方法,建立单轴和三轴岩石应力-应变全过程非线性蠕变损伤模型,利用岩石全过程的应力-应变关系,确定了不同应力水平所对应的模型参数,并根据软岩加速蠕变阶段特征,编写了有限元程序来模拟岩石损伤过程;刘姗姗等^[8]基于广义 Kelvin 模型探讨了黏弹性模型开发的基本原理,结果表明该模型理论曲线与粉砂岩实验曲线较为吻合;韩伟民等^[9]用非定常黏壶元件来替换传统模型中的线性黏壶元件,从而建立了非定常广义 Kelvin 模型,并与 Heard 模型串联构建了新的四元件 NGKH 盐岩非线性蠕变本构模型,研究表明该模型拟合结果与室内实验结果较为吻合;Nguyen^[10]基于广义 Kelvin 模型对微裂纹黏弹性材料进行模拟,研究结果表明该模型可用于模拟各向同性情况下裂纹随机取向分布;许宏发等^[11]采用陈式加载法对泥质盐岩进行单轴全应力-应变压缩试验,建立了曲线割线模量随时间变化关系模型和曲线的数学模型,获得了蠕变破坏强度和破坏应变分别与蠕变寿命之间的数学表达式。

前人研究结果或不能较好地表达岩石加速蠕变特征,或模型参数较难确定。本文在 Kachanov 定义的损伤因子演化公式的基础上,在广义 Kelvin 模型中添加弹塑性损伤体元件,并提出较为简单的模型参数计算方法,通过室内实验确定岩石的损伤曲线,并利用该岩石蠕变模型与损伤曲线进行拟合,确定了模型的合理性和正确性。

1 岩石蠕变实验

我们取均匀性较好的砂质泥岩块体,加工成高度为 100 mm、直径为 50 mm 的标准圆柱体试样,为保持原有岩石试样的力学性质,在加工过程中尽量减少对原岩体的损伤破坏。实验设备采用中国矿业大学(北京)深部软岩五联流变实验机,该实验系统具有多控、多联、多物理参数特点,能更好地模拟工程中实际岩石流变特征,实验试件及设备如图 1 所示。

实验采用分级加载的方式对砂质泥岩进行加载,每个应力水平保持 24 h,由单轴压缩试验测得岩石单轴抗压强度 σ_c 为 130 MPa,根据众多岩石蠕变实验破坏经验,本次加载应力水平设定为 $0.6\sigma_c \sim 1.0\sigma_c$,每隔 $0.05\sigma_c$ 增加一个应力水平,实验表明当加载到 $0.9\sigma_c$ 时岩石发生完全破坏,施加载荷水平及其应变变化如

图 2 所示。



图 1 岩石蠕变实验

Fig. 1 The rock creep experiment

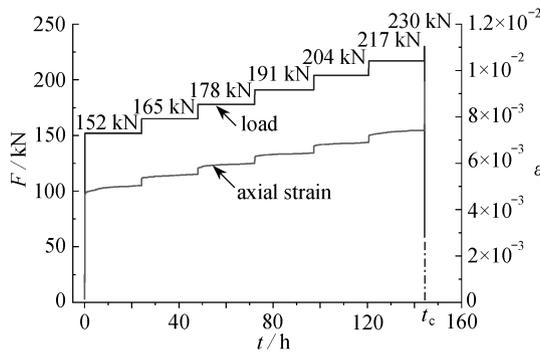


图 2 岩石蠕变加载水平及应变变化

Fig. 2 Rock creep loading levels and strain changes

2 岩石蠕变模型及本构方程建立

本文基于广义 Kelvin 模型本构方程研究砂质泥岩蠕变全过程,但单一的广义 Kelvin 模型不足以完整地模拟出岩石加速蠕变阶段^[12],故本文在一维广义 Kelvin 模型的基础上添加弹塑性损伤体元件,模型如图 3 所示。

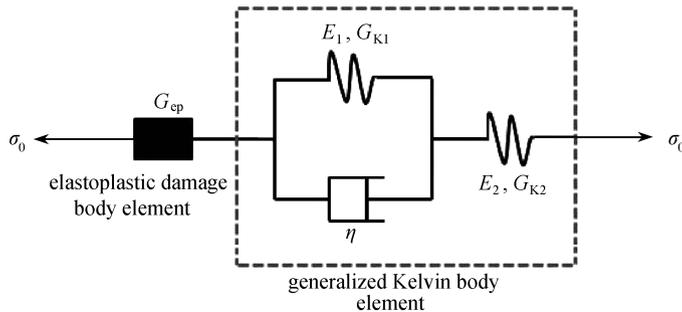


图 3 岩石蠕变模型

Fig. 3 The rock creep model

由弹塑性力学可知

$$\begin{cases} s_{ij} = \sigma_{ij} - \frac{1}{3} \sigma_{kk} \delta_{ij}, \\ e_{ij} = \varepsilon_{ij} - \frac{1}{3} \varepsilon_{kk} \delta_{ij}, \end{cases} \quad (1)$$

