

基于 Gauss 羽流模型低阶预估旋流燃烧室中守恒标量的空间分布*

吴子恒, 张弛, 张世红, 王柏森

(北京航空航天大学 航空发动机研究院 航空发动机气动热力国家级重点实验室, 北京 102206)

摘要: 混合分数是表征燃料-空气混合的守恒标量,是湍流燃烧建模的关键参考标量,其空间分布通常通过三维数值模拟获得,然而对于几何形状复杂的燃烧器,三维数值模拟耗时长、成本高,导致燃烧器迭代设计过程效率低.该研究发展了基于 Gauss 羽流(Gaussian plume)模型的低阶模型来计算旋流燃烧室中的混合分数场,以加速燃料-空气混合策略的评估和参数化设计过程.相比传统的构型,新推导的 Gauss 羽流模型包含了径向对流的影响和针对旋流来流的修正.进一步发展了镜像反射模型来模拟壁面-羽流的相互作用,并引入相关修正来确保质量守恒.将新推导的 Gauss 羽流模型应用于甲烷旋流燃烧室混合分数场的低阶预测.基于数值收敛的三维数值模拟生成的数据库,首先采用最小二乘法对模型参数进行优化,然后在宽范围条件下验证了模型的预测精度.该研究不仅为旋流燃烧器内混合分数的快速预测提供了一种新方法,而且为 Gauss 羽流模型的进一步发展和应用提供了实例.

关键词: 混合分数; Gauss 羽流模型; 低阶预估; 旋流燃烧室

中图分类号: V231.2 **文献标志码:** A **DOI:** 10.21656/1000-0887.440119

Low-Order Predictions of Spatial Distributions of Conserved Scalars in Swirl Combustors Based on the Gaussian Plume Function

WU Ziheng, ZHANG Chi, ZHANG Shihong, WANG Bosen

(National Key Laboratory of Science and Technology on Aero-Engine Aero-Thermodynamics, Research Institute of Aero-Engine, Beihang University, Beijing 102206, P.R.China)

Abstract: The mixture fraction is a conserved scalar characterizing the fuel-air mixing. As a key reference scalar for turbulent combustion modelling, its spatial distribution is usually obtained through 3D numerical simulation, which are, however, time-consuming and costly for combustors with complex geometries. To overcome such low efficiency in the iterative designing process, a low-order model was developed based on the Gaussian plume function to compute the mixture fraction field in the swirl combustor to accelerate the evaluation of the fuel-air mixing strategy and the parameterized design process. Compared with the conventional formulation, the derived new Gaussian plume function includes the effects of convection and corrections due to swirl flows. A mirror image reflection model was further developed to simulate the wall-plume interactions, together with the

* 收稿日期: 2023-04-19; 修订日期: 2023-09-13

基金项目: 国家科技重大专项(J2019-III-0014-0057)

作者简介: 吴子恒(1999—),男,硕士生(E-mail: uptonwu@163.com);

王柏森(1989—),男,副研究员,博士,博士生导师(通讯作者. E-mail: wangbosen@buaa.edu.cn).

引用格式: 吴子恒,张弛,张世红,王柏森.基于 Gauss 羽流模型低阶预估旋流燃烧室中守恒标量的空间分布[J].应用数学和力学,2023,44(9):1070-1086.

relevant corrections to ensure mass conservation. This newly derived Gaussian plume model was applied to the low-order prediction of the mixture fraction field in a methane swirl combustor. Based on the database generated through 3D numerical simulations, the model parameters were optimized with the least square method first. The prediction accuracy under broad working conditions was demonstrated. This study not only provides a novel approach for quick predictions of mixture fractions in swirl combustors, but also sets an instance for further development and application of the Gaussian plume model.

Key words: mixture fraction; Gaussian plume function; low-order prediction; swirl combustor

0 引言

随着先进燃气轮机性能提升,其对燃烧室高效稳定燃烧和高出口温度场品质的需求也在增加^[1],对涡轮叶片可靠性与寿命也具有重要意义.燃烧室内复杂的旋流流动和油气混合是影响燃烧高温区和出口温度分布的关键因素,空气通过头部旋流器进入到火焰筒中,与燃料混合燃烧后产生局部高温区,其在旋流作用下在下游发生迁移,影响燃烧室出口温度分布的不均匀性.为了改善燃烧室出口温度场品质,通过头部旋流流动和燃料-空气混合方法来控制旋流燃烧局部高温区的生成具有重要意义.混合分数是表征燃料-空气混合效果的守恒标量^[2],其三维空间分布对于燃气轮机燃烧室混合设计具有重要的指导意义.混合分数也是燃烧室湍流燃烧建模的关键参考标量,如概率密度函数输运(PDF)^[3]、条件矩(CMC)^[4]、层流小火焰等模型^[5]通过混合分数构建小尺度混合模型或基于温度、组分与混合分数的关联函数封闭湍流-火焰的相互作用.国内外学者利用非接触光学测量了简单典型燃烧器的混合分数^[6-8],然而目前还无法准确测量复杂非典型燃烧器的混合分数场,且通过实验指导燃烧室设计成本高、效率低,测试方案数量有限,参数颗粒度跨度大,对方案的精细化寻优难度极大^[9].燃气轮机燃烧室等复杂燃烧器的混合分数场空间分布往往通过三维数值仿真获得.Kim 等^[10]采用 Reynolds 时均(RANS)数值模拟方法探究了不同入口速度和当量比条件下直叶片和扭曲叶片旋流对燃料-空气混合和燃烧特性的影响.Lv 等^[11]通过大涡模拟(LES)方法研究了燃料-空气混合和分级旋流火焰燃烧稳定性.Steinhausen 等^[12]消耗了 1 800 万核时(计算时处理器核心数量乘以小时数),通过直接数值模拟(DNS)的方法,采用详细化学反应机理,研究了湍流火焰-壁面的相互作用.目前三维数值模拟方法广泛应用于燃烧室混合、燃烧高温区、出口温度分布评估和气动设计的过程中,但对于复杂燃烧器,存在算不动、算不起的问题,这对燃烧室方案设计的迭代效率产生很大的影响.低阶预估模型可以规避上述劣势,目前鲜有对于燃烧室混合分数场低阶预估的研究.发展混合分数场的低阶预估模型,以加速燃料-空气混合策略的评估和燃烧室参数化设计过程,具有很高的工程应用价值.

Gauss 羽流模型可以用来描述点源在主流来流中的扩散过程^[13].Sánchez-Sosa 等^[14]将 Gauss 羽流模型应用于移动机器人室内气体源定位.李万莉^[15]将 Gauss 羽流模型应用到了复杂地形下天然气泄露这一场景,对模型进行了校验.目前,鲜有研究将 Gauss 羽流模型应用于燃烧室中湍流燃烧混合过程的预测.传统 Gauss 羽流模型没有考虑径向对流对混合过程的影响,且不能应用于存在旋流来流、多点源和限制域壁面的场景.

本文从混合分数控制方程出发,同时考虑了标量的对流与扩散,推导出考虑对流影响的 Gauss 烟团方程,从而得到了考虑对流影响的 Gauss 羽流模型.进一步考虑了旋流来流和多点源场景,发展了镜像反射模型来模拟壁面-羽流雾相互作用,并引入相关修正来确保质量守恒,将新推导的 Gauss 羽流模型应用于甲烷旋流燃烧室混合分数场的低阶预测.对甲烷旋流燃烧室开展三维数值仿真计算,获得了数值收敛的混合分数场数据库.采用最小二乘法对模型参数进行优化,在宽范围条件下验证了模型的预测精度.

1 理论模型

1.1 模型推导

图 1 所示为点源释放气体在直流空气来流速度 $\mathbf{U} = (u, v, w)$ 条件下、开放空间中的发展示意图,针对该过程开展模型推导,对 Gauss 羽流模型进行二次发展.点源来流在空气来流运输过程中,守恒标量混合分数 ξ 的控制方程可以写为

$$\frac{\partial \rho \xi}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_i \xi}{\partial x_i} - \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\rho D \frac{\partial \xi}{\partial x_i} \right) = 0, \quad (1)$$

其中 ρ 为密度, D 为扩散系数^[16], 在 Gauss 羽流模型中两者均假设为定值, 根据来流工况确定. 将 $\rho \xi$ 记为 $C(x, y, z, t)$, 引入三个方向速度分量 u, v, w , 同样满足 Gauss 羽流模型假设, u, v, w 为定值. 式(1)可以写为

$$\frac{\partial C(x, y, z, t)}{\partial t} + u \frac{\partial C(x, y, z, t)}{\partial x} + v \frac{\partial C(x, y, z, t)}{\partial y} + w \frac{\partial C(x, y, z, t)}{\partial z} - D \left(\frac{\partial^2 C(x, y, z, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C(x, y, z, t)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 C(x, y, z, t)}{\partial z^2} \right) = 0. \quad (2)$$

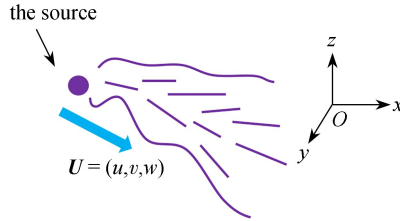


图1 点源释放气体在直流空气来流中的发展示意图

Fig. 1 Schematic diagram of the development of a point source releasing gas in a straight air stream

设点源坐标为 (x_0, y_0, z_0) , 质量流量为 Q , kg/s; Δt 为点源释放时间, s; 释放时刻为 $t = 0$ s, 则 $C(x_0, y_0, z_0, 0) = \frac{Q \Delta t}{dx dy dz}$. 对式(2)做 Fourier 变换^[17], 定义函数 $F(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, t) = \mathcal{F}[C(x, y, z, t)]$, 可以获得

$$\frac{\partial F(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, t)}{\partial t} = [-ui\lambda_1 - vi\lambda_2 - wi\lambda_3 - D(\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2)] F(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, t), \quad (3)$$

其中 \mathcal{F} 为 Fourier 变换, i 为虚数单位.

