

# 倒刺型接触超材料力学性能研究\*

田耕鑫<sup>1</sup>, 曹升虎<sup>1</sup>, 张健<sup>1,2</sup>

(1. 西安理工大学 土木建筑工程学院, 西安 710048;

2. 西安理工大学 力学实验室, 西安 710048)

**摘要:** 受到一些植物茎部和部分猫科动物舌头上的倒刺结构在不同方向上表现出差异性的启发, 该研究设计了一种可重复使用且易恢复的倒刺型超材料, 并对其力学性能进行了理论分析和数值分析. 研究表明, 在倒刺的往复运动中, 当选取矩形截面高×宽为 1 mm×1 mm, 长为 20 mm, 且与竖直方向呈 60°角的倒刺时, 与阻挡凸台正向接触过程中的最大反力约为逆向接触过程中最大反力的 20 倍左右, 而所消耗能量则相差约 200 倍. 当倒刺与竖直方向的角度减小时, 倒刺结构吸收能量更多, 恢复所需能量更少; 当倒刺长度增大时, 倒刺结构吸收能量减小, 恢复所需能量也减小. 这表明该结构具有出色的抗冲击性能和能量吸收能力, 正逆向所需能量差异较大, 结构更容易恢复, 并且可以通过对倒刺角度和长度设计提升吸能效率.

**关键词:** 仿生; 各向异性; 超材料; 吸能; 易恢复

**中图分类号:** O34 **文献标志码:** A **DOI:** 10.21656/1000-0887.440285

## Study on Mechanical Properties of Barbed Contact Metamaterials

TIAN Gengxin<sup>1</sup>, CAO Shenghu<sup>1</sup>, ZHANG Jian<sup>1,2</sup>

(1. School of Civil Engineering, Xi'an University of Technology, Xi'an 710048, P.R.China;

2. Mechanics Laboratory, Xi'an University of Technology, Xi'an 710048, P.R.China)

**Abstract:** Inspired by the differences in the barbed structures of some plant stems and cat tongues in different directions, a reusable and easy-to-recover barbed metamaterial was designed, with its mechanical properties analyzed theoretically and numerically. The results show that, in the reciprocating motion of the barbs, when the barb rectangular section sizes are 1 mm × 1 mm, the length is 20 mm, and the angle with the vertical direction is 60°, the maximum reaction force in the forward contact process with the blocking rib will be about 20 times of the maximum reaction force in the reverse contact process, and the former energy consumption is about 200 times of the latter. With the decrease of the angle between the barb and the vertical direction, the barb structure will exhibit a higher energy absorption capacity and a reduced energy requirement for recovery. Similarly, with the increase of the barb length, the structure energy absorption will be lower and the energy required for recovery will reduce. These characteristics indicate that, the structure possesses excellent impact resistance and energy absorption capacity. Structures with significant energy disparities between forward and backward motions are more easily recoverable, and the energy absorption efficiency can be enhanced by carefully designing the angles and lengths of the barbs.

\* 收稿日期: 2023-09-20; 修订日期: 2023-11-25

作者简介: 田耕鑫(1999—), 男, 硕士生 (E-mail: 1300907140@qq.com);

曹升虎(1972—), 男, 副教授, 博士, 硕士生导师(通讯作者. E-mail: caosh@xaut.edu.cn).

引用格式: 田耕鑫, 曹升虎, 张健. 倒刺型接触超材料力学性能研究[J]. 应用数学和力学, 2024, 45(9): 1172-1181.

**Key words:** bionic; anisotropic; metamaterial; energy absorption; easy recovery

## 0 引 言

超材料不同于传统意义上的普通材料,它们是人工制造的一类材料,无法在自然环境中形成.力学超材料是一种人工结构体,其可以具有与常规力学性质相反的特点,这是由其微观结构单元的几何形状所决定<sup>[1]</sup>,而非其组成部分的性质.超材料具备多种独特的力学性能,例如可编程性<sup>[2]</sup>、可重构性<sup>[3]</sup>、负刚度特性、复杂的双稳定性以及可调刚度<sup>[4-5]</sup>.这些独特的力学性能使超材料在吸能领域具有广泛的应用潜力,并为解决工程中复杂的吸能问题提供了新的可能性<sup>[6-7]</sup>.

优秀的吸能材料应具备轻质、高能量密度和可重复使用的特点.然而,传统吸能材料往往无法满足这些要求,如金属的塑性变形和陶瓷的破裂等<sup>[8]</sup>.主要原因在于它们过于依赖材料本身的特性和破坏变形来实现吸能任务<sup>[9-10]</sup>,无法实现材料的可重复使用,并且在生产和日常生活中面临不同的吸能需求.因此,针对依赖于材料属性的吸能材料(如金属材料)<sup>[11]</sup>,需要进行重新设计,但这通常需要耗费大量时间.为了解决每次面对不同吸能任务时需要重新设计材料的问题,我们需要开发一种新型的吸能材料,以能够快速适应不同吸能任务的需求.