其中, s_{ij} 为偏应力张量, e_{ij} 为偏应变张量, δ_{ij} 为 Kronecker delta 函数.

模型总应变由弹塑性损伤体应变 e_{ij}^{ep} 与广义 Kelvin 体应变 e_{ij}^k 组成, 即

$$e_{ij} = e_{ij}^{ep} + e_{ij}^k. \quad (2)$$

由广义 Kelvin 体可求得其偏应变方程为

$$e_{ij}^k = \frac{s_{ij}}{2G_{K1}} \left(1 - \exp\left(-\frac{G_{K1}}{H_K} t\right) \right) + \frac{s_{ij}}{2G_{K2}}, \quad (3)$$

其中, G_{K1}, G_{K2} 为广义 Kelvin 体的剪切模量, η 为广义 Kelvin 体的黏滞系数.

弹塑性损伤体在未受损和受损状态下的偏应变为^[13]

$$e_{ij}^{ep} = \begin{cases} \frac{s_{ij}}{2G_{ep}}, & s_1 - s_3 < s_s, \\ \frac{s_{ij}}{2G_{ep}(1-D)}, & s_1 - s_3 \geq s_s, \end{cases} \quad (4)$$

其中, G_{ep} 为弹塑性损伤体的剪切模量. 由式(2)~(4)可得三维蠕变模型的偏应变方程为

$$e_{ij}^{ep} = \begin{cases} \frac{s_{ij}}{2G_{ep}} + \frac{s_{ij}}{2G_{K1}} \left(1 - \exp\left(-\frac{G_{K1}}{\eta} t\right) \right) + \frac{s_{ij}}{2G_{K2}}, & s_1 - s_3 < s_s, \\ \frac{s_{ij}}{2G_{ep}(1-D)} + \frac{s_{ij}}{2G_{K1}} \left(1 - \exp\left(-\frac{G_{K1}}{\eta} t\right) \right) + \frac{s_{ij}}{2G_{K2}}, & s_1 - s_3 \geq s_s. \end{cases} \quad (5)$$

Kachanov 对岩石蠕变进行大量研究, 得到的蠕变损伤因子与蠕变寿命的关系式为^[14]

$$D = 1 - (1 - t/t_c)^\gamma, \quad (6)$$

其中 t_c 为蠕变寿命, 即岩石蠕变破坏时间; γ 为岩石材料参数.

将式(6)代入到式(5)可得

$$e_{ij}^{ep} = \begin{cases} \frac{s_{ij}}{2G_{ep}} + \frac{s_{ij}}{2G_{K1}} \left(1 - \exp\left(-\frac{G_{K1}}{\eta} t\right) \right) + \frac{s_{ij}}{2G_{K2}}, & s_1 - s_3 < s_s, \\ \frac{s_{ij}}{2G_{ep}(1-t/t_c)^\gamma} + \frac{s_{ij}}{2G_{K1}} \left(1 - \exp\left(-\frac{G_{K1}}{\eta} t\right) \right) + \frac{s_{ij}}{2G_{K2}}, & s_1 - s_3 \geq s_s. \end{cases} \quad (7)$$

当试件处于三轴压缩状态时, 其应力状态为

$$(\sigma_{ij}) = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{bmatrix}. \quad (8)$$

轴向应变可表示为

$$\varepsilon_{ij} = e_{ij} + \frac{1}{3} \varepsilon_v \delta_{ij} = e_{ij} + \frac{1}{3} (\varepsilon_{ve} + \varepsilon_{vp} + \varepsilon_{vc}) \delta_{ij}. \quad (9)$$

不考虑塑性体积应变和体积流变得

$$\varepsilon_{vp} = \varepsilon_{vc} = 0, \quad (10)$$

则

$$\varepsilon_{ij} = e_{ij} + \frac{1}{3} \varepsilon_{ve} \delta_{ij} = e_{ij} + \frac{1}{3K} P \delta_{ij} = e_{ij} + \frac{1}{9K} I_1 \delta_{ij}. \quad (11)$$

