

# 考虑率效应的 Ladeveze 本构模型 在复合材料损伤失效中的研究\*

黄宗峥<sup>1</sup>, 米 栋<sup>1</sup>, 欧阳志高<sup>1</sup>, 贺 象<sup>1</sup>, 黄 兴<sup>1</sup>,  
周 威<sup>1</sup>, 蒋蓝蓝<sup>2</sup>, 郭早阳<sup>2</sup>, 马良颖<sup>2</sup>

(1. 中国航发湖南动力机械研究所, 湖南 株洲 412002;  
2. 哈尔滨工业大学(深圳) 理学院, 广东 深圳 518055)

(我刊青年编委梁旭东推荐)

**摘要:** 为研究单向纤维增强复合材料在单轴载荷作用下的承载特性与失效模式差异,对复合材料单向板承载时的塑性累积与损伤演化等力学响应进行了有限元预测.首先,引入基于 2D 连续介质损伤理论的 Ladeveze 本构模型,并将其看作平面应力问题.考虑材料塑性行为的影响,并假定塑性强化为各向同性强化,利用 FORTRAN 编程语言对 LS-DYNA 进行二次开发,编写了基于 Ladeveze 损伤本构模型的用户材料子程序.利用 LS-DYNA 建立复合材料单向板的有限元仿真模型,研究了其在承受纵向拉伸、纵向压缩、横向拉伸、面内剪切等载荷下的典型失效行为,并与试验结果进行了对比,然后对所编写子程序的有效性进行了验证.最后,引入对数型率相关修正函数,对复合材料承受不同应变率载荷下的破坏行为进行了预测,研究了单向纤维增强复合材料率效应敏感度与承载组分之间的关系.

**关键词:** Ladeveze 本构模型; 损伤演化; 率效应; 塑性

**中图分类号:** O232 **文献标志码:** A **DOI:** 10.21656/1000-0887.440358

## Application of the Rate-Dependent Ladeveze Model in Failure Analysis of Composites

HUANG Zongzheng<sup>1</sup>, MI Dong<sup>1</sup>, OUYANG Zhigao<sup>1</sup>, HE Xiang<sup>1</sup>, HUANG Xing<sup>1</sup>,  
ZHOU Wei<sup>1</sup>, JIANG Lanlan<sup>2</sup>, GUO Zaoyang<sup>2</sup>, MA Liangying<sup>2</sup>

(1. AECC Hunan Aviation Powerplant Research Institute,  
Zhuzhou, Hunan 412002, P.R.China;

2. School of Science, Harbin Institute of Technology, Shenzhen,  
Shenzhen, Guangzhou 518055, P.R.China)

(Recommended by LIANG Xudong, M.AMM Youth Editorial Board)

**Abstract:** To investigate the load-bearing capacity and failure modes of unidirectional fiber-reinforced laminates subjected to uniaxial loads, finite element analyses were conducted to predict mechanical responses such

\* 收稿日期: 2023-12-18; 修订日期: 2024-03-13

基金项目: 国家自然科学基金(12372068)

作者简介: 黄宗峥(1988—),男,工程师,硕士(E-mail: 497168872@qq.com);

蒋蓝蓝(1997—),女,博士生(通讯作者. E-mail: jiang\_llan@163.com).

引用格式: 黄宗峥,米栋,欧阳志高,贺象,黄兴,周威,蒋蓝蓝,郭早阳,马良颖.考虑率效应的 Ladeveze 本构模型在复合材料损伤失效中的研究[J].应用数学和力学,2024,45(7):864-874.

as plastic accumulation and damage evolution. The Ladeveze constitutive model based on the 2D continuum damage theory was introduced and a user material subroutine was developed based on this model to consider the plastic behavior of the composites, where the isotropic plastic strengthening was assumed. Subsequently, a LS-DYNA finite element simulation model for unidirectional laminate plates was established to explore typical failure behaviors under loading conditions of longitudinal tension, longitudinal compression, transverse tension, and in-plane shear, respectively. A comparative analysis with experimental results was carried out to validate the efficacy of the developed subroutine. Finally, a logarithmic rate-dependent correction function was introduced to predict the damage modes of composite materials under various strain rate loads. The sensitivity of the rate effect in unidirectional fiber-reinforced laminates and its correlation with load-bearing components were investigated.