超材料的广泛应用为解决这个问题提供了解决方案.超材料由人工设计和组装的微观结构单元构成,可以通过排列这些微观结构单元来实现各种吸能任务<sup>[12-14]</sup>.进一步设计微观结构单元也可以解决塑性材料吸能材料无法重复使用的问题,例如卡扣型超材料和多稳态吸能材料.然而,对这些材料分析后可知,它们在吸能和恢复过程中的能量差异不大.换句话说,在恢复过程中需要消耗相对较多的能量.为了解决恢复过程中能量消耗较多的问题,需要找到新的方法以节省成本.通过观察自然界中的动植物,我们发现了一种特殊的倒刺结构,该结构在不同方向上施加相同载荷时产生不同的力学响应.图1展示了自然界中三种常见的倒刺结构.



(a) 植物茎上倒刺

(a) Barbs on plant stems



(b) 松树枝叶的倒刺型排布

(b) The barb-type arrangement of pine branches and leaves



(c) 老虎舌上的倒刺结构

(c) The barbed structure on the tongue of a tiger

图1 自然界中具有倒刺结构的生物

Fig. 1 Organisms with barbed structures in the nature

受到这些结构的启发,本文提出了一种新型材料,即倒刺型摩擦吸能超材料,通过结构变形来实现能量吸收.这种超材料不仅具有轻质、高能量密度和可重复使用的优点,还具备超材料的可编程性和可恢复性.与

吸能过程相比,它在恢复过程中所需能量较少,同时具有更高的吸能性能.设计这种材料的灵感来源于某些植物茎部和部分猫科动物舌头上的倒刺结构.某些猫科动物为了吃到骨头上的肉,会竖起舌头上的倒刺增加接触力,从而舔舐下肉.然而,倒刺不总是竖起的,当它们不需要捕猎或进食时会收起倒刺,以减少接触力,避免伤害到自己.因此,在梳理毛发时,它们会收起倒刺.这种结构正是模拟了这种舔舐过程.

## 1 倒刺吸能结构的设计

笔者受生物体倒刺结构的启发,设计了如图2所示的倒刺吸能结构.该结构由内筒和外筒组成,其内径和外径不同.内筒上均匀排列着倒刺,并在外筒内侧边缘设计了凸台,用于阻止倒刺向下运动.为了提高内筒在向下运动时的稳定性,在内筒和外筒之间设计了滑轨和滑槽.

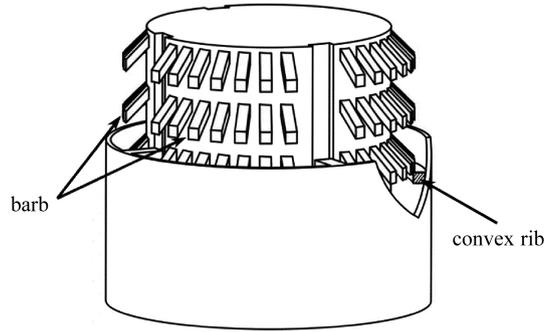


图2 倒刺吸能超材料示意图

Fig. 2 Schematic diagram of the barb-absorbing metamaterial

当系统的上部受到冲击或负载时,内筒会向下运动,倒刺受到凸台的阻挡,从而发生变形以吸收外部加载的能量.随着内筒的向下运动,倒刺逐个与外筒内的凸台接触,重复这一接触过程,直到外部加载无法完成倒刺的接触变形为止.经过变形的倒刺通过往复振动将储存的能量耗散掉.当内筒运动到底端时,吸能过程完成.完成吸能过程后,当施加向上的外力于内筒时,由于倒刺结构的特殊性,只需施加很小的力即可使内筒恢复到原始状态,完成恢复过程.

## 2 倒刺吸能结构的力学性能分析

### 2.1 倒刺结构理论分析

如图3所示,为了简化分析,我们选择如图2中的一个倒刺与凸台进行接触.由于这两个构件是相对运动的,可以固定倒刺的一端,让凸台向上(或向下)运动并与倒刺接触变形.进一步简化,可以将倒刺和凸台视为平面结构.因此,可以考虑一个悬臂梁,其左端固定,长度为 $L$ ,与竖直方向夹角为 $\varphi$ ,与一个厚度可以忽略不计的矩形凸台进行接触分析.在这种情况下, $X$ 表示凸台与倒刺末端的距离.

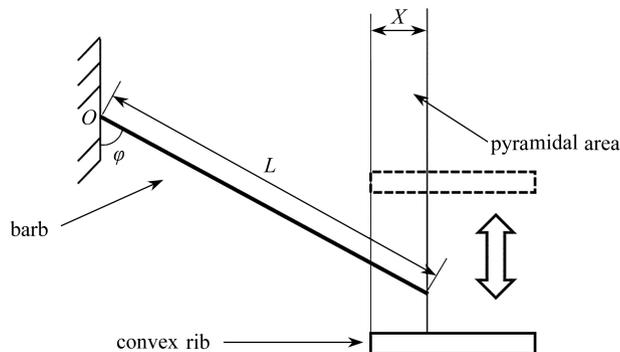


图3 倒刺吸能结构简化平面图

Fig. 3 The simplified plan of the barbed energy absorption structure

在 Euler-Bernoulli 梁理论下(即只考虑弯曲变形,忽略横截面的切应变)进行理论分析.在此假设中,认为凸台是一个刚性部件,在受负载和恢复过程中与其他部件接触时不发生变形.结构的能量吸收能力主要受到梁的弯曲影响<sup>[15-21]</sup>.因此,在分析倒刺结构的弯曲行为时,只需要考虑梁的弯曲部分.