进一步解析式(3)得^[18]

$$F(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, t) = F(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, 0) e^{[-ui\lambda_1 - vi\lambda_2 - wi\lambda_3 - D(\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2)]t}. \quad (4)$$

通过 Fourier 逆变换获得

$$C(x, y, z, t) = \mathcal{F}^{-1}[F(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, t)] = \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} F(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, 0) e^{[-ui\lambda_1 - vi\lambda_2 - wi\lambda_3 - D(\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2)]t} e^{ix\lambda_1} e^{iy\lambda_2} e^{iz\lambda_3} d\lambda_1 d\lambda_2 d\lambda_3. \quad (5)$$

基于式(4), 定义函数 $G(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, t)$:

$$G(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, t) = e^{[-ui\lambda_1 - vi\lambda_2 - wi\lambda_3 - D(\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2)]t}. \quad (6)$$

设函数 $g(x, y, z, t)$ 的 Fourier 变换为 $G(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, t)$, 即

$$\mathcal{F}[g(x, y, z, t)] = G(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, t). \quad (7)$$

在 $t = 0$ s 时刻, 上述定义的 Fourier 变换函数为

$$F(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, 0) = \mathcal{F}[C(x, y, z, 0)]. \quad (8)$$

根据 Fourier 卷积定理^[19], 对于任意函数 f 和 h 有

$$f * h = \mathcal{F}^{-1}[\mathcal{F}(f) \cdot \mathcal{F}(h)]. \quad (9)$$

其中 $*$ 表示卷积运算.

根据式(5)–(9), 可以推导获得

$$C(x, y, z, t) = C(x, y, z, 0) * g(x, y, z, t). \quad (10)$$

为获得 $C(x, y, z, t)$ 的解析式, 则需要求解函数 $g(x, y, z, t)$:

$$g(x, y, z, t) = \mathcal{F}^{-1}[G(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, t)] = \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{[-ui\lambda_1 - vi\lambda_2 - wi\lambda_3 - D(\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2)]t} e^{ix\lambda_1} e^{iy\lambda_2} e^{iz\lambda_3} d\lambda_1 d\lambda_2 d\lambda_3 =$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-D(\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2)t} e^{i(x-ut)\lambda_1} e^{i(y-vt)\lambda_2} e^{i(z-wt)\lambda_3} d\lambda_1 d\lambda_2 d\lambda_3 = \\ & \left[\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-D\lambda_1^2 t} e^{i(x-ut)\lambda_1} d\lambda_1 \right] \left[\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-D\lambda_2^2 t} e^{i(y-vt)\lambda_2} d\lambda_2 \right] \left[\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-D\lambda_3^2 t} e^{i(z-wt)\lambda_3} d\lambda_3 \right] = \\ & \left[\frac{1}{2\pi} \frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{Dt}} e^{-\frac{(x-ut)^2}{4Dt}} \right] \left[\frac{1}{2\pi} \frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{Dt}} e^{-\frac{(y-vt)^2}{4Dt}} \right] \left[\frac{1}{2\pi} \frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{Dt}} e^{-\frac{(z-wt)^2}{4Dt}} \right] = \\ & \frac{1}{8(\pi Dt)^{1.5}} e^{-\frac{(x-ut)^2 + (y-vt)^2 + (z-wt)^2}{4Dt}}. \end{aligned} \tag{11}$$

由式(10)和(11)可得

$$C(x, y, z, t) = C(x, y, z, 0) * \frac{1}{8(\pi Dt)^{1.5}} e^{-\frac{(x-ut)^2 + (y-vt)^2 + (z-wt)^2}{4Dt}}. \tag{12}$$

定义另一组坐标位置变量 $(\theta_1, \theta_2, \theta_3)$, 结合点源处已知 $C(x_0, y_0, z_0, 0) = \frac{Q\Delta t}{dx dy dz}$, 根据卷积的定义^[20]可

以得到

$$\begin{aligned} C(x, y, z, t) &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} C(\theta_1, \theta_2, \theta_3, 0) g(x - \theta_1, y - \theta_2, z - \theta_3, t) d\theta_1 d\theta_2 d\theta_3 = \\ & \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} C(\theta_1, \theta_2, \theta_3, 0) \frac{1}{8(\pi Dt)^{1.5}} e^{-\frac{(x-\theta_1-ut)^2 + (y-\theta_2-vt)^2 + (z-\theta_3-wt)^2}{4Dt}} d\theta_1 d\theta_2 d\theta_3 = \\ & \frac{Q\Delta t}{d\theta_1 d\theta_2 d\theta_3} \frac{1}{8(\pi Dt)^{1.5}} e^{-\frac{(x-x_0-ut)^2 + (y-y_0-vt)^2 + (z-z_0-wt)^2}{4Dt}} d\theta_1 d\theta_2 d\theta_3 = \\ & \frac{Q\Delta t}{8(\pi Dt)^{1.5}} e^{-\frac{(x-x_0-ut)^2 + (y-y_0-vt)^2 + (z-z_0-wt)^2}{4Dt}}. \end{aligned} \tag{13}$$

式(13)便是考虑对流影响的 Gauss 烟团方程(Gaussian puff equation)。

需要说明的是:式(13)表征点源瞬态释放的气体的空间分布.若要得到式(13)的等效三维稳态方程,即考虑径向对流影响的 Gauss 羽流模型,可将点源上游来流空间离散为厚度为 dx 的薄板,并对每个薄板采用 Lagrange 观点进行分析^[21].图 2 为将来流离散为薄板扫略点源的示意图。

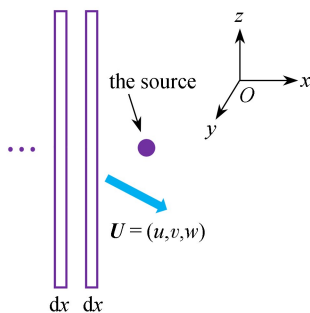


图 2 将来流离散为薄板扫略点源的示意图

Fig. 2 Schematic diagram of discretizing the flow stream into thin sheets sweeping the point source

参考式(2), 离散薄板上的二维输运方程为

$$\frac{\partial C(y, z, t)}{\partial t} + v \frac{\partial C(y, z, t)}{\partial y} + w \frac{\partial C(y, z, t)}{\partial z} - D \left(\frac{\partial^2 C(y, z, t)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 C(y, z, t)}{\partial z^2} \right) = 0. \tag{14}$$

参考式(3) — (13)的推导过程可得到

$$C(y, z, t) = \frac{Q\Delta t}{4\pi Dt} e^{-\frac{(y-y_0-ut)^2 + (z-z_0-wt)^2}{4Dt}}, \tag{15}$$

其中 $C(y, z, t)$ 的量纲为 kg/m^2 , 代表薄板扫过点源, 点源瞬态释放的气体 $Q\Delta t$ 在薄板上对流和扩散. 设 $\Delta t =$

$\frac{dx}{u}, t = \frac{x - x_0}{u}$, 可得到

$$C\left(y, z, \frac{x - x_0}{u}\right) = \frac{\frac{Q dx}{u}}{4\pi D \frac{x - x_0}{u}} e^{-\frac{\left(y - y_0 - v \frac{x - x_0}{u}\right)^2 + \left(z - z_0 - w \frac{x - x_0}{u}\right)^2}{4D \frac{x - x_0}{u}}}. \quad (16)$$

式(16)可表征不同轴向位置薄板上的浓度分布.每个薄板厚度为 dx , 将式(16)除以 dx , 即可得到三维稳态空间分布, 即考虑径向对流的 Gauss 羽流模型

$$C(x, y, z) = \frac{\frac{Q}{u}}{4\pi D \frac{x - x_0}{u}} e^{-\frac{\left(y - y_0 - v \frac{x - x_0}{u}\right)^2 + \left(z - z_0 - w \frac{x - x_0}{u}\right)^2}{4D \frac{x - x_0}{u}}}. \quad (17)$$

Gauss 羽流模型的有效范围为 x 轴下游 $x \geq x_0$. 基于 $C = \rho\xi$, 同时考虑点源处混合分数 ξ 上限为 1, 将式(17)进一步变换为

$$\xi(x, y, z) = \frac{aQ}{aQ + 4\pi\rho D(x - x_0)} e^{-b \frac{\left(y - y_0 - v \frac{x - x_0}{u}\right)^2 + \left(z - z_0 - w \frac{x - x_0}{u}\right)^2}{4D \frac{x - x_0}{u}}}, \quad (18)$$

其中 a, b 为待定模型参数.

