

# 基本流纬向切变下的稳定辐射斜压位涡\*

刘楠, 宋健

(内蒙古工业大学 理学院, 呼和浩特 010051)

**摘要:** 在大尺度垂直剪切中, 嵌入一类新的、稳定传播的斜压涡旋, 它辐射的 Rossby 波没有衰减. 通过考虑 Beta 平面上的两层模型为基础, 利用纬向二次剪切流与稳定辐射斜压流体之间的色散关系变化, 进行数值模拟, 得出了二次剪切流对稳定辐射斜压位涡 (potential vorticity, PV) 不稳定性的影响; 同时涡旋产生的 Rossby 波, 引起经向涡旋的传播及其他相干的热流; 对于亚热带海洋向西流, 随纬度变化, 通过三角函数近似解, 给出相应 Bessel 函数数值解, 得到二次剪切流使得上层 PV 梯度的减少, 持续延长了涡旋的寿命.

**关键词:** 二次剪切流; 稳定辐射; 斜压涡旋

**中图分类号:** O351; P433

**文献标志码:** A

**DOI:** 10.21656/1000-0887.440168

## Stable Radiation Baroclinic Potential Vortices Under Basic Flow Zonal Shear

LIU Nan, SONG Jian

(College of Science, Inner Mongolia University of Technology,  
Hohhot 010051, P.R.China)

**Abstract:** In large-scale vertical shear, a new type of stably propagating baroclinic vortex was embedded, to radiate Rossby waves without attenuation. Numerical simulations were carried out based on the 2-layer model in the beta-effect plane, by means of the variation of the dispersion relation between the zonal quadratic shear flow and the stable radiation of the baroclinic fluid. The effect of the zonal quadratic shear flow on the baroclinic potential vortex instability of steady radiation, was derived. At the same time, the Rossby waves generated by the vortices cause the propagation of the meridional vortices and other coherent heat flows. For the westward flow of the subtropical ocean, with the latitude change, the approximate solution of the trigonometric function gives the numerical solution of the relevant Bessel function. The results show that, the quadratic shear flow reduces the PV gradient in the upper layer and continues to extend the life of the vortex.

**Key words:** quadratic shear flow; stable radiation; baroclinic vortex

## 0 引言

自 20 世纪 80 年代以来, 位涡 (PV) 理论是研究大气海洋学的重要概念, 引起大气海洋学研究者的广

\* 收稿日期: 2023-06-01; 修订日期: 2023-10-02

**基金项目:** 国家自然科学基金 (42275052); 内蒙古自治区高等学校科学研究重点项目 (NJZZ23087); 内蒙古自治区研究生科研创新项目 (JY202220388)

**作者简介:** 刘楠 (2000—), 女, 硕士生 (E-mail: liu25151909@163.com);

宋健 (1970—), 男, 教授, 博士 (通讯作者. E-mail: songjian@imut.edu.cn).

**引用格式:** 刘楠, 宋健. 基本流纬向切变下的稳定辐射斜压位涡 [J]. 应用数学和力学, 2024, 45(1): 120-126.

泛关注。PV 理论之所以得到科学界的重视,是由于它是大气海洋学的一个基本性质,常用于判断大气海洋的特性。涡流依赖于平均 PV 梯度,同样也适用于 PV 理论,可以充分表明大气海洋中的不稳定性。PV 表示两邻近等熵面(等位温面)之间的大气柱在被带到某一规定纬度并被伸缩到某一规定厚度时所有的涡度。涡流主要产生于东部边界上升流系统和巴西洋流区域,随着纬度的大幅增长而逐渐减弱<sup>[1]</sup>。其中涡旋即是涡流遇到纬向及经向诱导速度等外界因素引起的旋涡。中高纬度地区,在大尺度下,大气海洋运动学中的涡旋在基本纬向流嵌入大规模垂直切变下的不稳定性影响是一个极其重要的研究方向<sup>[2]</sup>。在斜压大气下,基本纬向流通过垂直切变的影响会转化成涡旋,在绝大多数大气海洋系统中均出现类似于双曲正弦的潜在涡度/流函数,其呈现出双涡旋状态<sup>[3]</sup>。王爽等在其所研究的流体流动产生的垂直速度分量,同样导致涡旋的形成<sup>[4]</sup>。Flierl 的线性计算结果表明,涡旋在受到斜压扰动后,向西移动的同时会辐射 Rossby 波,然而不存在衰变的情况。对于涡旋的移动速度,会呈现色散关系,发生色散会使其衰减得很快,与之相反的是当涡旋受到一个非线性的影响时,依然可以清晰地显现出 Rossby 波的传播轨迹<sup>[5]</sup>。Arbic 和 Flierl 提出在质量上将无黏性和自由衰变的流动,扩展成分层、强迫和耗散的流动<sup>[3]</sup>。通常情况下在 Rossby 波稳定辐射下的斜压涡旋导致向西或者向东纬向传播的一个结果<sup>[6]</sup>。