在凸台向上运动与倒刺接触过程中建立如下模型,如图 4 所示,由于凸台向上运动极为缓慢,可以将其看作静力问题.为了分析此问题,以梁的固定端为原点杆方向建立坐标系  $xOy$ , 由于杆受到力  $F$  作用,杆件自由端在变形过程是不确定的.为了使计算简便,建立一个恒定不变的坐标系,以  $A$  为原点沿着梁方向建立曲线坐标系  $AO$ , 使用  $s$  的值可以表示在任意变形状态下杆件同一位置,在  $A$  处  $s = 0$ ,  $O$  处  $s = L$ .在梁变形过程中,坐标系  $AO$  随着梁一同变形,如图 4 所示,图中悬臂梁末端在刚体作用下受到力  $F$  的作用出现图示变形.  $F$  与  $x$  轴夹角为  $\gamma$ ,  $F$  指向  $x$  负半轴时  $\gamma$  取零,顺时针增大,逆时针减小,取左侧截面,上侧受拉弯矩为正.  $\alpha$  是梁上一点  $s$  变形后,切线与梁末端受力载荷方向的夹角.

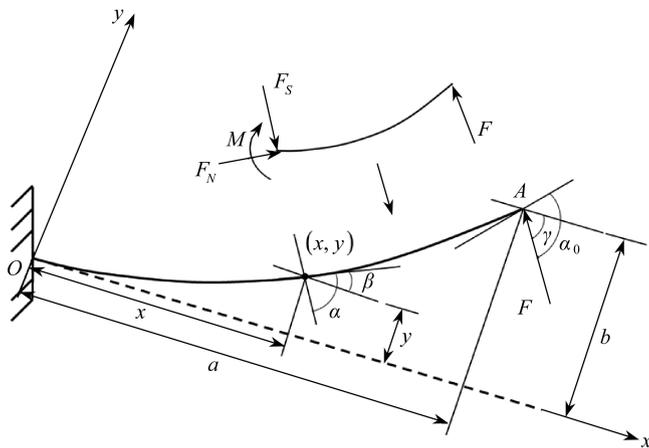


图 4 倒刺接触变形图

Fig. 4 The barb contact deformation diagram

图 4 中  $x, y$  分别是在跟随着梁的坐标系中,坐标值  $s$  处对应的点在  $xOy$  坐标系中的横纵坐标.

力学方程 梁上任意一点  $s$  所受弯矩为

$$M(x, y) = F(a - x) \sin \gamma + F(b - y) \cos \gamma, \tag{1}$$

$a, b$  是梁自由端  $A$  点的坐标.

几何方程 梁自由端沿梁建立坐标系  $s$  该坐标系随着梁一同变形,这个坐标系可以保证梁上每一个点对应每一个  $s$ , 若取梁上任一点  $s$  处的微段  $ds$ , 有以下方程:

$$\frac{dx}{ds} = -\cos \beta, \quad \frac{dy}{ds} = -\sin \beta, \quad -\kappa = \frac{d\beta}{ds}, \tag{2}$$

$\kappa(s)$  是该点处的曲率,  $\beta(s)$  是该点处梁的切线与  $x$  轴的夹角.

对式(1)两边对弧长  $s$  求导可得

$$\frac{dM(x, y)}{ds} = F \sin \gamma \cdot \cos \beta + F \cos \gamma \cdot \sin \beta = F \sin(\gamma + \beta). \tag{3}$$

由 Euler-Bernoulli 梁理论,梁上任意一点处的弯矩和该点处的曲率成正比:

$$M = EI\kappa(s), \tag{4}$$

$E$  是弹性模量,  $I$  是惯性矩.

为了得到  $\kappa(s)$  和  $\alpha(s)$ , 设  $\alpha_0$  为已知,即  $\alpha(0) = \beta(0) + \gamma = \alpha_0$ , 引入参数  $\omega = \sqrt{\frac{F}{EI}}$ ,  $q = \sin\left(\frac{\alpha_0}{2}\right)$ , 代入边界条件:

$$\alpha(L) = \gamma, \quad \kappa(0) = 0.$$

在此基础上通过 Jacobi 椭圆函数进行求解得到  $\kappa(s), \alpha(s)$ :

$$\alpha(s) = 2\arcsin(q \cdot \operatorname{sn}(\omega s + c, q)), \quad (5)$$

$$\kappa(s) = -2q\omega \cdot \operatorname{cn}(\omega s + c, q), \quad (6)$$

其中

$$c = \operatorname{sn}^{-1}\left(\frac{\sin\left(\frac{\alpha_0}{2}\right)}{q}, q\right).$$

由  $\alpha = \beta + \gamma$ , 代入  $\frac{dx}{ds} = -\cos\beta$ ,  $\frac{dy}{ds} = -\sin\beta$  可得

$$\frac{dx}{ds} = -\cos\beta = -\cos\alpha \cdot \cos\gamma - \sin\alpha \cdot \sin\gamma, \quad (7)$$

$$\frac{dy}{ds} = -\sin\beta = -\sin\alpha \cdot \cos\gamma + \cos\alpha \cdot \sin\gamma. \quad (8)$$