**Key words:** Ladeveze constitutive model; damage evolution; rate effect; plasticity

## 0 引 言

纤维增强树脂基复合材料作为高性能结构材料,由于其比模量高、比强度大、耐腐蚀性好和抗疲劳破坏性能强等优点,被广泛地应用于航空航天、军事、海洋、土木和机械等领域<sup>[1]</sup>.自引入纤维增强复合材料等先进材料以来,研究人员基于连续损伤力学和塑性理论,成功开发了多种复合材料失效预测模型,为复合材料在不同服役环境下的真实应力状态分析提供了可靠的理论支持.相较于完全基于弹性的损伤模型,基于耦合损伤、塑性理论的模型能够以更高的精度描述复合材料在复杂应力状态下的纤维屈曲、基体微裂纹、纤维基体脱黏等非线性力学响应.而复合材料结构在最终失效之前不断累积损伤,若只采用简单线弹性理论来判断其破坏过程,将会造成较大的计算误差,因此,将继续引入损伤变量作为连续状态变量,对复合材料损伤演化的全过程进行细致研究.基于连续损伤力学的失效理论,可以更加全面地考虑到每个微损伤模式的起始、演变、不同失效模式并存时的相互影响,为复合材料搭建了一个可以同时考虑塑性效应、损伤累积等因素来判断复合材料损伤演化的基本框架.

20 世纪 80 年代,复合材料渐进失效的方法开始兴起,在众多学者的探索与实践之后,渐进失效分析日趋成熟.Toro 等<sup>[2]</sup>基于代表性体积元的概念,提出了一种用于非均匀微结构材料失效的双尺度公式.该公式预测了微观尺度内裂纹的形成、演化与拓展的过程,为非均质材料复杂断裂问题的研究提供了一种新的理论.Catalanotti 等<sup>[3]</sup>考虑铺层厚度对材料强度的影响,提出了一套分别考虑纵向失效机理与横向失效机理的失效准则,对复合材料在多轴应力状态下的力学响应进行了分析,预测结果与试验结果之间具有良好的一致性.Tsai 等<sup>[4]</sup>基于不变量理论,提出将单位圆作为应变空间中复合材料的失效包络线,以此来描述复合材料层合板的弹性性能及损伤失效行为.Vogler 等<sup>[5]</sup>提出了一种横观各向同性弹塑性本构模型,用于描述单向纤维增强复合材料在承受多轴载荷条件下的裂纹扩展行为.Li 等<sup>[6]</sup>提出了三维应力状态下的断裂面失效准则,根据断裂平面上的应力分量将失效函数视为多项式展开,并在二次项处截断展开,以近似描述失效函数.Chevalier 等<sup>[7]</sup>提出了一种半脆性环氧树脂材料断裂准则,采用裂纹尖端最大主应力的局部应力值进行表示,可利用单轴拉伸和压缩试样上测量的总断裂应力水平来确定破坏准则的两个参数.Sun 等<sup>[8]</sup>基于代表性体积单元建模和分子动力学模拟,开发了成套复合材料多尺度计算分析方法.刘鑫等<sup>[9]</sup>根据夹芯结构的主要失效模式,提出了相应的理论预报公式并绘制了失效机制图,对其在三点弯曲载荷作用下的典型失效行为进行模拟.李汝鹏等<sup>[10]</sup>基于三维 Hashin 准则提出了一种描述裂纹起始以及裂纹扩展的刚度折减方案,利用碳纤维复合材料带孔板对拉伸试验结果进行了有效性验证,并对复合材料开孔板在受载状态下的损伤萌生及演化行为进行了数值分析.李星等<sup>[11]</sup>基于应变不变量理论,考虑了 4 种不同的复合材料失效破坏模式,并提出了相应的失效准则.张超等<sup>[12]</sup>基于 Tsai-Wu 失效准则,结合 Murakami 损伤张量,建立了三维五向复合材料裂纹起始、裂纹扩展及最终失效模型.刘涛等<sup>[13]</sup>考虑界面对复合材料力学响应的影响,利用周期性边界条件,分析了单向纤维增强复合材料在轴向剪切工况下的损伤演化.张永正等<sup>[14]</sup>建立了 C/SiC 复合材料的微/细观单胞模型,并获得了该复合材料的宏观热/力学性能,得到了复合材料热导率和热膨胀系数随温度的变