Flierl 通过上层、下层流体分别为浅水和准地转(quasi geostrophic, QG)模式研究了辐射涡旋<sup>[5]</sup>。准地转表示在涡度方程中,除散度项外其他各项引入地转关系而计算的大气大尺度运动。Pakayari 和 Nycander 发现,在普遍情况下,涡旋的传播速度取决于“hetonic”机制,即由上层涡流和下层涡流之间的水平移动,其结果是,涡旋向东行进趋于稳定;而涡旋向西行进则恰好相反,即体现涡流的不稳定性<sup>[7]</sup>。穆穆通过大气动力学理论证实了大气运动的基本模式-正压与斜压准地转模式强解存在唯一性<sup>[8]</sup>。Sutyrin 和 Dewar 发现涡流是在上下两层结构不对称性的偶极相互作用,或作用在两层之间进行耦合传播<sup>[9]</sup>。Held 和 Larichev 在亚热带向西流动中发现寿命最长的海洋涡旋<sup>[10]</sup>,斜压涡旋在嵌入大规模垂直剪切流中产生可以与  $\beta$  平面上的惯性 Taylor 柱(inertial Taylor columns)相关的 Rossby 波相反符号的涡流<sup>[11]</sup>。惯性 Taylor 柱表示在旋转流体中作缓慢移动的柱体上方,存在一个惯性与此柱体一起移动的流体柱。Sutyrin 和 Hesthaven 等研究了长期演化的单极涡和偶极涡在 PV 大尺度梯度( $\beta$  效应)影响下,采用等效气压准地转方程进行了数值求解<sup>[12]</sup>。通常情况下,受到辐射的斜压涡旋向西移动,这些向西传播的涡流,其较长寿命的特点在纬度带上占据首要地位<sup>[13]</sup>。Sutyrin 在水平中深度下,研究了地球中物理涡的寿命长短,其研究成果展现出基本涡流参数之间的另一种联系,这种涡旋的强化机制起到相当大的作用<sup>[14]</sup>。在  $\beta$  平面近似下,陈利国等分析发现,影响非线性 Rossby 波的重要因素中包含推广的  $\beta$  效应及切变基本流<sup>[15]</sup>。然而,这些研究仅限于基本垂直切变中 Rossby 波的振幅在两层模型中的简单演化,仍缺乏完整性<sup>[16]</sup>。

Flierl<sup>[5]</sup>和 Larichev 等<sup>[17]</sup>进一步推导了在无黏性的情况下,获得了准地转上下两层方程的解析解。Phillips 两层模型中,由于上下两层之间的平均准地转 PV(QGPV)梯度符号不同,引起斜压不稳定性,而 Charney 模型的不稳定性是由平均表面的温度梯度以恒定状态的内部 PV 梯度  $\beta$  相互作用带动的<sup>[18]</sup>。通过层状模型继续讨论大气海洋的斜压不稳定性<sup>[19]</sup>。在  $\beta$  效应平面上,基于上下两层 Phillips 模型,在大尺度下垂直剪切中,通过对涡流稳定流动解析解的数值模拟,讨论了基本流在 Rossby 波稳定辐射下纬向流二次切变的情况,给出了二次切变基本流对稳定辐射斜压 PV 的影响。

本文描述了稳定辐射下的斜压 PV 模型,基于 Rossby 波的产生,涡旋速度逐渐减慢,从而使斜压下产生的这种波动和涡流效应形成新的位势现象。涡旋产生的 Rossby 波,在纬向和经向上稳定传播,还会引起经向涡旋传播轨迹流以及相干的热流。基于  $\beta$  效应平面上的两层模型,讨论了 Rossby 波的稳定性,若上层的 PV 梯度为正,则经向传播会导致涡旋逐渐减弱。因此,当 PV 梯度较弱时,涡旋仍能传播很长一段距离,直到振幅越来越弱,释放捕获流体并逐渐使涡旋消亡。证实了上层 PV 梯度的减少延长涡旋的传播能力,总结了纬向基本流二次切变下的斜压 PV 受扰动情况。利用 Bessel 函数找出了数值解。对于亚热带海洋向西流,降低上层 PV 梯度会持续延长涡旋的寿命。本文研究了这种变化的其中一种形式,即纬向基本流在二次切变下对稳定辐射斜压 PV 的主要影响。