令  $\xi(s) = -\int_L^s \cos\alpha \cdot ds$ ,  $\eta(s) = -\int_L^s \sin\alpha \cdot ds$ , 通过计算整理, 则有

$$x(s) = \xi(s) \cdot \cos\gamma + \eta(s) \cdot \sin\gamma, \quad (9)$$

$$y(s) = \eta(s) \cdot \cos\gamma - \xi(s) \cdot \sin\gamma. \quad (10)$$

因此求解  $x(s)$ ,  $y(s)$  转为求解  $\xi(s)$ ,  $\eta(s)$ . 将  $\alpha(s)$  代入, 可得

$$\xi(s) = \left[ \frac{2E(q)}{K(q)} - 1 \right] (L - s) + \frac{2}{\omega} [Z(\omega L + c, q) - Z(\omega s + c, q)], \quad (11)$$

$$\eta(s) = -\frac{2q}{\omega} \cdot [\operatorname{cn}(\omega L + c, q) - \operatorname{cn}(\omega s + c, q)], \quad (12)$$

$K$  是第一类完全椭圆积分函数 (Elliptic  $K$  函数的简写),  $E$  是第二类完全椭圆积分函数.

想要求解在凸台向上运动过程中所受反力  $F$ , 通过上述理论分析只需得到  $\alpha_0, \gamma, a, b$  中至少两个参数, 便可求解  $F$ .

应变能

$$U = \int_0^L dU = \int_0^L \frac{M^2}{2EI} ds = \frac{1}{2EI} \int_0^L \left[ \frac{2Fk}{\omega} (\operatorname{cn}(c, k) - \operatorname{cn}(\omega s + c, k)) \right]^2 ds. \quad (13)$$

## 2.2 理论分析与数值模拟对比

根据本研究设计的模型进行理论推导和数值模拟, 以确保结果的准确性. 本文所设计的模型应用机理是通过结构的大变形来完成吸能任务. 因此在选择材料时, 必须考虑到其能否完成大变形, 并且在变形后能否恢复原状以实现可重复使用.

如图 5 所示, 为了确定倒刺所需的材料, 通过文献调研选择了 TPU 材料进行仿真模拟. TPU 具有较大的变形伸长率, 不容易破坏, 并且在本研究中, 随着应变的变化, 其弹性模量变化较小, 可以作为线弹性材料进行计算. 通过对实验数据进行拟合<sup>[22]</sup>, 得到了 TPU 材料的弹性模量为  $E = 104.3 \text{ MPa}$ . 观察实验得到的应力-应变数据和数值模拟过程中材料的应力-应变曲线, 可以看出仿真所使用的材料与实验数据拟合较好, 说明了仿真模拟的可靠性.

接下来, 选取一根长为  $L = 60 \text{ mm}$ , 截面为  $1 \text{ mm} \times 1 \text{ mm}$  的矩形倒刺, 并使倒刺与固定端夹角为  $60^\circ$ , 同时使倒刺与凸台恰好接触即  $X = 0$  时, 进行理论求解和数值分析. 将求解在凸台向上 (或向下) 运动到不同位置时力  $F$  的大小, 以及整个过程中所需要的能量.

表 1 和表 2 中是选取在凸台向上或向下移动时不同位移下得到接触力的理论解和数值解, 通过数据对比可以看出, 在整个接触过程中理论解与数值解之间虽然很接近但是还是有一些误差, 发生这种误差可能是因为剪切效应以及弹性模量变化的影响, 通过计算可以得出相对误差小于 5%, 说明椭圆函数法和数值方法分析梁大变形是相对准确的.

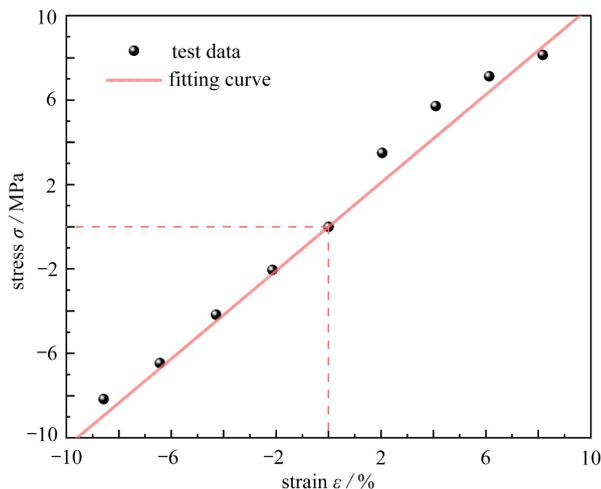


图 5 实验数据拟合图

Fig. 5 The experimental data fitting curve

表 1 吸能过程理论解与数值模拟凸台在不同位置时力的大小和凸台与倒刺脱离时的能量

Table 1 Theoretical solution of the energy absorption process and numerical simulation of the force of the rib in different positions and the energy of the rib at the moment of separation from the barb

displacement $D$ /mm	1	3	5	6	7	10	15	17.84 (separation)	$E_{int}$ /mJ
$F_{FEM}$ /mN	4.04	12.35	20.01	23.58	33.38	51.97	71.32	72.91	0.644 2
$F_{theory}$ /mN	4.01	12.18	19.71	23.14	32.52	51.06	69.95	70.22	0.627 9
relative error $\delta$	0.007	0.013	0.015	0.019	0.026	0.027	0.029	0.037	0.026