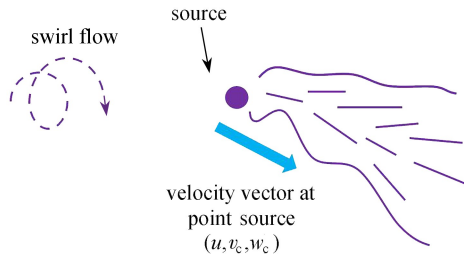


图3 点源释放气体在旋流空气来流中的发展简图

Fig. 3 Schematic diagram of the development of a point source releasing gas in a swirling air stream

如图3所示, 当考虑旋流来流的影响时, 该点源位置 y 和 z 方向上的速度分量 v 和 w 分别记为

$$v = v_c, \quad (19)$$

$$w = w_c. \quad (20)$$

由于燃烧室实际的燃烧室燃料喷射方式存在一个喷嘴具有多个燃料喷射点的情况, 因此需要发展多点源模型, 以图4所示三点源为例. 通过“像源法”^[15]建模, 引入镜像羽流(mirror-image plume)^[21]对应的虚拟等效“点源”, 对壁面-羽流相互作用建模.

若引入 N 个点源, 则点源 k 处 y 和 z 方向上的速度分量分别为

$$v_k = v_{c,k}, \quad (21)$$

$$w_k = w_{c,k}. \quad (22)$$

由此可获得由多点源表征的混合分数场预估模型

$$\xi(x, y, z) = \sum_{k=1}^N \frac{aQ}{aQ + 4\pi\rho D(x - x_0)} e^{-b \left[\frac{\left(y - y_0 - v_{c,k} \frac{x - x_0}{u} - p_k\right)^2 + \left(z - z_0 - w_{c,k} \frac{x - x_0}{u} - q_k\right)^2}{4D \frac{x - x_0}{u}} \right]}, \quad (23)$$

其中 $(x_0, y_0 + p_k, z_0 + q_k)$ 为点源的位置. 引入多点源的同时会产生质量守恒的问题^[21], 为了模型在预估混合分数场的同时保证质量守恒, 并将混合分数限定于 $0 \leq \xi(x, y, z) \leq 1$, 可将式(23)修正为

$$\xi(x, y, z) = \sum_{k=1}^N \frac{maQ}{aQ + 4\pi\rho D(x - x_0)} e^{-b \left[\frac{\left(y - y_0 - v_{c,k} \frac{x - x_0}{u} - p_k\right)^2 + \left(z - z_0 - w_{c,k} \frac{x - x_0}{u} - q_k\right)^2}{4D \frac{x - x_0}{u}} \right]}, \quad (24)$$

m 为待定参数. 由于燃烧室限制域的影响, 最小混合分数为非 0 定值, 进一步引入燃烧室下游混合分数边界

ξ_{final} , 得到

$$\xi(x, y, z) = \xi_{\text{final}} e^{-\left(\frac{\beta}{x'}\right)^\alpha} + \sum_{k=1}^N \frac{maQ}{aQ + 4\pi\rho D(x - x_0)} e^{-b \left[\frac{(y-y_0-v_{c,k} \frac{x-x_0}{u}-p_k)^2 + (z-z_0-w_{c,k} \frac{x-x_0}{u}-q_k)^2}{4D \frac{x-x_0}{u}} \right]}, \quad (25)$$

α, β 为待定参数, x' 为基于燃烧室长度的无量纲轴向距离。

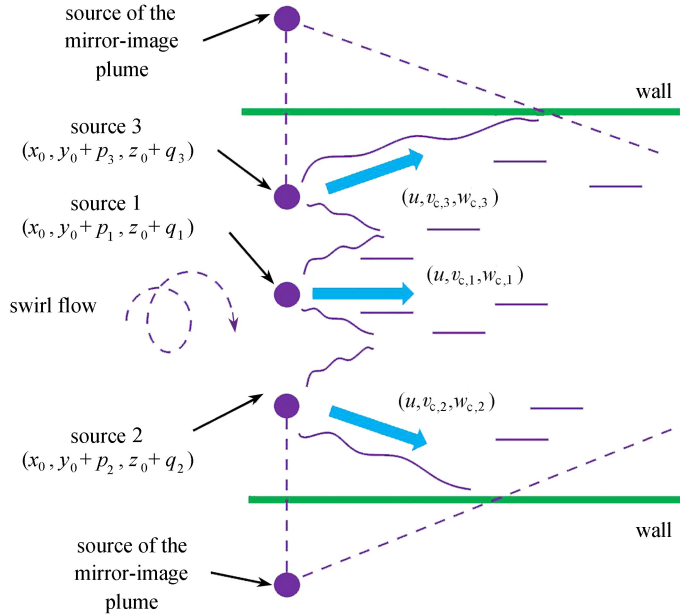


图 4 多点多源释放气体在旋流空气来流中的发展和镜像反射模型示意图

Fig. 4 Schematic diagram of the development of multi-point sources releasing gas in a swirling air stream and the mirror reflection model

2 三维数值仿真数据

2.1 模型燃烧室

图 5 所示为甲烷旋流燃烧室几何结构图,其基于 GT2500 燃气轮机燃烧室头部旋流方案构建.火焰筒长为 345 mm,直径为 77 mm,旋流器分内外两级,内旋流叶片角度和数目分别为 35°和 12,旋流数为 0.8.外旋流叶片角度和数目分别为 30°和 18,旋流数为 0.6.喷嘴前端有喷孔 24 个,每个喷孔直径为 2 mm.表 1 所示为燃烧室工况条件,进口压力为 1 554 800 Pa,进口空气流量为 0.625 kg/s,通过改变燃料流量来改变燃烧室当量比.分别在燃烧室当量比为 0.8,0.9,1.0,1.1 的工况下(class 1)开展 Reynolds 平均计算,获得三维数值仿真数据库,校验模型参数并验证模型准确性;在当量比为 0.7,0.75,1.2 三个外推工况条件下(class 2)验证模型的宽范围适用性。

表 1 工况条件
Table 1 Working conditions

working condition class	equivalence ratio ϕ	fuel flow rate $m_f / (\text{kg/s})$
class 1	0.8	0.029 1
	0.9	0.032 7
	1.0	0.036 3
	1.1	0.039 9
class 2	0.7	0.025 41
	0.75	0.027 2
	1.2	0.043 56

在三维数值仿真中^[22],采用 realizable $k-\varepsilon$ 模型来描述带旋流特征的湍流流动,壁面处湍流通过可伸缩壁面函数实现,同时采用壁面绝热、无滑移假设.燃烧室进口空气速度脉动和喷嘴出口速度脉动设置为平均速度的 5%,密度通过理想气体状态方程求解,黏度值计算遵循 Sutherland 定律,分别定义 Schmidt 数和

Prandtl 数将浓度和温度扩散系数与气体黏度关联。湍流燃烧模型采用 FGM (flamelet generated manifold) 模型, 化学反应机理为 GRI3.0, 压力-速度耦合算法采用 SIMPLE 算法。采用有限体积法求解, 离散精度为二阶。

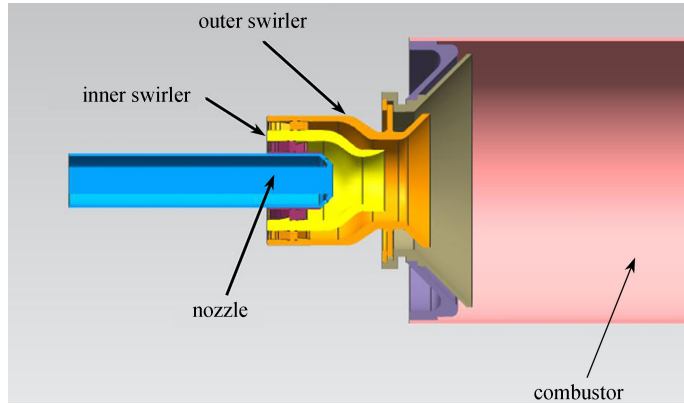


图5 甲烷旋流燃烧室几何结构

Fig. 5 The configuration of the methane swirl combustor

2.2 网格无关性验证

针对上述燃烧室流体域, 分别生成了 384 万、520 万、890 万和 1 153 万四套离散网格。在当量比 ϕ 为 1.1 的工况下开展计算, 取燃烧室中轴线上的 CH_4 质量分数进行网格无关性验证, 如图 6 所示。从图中可以看出, 当网格数量大于 890 万时, 燃烧室轴线上 CH_4 质量分数分布不再发生改变, 满足网格无关性的基本要求。因此选用 890 万的网格生成三维数值仿真数据, 作为低阶模型的验证依据。