## 1 控制方程

斜压大气模式下准地转模型为<sup>[20-21]</sup>

$$\begin{cases} \frac{\partial \Pi_1}{\partial t^*} + J(\Psi_1^*, \Pi_1) = \nu_0 \nabla^4 \Psi_1^*, \quad \Pi_1 = \nabla^2 \Psi_1^* + \frac{f_0^2}{g'H_1}(\Psi_2^* - \Psi_1^*) + \beta_0 y^*, \\ \frac{\partial \Pi_2}{\partial t^*} + J(\Psi_2^*, \Pi_2) = \nu_0 \nabla^4 \Psi_2^*, \quad \Pi_2 = \nabla^2 \Psi_2^* + \frac{f_0^2}{g'H_2}(\Psi_1^* - \Psi_2^*) + \beta_0 y^*, \end{cases} \quad (1)$$

其中  $(\Psi_1^*, \Psi_2^*)$  是总的流函数,  $(\Pi_1, \Pi_2)$  是上下两层潜在的涡度,  $(H_1, H_2)$  是上层和下层的深度,  $g' = \frac{\Delta \rho}{\rho} g$

是约化重力加速度,  $f_0$  和  $\beta_0$  分别是 Coriolis 参数和 Rossby 参数,  $\nu_0$  是横向黏度,  $J(a, b) = \frac{\partial a}{\partial x} \frac{\partial b}{\partial y} - \frac{\partial a}{\partial y} \frac{\partial b}{\partial x}$  是 Ja-

cobi 算子. 流场  $(\Psi_1^*, \Psi_2^*)$  被分离成两个部分, 即基本纬向流  $(-U_1(y), -U_2(y))$  和扰动流  $(\psi_1, \psi_2)$ , 考虑二次剪切下的基本纬向流,  $\begin{cases} U_1(y) = -a_1 y^2, \\ U_2(y) = -a_2 y^2. \end{cases}$  总的流函数  $\Psi_n$  为  $\Psi_n^* = -\int U_n^*(y^*) dy^* + \psi_n^* (n=1, 2)$ . 分别用

$L, U$  和  $\frac{L}{U}$  作为特征长度、速度和时间, 将控制方程(1)进行无量纲化:

$$\begin{cases} \frac{\partial q_1}{\partial t} + J(\psi_1, q_1) + 2a_1 \frac{\partial \psi_1}{\partial x} + \beta_1 \frac{\partial \psi_1}{\partial x} - uF_1 \frac{\partial \psi_1}{\partial x} = \nu \nabla^4 \psi_1, \quad q_1 = \nabla^2 \psi_1 + F_1(\psi_2 - \psi_1), \\ \frac{\partial q_2}{\partial t} + J(\psi_2, q_2) + 2a_2 \frac{\partial \psi_2}{\partial x} + \beta_2 \frac{\partial \psi_2}{\partial x} + uF_2 \frac{\partial \psi_2}{\partial x} = \nu \nabla^4 \psi_2, \quad q_2 = \nabla^2 \psi_2 + F_2(\psi_1 - \psi_2), \end{cases} \quad (2)$$

其中  $(\psi_j, q_j)$  是无量纲扰动流函数和 PV 梯度,  $F_j = \frac{f_0^2 L^2}{g'H_j}$ , 其他无量纲参数是  $\beta = \beta_0 \frac{L^2}{U}$  和  $\nu = \frac{\nu_0}{LU}$ , 上下两层的

绝对 PV 梯度  $\begin{cases} \beta_1 = \beta + uF_1, \\ \beta_2 = \beta - uF_2, \end{cases}$  这里  $u = 1$ .

## 2 基本纬向流二次切变的斜压 PV 色散关系

根据正交模方法, 设扰动流函数为

$$\begin{cases} \psi_1 = A_1 e^{i(kx - \omega t + ly)}, \\ \psi_2 = A_2 e^{i(kx - \omega t + ly)}, \end{cases} \quad (3)$$