表 2 恢复过程理论解与数值模拟凸台在不同位置时力的大小和凸台与倒刺脱离时的能量

Table 2 The theoretical solution of the recovery process and the numerical simulation of the force of the rib in different positions and the energy of the rib at the moment of separation from the barb

displacement $D$ /mm	1	1.5	2	2.14 (separation)	$E_{res}$ /mJ
$F_{FEM}$ /mN	1.53	2.56	4.03	4.52	0.003 30
$F_{theory}$ /mN	1.52	2.54	3.99	4.45	0.003 26
relative error $\delta$	0.006	0.008	0.010	0.015	0.011

由图 6(a)所示的力-位移曲线可以观察到,随着凸台的向上运动倒刺发生弯曲变形,接触力  $F$  在逐渐增大到最大值时倒刺与凸台脱离,此后  $F$  瞬间变为 0,在接触变形过程中会分为图所示 3 个阶段:在 i 阶段倒刺末端受到凸台施加的竖直向上力  $F$  作用,可直接进行计算,倒刺末端会随着凸台右端滑移.当凸台运动到一定位置,倒刺末端转角为  $30^\circ$  时进入 ii 阶段,此时力  $F$  方向不变但是接触由点接触变为面接触,因此力-位移曲线会出现一小段阶跃,在计算时由于过程较短使用点接触代替面接触进行计算,凸台继续运动由于凸台尖端与倒刺固定端的水平距离是固定的,通过计算可以得到在倒刺上一点施加竖直向上的力  $F$ ,该点变形后距固定端的水平距离为凸台尖端与倒刺固定端的水平距离,且转角为  $30^\circ$ .接下来到 iii 阶段,面接触转为点接触,从曲线上可以看出,力  $F$  增大幅度逐渐减小主要是由于力  $F$  方向的改变使得力  $F$  增大幅度变小.凸台上端与倒刺接触点向倒刺末端进行滑移直到脱离为止.

如图 6(b)所示的恢复过程,由于倒刺结构角度差异所以只出现一种情况,随着凸台的向下运动,力  $F$  在逐渐增大,由于角度的原因,倒刺只需要一点变形,即可完成恢复过程,所以在接触过程的反力和位移都较小.

结合上述图表可以看出,在凸台向上向下运动的两个过程中,接触力  $F$  最大值出现在倒刺与凸台脱离接触时,它们之间相差 16 倍.因此可以得出,在两个运动过程中倒刺最大的变形程度相差较大,即使是接触位移相同时,接触力  $F$  也是相差较大的,通过分析可知,两个过程差距主要在于力对整个倒刺结构的作用方向.

在图6中,  $E_{\text{int}}$  是力-位移曲线与  $x$  轴所围成的面积,  $E_{\text{res}}$  是在恢复过程中力-位移曲线与  $x$  轴所围成的面积, 容易得出  $E_{\text{int}} > E_{\text{res}}$ . 由表1和表2中数据可以得出  $E_{\text{int}}$  的数值是  $E_{\text{res}}$  的195倍, 结合力-位移曲线可以看出两个过程能量之间差距如此之大的原因: 凸台向上运动过程与倒刺接触位移相较与凸台向下运动过程与倒刺接触位移更大, 并且在接触位移相同时凸台向上运动时的接触力大于凸台向下运动时的接触力。

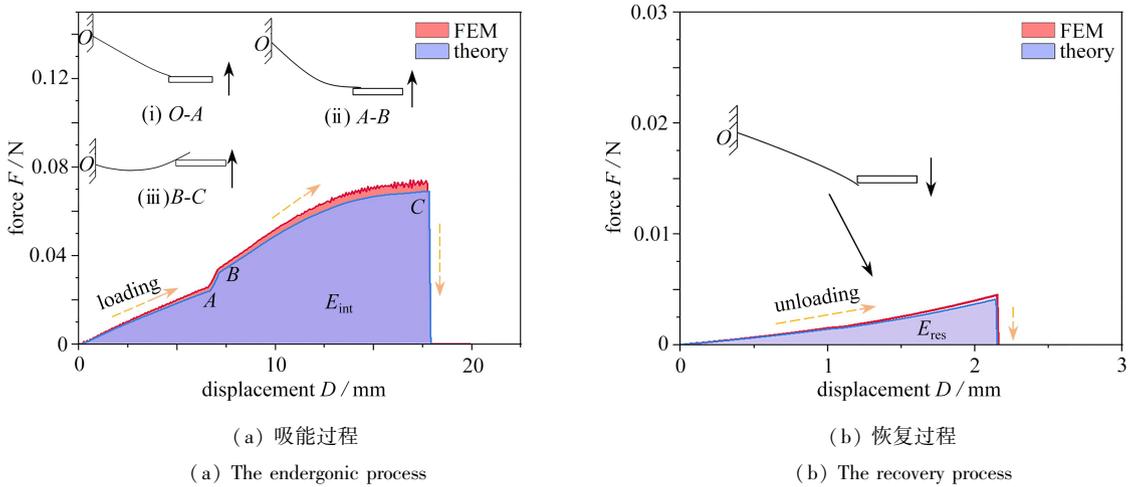


图6 吸能与恢复过程理论分析与数值模拟力-位移对比图

Fig. 6 Theoretical analysis of energy absorption and recovery processes and numerical simulation of force-displacement curves