化规律.刘志明等<sup>[15]</sup>基于连续损伤力学和弹塑性力学,考虑应变率效应、损伤演化以及非线性力学响应,建立了适用于复合材料高应变率效应的损伤本构模型.杨风祥等<sup>[16]</sup>基于 Puck 失效准则,考虑复合材料的非线性剪切关系和损伤演化规律,并对基体采用分区抛物线法,极大提高了确定基体断裂角的效率,较为准确地预测了复合材料剪切失效行为.柳占立等<sup>[17]</sup>基于能量变分法建立了描述金属动态失效过程的热弹塑性相场理论和计算模型,实现了断裂与剪切带失效模式的统一描述.

常见的复合材料成型工艺有模压成型、模塑成型、喷射成型、手糊成型等,而成型过程中的原材料品质参差不齐、制作工艺繁琐、生产设备精度等问题都极易引起复合材料的性能缺陷,复合材料的性能稳定性存在较为明显的差异.近年来,随着复合材料的服役环境不断拓宽,如何准确预测复合材料在复杂应力状态下的力学响应问题迫在眉睫.Ladeveze 等<sup>[18]</sup>提出了一种考虑复合材料纵向(平行于纤维方向)拉伸损伤、纵向压缩损伤、横向(垂直于纤维方向)拉伸损伤以及剪切损伤的连续损伤本构模型.同时考虑率相关效应及塑性的影响,对复合材料的破坏过程中的刚度退化以及损伤演化规律进行了研究.Ladeveze 模型同时考虑了材料的应变率效应、损伤效应和塑性效应,能够较全面地反映复合材料的复杂力学性能<sup>[19]</sup>.复合材料的横向微裂纹在承受压缩载荷时,裂纹将在横向压缩载荷作用下闭合,闭合后将不考虑横向微裂纹对复合材料性能的影响.本文基于 Ladeveze 模型,利用 FORTRAN 语言对 LS-DYNA 进行二次开发,利用 Ladeveze 模型对复合材料的损伤演化行为进行了预测,并与试验结果进行对比,对本构模型的预测效果进行了有效性验证,研究了应变率效应对复合材料损伤的影响.

## 1 Ladeveze 损伤失效模型理论

Ladeveze 本构模型基于 2D 连续介质损伤模型,其主要考虑单向纤维增强复合材料的情况,该模型中复合材料厚度方向的尺寸远小于其他两个方向,因此可以看作平面应力问题.我们将与纤维方向平行的方向设为 1 方向,称为纵向;将与纤维方向垂直的方向设为 2 方向,称为横向.复合材料承受载荷时将根据加载方式产生不同的变形,当应变增加到一定值时,复合材料开始损伤.由于单层板具有 3 个互相正交的弹性对称面,可将其看作正交各向异性材料.考虑上述四种损伤模式<sup>[18]</sup>,Ladeveze 损伤本构关系为

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11}^d & C_{12}^d & 0 \\ C_{12}^d & C_{22}^d & 0 \\ 0 & 0 & C_{66}^d \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{11}^e \\ \varepsilon_{22}^e \\ \gamma_{12}^e \end{Bmatrix}, \quad (1)$$