由方程(2)获得色散关系:

$$\begin{aligned} \omega^2 [k^4 + k^2 + (l^2 + F_1 + F_2) + l^2 F_1] + \omega [k^3 (2a_1 + 2a_2 + \beta_1 + \beta_2 + uF_1 - uF_2) + \\ k(2a_1 l^2 + 2a_1 F_2 + 2a_2 F_1 + \beta_2 F_1 + \beta_1 F_2 + \beta_1 l^2 - ul^2 F_1)] + \\ k^2 (4a_1 a_2 + 2a_1 \beta_2 + 2a_1 uF_2 + 2a_2 \beta_1 + \beta_1 \beta_2 + u\beta_1 F_2 - 2a_2 uF_1 - u\beta_2 F_1 - u^2 F_1 F_2) = 0. \end{aligned} \quad (4)$$

在不考虑黏性项的两层基本流中, 采用两层斜压模式<sup>[22]</sup>. 纬向二次切变引起上下两层斜压流体的不稳定性, 在向西行进中, 考虑  $u = -1$ , 然后对  $\omega$  与  $a_1, a_2$  的两种色散关系进行讨论.

首先,  $a_1 = 0, a_2 \neq 0$  时,  $\omega$  与  $a_2$  之间的关系如图 1 所示,  $a_2 = 0, a_1 \neq 0$  时,  $\omega$  与  $a_1$  之间的关系如图 2 所示. 当  $a_1 = 0$  或  $a_2 = 0$  时, 在所选区间里, 图 1 与图 2 中基本纬向流走向大致相同. 纬向切变下的涡旋在二次剪切流中呈现上升趋势, 且在二次切变下, 涡旋向西行进的传播速度逐渐平缓, 在一段时间内保持稳定状态传播. 由于基本流向西行进的同时辐射 Rossby 波, 但却不衰减, 斜压涡旋处于稳定辐射下, 为了进一步阐明二次剪切流对斜压流体不稳定性的影响, 基本纬向流在二次切变中, 若其中一层的 PV 梯度为零时, 则经向传播导致涡旋呈现上升趋势, 且上升速度逐渐趋于缓慢, 在上升到一定程度时, 会趋于稳定状态向西行进. 这表明在二次切变的影响下, 基本流发生明显变化, 深入演化二次剪切流对稳定辐射斜压流体的主要转换过程.

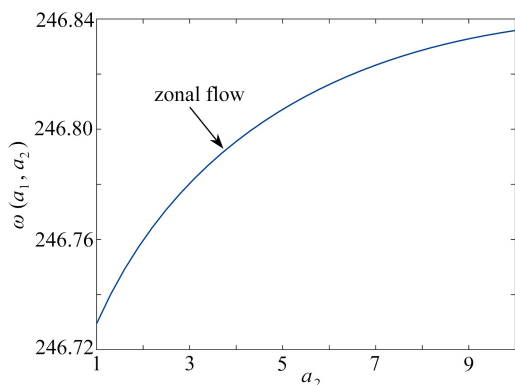


图 1 当  $a_1 = 0, a_2 \neq 0$  时,  $\omega$  与  $a_2$  的关系

Fig. 1 The relationship between  $\omega$  and  $a_2$  for  $a_1 = 0, a_2 \neq 0$

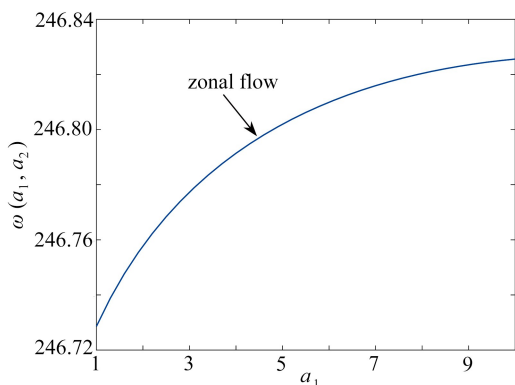


图 2 当  $a_2 = 0, a_1 \neq 0$  时,  $\omega$  与  $a_1$  的关系

Fig. 2 The relationship between  $\omega$  and  $a_1$  for  $a_2 = 0, a_1 \neq 0$

其次,当  $a_1 \neq 0$  或  $a_2 \neq 0$  时,基本纬向流在二次切变下先是呈急剧上升趋势,到达峰值后迅速减弱(图 3、4),上下两层 PV 梯度中的扰动流均在平流层中,在涡旋经向峰值处,纬向基本流随二次切变的影响,涡旋向西行进的传播速度逐渐加快.由图中显示:当  $a_1 \neq 0$  时(图 3)纬向流向西行进的速度很明显要滞后于当  $a_2 \neq 0$  时(图 4)纬向流西进速度,即二次切变扰动后,  $a_2$  对纬向基本流的传播具有冲击力,而  $a_1$  对纬向基本流传播的影响相对较弱.这表明斜压下涡旋在二次切变下是纬向向西传播的,由于 Rossby 波稳定辐射使其始终向西行进<sup>[23]</sup>.