在岩石三轴压缩试验过程中, 先施加围压后读取相应产生的应变为

$$\varepsilon'_{ij} = \varepsilon_{ij} - \frac{\sigma_3}{3K} \delta_{ij}. \quad (12)$$

由式(7)、(11)、(12)推导得到试件三轴压缩下的轴向应变 ε 为

$$\varepsilon = \begin{cases} \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{3} \left[\frac{1}{G_{ep}} + \frac{1}{G_{K1}} \left(1 - \exp\left(-\frac{G_{K1}}{\eta} t\right) \right) \right] + \frac{1}{G_{K2}} + \frac{1}{3K}, & \sigma_1 - \sigma_3 < \sigma_s, \\ \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{3} \left[\frac{1}{G_{ep}(1 - t/t_c)^\gamma} + \frac{1}{G_{K1}} \left(1 - \exp\left(-\frac{G_{K1}}{\eta} t\right) \right) \right] + \frac{1}{G_{K2}} + \frac{1}{3K}, & \sigma_1 - \sigma_3 \geq \sigma_s. \end{cases} \quad (13)$$

式(13)即为引入损伤体元件的广义 Kelvin 模型三维本构方程。

由于本次实验做的是三轴压缩状态下的蠕变实验,故而将三维本构方程简化成一维状态下的本构方程为

$$\varepsilon = \begin{cases} \frac{\sigma_0}{E_0} + \frac{\sigma_0}{E_1} \left(1 - \exp\left(-\frac{E_1}{\eta} t\right) \right) + \frac{\sigma_0}{E_2}, & \sigma_0 < \sigma_s, \\ \frac{\sigma_0}{E_0} \left(1 - \frac{t}{t_c} \right)^{-\gamma} + \frac{\sigma_0}{E_1} \left(1 - \exp\left(-\frac{E_1}{\eta} t\right) \right) + \frac{\sigma_0}{E_2}, & \sigma_0 \geq \sigma_s, \end{cases} \quad (14)$$

其中, σ_0 为加载应力, E_0 为弹塑性损伤体元件的弹性模量, E_1, E_2 为广义 Kelvin 体的弹性模量。

引入条件函数 δ : 当 $\sigma_0 < \sigma_s$ 时, $\delta = 0$; 当 $\sigma_0 \geq \sigma_s$ 时, $\delta = 1$ 。所以式(14)可统一写为

$$\varepsilon = \frac{\sigma_0}{E_0} \left(1 - \frac{\delta t}{t_c} \right)^{-\gamma} + \frac{\sigma_0}{E_1} \left(1 - \exp\left(-\frac{E_1}{\eta} t\right) \right) + \frac{\sigma_0}{E_2}. \quad (15)$$

由于 σ_0 为实验加载应力,故而本蠕变损伤模型本构方程参数共有 $E_0, t_c, E_1, E_2, \gamma$ 和 η 六个参数,下面将对参数进行确定。

3 蠕变损伤本构方程参数的确定

3.1 弹塑性损伤体变形模量 E_0 的确定

在单轴加载条件下,瞬时变形表达式为

$$\varepsilon_0 = \sigma_0 / E_0, \quad (16)$$

瞬时变形 ε_0 可由实验数据测得,所以 E_0 可由式(16)确定。

3.2 蠕变寿命 t_c 的确定

岩石蠕变的寿命 t_c 是指岩石由开始加载到其完全破坏的时间,可由实验数据所绘出的最终应力水平的垂直线与 x 轴交点所对应的蠕变时间来确定,见图 2。

3.3 参数 γ 的确定

在加速蠕变阶段,黏弹性变形趋于稳定,可利用式(2)对时间变量取极限,可得

$$\varepsilon_k = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\sigma_0}{E_1} \left(1 - \exp\left(-\frac{E_1}{\eta} t\right) \right) + \frac{\sigma_0}{E_2} = \frac{\sigma_0}{E_1} + \frac{\sigma_0}{E_2}. \quad (17)$$

在岩石加速蠕变阶段曲线上取一点 (t_i, ε_i) , 代入式(15)中,则

$$\varepsilon_i = \frac{\sigma_0}{E_0} \left(1 - \frac{t_i}{t_c} \right)^{-\gamma} + \frac{\sigma_0}{E_1} + \frac{\sigma_0}{E_2}, \quad (18)$$