其中

$$C_{11}^d = \frac{E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}(1 - d^t)(1 - d^{tc}), \quad C_{12}^d = \frac{\nu_{21}E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}(1 - d^t)(1 - d^{tc})(1 - d_2),$$

$$C_{22}^d = \frac{E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}(1 - d_2), \quad C_{66}^d = G_{12}(1 - d_{12}), \quad \nu_{21} = \frac{E_2}{E_1}\nu_{12},$$

$\sigma_{ij}(i, j = 1, 2)$  为应力分量,  $\varepsilon_{ii}^e(i = j, i, j = 1, 2)$  为应变分量,  $\gamma_{ij}^e(i \neq j, i, j = 1, 2)$  为工程剪应变分量,  $E_i(i = 1, 2)$  为弹性模量,  $G_{12}$  为剪切模量,  $\nu_{ij}(i, j = 1, 2)$  为 Poisson 比,  $d_2, d_{12}$  均为损伤变量,  $d^t$  为纤维拉伸断裂损伤变量,  $d^{tc}$  为纤维压缩断裂损伤变量,  $C_{ij}^d(i, j = 1, 2, 6)$  为材料刚度系数.

考虑塑性时,假定塑性强化为各向同性强化,屈服方程表达式为

$$f = \sqrt{\sigma_{12}^2 + a^2\sigma_{22}^2} - R(\varepsilon^p), \quad (2)$$

$$R(\varepsilon^p) = R_0 + \beta(\varepsilon^p)^m, \quad (3)$$

式中,  $m$  为强化指数,  $\sigma_{ij}(i, j = 1, 2)$  为应力分量,  $\varepsilon^p$  为等效塑性应变,  $R(\varepsilon^p)$  为屈服函数,  $R_0$  为初始屈服应力,  $\beta$  为强化系数,  $a$  为剪切与横向塑性应变耦合因子.

考虑率相关效应时,引入对数型率相关修正函数  $F_{ij}(\dot{\varepsilon})$ :

$$F_{ij}(\dot{\varepsilon}) = D_{ij} \log_2 \left( \frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_{ref}} \right) + \log_2(n_{ij}), \quad (4)$$

式中,  $\dot{\epsilon}$  为应变率,  $\dot{\epsilon}_{ij}^{\text{ref}}$  为参考应变率,  $n_{ij}$  和  $D_{ij}$  均为应变率相关参数。

考虑应变率效应时材料的本构关系为

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11}^d(1 + F_{11}(\dot{\epsilon})) & C_{12}^d(1 + F_{11}(\dot{\epsilon}))(1 + F_{22}(\dot{\epsilon})) & 0 \\ C_{12}^d(1 + F_{11}(\dot{\epsilon}))(1 + F_{22}(\dot{\epsilon})) & C_{22}^d(1 + F_{22}(\dot{\epsilon})) & 0 \\ 0 & 0 & C_{66}^d(1 + F_{12}(\dot{\epsilon})) \end{bmatrix}, \quad (5)$$

式中,  $\sigma_{ii}(i=j, i, j=1, 2, 3)$  为应力分量,  $C_{ij}^d(i, j=1, 2, 6)$  为材料刚度系数,  $F_{11}(\dot{\epsilon}), F_{22}(\dot{\epsilon}), F_{12}(\dot{\epsilon})$  分别为纵向弹性模量修正系数、横向弹性模量修正系数、剪切模量修正系数。

考虑率效应的屈服应力为

$$\bar{R}_0 = R_0(1 + F_R(\dot{\epsilon})), \quad (6)$$

式中,  $R_0$  为初始屈服应力,  $F_R(\dot{\epsilon})$  为修正屈服应力。

## 2 基于 LS-DYNA 用户子程序

当 DYNA 材料库中不包含所需要的材料模型时,用户可以自定义材料,生成新的 DYNA 求解器,进行问题的求解<sup>[20]</sup>。为了建立同时考虑率相关效应和塑性影响的 Ladeveze 损伤本构模型,采用 FORTRAN 语言对 LS-DYNA 进行二次开发,对 Ladeveze 损伤本构模型进行了数值实现。