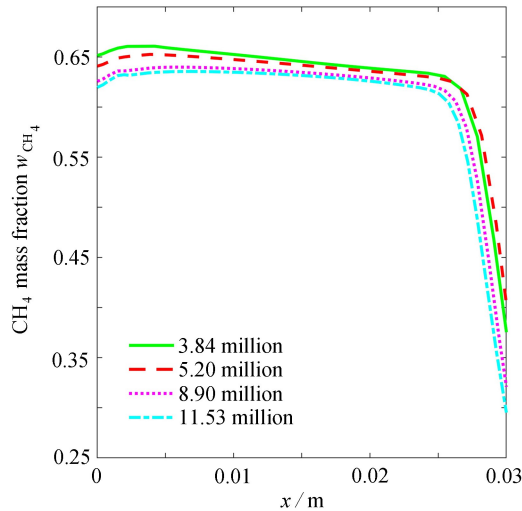


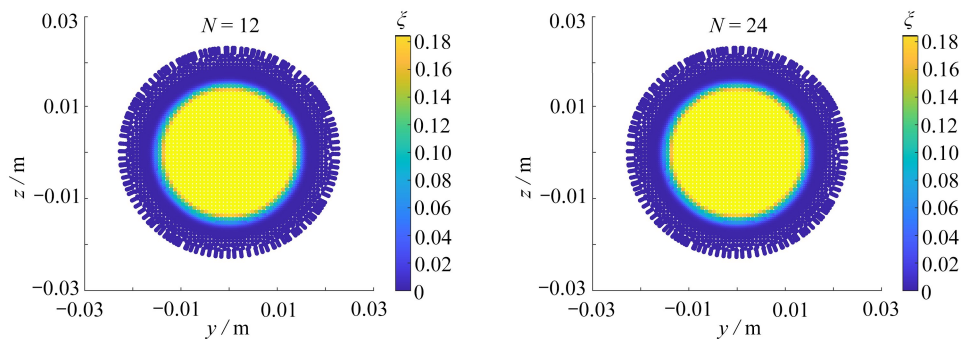
图6 中轴线上甲烷质量分数的分布

Fig. 6 Mass fractions of CH_4 on the centerline of the axial direction

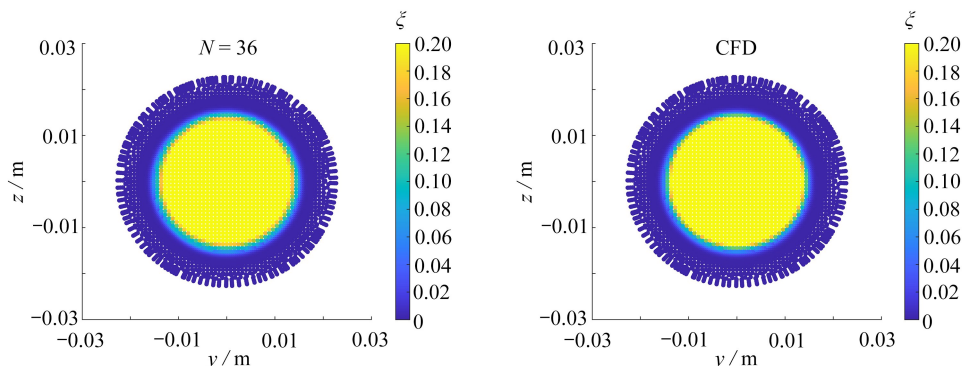
3 模型验证

3.1 点源数量选取

从低阶预估模型的推导过程看, 点源数量与喷嘴的喷射点数量有一定关联, 此外考虑壁面反射的影响, 通过镜面反射模型引入虚拟等效“点源”。为了保证混合分数场的预估精度, 点源数量可能需要大于等于喷嘴实际喷射点的数量。为进一步测试点源数量对预估结果的敏感性, 以当量比 1.1 的工况为例, 分别设置点源数量为 $N = 12, 24, 36$ 开展预估模型的测试, 并选取轴向距离 $x = 30 \text{ mm}$ 和 $x = 60 \text{ mm}$ 的低阶预估与三维数值仿真云图对比, 如图 7 和图 8 所示。在 $x = 30 \text{ mm}$ 处, $N = 12, 24, 36$ 的预测结果差异不大。随着轴向距离增大, 如在 $x = 60 \text{ mm}$ 处, $N = 12$ 导致模型预测的混合分数场出现不平滑、“失真”的现象, 而 $N = 24$ 和 36 的结果基本一致, 可以看到混合分数较高的区域均为光滑的同心圆, 与 CFD 结果相符。



(a) 混合分数模型预估结果 ($N = 12$) (b) 混合分数模型预估结果 ($N = 24$)
 (a) Model results of the mixture fraction ($N = 12$) (b) Model results of the mixture fraction ($N = 24$)



(c) 混合分数模型预估结果 ($N = 36$) (d) 混合分数 CFD 计算结果
 (c) Model results of the mixture fraction ($N = 36$) (d) CFD results of the mixture fraction

图 7 不同点源数量的低阶模型预估与三维数值模拟结果对比 ($x = 30 \text{ mm}$)

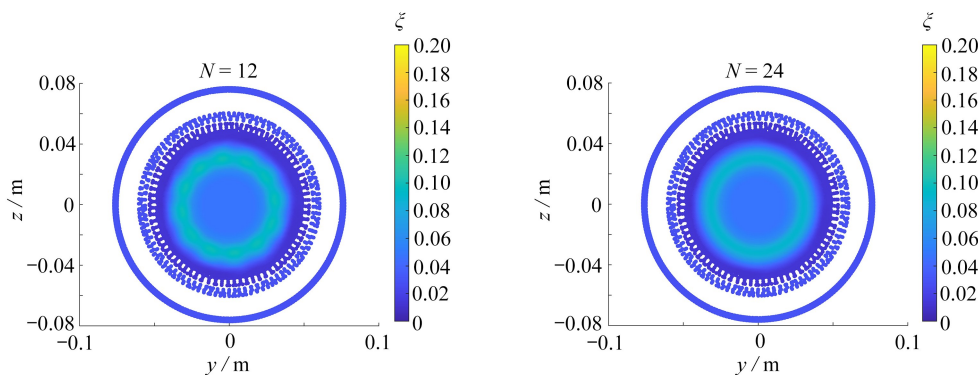
Fig. 7 Comparison of the low-order model prediction results of different numbers of point sources and the 3D numerical simulation results ($x = 30 \text{ mm}$)

注 为了解释图中的颜色, 读者可以参考本文的电子网页版本, 后同。

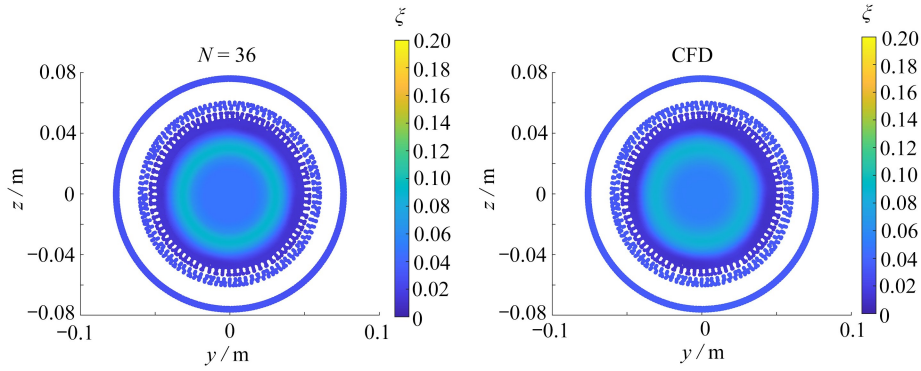
如图 9 所示, 取 $x = 60 \text{ mm}$ 处的径向分布曲线, 对不同 N 的预估结果进行定量比较, $N = 24$ 和 36 的预估结果几乎一致, 与 $N = 12$ 的结果略有差异. 综上所述, 将点源数量 $N = 24$ 应用于该案例的模型验证是合理的。

3.2 参数寻优以及确定

将式(25)中的 N 取为 24, 根据当量比 0.8, 0.9, 1.0, 1.1 四个工况的混合分数场, 使用最小二乘法对模型的参数进行寻优, 确定的参数 $\alpha, \beta, a, b, m, v_{c,k}, w_{c,k}, p_k, q_k$ 的取值见附录。



(a) 混合分数模型预估结果 ($N = 12$) (b) 混合分数模型预估结果 ($N = 24$)
 (a) Model results of the mixture fraction ($N = 12$) (b) Model results of the mixture fraction ($N = 24$)



(c) 混合分数模型预估结果 ($N = 36$)
 (d) 混合分数 CFD 计算结果
 (c) Model results of the mixture fraction ($N = 36$)
 (d) CFD results of the mixture fraction

图 8 不同点源数量的低阶模型预估结果与三维数值模拟结果对比 ($x = 60$ mm)

Fig. 8 Comparison of the low-order model prediction results of different numbers of point sources and the 3D numerical simulation results ($x = 60$ mm)

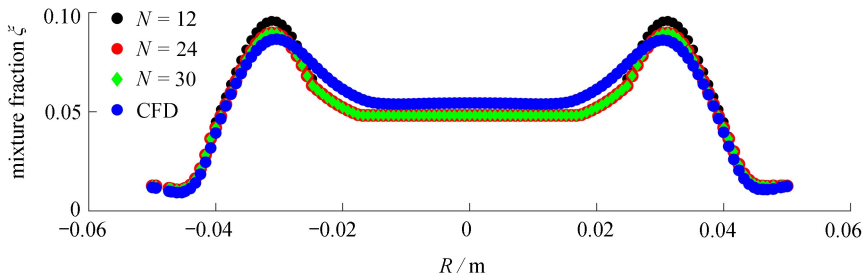


图 9 不同点源数量的低阶模型预估结果与三维数值模拟结果对比
 ($x = 60$ mm, 径向分布, $N = 12$, $N = 24$, $N = 36$)