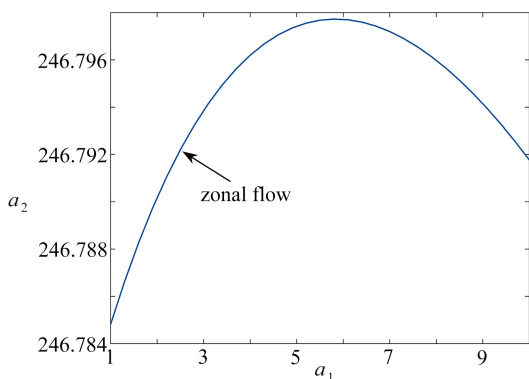


图 3 当  $a_1 \neq 0$  时,  $a_1$  对  $\omega$  与  $a_2$  关系的影响

Fig. 3 The effect of  $a_1$  on the relationship between  $\omega$  and  $a_2$  for  $a_1 \neq 0$

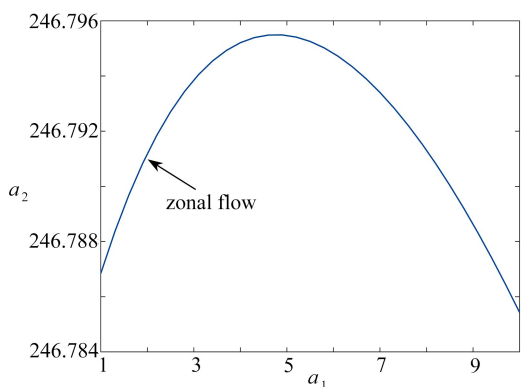


图 4 当  $a_2 \neq 0$  时,  $a_2$  对  $\omega$  与  $a_1$  关系的影响

Fig. 4 The effect of  $a_2$  on the relationship between  $\omega$  and  $a_1$  for  $a_2 \neq 0$

若不考虑两层的 PV 梯度和斜压流体的变动,二次剪切流中关于  $y$  的扰动流  $\omega$  与涡旋上层涡流  $a_1$ , 下层涡流  $a_2$  的色散关系如图 5 所示.关于二次剪切流对相干具有较长寿命涡流的影响,在基本流纬向切变下,扰动流的气压和影响气压成分在上下两层是相互补偿的.在斜压下,二次剪切流可以持续延长涡旋的寿命.上层涡旋的传播轨迹主要是向南,由于涡旋略微滞后于向西流动的背景流,因此也有向西的成分.而下层涡旋由向东移动的涡流主导,并且为上层相干涡旋的经向传播提供了有利条件.位于上层 PV 梯度的气压斜涡旋在二次切变下几乎是不稳定的,同时在深海层中增强 PV 梯度会影响 Rossby 波的轨迹流.因此,纬向基本流在二次切变下对稳定辐射斜压涡旋的不稳定性影响是有迹可循的.

上述数值模拟充分表明了垂直切变下的斜压流体存在的不足之处,即不能清晰地刻画出涡旋在斜压下的主要变化过程.于是,对于纬向流在稳定辐射下的斜压流体来说,将垂直切变深入转化为二次切变无疑是一个更加充分的说明.

对于大波数,  $k^2 + l^2 \gg F_1$ , 扰动集中到下层,纬向相速度向西略微靠近,并且低于下层背景流速.对于小波数,  $k^2 + l^2 \ll F_1$ , 纬向相速度大幅度向西,表明正压下的扰动,上下两层涡流速度与颗粒位移大致相同,于

是纬向相速度处于  $-\infty < \omega/k < u$  的范围.现在考虑在亚热带二次切变下,纬向基本流在东风切变中的斜压涡旋,这种涡的运输作用与背景流作用相比是不可忽略的,而在西边界流及延伸体和南极绕极流海区,卫星的高度计已经追踪到最长寿的涡旋<sup>[1,13,24]</sup>.特别地,假设背景流是均匀的,  $q_1$  只在涡流芯封闭流线内,且在被捕获的流体中非零.涡旋以近似背景流  $u$  的速度向西平移,此速度可能在 Rossby 波的相速度范围内,出现一个 Rossby 波的传播轨迹.这些涡旋中出现潜在的涡度是根据上下两层边界上存在的黏性应力引起的.由于黏性问题更加繁杂且涉及面更广,这里仅考虑无黏性理想状态.