单元积分点在每一个增量步的子程序主要设计思路如图 1 所示,具体如下:

① 读取应变增量矩阵、弹性应变矩阵、塑性应变矩阵、塑性应变增量、应力矩阵、状态变量等数据,根据所读取的数据计算应变率修正系数;

② 根据  $\epsilon_{(n+1)}^{e, \text{try}} = \epsilon_{(n)}^{e, \text{try}} + \Delta \epsilon, \tilde{\sigma}_{(n+1)}^{\text{try}} = C^0 : \epsilon_{(n+1)}^{e, \text{try}}$  进行弹性预测;

③ 根据  $f = \sqrt{\tilde{\sigma}_{12}^2 + a^2 \tilde{\sigma}_{22}^2} - R(\epsilon^p) \leq 0$  进行塑性分析;

④ 若满足  $f \leq 0$ , 则直接更新应力矩阵、弹性应变矩阵、塑性应变矩阵、损伤变量等数据,计算名义应力,返回第一步重新读取新的数据进行塑性判断;

⑤ 若  $f > 0$ , 则求解等效塑性应变增量、更新等效应力、更新塑性应变增量以及弹性应变、更新损伤变量并计算名义应力。

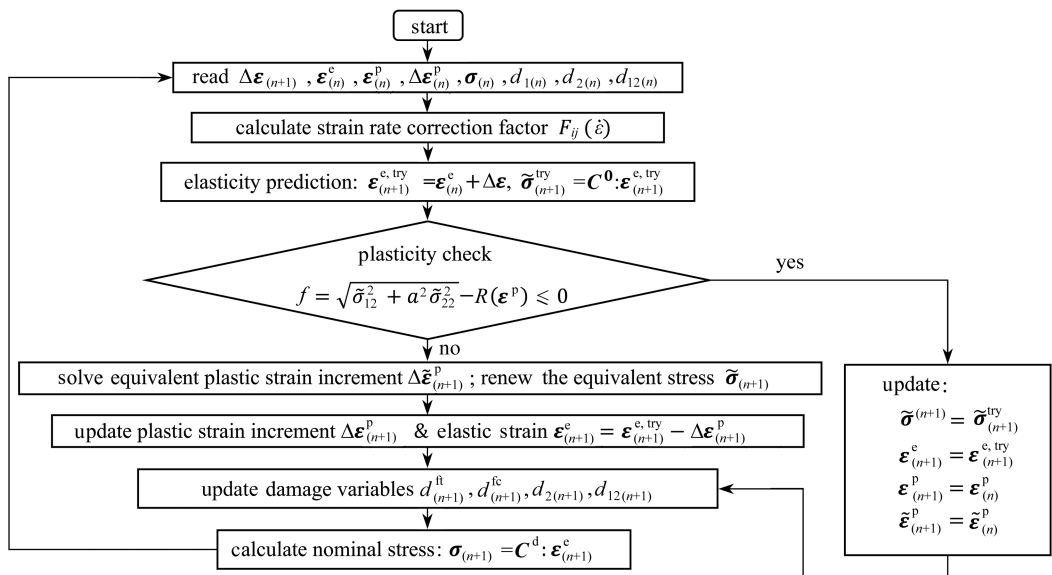


图 1 用户子程序设计思路流程图

Fig. 1 The user subroutine design idea flowchart

### 3 Ladeveze 损伤本构子程序验证及分析

#### 3.1 算例计算

Ladeveze 损伤本构主要考虑复合材料纤维纵向拉伸损伤、纤维纵向压缩损伤、横向拉伸损伤、剪切损伤。首先建立单个壳单元进行前文中 4 种边界条件的模拟,材料参数来自 O'Higgins 等<sup>[21]</sup>标定的 Hexcel 材料公司的 6376CHTA(12K)-5.5-29.5%碳纤维增强树脂基复合材料参数,具体参数见表 1。