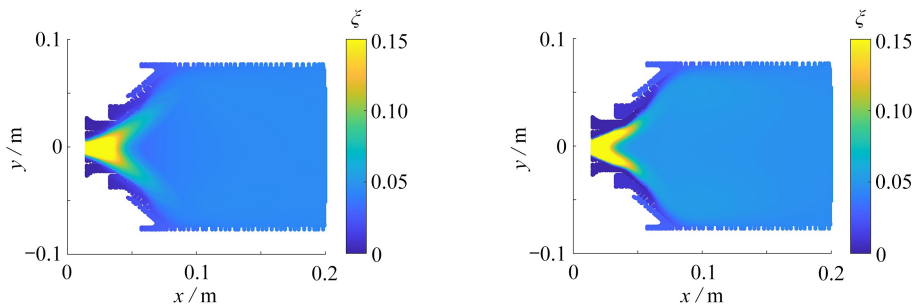
Fig. 9 Comparison of low-order model prediction results of different numbers of point sources and the 3D numerical simulation results ($x = 60$ mm, radial distribution, $N = 12$, $N = 24$, $N = 36$)

3.3 预估结果与三维数值模拟结果对比分析

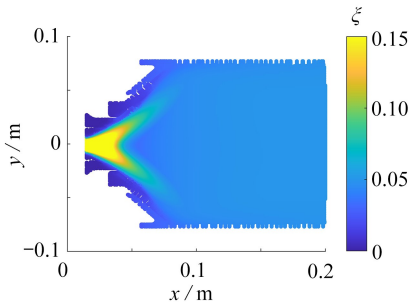
3.3.1 参考工况对比分析

取中截面云图,将模型的预估结果与对应的三维数值模拟结果进行对比,如图 10 所示.模型预估的云图与 CFD 结果具有一致性,混合分数从喷嘴开始向下游沿着头部壁面不断减小直至消失,整体呈“V”形区域,下游回流区同一轴向位置混合分数最高点不在中轴线上.本文发展的低阶模型考虑旋流来流和径向对流的影响,可以较好地预测上述特征.

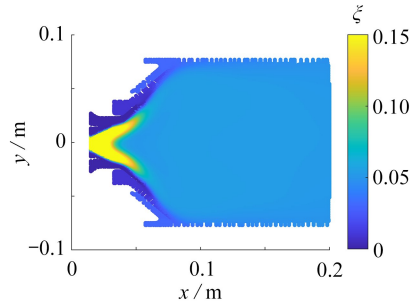
将模型预估与三维数值模拟结果进行定量对比,如图 11 所示.从结果中可以看出,低阶模型可以准确预估混合分数沿中轴线的分布,混合分数在 $x < 0.05$ m 的区域迅速降低,之后基本保持很小的定值不变,且随头部当量比的升高而升高.



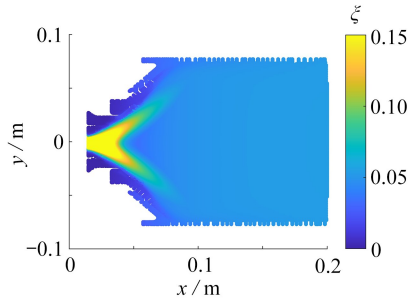
(a) 中截面混合分数低阶模型预估结果 ($\phi = 0.8$)
 (a) Model results of the mixture fraction at the central plane ($\phi = 0.8$)
 (b) 中截面混合分数 CFD 计算结果 ($\phi = 0.8$)
 (b) CFD results of the mixture fraction at the central plane ($\phi = 0.8$)



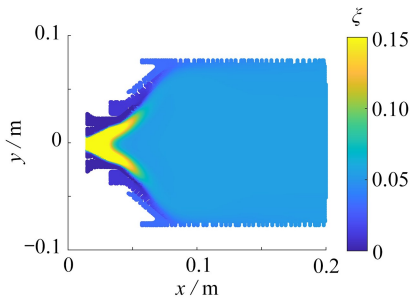
(c) 中截面混合分数低阶模型预估结果 ($\phi = 0.9$)
(c) Model results of the mixture fraction at the central plane ($\phi = 0.9$)



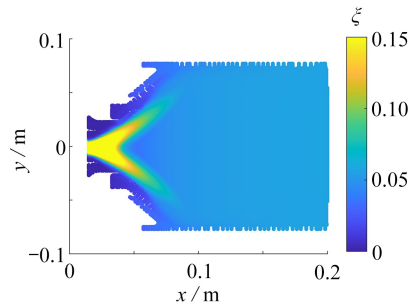
(d) 中截面混合分数 CFD 计算结果 ($\phi = 0.9$)
(d) CFD results of the mixture fraction at the central plane ($\phi = 0.9$)



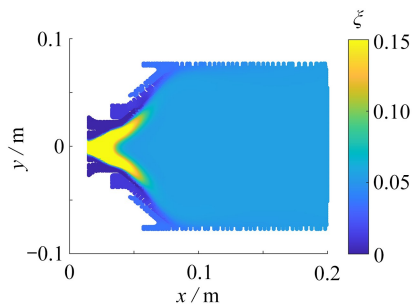
(e) 中截面混合分数低阶模型预估结果 ($\phi = 1.0$)
(e) Model results of the mixture fraction at the central plane ($\phi = 1.0$)



(f) 中截面混合分数 CFD 计算结果 ($\phi = 1.0$)
(f) CFD results of the mixture fraction at the central plane ($\phi = 1.0$)



(g) 中截面混合分数低阶模型预估结果 ($\phi = 1.1$)
(g) Model results of the mixture fraction at the central plane ($\phi = 1.1$)

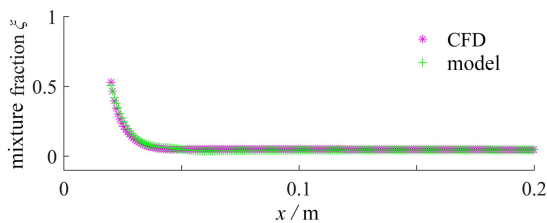


(h) 中截面混合分数 CFD 计算结果 ($\phi = 1.1$)
(h) CFD results of the mixture fraction at the central plane ($\phi = 1.1$)

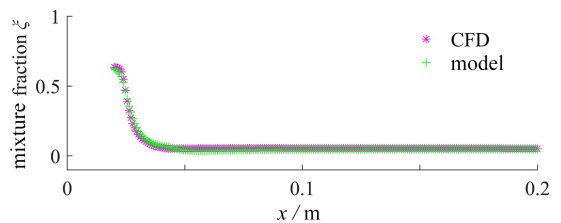
图 10 低阶模型与三维数值模拟中截面结果对比

Fig. 10 Comparison of the results from the low-order model and the 3D numerical simulations at the central plane

图 12 所示为 $x = 0.05$ m 处的混合分数径向分布,模型的计算结果和 CFD 的计算结果均是中部较低,两侧较高,且随着头部当量比的减小,峰值逐渐增大,径向边界值逐渐降低。



(a) 模型与 CFD 结果对比 ($\phi = 0.8$)
(a) Comparison of the results from the model and the CFD ($\phi = 0.8$)



(b) 模型与 CFD 结果对比 ($\phi = 0.9$)
(b) Comparison of the results from the model and the CFD ($\phi = 0.9$)

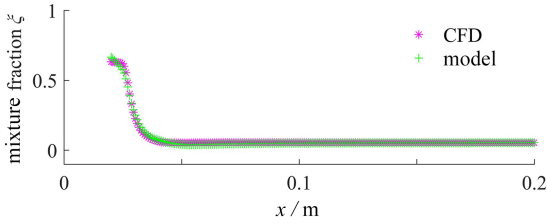
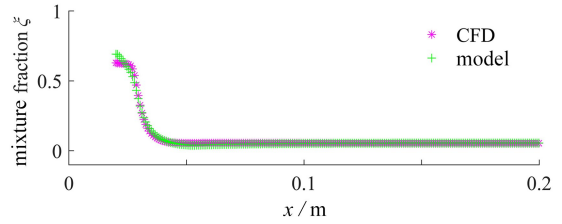
(c) 模型与 CFD 结果对比 ($\phi = 1.0$)(c) Comparison of the results from the model and the CFD ($\phi = 1.0$)(d) 模型与 CFD 结果对比 ($\phi = 1.1$)(d) Comparison of the results from the model and the CFD ($\phi = 1.1$)

图 11 低阶模型与三维数值模拟中轴线结果对比

Fig. 11 Comparison of the results from the low-order model and the 3D numerical simulations at the central axis