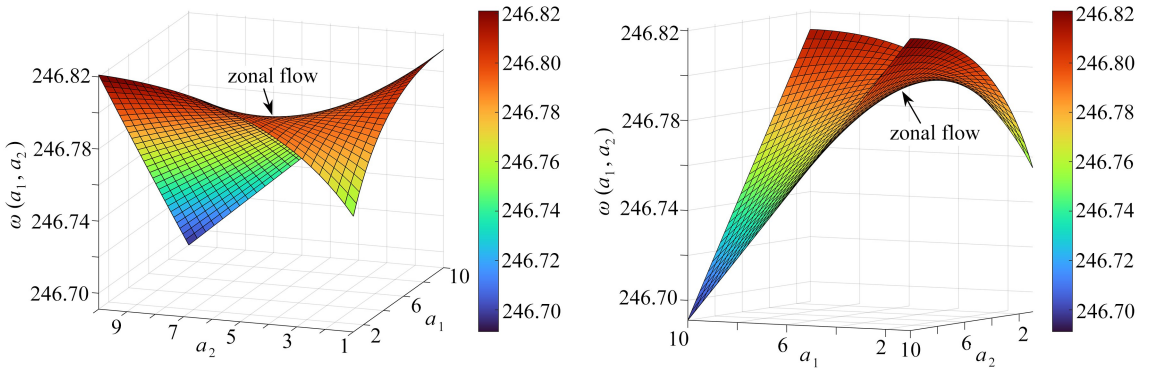


图5  $\omega$  与  $a_1, a_2$  的三维关系

Fig. 5 The 3D relationships between  $\omega$  and  $a_1, a_2$

注 为了解释图中的颜色,读者可以参考本文的电子网页版本.

在具有近似环状 PV 梯度异常的涡旋,考虑无黏性状态下纬向基本流的流动轨迹.上层以  $x = X_0(t), y = Y_0(t)$  为中心定义一个涡,并且以一个恒定的速度  $\frac{dX_0}{dt} \approx u$  向西行进.忽略式(2)中的黏性项,下层涡流的 PV 梯度沿着坐标系中的流线常数随涡旋一起向西平移,并且定义  $F_2\psi_2 + cy = \text{const}$ .假设下层坐标系中所有流线均是张开着的,故有

$$F_1\psi_1 + (\nabla^2 - \beta/c)\psi_2 = 0. \quad (5)$$

而在上层,  $q_1$  必须依赖于坐标系中的流函数,并且随着涡旋平移,定义  $F_1\psi_1 + cy - uy \approx F_1\psi_1$ , 令  $q_1 = \Phi(\psi_1)$ , 得到

$$(\nabla^2 - F_1)\psi_1 + F_2\psi_2 = \Phi(\psi_1) = q_1, \quad (6)$$

由式(5)和(6)来确定系统中的  $\psi_1$  和  $\psi_2$ , 上层的涡流流动经过定场  $q_1$  的轴对称流主导  $q_1(r)$ , 利用  $\varphi_k = \psi_1 + \lambda_k\psi_2$ <sup>[25]</sup> 找到数值解,其中  $\lambda_k$  是二次方程  $F_1\lambda^2 - \left(F_1 - \frac{\beta}{u}\right)\lambda - F_2 = 0$  的根,由  $\frac{\beta}{u} = -F_1$  得  $F_1\lambda^2 - 2F_1\lambda - F_2 = 0$ .这里

$$\lambda_1 = 1 - \sqrt{1 + \frac{F_2}{F_1}}, \quad \lambda_2 = 1 + \sqrt{1 + \frac{F_2}{F_1}}, \quad (7)$$

$$(\nabla^2 - \gamma^2)\varphi_1 = q_1(r), \quad (\nabla^2 + \gamma^2)\varphi_2 = q_1(r). \quad (8)$$

在式(8)中,  $\gamma^2 = \sqrt{F_1(F_1 + F_2)}$ ,  $\varphi_1$  是靠近涡旋中心的局部响应,而  $\varphi_2$  表示 Rossby 波的背风波,导致所涉及到的动量和能量向东共同靠近漩涡.