表 1 复合材料 Ladeveze 本构参数<sup>[21]</sup>

Table 1 Ladeveze constitutive parameters of the composite<sup>[21]</sup>

parameter	value
longitudinal tensile elastic modulus $E_1^t$ /MPa	139 000
transverse elastic modulus $E_2$ /MPa	10 900
shear elastic modulus $G_{12}$ /MPa	6 000
longitudinal compressive elastic modulus $E_1^c$ /MPa	139 000
Poisson's ratio $\nu_{12}$	0.32
reduction coefficient of longitudinal compressive elastic modulus $\gamma$	$1 \times 10^{-5}$
initial value of debonding damage between fiber and matrix $Y_0 / \sqrt{\text{MPa}}$	0.048
debonding damage limit between fiber and matrix $Y_R / \sqrt{\text{MPa}}$	3.10
debonding damage evolution parameter between fiber and matrix $Y_c / \sqrt{\text{MPa}}$	1.745
initial value of transverse microcrack damage $Y'_0 / \sqrt{\text{MPa}}$	0.07
damage limit value of transverse microcrack $Y'_S / \sqrt{\text{MPa}}$	2.75
damage evolution parameter of transverse microcrack $Y'_c / \sqrt{\text{MPa}}$	0.565
coupling strength of transverse tensile and shear $b$	0.53
initial strain of tensile damage in the fiber direction $\varepsilon_i^{ft}$	0.014 8
tensile damage limit strain in the fiber direction $\varepsilon_u^{ft}$	0.014 9
tensile limit damage value in the fiber direction $d_u^{ft}$	0.99
initial strain of compression damage in the fiber direction $\varepsilon_i^{fc}$	0.008
compressive damage limit strain in the fiber direction $\varepsilon_u^{fc}$	0.008 5
compressive ultimate damage value in the fiber direction $d_u^{fc}$	0.99
initial yield stress $R_0$ /MPa	21.59
hardening coefficient $\beta$	558
cementation index $m$	0.54
shear and transverse plastic strain coupling factor $a$	0.38