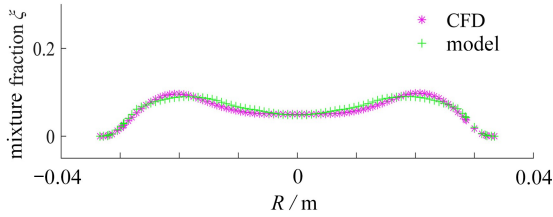
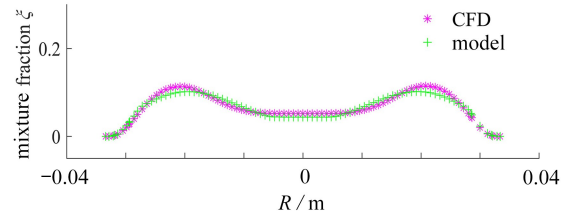
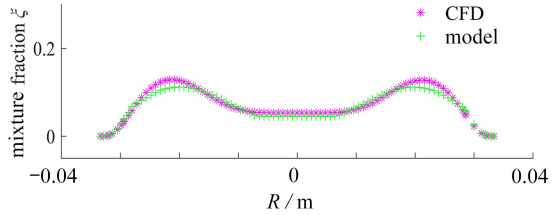
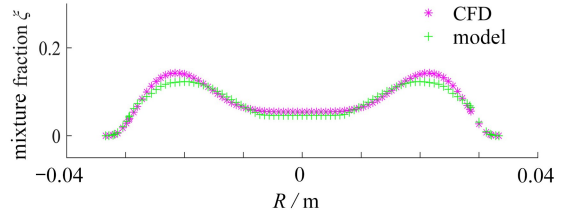
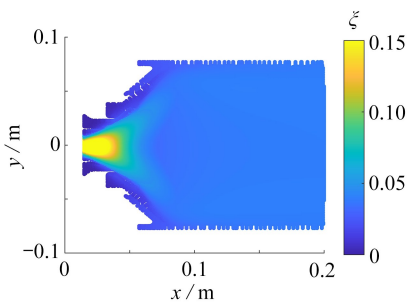
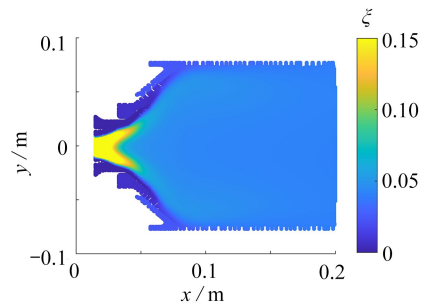
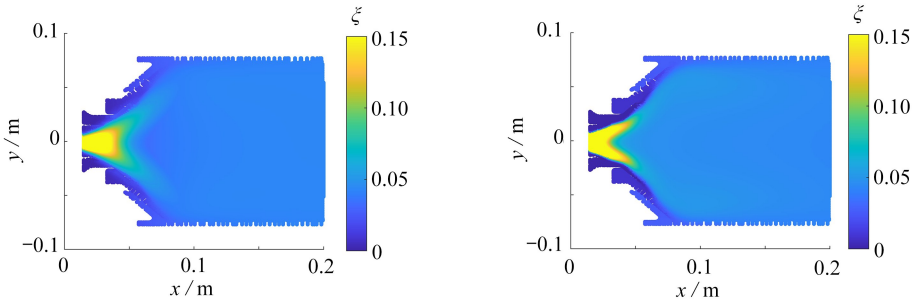
(a) 模型与 CFD 结果对比 ($\phi = 0.8$)(a) Comparison of the results from the model and the CFD ($\phi = 0.8$)(b) 模型与 CFD 结果对比 ($\phi = 0.9$)(b) Comparison of the results from the model and the CFD ($\phi = 0.9$)(c) 模型与 CFD 结果对比 ($\phi = 1.0$)(c) Comparison of the results from the model and the CFD ($\phi = 1.0$)(d) 模型与 CFD 结果对比 ($\phi = 1.1$)(d) Comparison of the results from the model and the CFD ($\phi = 1.1$)图 12 低阶模型与三维数值模拟结果对比(中截面, $x = 0.05$ m)

Fig. 12 Comparison of the results from the low-order model and the 3D numerical simulations

(the central plane, $x = 0.05$ m)

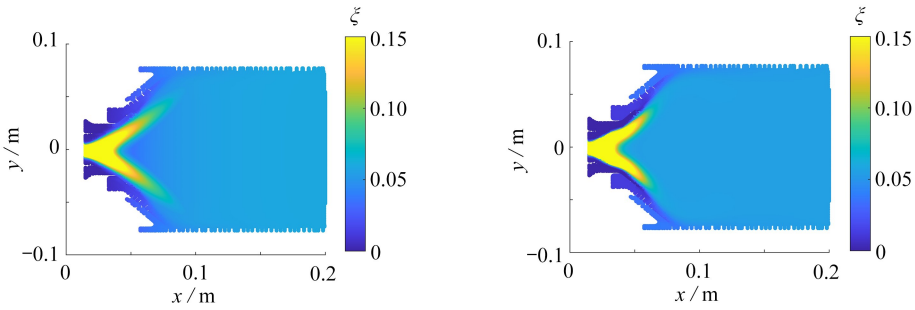
同样由于低阶模型考虑了旋流来流对标量迁移的影响,模型可以准确地预估径向混合分数“双峰”和“低谷”值及其所在位置。

(a) 中截面混合分数模型计算结果 ($\phi = 0.7$)(a) Model results of the mixture fraction at the central plane ($\phi = 0.7$)(b) 中截面混合分数 CFD 计算结果 ($\phi = 0.7$)(b) CFD results of the mixture fraction at the central plane ($\phi = 0.7$)



(c) 中截面混合分数模型计算结果 ($\phi = 0.75$)
 (c) Model results of the mixture fraction at the central plane ($\phi = 0.75$)

(d) 中截面混合分数 CFD 计算结果 ($\phi = 0.75$)
 (d) CFD results of the mixture fraction at the central plane ($\phi = 0.75$)

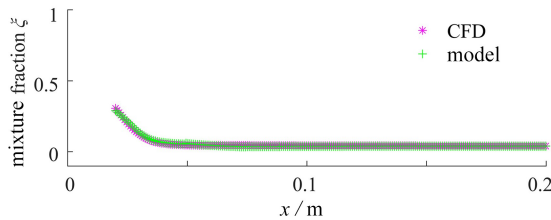


(e) 中截面混合分数模型计算结果 ($\phi = 1.2$)
 (e) Model results of the mixture fraction at the central plane ($\phi = 1.2$)

(f) 中截面混合分数 CFD 计算结果 ($\phi = 1.2$)
 (f) CFD results of the mixture fraction at the central plane ($\phi = 1.2$)

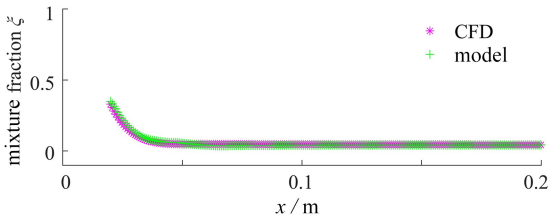
图 13 低阶模型与三维数值模拟中截面结果对比

Fig. 13 Comparison of the results from the low-order model and the 3D numerical simulations at the central plane



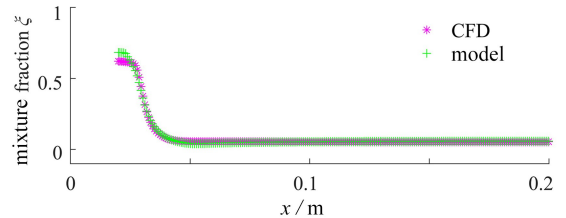
(a) 模型与 CFD 结果对比 ($\phi = 0.7$)

(a) Comparison of the results from the model and the CFD ($\phi = 0.7$)



(b) 模型与 CFD 结果对比 ($\phi = 0.75$)

(b) Comparison of the results from the model and the CFD ($\phi = 0.75$)



(c) 模型与 CFD 结果对比 ($\phi = 1.2$)

(c) Comparison of the results from the model and the CFD ($\phi = 1.2$)

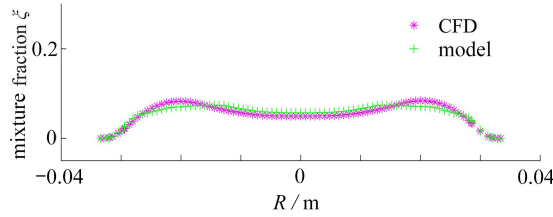
图 14 低阶模型与三维数值模拟中轴线结果对比

Fig. 14 Comparison of the results from the low-order model and the 3D numerical simulations at the central axis

3.3.2 外推工况对比分析

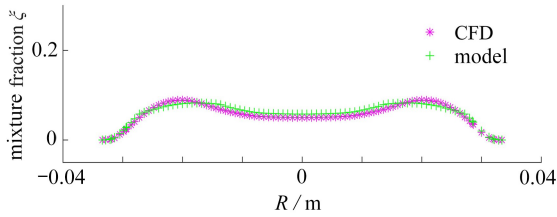
在参考工况下将预估模型的参数进行校验,并与三维数值模拟结果对比分析后,为验证宽范围下模型的

预测精度,对当量比为0.7,0.75,1.2的数据开展验证分析.如图13所示,预估模型依然可以获得混合分数场的“V”形分布特征.图14和图15轴向和径向混合分数变化趋势可以被预估模型准确捕捉.与参考工况相比,模型预估误差和最大误差的位置相似,并对定量对比数据进行分析,模型的预估结果和三维数值仿真结果的平均误差为11.19%.