注 为了解释图中的颜色, 读者可以参考本文的电子网页版本, 后同。

综上所述, 由于倒刺结构的设计角度, 倒刺型摩擦超材料在吸能过程中表现出更大的变形以及与凸台更长的接触位移, 因此会消耗更多的能量; 而在凸台恢复过程中, 变形相对较小, 倒刺与凸台的接触位移更短, 因此消耗的能量相对较少。由此可知, 倒刺型摩擦超材料是一种相对理想的吸能超材料, 可应用于各种吸能任务的不同场景中。

### 2.3 几何尺寸的影响

通过上述内容, 可以得知倒刺型超材料在吸能和恢复过程中消耗能量的差异很大。接下来, 将进一步讨论几何尺寸变化对吸能和恢复过程的影响。

① 当倒刺长度不变且与凸台恰好接触时, 使倒刺与竖直方向的角度改变时吸能和恢复过程中力-位移曲线以及消耗能量的变化。

从图7中可以观察到, 角度的增大和减小对吸能和恢复过程产生了重大影响。在倒刺与竖直方向夹角为  $60^\circ$  时, 出现两种不同的变化。当夹角大于  $60^\circ$  时, 在图7(a)中关于倒刺与凸台接触的吸能过程的叙述中, 力-位移曲线的3个阶段随着角度增大变得越来越不明显, 并且接触力和接触位移随角度的增大而减小, 在恢复过程中力-位移曲线形状没有明显变化, 但接触力和接触位移随角度的增大而减小。当夹角小于  $60^\circ$  时, 力-位移曲线3个阶段更为明显, 并且接触力和接触位移随角度的减小而增大, 恢复过程趋势与之相同。当角度小于  $60^\circ$  时, 在吸能过程中, 力-位移曲线在倒刺与凸台接触即将脱离的阶段显示下降趋势, 即倒刺与凸台脱离时的接触力不是最大接触力。这种情况主要是由于夹角减小和接触力从竖直方向转向水平方向共同作用所导致。恢复过程的力-位移曲线趋势没有发生很大变化, 但是随着角度增加, 恢复所需的最大接触力和接触位移逐渐增大。

表3为倒刺与竖直方向不同角度下吸能和恢复所用能量及比能耗。从表3中可以看出, 角度的变化对吸能和恢复过程中消耗的能量有很大影响。随着角度增加, 吸能过程消耗的能量减少, 恢复过程消耗的能量增大, 即比能耗减小。即角度越小材料吸能更多并且更容易回复。然而, 需要注意的是, 角度的增加会导致接触位移的增加, 即变形程度增大。本研究使用的材料为TPU, 可以在较大夹角下实现变形。如果使用其他材料, 则需要谨慎考虑材料是否会发生破坏的问题。

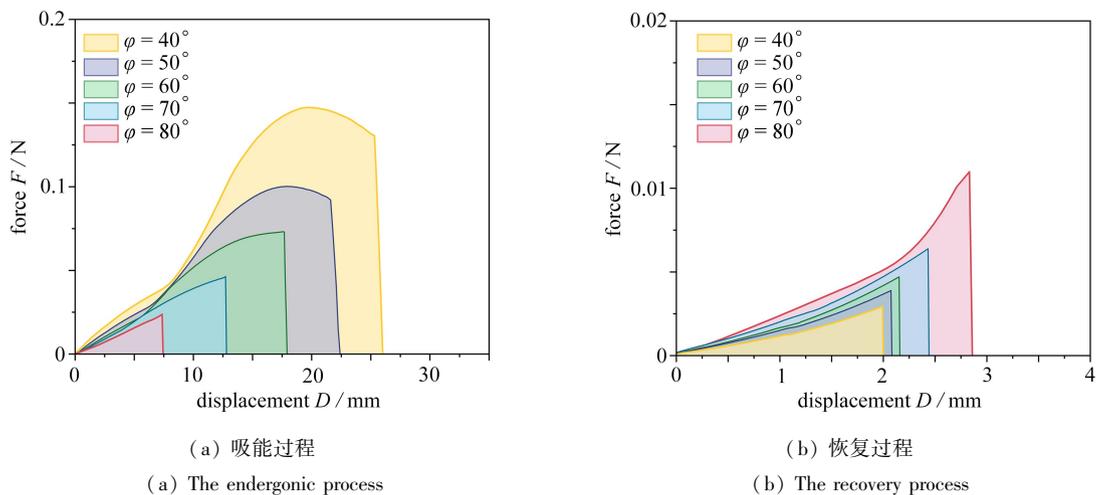


图 7 倒刺与竖直方向不同角度下吸能和恢复方向的力-位移曲线

Fig. 7 Force-displacement curves of energy absorption and recovery processes under different angles of barbed and vertical directions