将上述 4 种边界条件按照前面所述的开发流程进行子程序编写,并对单个壳单元进行模拟,单胞模型的具体工况如图 2 所示。

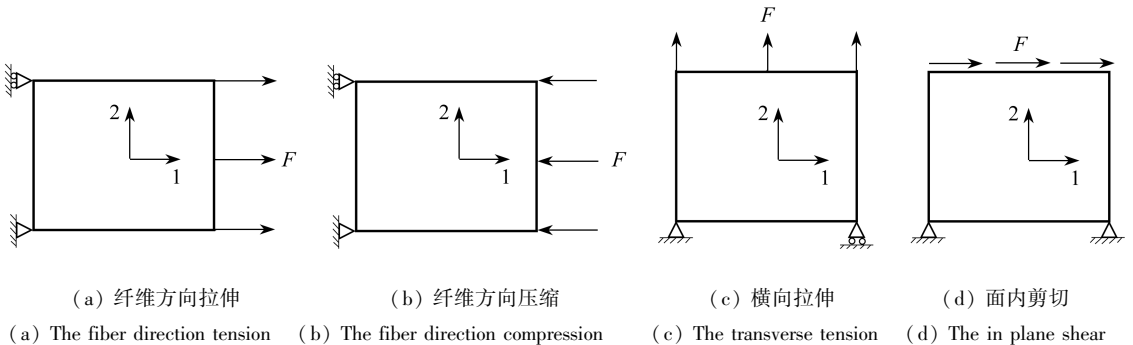


图 2 复合材料单胞模型工况示意图

Fig. 2 Schematic diagram of the single cell model for the composite materials

4 种工况下的模型计算结果如图 3 所示。

由图 3(a)可知,当纤维方向的拉伸应变小于纤维方向拉伸损伤起始应变 0.014 8 时,材料处于线弹性阶段,应力与应变成正比,应力-应变曲线线性增加,损伤变量始终为零.当纤维方向拉伸应变达到纤维方向拉伸损伤起始应变 0.014 8 时,可以看到纤维拉伸损伤变量迅速增大,材料开始进入损伤阶段,应力-应变曲线近似直线下降.当纤维方向的拉伸应变等于纤维方向拉伸损伤极限应变 0.014 9 时,纤维方向损伤变量达到纤维方向拉伸极限损伤值 0.99,材料几乎完全破坏.当纤维方向的拉伸应变大于纤维方向拉伸损伤极限应变 0.014 9 时,纤维方向损伤变量无限接近于 1,材料完全失去承载能力.从图中可以看出,材料从开始发生变形到最终的破坏阶段,应力-应变曲线几乎都为直线,即材料破坏前并没有经历明显的塑性段,且从纤维方向拉伸损伤起始应变与纤维方向拉伸损伤极限应变仅相差 0.000 1.亦可知道,该复合材料在承受纵向载荷时为脆性材料.

由图 3(b)可知,当复合材料受到纤维方向压缩载荷时,其破坏形式与受到纤维方向拉伸载荷时极为相似,且均为纤维承载.当复合材料受到外载荷作用产生变形时,可以根据应变的大小来判断变形程度.当纤维纵向压缩应变小于纤维方向压缩损伤起始应变 0.008 时,损伤变量等于零,材料的纵向压缩模量保持不变,处于线弹性阶段.当纤维纵向压缩应变大于纤维方向压缩损伤起始应变,且小于纤维方向压缩损伤极限应变时,纤维承载能力不断下降,损伤变量逐渐增大,应力迅速下降.当纤维纵向压缩应变大于纤维方向压缩损伤极限应变时,材料压缩破坏,损伤变量趋近于 1,应力-应变曲线下降到零,从材料的破坏趋势可以看出,材料的压缩破坏也近似于脆性破坏,无明显塑性段.