另取一点 (t_j, ε_j) 代入式(15),则

$$\varepsilon_j = \frac{\sigma_0}{E_0} \left(1 - \frac{t_j}{t_c} \right)^{-\gamma} + \frac{\sigma_0}{E_1} + \frac{\sigma_0}{E_2}. \quad (19)$$

由式(18)、(19)联立可得

$$\varepsilon_i - \varepsilon_j = \frac{\sigma_0}{E_0} \left[\left(1 - \frac{t_i}{t_c} \right)^{-\gamma} - \left(1 - \frac{t_j}{t_c} \right)^{-\gamma} \right]. \quad (20)$$

所以,由式(20)即可求得参数 γ 的值。

3.4 黏弹性模量 E_1, E_2 的确定

在加速蠕变阶段取 n 个相邻实验点 $(t_{ij}, \varepsilon_{ij}) (i = 1, 2, 3, \dots, n; j = 1, 2)$, 对于每个实验点可代入式(18)计算出相应的黏弹性模量 E_{1i}, E_{2i} :

$$E_{1i} = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_i - \frac{\sigma_0}{E_0} \left(1 - \frac{t_i}{t_c}\right)^{-\gamma} - \frac{\sigma_0}{E_{2i}}}, E_{2i} = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_i - \frac{\sigma_0}{E_0} \left(1 - \frac{t_i}{t_c}\right)^{-\gamma} - \frac{\sigma_0}{E_{1i}}}. \quad (21)$$

取上述 E_{1i}, E_{2i} 的平均值作为黏弹性模量 E_1, E_2 :

$$E_1 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n E_{1i}, E_2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n E_{2i}. \quad (22)$$

3.5 参数 η 的确定

在加速蠕变阶段曲线上取 n 个实验点 (t_i, ε_i) ($i = 1, 2, 3, \dots, n$), 这些点都满足式(15), 得到

$$\varepsilon_i = \frac{\sigma_0}{E_0} \left(1 - \frac{t_i}{t_c}\right)^{-\gamma} + \frac{\sigma_0}{E_1} \left(1 - \exp\left(-\frac{E_1}{\eta} t\right)\right) + \frac{\sigma_0}{E_2}. \quad (23)$$

由式(23)可求得相应的黏滞系数为

$$\eta_i = \frac{E_1 t_i}{\ln \frac{\sigma_0}{\sigma_0 - \alpha E_1}}, \quad (24)$$

其中

$$\alpha = \varepsilon_i - \frac{\sigma_0}{E_0} \left(1 - \frac{t_i}{t_c}\right)^{-\gamma} - \frac{\sigma_0}{E_2},$$

取 η_i 的平均值作为黏滞系数 η 的值,

$$\eta = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \eta_i. \quad (25)$$

4 蠕变模型的实验验证

为验证本文引入弹塑性损伤体元件的广义 Kelvin 模型在岩石蠕变全过程的合理性和可行性, 由前文模型参数求解方法可得各个参数理论值和 ORIGIN 软件拟合出的值如表 1 所示.

表 1 参数值

Table 1 Values of parameters

	E_0	t_c	γ	E_1	E_2	η
theoretical value	14 317.18	144.74	0.589 77	37 577.9	92.234	775.79
fitting value	13 926.35	152.67	0.493 64	38 426.7	102.589	753.26

由参数的理论计算值及线性拟合得出的值进行对比可知, 各参数值差异较小, 可以很好地反应加速蠕变阶段变化过程. 图 4(a) 为广义 Kelvin 损伤体模型的理论曲线和砂质泥岩全过程的试验曲线, 拟合曲线中 OA 、 AB 、 BC 、 CD 段分别为蠕变过程的四个阶段, 由拟合曲线和试验曲线的比较分析可知, 蠕变模型能较好地表达砂质泥岩蠕变各个阶段, 且拟合效果良好, 验证了蠕变模型的合理性和可行性.

前人研究的改进 Nishihara 模型公式为

$$\varepsilon = \begin{cases} \frac{\sigma_0}{E_0} + \frac{\sigma_0}{E_1} \left(1 - \exp\left(-\frac{E_1}{\eta_1} t\right)\right), & \sigma_0 < \sigma_s, \\ \frac{\sigma_0}{E_0} + \frac{\sigma_0}{E_1} \left(1 - \exp\left(-\frac{E_1}{\eta_1} t\right)\right) + \frac{\sigma_0 - \sigma_s}{\eta_2} t, & \sigma_0 \geq \sigma_s. \end{cases} \quad (26)$$

图 4(b) 为改进的 Nishihara 模型拟合曲线与实验曲线的对比, 由图可以看出, 在前三个阶段曲线拟合较为良好, 但在加速蠕变阶段, 改进的 Nishihara 模型并不能较好地与实验曲线贴合, 在加速蠕变初始阶段有较大的差异, 从而更加突显出本文模型的优越性.