表 3 倒刺与竖直方向不同角度下吸能和恢复所用能量及比能耗

Table 3 The absorption and recovery of energy and specific energy consumption in barbed and vertical directions at different angles

angle $\varphi / (^{\circ})$	40	50	60	70	80
energy-absorption $E_{int} / \text{mJ}$	1.592 1	1.059 55	0.644 2	0.372 7	0.093
energy-recovery $E_{res} / \text{mJ}$	0.001 9	0.003	0.003 3	0.005	0.007 3
specific energy consumption $E_{int} / E_{res}$	837.95	353.18	195.21	74.54	12.74

② 当倒刺角度为  $60^{\circ}$ , 且与凸台恰好接触时, 改变倒刺长度吸能和恢复过程中力-位移曲线和所消耗能量的变化。

从图 8 可以看出, 随着倒刺长度的增加, 在接触过程的力-位移曲线的整体趋势没有明显变化, 然而当其他条件不变时, 倒刺长度的增加会使结构在吸能过程的接触力减小, 倒刺与凸台的接触位移增大; 在恢复过程中倒刺长度的增加会使的接触力减小, 倒刺与凸台的接触位移同时也会减小。

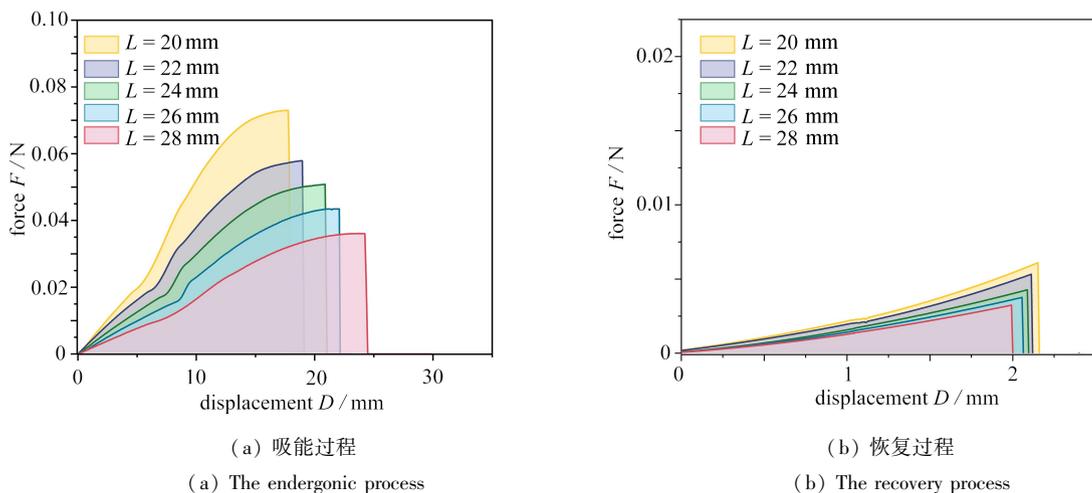


图 8 不同倒刺长度的吸能和恢复方向的力-位移曲线

Fig. 8 Force-displacement curves of energy absorption and recovery processes with of different barb lengths

表 4 为不同倒刺长度的吸能和恢复所用能量及比能耗。根据表 4 中数据可以看出, 长度变化会让吸能和恢复过程所需能量减小但比能耗增大, 说明长度的改变会使结构在吸能过程减小一些能量但恢复过程中会更容易恢复。需要注意的是, 吸能过程能量虽然相对减少程度不是很大, 但接触距离增长在应对不同问题时也是需要考虑的因素。

表4 不同倒刺长度的吸能和恢复所用能量及比能耗

Table 4 Energy absorption and recovery energy and specific energy consumption with different barb lengths

length $L$ /mm	20	22	24	26	28
energy-absorption $E_{\text{int}}$ /mJ	0.644 2	0.551 5	0.530 6	0.453 8	0.437 3
energy-recovery $E_{\text{res}}$ /mJ	0.003 3	0.002 5	0.002 3	0.001 6	0.001 3
specific energy consumption $E_{\text{int}}/E_{\text{res}}$	195.21	220.60	230.70	283.63	336.38

### 3 结 论

经过对植物茎部和猫科动物舌头上的倒刺结构进行研究,本文设计了一种倒刺型超材料.通过对该超材料进行模型简化的理论分析和数值分析,得出了以下结论:

- 1) 使用椭圆函数理论和有限元方法对倒刺的大变形过程进行了比较,验证了这两种方法的可行性.
- 2) 倒刺型超材料表现出明显的各向异性,吸能过程中消耗的能量远大于恢复过程所需的能量.
- 3) 通过数值模拟不同几何尺寸下的倒刺型超材料发现,倒刺与竖直方向的角度和倒刺长度对吸能恢复过程的能量有重大影响,为倒刺型超材料在不同应用情况下的能量吸收提供了重要参考.
- 4) 倒刺型吸能超材料具备可重复使用性,吸能过程完成后更容易恢复到初始状态,可以多次使用,降低了材料更换成本.