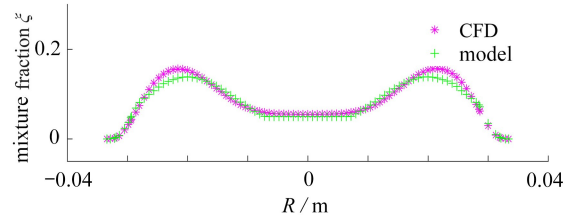
(a) 模型与 CFD 结果对比 ($\phi = 0.7$)

(a) Comparison of the results from the model and the CFD ($\phi = 0.7$)



(b) 模型与 CFD 结果对比 ($\phi = 0.75$)

(b) Comparison of the results from the model and the CFD ($\phi = 0.75$)



(c) 模型与 CFD 结果对比 ($\phi = 1.2$)

(c) Comparison of the results from the model and the CFD ($\phi = 1.2$)

图15 低阶模型与三维数值模拟结果对比(中截面, $x = 0.05$ m)

Fig. 15 Comparison of the results from the low-order model and the 3D numerical simulations (the central plane, $x = 0.05$ m)

3.4 计算效率

图16所示为低阶预估模型与三维数值仿真模型在参数化设计过程中的耗时对比.本研究需要四个工况下的三维数值仿真数据对所发展的低阶预估模型将进行模型参数校验,三维数值仿真每个算例开销为120核并行迭代2800步,3h之后结果收敛,之后低阶模型可以应用于外推工况的混合分数场预估,每算例仅耗时1s,故低阶模型的开销基本由模型校验所需的算例数量决定.若使用三维数值仿真开展参数化研究,计算开销随算例数量呈线性增长.本研究发展的低阶模型可以极大加快混合分数的计算效率,加快燃烧室混合方案评估和参数化研究.

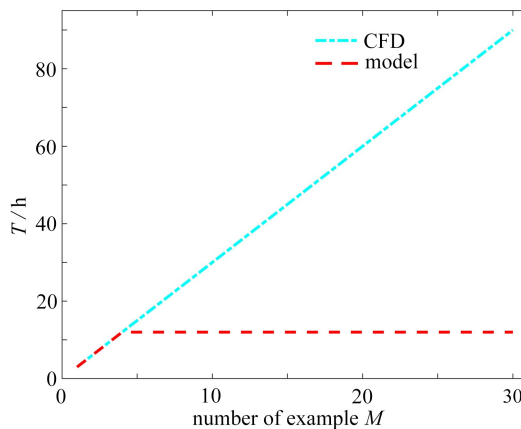
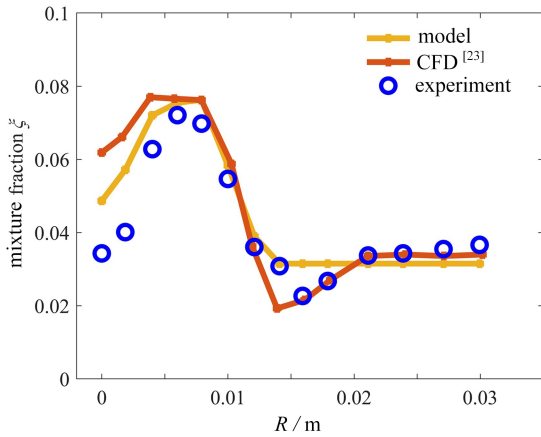


图16 两种方法耗时随算例个数的对比

Fig. 16 Comparison of the computational time costs with the number of cases

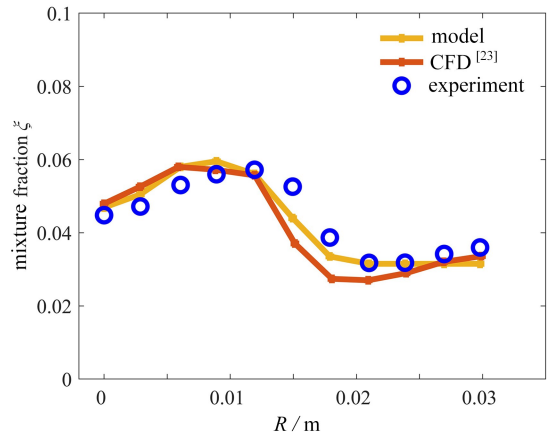
3.5 低阶预估模型误差

为了更好地评估模型误差,我们将模型外推应用于 DLR 旋流燃烧室混合分数场预估^[23]。如图 17 所示,与高精度实验数据(experiment)进行定量比对,低阶预估模型(model)的平均误差为 10.02%,且低阶模型预估与三维数值仿真(CFD)预测^[23]效果相当。综上所述,该低阶预估模型在追求效率的同时,仍然具有较好的预测精度,符合工程应用的需求。



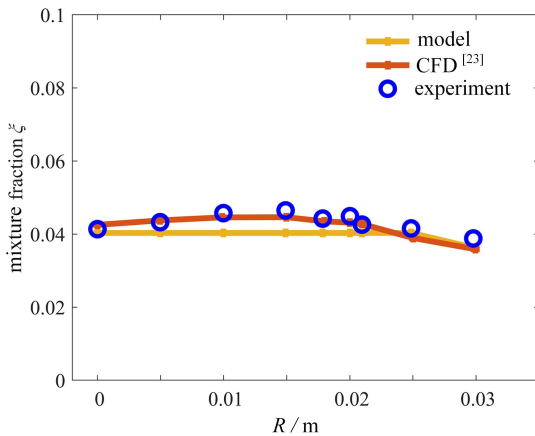
(a) 实验数据、CFD^[23]与低阶模型对比
($x = 5 \text{ mm}, 0 \text{ mm} \leq R \leq 30 \text{ mm}$)

(a) Comparison of mixture fractions from the experimental data, the CFD^[23] and the low-order model
($x = 5 \text{ mm}, 0 \text{ mm} \leq R \leq 30 \text{ mm}$)



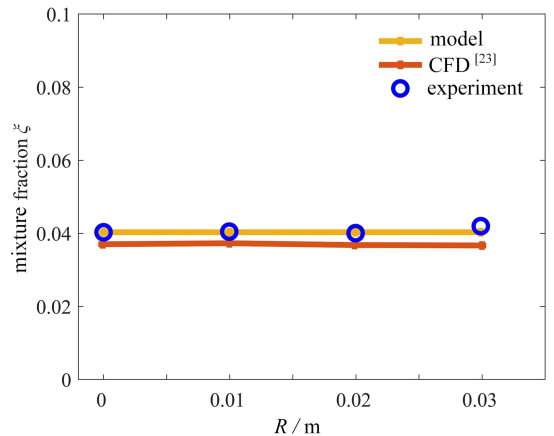
(b) 实验数据、CFD^[23]与低阶模型对比
($x = 15 \text{ mm}, 0 \text{ mm} \leq R \leq 30 \text{ mm}$)

(b) Comparison of mixture fractions from the experimental data, the CFD^[23] and the low-order model
($x = 15 \text{ mm}, 0 \text{ mm} \leq R \leq 30 \text{ mm}$)



(c) 实验数据、CFD^[23]与低阶模型对比
($x = 30 \text{ mm}, 0 \text{ mm} \leq R \leq 30 \text{ mm}$)

(c) Comparison of mixture fractions from the experimental data, the CFD^[23] and the low-order model
($x = 30 \text{ mm}, 0 \text{ mm} \leq R \leq 30 \text{ mm}$)



(d) 实验数据、CFD^[23]与低阶模型对比
($x = 90 \text{ mm}, 0 \text{ mm} \leq R \leq 30 \text{ mm}$)

(d) Comparison of mixture fractions from the experimental data, the CFD^[23] and the low-order model
($x = 90 \text{ mm}, 0 \text{ mm} \leq R \leq 30 \text{ mm}$)

图 17 DLR 燃烧室混合分数的实验数据、三维数值模拟与低阶模型对比

Fig. 17 Comparison of mixture fractions from the experimental data, the 3D numerical simulations and the low-order model

4 结论与展望

1) 本研究对传统的 Gauss 羽流模型进行了二次开发,考虑了径向对流、旋流来流和壁面的影响,建立了能够应用于甲烷旋流燃烧室的混合分数场低阶预估模型。

2) 基于模型燃烧室当量比 0.8, 0.9, 1.0, 1.1 四个工况的三维数值模拟数据库,通过最小二乘法对低阶预

估模型开展参数寻优,验证了混合分数场的预估精度,在外推工况条件下验证了模型的适用性。

3) 由于最小二乘法对于初值的敏感性,且容易陷入局部最优解,会影响混合分数场局部细节的预测,接下来可以发展更精确的模型参数寻优方法^[24],进一步增强模型的宽适用性及其在燃烧室设计应用时的鲁棒性。

附 录

参数 α, β, a, b, m 的值如表 A1 所示。

表 A1 参数 α, β, a, b, m 的值

Table A1 The values of parameters α, β, a, b, m

parameter	value
α	2.8
β	0.159 4
a	254.442
b	0.003 781
m	0.041 66

参数 $v_{c,k}, w_{c,k}, p_k, q_k$ 的值如表 A2—A5 所示。

表 A2 参数 $v_{c,k}$ 的值

Table A2 The values of parameters $v_{c,k}$

parameter	value	parameter	value
$v_{c,1}$	1.800 936	$v_{c,13}$	-1.800 936
$v_{c,2}$	5.280 076	$v_{c,14}$	-5.280 076
$v_{c,3}$	8.399 388	$v_{c,15}$	-8.399 388
$v_{c,4}$	10.946 296	$v_{c,16}$	-10.946 296
$v_{c,5}$	12.747 232	$v_{c,17}$	-12.747 232
$v_{c,6}$	13.679 465	$v_{c,18}$	-13.679 465
$v_{c,7}$	13.679 465	$v_{c,19}$	-13.679 465
$v_{c,8}$	12.747 232	$v_{c,20}$	-12.747 232
$v_{c,9}$	10.946 296	$v_{c,21}$	-10.946 296
$v_{c,10}$	8.399 388	$v_{c,22}$	-8.399 388
$v_{c,11}$	5.280 076	$v_{c,23}$	-5.280 076
$v_{c,12}$	1.800 936	$v_{c,24}$	-1.800 936