两层的流线通过式(5)和(6)表示,  $\psi_1$  和  $\psi_2$  由下式给出:

$$\psi_1 = \frac{\lambda_2\varphi_1 - \lambda_1\varphi_2}{\lambda_2 - \lambda_1} = \frac{(1 + \sigma)\varphi_1 - (1 - \sigma)\varphi_2}{2}, \quad \psi_2 = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{\lambda_1 - \lambda_2} = \frac{\sigma(\varphi_2 - \varphi_1)}{2}, \quad (9)$$

其中

$$\sigma = \frac{F_1}{\gamma^2} = \sqrt{\frac{F_1}{F_1 + F_2}}. \quad (10)$$

在无限域中,涡旋向西行进之前,即  $x \rightarrow -\infty$ . 无黏性的流体受到向西扰动的条件制约. 因此在极坐标下容易解出扰动流向西延伸过程中的解析解,通过 Bessel 函数解出  $\varphi_2, \varphi_2^*$  可以写成

$$\varphi_2 = \frac{\pi}{2} J_0(\gamma r) \int_r^\infty r q_1(r) Y_0(\gamma r) dr - \frac{\pi}{2} Y_0(\gamma r) \int_0^r r q_1(r) J_0(\gamma r) dr + \varphi_2^*, \quad (11)$$

其中特解  $\varphi_2^*$  为

$$\varphi_2^* = J_0(\gamma r) \int r q_1(r) Y_0(\gamma r) dr - Y_0(\gamma r) \int r q_1(r) J_0(\gamma r) dr, \quad (12)$$

将其应用于渐近解知

$$\varphi_2 \cong \varphi_2^* \sqrt{\frac{2\pi}{\gamma r}} \sin\left(\gamma r - \frac{\pi}{4}\right), \quad -\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}. \quad (13)$$

斜压流体的经向传播速度通常从涡旋向西运动过程中获得,下层 Rossby 背风波模式的中心最大值相对于上层涡流中心向东平移. 推导出式(13)的解析解用作数值模拟的初始条件. 这种方法消除了细尺度  $\beta$  环流典型的圆形涡流,没有 Rossby 背风波.

本文采用理想两层模型与相关数值模拟,研究了在大尺度二次剪切流中忽略黏性嵌入斜压涡旋,分析了二次剪切流对稳定辐射斜压涡旋的不稳定性影响以及涡旋的寿命长短. 在研究中发现,二次剪切基本流与涡流的色散关系再次证实了基本纬向流切变可以引起斜压不稳定性. 利用 Bessel 函数的数值解可以解释斜压流体向西运动引起斜压涡旋,且不断产生 Rossby 波. 纬向基本流体现出一个有趣的例子,即 Rossby 波的传播轨迹由其所处的背景流产生,同时还提供了维持 Rossby 波传播所具备的条件. 因此,在大尺度大气海洋中,基本流二次剪切是引起斜压涡旋不稳定的主要原因,且二次切变下的扰动流影响涡旋寿命的延续,对延长涡旋寿命有重大意义.

### 3 结 论

本文通过两层大气模式,采用上下两层涡度对 Rossby 波振幅的色散关系进行了研究. 采用 Bessel 函数数值近似解的方法,考虑了中高纬度,纬向基本流在二次剪切下,对稳定辐射斜压 PV 的不稳定性影响. 刻画出二次剪切流中 Rossby 波振幅与上下两层涡流的演化及其色散关系. 研究发现: Rossby 波随纬度变化的走向是纬向二次剪切流中诱发斜压 PV 不稳定性的因素之一,同时在二次切变下基本纬向流  $U(y)$  对斜压流体的不稳定性存在影响,以及对涡旋寿命的延伸起到一定的作用.

### 参考文献 (References):

- [1] AGUEDIOU H, DADOU L, CHAIGNEAU A, et al. Eddies in the tropical Atlantic ocean and their seasonal variability[J]. *Geophysical Research Letters*, 2019, **46**(21): 12156-12164.
- [2] GALLET B, FERRARI R. The vortex gas scaling regime of baroclinic turbulence[J]. *Proceeding of the National Academy of Sciences*, 2020, **117**(9): 4491-4497.
- [3] ARBIC B K, FLIERL G R. Coherent vortices and kinetic energy ribbons in asymptotic, quasi two-dimensional f-plane turbulence[J]. *Physics of Fluids*, 2003, **15**(8): 2177-2189.
- [4] 王爽, 菅永军. 周期壁面电势调制下平行板微管道中的电磁电渗流动[J]. *应用数学和力学*, 2020, **41**(4): 396-405. (WANG Shuang, JIAN Yongjun. Magnetohydrodynamic electroosmotic flow in zeta potential patterned micro-parallel channels[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2020, **41**(4): 396-405. (in Chinese))
- [5] FLIERL G R. Rossby wave radiation from a strongly nonlinear warm eddy[J]. *Journal of Physical Oceanography*, 1984, **14**(1): 47-58.
- [6] NYCANDER J, SUTYRIN G G. Steadily translating anticyclones on the beta plane[J]. *Dynamics of Atmospheres and Oceans*, 1992, **16**(6): 473-498.
- [7] PAKYARI A, NYCANDER J. Steady two-layer vortices on the beta-plane[J]. *Dynamics of Atmospheres and Oceans*, 1996, **25**(2): 67-86.
- [8] 穆穆. 两个大气动力学模式整体强解的存在唯一性[J]. *应用数学和力学*, 1986, **7**(10): 907-912. (MU Mu. Ex-