因此,本文设计的倒刺型超材料展现出高能量吸收能力和可重复使用性,为解决各种复杂吸能问题提供了潜在的解决方案.这项研究对吸能超材料的进一步发展和应用提供了有益的参考.

### 参考文献(References):

- [1] XU R, HE Y, LI X, et al. Snap-fit mechanical metamaterials[J]. *Applied Materials Today*, 2023, **30**: 101714.
- [2] PAN F, LI Y, LI Z, et al. 3D pixel mechanical metamaterials[J]. *Advanced Materials*, 2019, **31**(25): 1900548.
- [3] 王竞哲, 陈保才, 朱绍伟, 等. 圆锥形负刚度超材料吸能性能研究[J]. *应用数学和力学*, 2023, **44**(10): 1172-1179. (WANG Jingzhe, CHEN Baocai, ZHU Shaowei, et al. Study on energy absorption performances of conical negative stiffness metamaterials[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2023, **44**(10): 1172-1179. (in Chinese))
- [4] 姬忠莹, 闫昌友, 张晓琴, 等. 仿生取向结构表界面及其摩擦各向异性研究进展[J]. *表面技术*, 2018, **47**(6): 112-121. (JI Zhongying, YAN Changyou, ZHANG Xiaoqin, et al. Research advances in biomimetic surfaces with oriented structures and its frictional anisotropy[J]. *Surface Technology*, 2018, **47**(6): 112-121. (in Chinese))
- [5] MA S, SCARAGGI M, YAN C, et al. Bioinspired 3D printed locomotion devices based on anisotropic friction[J]. *Small*, 2018, **15**(1): 1802931.
- [6] KLATT T, HABERMAN M R. A nonlinear negative stiffness metamaterial unit cell and small-on-large multi-scale material model[J]. *Journal of Applied Physics*, 2013, **114**(3): 033503.
- [7] FANG N, XI D, XU J, et al. Ultrasonic metamaterials with negative modulus[J]. *Nature Materials*, 2006, **5**(6): 452-456.
- [8] DING Y, LIU Z, QIU C, et al. Metamaterial with simultaneously negative bulk modulus and mass density[J]. *Physical Review Letters*, 2007, **99**(9): 093904.
- [9] LAKES R. Foam structures with a negative Poisson's ratio[J]. *Science*, 1987, **235**(4792): 1038-1040.
- [10] ABRAMOWICZ W, JONES N. Dynamic axial crushing of circular tubes[J]. *International Journal of Impact Engineering*, 1984, **2**(3): 263-281.
- [11] REID S R, REDDY T Y, GRAY M D. Static and dynamic axial crushing of foam-filled sheet metal tubes[J]. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2011, **28**(5): 295-322.

- [12] REDDY T Y, REID S R. Axial splitting of circular metal tubes[J]. *International Journal of Mechanical Sciences*, 1986, **28**(2): 111-131.
- [13] 侯海量, 朱锡, 李伟. 轻型陶瓷/金属复合装甲抗弹机理研究[J]. 兵工学报, 2013, **34**(1): 105-114. (HOU Hailiang, ZHU Xi, LI Wei. Investigation on bullet proof mechanism of light ceramic/steel composite armor[J]. *Acta Armamentarii*, 2013, **34**(1): 105-114. (in Chinese))
- [14] 侯海量, 朱锡, 阚于龙. 陶瓷材料抗冲击响应特性研究进展[J]. 兵工学报, 2008, **29**(1): 94-99. (HOU Hailiang, ZHU Xi, KAN Yulong. Advance of dynamic behavior of ceramic material under the impact of projectile [J]. *Acta Armamentarii*, 2008, **29**(1): 94-99. (in Chinese))
- [15] CONWAY H D. The nonlinear bending of thin circular rods[J]. *Journal of Applied Mechanics*, 1956, **23**(1): 7-10.
- [16] 裴晓辉. 悬臂梁平面大变形的椭圆函数解[D]. 西安: 西安电子科技大学, 2014. (PEI Xiaohui. Elliptic function solution to large-deflection problems of cantilever beams[D]. Xi'an: Xidian University, 2014. (in Chinese))
- [17] 刘鸿文. 材料力学[M]. 北京: 高等教育出版社, 2011: 175-189. (LIU Hongwen. *Mechanics of Materials*[M]. Beijing: Higher Education Press, 2011: 175-189. (in Chinese))
- [18] SHVARTSMAN B S. Large deflections of a cantilever beam subjected to a follower force[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2007, **304**(3): 969-973.
- [19] GREENHILL G. *The Applications of Elliptic Functions*[M]. London: Macmillan, 1892: 277-305.
- [20] ARMITAGE J V, EBERLEIN W F. *Elliptic Functions*[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2006: 324-366.
- [21] HOWELL L L, MIDHA A. A method for the design of compliant mechanisms with small-length flexural pivots [J]. *Journal of Mechanical Design*, 1994, **116**(1): 280-290.
- [22] JONSSON A. Some guidelines for implicit analyses using LS-DYNA[Z]. 4th revision. 2014.