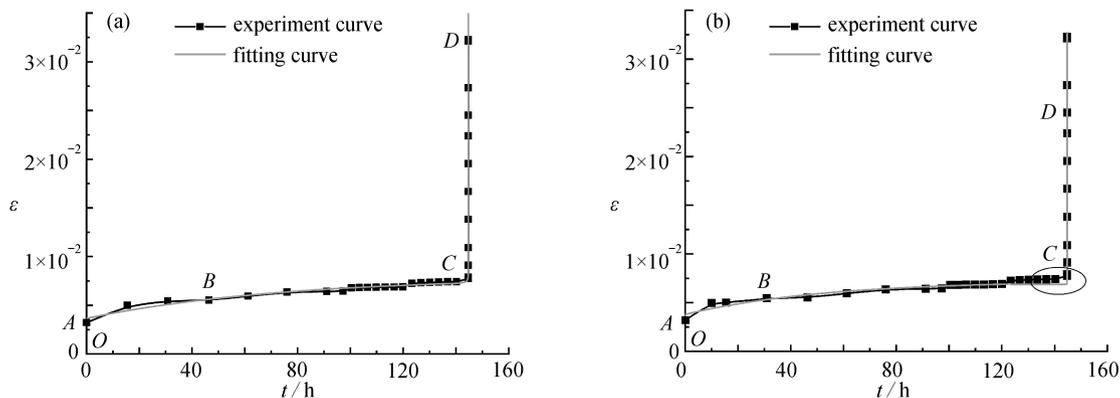


图 4 蠕变实验曲线与模型拟合曲线

Fig. 4 The creep experiment curve and the model fitting curve

5 结 论

本文在前人理论研究基础上,将一维广义 Kelvin 体模型中引入损伤体元件,则模型总应变可视为两元件应变的叠加,用广义 Kelvin 模型应变来反映岩石蠕变的前三个阶段,以引入损伤体元件的广义 Kelvin 模型应变来反映岩石加速蠕变阶段,从而对蠕变各阶段进行了模拟研究,通过理论曲线与岩石实测蠕变曲线对比,可得结论如下:

1) 引入损伤体元件的广义 Kelvin 模型可较好地模拟岩石蠕变全过程,尤其在岩石加速蠕变阶段模拟效果良好;

2) 相比于其他模型参数确定,本文建立的模型参数可通过较为简单的方法确定,且模型参数的理论值与拟合出的参数值差异较小;

3) 从理论曲线和实验曲线拟合效果可以看出,该模型在深部软岩蠕变过程中具有较高的合理性,可为其他软岩蠕变提供参考;

4) 由两种模型拟合效果可知,蠕变过程中的前三个阶段都可以很好的表达,但在加速蠕变过程中,改进的 Kelvin 模型拟合效果更好,尤其在初始蠕变阶段,可以与实验曲线基本一致,也更加突显出本文模型的优越性。

致谢 本文作者衷心感谢中国矿业大学(北京)深部岩土力学与地下工程国家重点实验室开放基金课题(SKLG DUEK2017)对本文的资助。

参考文献(References):

- [1] 邹佳成. 基于 FLAC^{3D} 的西原流变模型的程序实现及工程应用[D]. 硕士学位论文. 北京: 中国地质大学(北京), 2018. (ZOU Jiacheng. Program development and engineering application of Nishihara model based on FLAC^{3D} [D]. Master Thesis. Beijing: China University of Geosciences (Beijing), 2018. (in Chinese))
- [2] 曹树刚, 边金, 李鹏. 岩石蠕变本构关系及改进的西原正夫模型[J]. 岩石力学与工程学报, 2002, 21(5): 632-634. (CAO Shugang, BIAN Jin, LI Peng. Rheologic constitutive relationship of rocks and a modifical model [J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2002, 21(5): 632-634. (in Chinese))
- [3] 李佳珑, 徐卫亚, 王如宾. 基于广义 Kelvin 模型的三维流变损伤本构模型[J]. 三峡大学学报(自然科学版), 2013, 35(1): 54-57. (LI Jialong, XU Weiya, WANG Rubin. 3D rheological damage constitutive model based on generalized Kelvin model [J]. *Journal of China Three Gorges University(Natural Sciences)*, 2013, 35(1): 54-57. (in Chinese))
- [4] 王伟, 周先齐, 刘桃根, 等. 基于粘塑理论的岩石流变本构模型研究[J]. 三峡大学学报(自然科学版), 2010, 32(6): 51-54. (WANG Wei, ZHOU Xianqi, LIU Taogen, et al. Investigation of rheological constitutive model of rocks based on viscoplastic theory [J]. *Journal of China Three Gorges University(Natural Sciences)*, 2010,