表 A3 参数 $w_{c,k}$ 的值

Table A3 The values of parameters $w_{c,k}$

parameter	value	parameter	value
$w_{c,1}$	13.679 465	$w_{c,13}$	-13.679 465
$w_{c,2}$	12.747 232	$w_{c,14}$	-12.747 232
$w_{c,3}$	10.946 296	$w_{c,15}$	-10.946 296
$w_{c,4}$	8.399 388	$w_{c,16}$	-8.399 388
$w_{c,5}$	5.280 076	$w_{c,17}$	-5.280 076
$w_{c,6}$	1.800 936	$w_{c,18}$	-1.800 936
$w_{c,7}$	-1.800 936	$w_{c,19}$	1.800 936
$w_{c,8}$	-5.280 076	$w_{c,20}$	5.280 076
$w_{c,9}$	-8.399 388	$w_{c,21}$	8.399 388
$w_{c,10}$	-10.946 296	$w_{c,22}$	10.946 296
$w_{c,11}$	-12.747 232	$w_{c,23}$	12.747 232
$w_{c,12}$	-13.679 465	$w_{c,24}$	13.679 465

表 A4 参数 p_k 的值Table A4 The values of parameters p_k

parameter	value	parameter	value
p_1	-0.001 958	p_{13}	0.001 958
p_2	-0.005 740	p_{14}	0.005 740
p_3	-0.009 131	p_{15}	0.009 131
p_4	-0.011 900	p_{16}	0.011 900
p_5	-0.013 858	p_{17}	0.013 858
p_6	-0.014 872	p_{18}	0.014 872
p_7	-0.014 872	p_{19}	0.014 872
p_8	-0.013 858	p_{20}	0.013 858
p_9	-0.011 900	p_{21}	0.011 900
p_{10}	-0.009 131	p_{22}	0.009 131
p_{11}	-0.005 740	p_{23}	0.005 740
p_{12}	-0.001 958	p_{24}	0.001 958

表 A5 参数 q_k 的值Table A5 The values of parameters q_k

parameter	value	parameter	value
q_1	-0.014 872	q_{13}	0.014 872
q_2	-0.013 858	q_{14}	0.013 858
q_3	-0.011 900	q_{15}	0.011 900
q_4	-0.009 131	q_{16}	0.009 131
q_5	-0.005 740	q_{17}	0.005 740
q_6	-0.001 958	q_{18}	0.001 958
q_7	0.001 958	q_{19}	-0.001 958
q_8	0.005 740	q_{20}	-0.005 740
q_9	0.009 131	q_{21}	-0.009 131
q_{10}	0.011 900	q_{22}	-0.011 900
q_{11}	0.013 858	q_{23}	-0.013 858
q_{12}	0.014 872	q_{24}	-0.014 872

参考文献 (References):

- [1] 钟世林. 掺混射流对燃烧室出口温度分布影响研究[D]. 硕士学位论文. 成都: 电子科技大学, 2011. (ZHONG Shilin. Research on the influence of mixing jet on the outlet temperature distribution of combustion chamber [D]. Master Thesis. Chengdu: University of Electronic Science and Technology of China, 2011. (in Chinese))
- [2] 辛升. 湍流扩散燃烧中守恒标量的数值模拟[D]. 硕士学位论文. 武汉: 华中科技大学, 2004. (XIN Sheng. Numerical simulation of passive scalar in turbulence diffusion combustion[D]. Master Thesis. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology, 2004. (in Chinese))
- [3] BILGER R W, POPE S B, BRAY K N C, et al. Paradigms in turbulent combustion research[J]. *Proceedings of the Combustion Institute*, 2005, **30**(1): 21-42.
- [4] BUCKMASTER J, CLAVIN P, LINAN A, et al. Combustion theory and modeling[J]. *Proceedings of the Combustion Institute*, 2005, **30**(1): 1-19.
- [5] 张会强, 陈兴隆. 湍流燃烧数值模拟研究的综述[J]. 力学进展, 1999, **29**(4): 567-575. (ZHANG Huiqiang, CHEN Xinglong. A review on numerical modeling of turbulent combustion[J]. *Advances in Mechanics*, 1999, **29**(4): 567-575. (in Chinese))
- [6] BENNEWITZ J W, SCHUMAKER S A, LIETZ C F, et al. Scaling of oxygen-methane reacting coaxial jets using X-ray fluorescence to measure mixture fraction[J]. *Proceedings of the Combustion Institute*, 2021, **38**(4):

- 6365-6374.
- [7] SUTTON J A, DRISCOLL J F. Measurements and statistics of mixture fraction and scalar dissipation rates in turbulent non-premixed jet flames[J]. *Combustion and Flame*, 2013, **160**(9): 1767-1778.
- [8] MASRI A R, KALT P A, BARLOW R S. The compositional structure of swirl-stabilised turbulent nonpremixed flames[J]. *Combustion and Flame*, 2004, **137**(1/2): 1-37.
- [9] 李继保, 金如山. 燃烧室出口径向温度分布试验及分析研究[J]. 北京航空航天大学学报, 1989(1): 51-61. (LI Jibao, JIN Rushan. Experiment and analysis of radial temperature distribution at combustor exit[J]. *Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics*, 1989(1): 51-61. (in Chinese))
- [10] KIM I, KIM J, CHOE Y, et al. Effect of vane angle on combustion characteristics of premixed H₂/air in swirl micro-combustors with straight vane or twisted vane[J]. *Applied Thermal Engineering*, 2023, **228**: 120528.
- [11] LV G, LIU X, ZHANG Z, et al. The effects of premixed pilot-stage on combustion instabilities in stratified swirling flames: a large eddy simulation study[J]. *Energy*, 2023, **274**: 127246.
- [12] STEINHAUSEN M, ZIRWES T, FERRARO F, et al. Flame-vortex interaction during turbulent side-wall quenching and its implications for flamelet manifolds[J]. *Proceedings of the Combustion Institute*, 2022, **39**(2): 2149-2158.
- [13] GREEN A E S, SINGHAL R P, VENKATESWAR R. Analytic extensions of the Gaussian plume model[J]. *Journal of the Air Pollution Control Association*, 1980, **30**(7): 773-776.
- [14] SÁNCHEZ-SOSA J E, CASTILLO-MIXCÓATL J, BELTRÁN-PÉREZ G, et al. An application of the Gaussian plume model to localization of an indoor gas source with a mobile robot[J]. *Sensors*, 2018, **18**(12): 4375.
- [15] 李万莉. 基于高斯模型的复杂地形下天然气泄漏扩散特性研究[D]. 硕士学位论文. 青岛: 中国石油大学(华东), 2018. (LI Wanli. Research on natural gas leakage and diffusion characteristics under complex topography based on Gaussian plume diffusion model[D]. Master Thesis. Qingdao: China University of Petroleum (East-China), 2018. (in Chinese))
- [16] CUSSLER E L. *Diffusion: Mass Transfer in Fluid Systems*[M]. Cambridge University Press, 2009.
- [17] 曹瑞华. 傅里叶变换及其应用[J]. 理论数学, 2014, **4**(4): 138-143. (CAO Ruihua. The Fourier transform and its application[J]. *Pure Mathematics*, 2014, **4**(4): 138-143. (in Chinese))
- [18] 李舒琦. 基于主动嗅觉方法的火星甲烷羽流源点定位研究[D]. 硕士学位论文. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2021. (LI Shuqi. Research on location of martian methane plume source based on active olfactory method[D]. Master Thesis. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2021. (in Chinese))
- [19] 谷超豪. 数学物理方程[M]. 北京: 高等教育出版社, 2002. (GU Chaohao. *Mathematical Physics Equation*[M]. Beijing: Higher Education Press, 2002. (in Chinese))
- [20] 杨毅明. 数字信号处理[M]. 北京: 机械工业出版社, 2012. (YANG Yiming. *Digital Signal Processing*[M]. Beijing: China Machine Press, 2012. (in Chinese))
- [21] DE NEVERS N. *Air Pollution Control Engineering*[M]. Waveland Press, 2010.
- [22] 赵宁波, 梁恩广, 石云姣, 等. 进气畸变对回流燃烧室性能的影响研究[J]. 热能动力工程, 2022, **37**(12): 104-109. (ZHAO Ningbo, LIANG Enguang, SHI Yunjiao, et al. Effects of inlet flow rate distortion on counterflow combustor performance[J]. *Journal of Engineering for Thermal Energy and Power*, 2022, **37**(12): 104-109. (in Chinese))
- [23] SEE Y C, IHME M. Large eddy simulation of a partially-premixed gas turbine model combustor[J]. *Proceedings of the Combustion Institute*, 2015, **35**(2): 1225-1234.
- [24] 王沐晨, 李立州, 张珺, 等. 基于卷积神经网络气动力降阶模型的翼型优化方法[J]. 应用数学和力学, 2022, **43**(1): 77-83. (WANG Muchen, LI Lizhou, ZHANG Jun, et al. An airfoil optimization method based on the convolutional neural network aerodynamic reduced order model[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2022, **43**(1): 77-83. (in Chinese))