- istence and uniqueness of global strong solutions of two models in atmospheric dynamics[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 1986, **7**(10): 907-912. (in Chinese))
- [9] SUTYRIN G G, DEWAR W K. Almost symmetric solitary eddies in a two-layer ocean[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1992, **238**: 633-656.
- [10] HELD I M, LARICHEV V D. A scaling theory for horizontally homogeneous, baroclinically unstable flow on a beta plane[J]. *Journal of the Atmospheric Sciences*, 1996, **53**(7): 946-952.
- [11] SUTYRIN G G, RADKO T. Why the most long-lived oceanic vortices are found in the subtropical westward flows[J]. *Ocean Model*, 2021, **161**: 101782.
- [12] SUTYRIN G G, HESTHAVEN J S, LYNNOV J P, et al. Dynamical properties of vortical structures on the beta-plane[J]. *Journal of the Fluid Mechanics*, 1994, **268**: 103-131.
- [13] DILMAHAMOD A F, AGUIAR-GONZALEZ B, PENVEN P, et al. SIDDIES corridor: a major east-west pathway of long-lived surface and subsurface eddies crossing the subtropical South Indian Ocean[J]. *Journal of Geophysical Research: Oceans*, 2018, **123**(8): 5406-5425.
- [14] SUTYRIN G G. How baroclinic vortices intensify resulting from erosion of their cores and/or changing environment[J]. *Ocean Modell*, 2020, **156**(3): 101711.
- [15] 陈利国, 杨联贵. 推广的 $\beta$ 平面近似下带有外源和耗散强迫的非线性 Boussinesq 方程及其孤立波解[J]. *应用数学和力学*, 2020, **41**(1): 98-106. (CHEN Liguó, YANG Liangui. A nonlinear Boussinesq equation with external source and dissipation forcing under generalized  $\beta$  plane approximation and its solitary wave solutions[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2020, **41**(1): 98-106. (in Chinese))
- [16] YANG L, DA C, SONG J, et al. Rossby waves with linear topography in barotropic fluids[J]. *Chinese Journal of Oceanology and Limnology*, 2008, **26**: 334-338.
- [17] LARICHEV V D, REZNIK G M. Two-dimensional Rossby soliton: an exact solution[J]. *Doklady Akademii Nauk SSSR*, 1976, **231**(5): 1077-1079.
- [18] TULLOCH R, MARSHALL J, HILL C, et al. Scales, growth rates and spectral fluxes of baroclinic instability in the ocean[J]. *Journal of Physical Oceanography*, 2011, **41**(6): 1057-1076.
- [19] GUO C Z, JIAN S. Baroclinic instability of a time-dependent zonal shear flow[J]. *Atmosphere*, 2022, **13**(7): 1058.
- [20] PEDLOSKY J. *Geophysical Fluid Dynamics*[M]. Springer-Verlag, 1987: 710.
- [21] VALLIS G K. *Atmospheric and Oceanic Fluid Dynamics*[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2006: 745.
- [22] 陈利国. 大气和海洋中两类非线性孤立波模型研究[D]. 呼和浩特: 内蒙古大学, 2020. (CHEN Liguó. Study on two kinds of nonlinear solitary wave models in atmosphere and ocean[D]. Hohhot: Inner Mongolia University, 2020. (in Chinese))
- [23] KURCZYN J, BEIER E, LAVÍN M, et al. Anatomy and evolution of a cyclonic mesoscale eddy observed in the northeastern Pacific tropical-subtropical transition zone[J]. *Journal of Geophysical Research: Oceans*, 2013, **118**(11): 5931-5950.
- [24] CHEN G, HAN G, YANG X. On the intrinsic shape of oceanic eddies derived from satellite altimetry[J]. *Remote Sensing of Environment*, 2019, **228**: 75-89.
- [25] KIZNER Z, BERSON D, REZNIK G, et al. The theory of the beta-plane baroclinic topographic modons[J]. *Geophysical & Astrophysical Fluid Dynamics*, 2003, **97**(3): 175-211.