- 32(6): 51-54. (in Chinese))
- [5] 徐国文, 何川, 代聪, 等. 广义 Kelvin 蠕变损伤模型及其参数的智能辨识[J]. 西南交通大学学报, 2015, 50(5): 866-871. (XU Guowen, HE Chuan, DAI Cong, et al. Generalized Kelvin creep damage model and its parameters' intelligent identification[J]. *Journal of Southwest Jiaotong University*, 2015, 50(5): 866-871. (in Chinese))
- [6] 邓荣贵, 周德培, 张倬元, 等. 一种新的岩石流变模型[J]. 岩石力学与工程学报, 2001, 20(6): 780-784. (DENG Ronggui, ZHOU Depei, ZHANG Zhuoyuan, et al. A new rheological model for rocks[J]. *Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2001, 20(6): 780-784. (in Chinese))
- [7] 王来贵, 赵娜, 何峰, 等. 岩石蠕变损伤模型及其稳定性分析[J]. 煤炭学报, 2009, 34(1): 64-68. (WANG Laigui, ZHAO Na, HE Feng, et al. Rock creep damage model and its stability analysis[J]. *Journal of China Coal Society*, 2009, 34(1): 64-68. (in Chinese))
- [8] 刘姗姗, 赵同彬. 粘弹性广义 Kelvin 模型的 FLAC^{3D} 二次开发[J]. 山东科技大学学报(自然科学版), 2010, 29(4): 20-23. (LIU Shanshan, ZHAO Tongbin. Secondary development on generalized viscoelastic Kelvin model with FLAC^{3D}[J]. *Journal of Shandong University of Science and Technology(Natural Science)*, 2010, 29(4): 20-23. (in Chinese))
- [9] 韩伟民, 闫怡飞, 闫相祯. 基于广义 Kelvin 模型的非定常盐岩蠕变模型[J]. 中南大学学报(自然科学版), 2020, 51(5): 1337-1349. (HAN Weimin, YAN Yifei, YAN Xiangzhen. Non-stationary creep model for salt rock based on generalized Kelvin model[J]. *Journal of Central South University(Science and Technology)*, 2020, 51(5): 1337-1349. (in Chinese))
- [10] NGUYEN S T. Generalized Kelvin model for micro-cracked viscoelastic materials[J]. *Engineering Fracture Mechanics*, 2014, 127: 226-234.
- [11] 许宏发, 马语卿, 杨耀然, 等. 泥质盐岩单轴蠕变寿命研究[J]. 应用数学和力学, 2019, 40(5): 527-535. (XU Hongfa, MA Yuqing, YANG Yaoran, et al. Creep lifetime evaluation of muddy salt rock[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2019, 40(5): 527-535. (in Chinese))
- [12] 陈晓平, 朱鸿鹄, 周秋娟. 修正广义 Kelvin 蠕变固结模型研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2006, 25(S2): 3428-3434. (CHEN Xiaoping, ZHU Honghu, ZHOU Qiujuan. Study on modified generalized Kelvin creep consolidation model[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2006, 25(S2): 3428-3434. (in Chinese))
- [13] 许腾, 任思玉, 樊成, 等. 基于 Norton 方程的岩石蠕变损伤曲线的测定[J]. 水利与建筑工程学报, 2017, 15(2): 37-42. (XU Teng, REN Siyu, FAN Cheng, et al. Determination of rock creep damage curve based on Norton equation[J]. *Journal of Water Resources and Architectural Engineering*, 2017, 15(2): 37-42. (in Chinese))
- [14] 曹文贵, 袁靖周, 王江营, 等. 考虑加速蠕变的岩石蠕变过程损伤模拟方法[J]. 湖南大学学报(自然科学版), 2013, 40(2): 15-20. (CAO Wengui, YUAN Jingzhou, WANG Jiangying, et al. A damage simulation technique of the full rock creep process considering accelerated creep[J]. *Journal of Hunan University(Natural Sciences)*, 2013, 40(2): 15-20. (in Chinese))