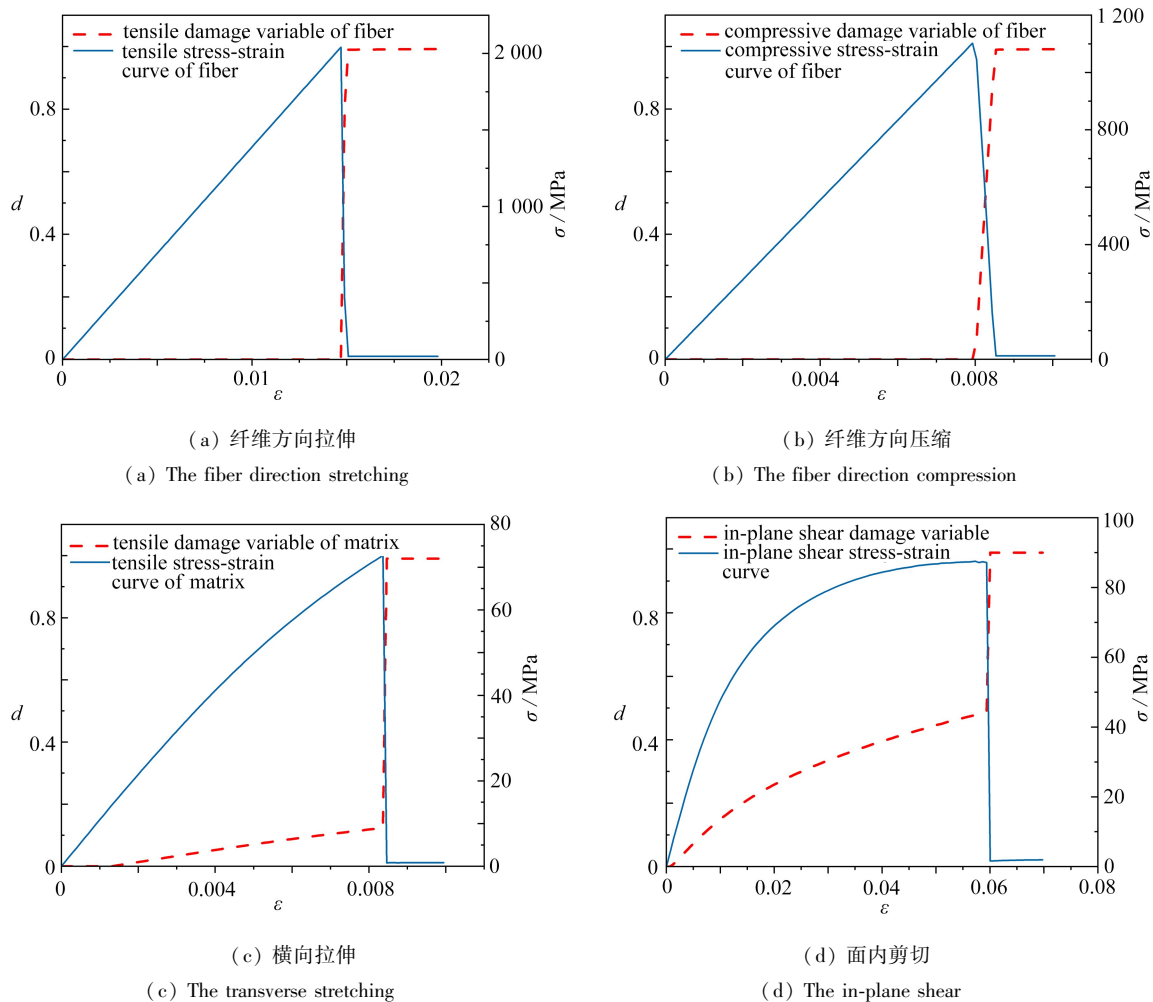


图 3 单元力学响应及损伤演化结果

Fig. 3 Mechanical responses and damage evolution results of the cell

由图 3(c)可知,当复合材料承受横向拉伸载荷时,横向损伤与剪切损伤都比较明显.当复合材料承受横

向载荷时,主要是基体承载,而基体的抗拉强度远小于纤维的抗拉强度,因此损伤变量只在较小一段距离等于零,随着应变的增大,横向损伤变量与剪切损伤变量近似于线性增大,且在横向拉伸应变小于横向拉伸损伤起始应变时,横向损伤变量与剪切损伤变量均小于0.2,材料承载能力略微下降.而当横向拉伸应变达到横向拉伸损伤起始应变时,应力-应变曲线直线下降,横向损伤与剪切损伤变量趋近于1,材料几乎完全破坏.从图中可以看出,材料在破坏之前应力-应变曲线并非线性关系,可知复合材料在承受横向拉伸载荷时,塑性段十分明显.

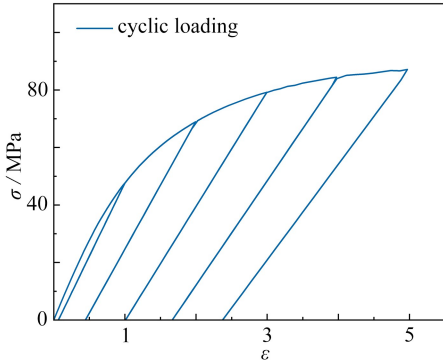


图4 面内剪切循环加载应力-应变规律  
Fig. 4 The stress-strain law under the in-plane shear cyclic loading

由图3(d)可知,当复合材料承受剪切载荷时,塑性效应与损伤较前面几种都更为明显.材料存在横向与剪切的耦合损伤,材料承受剪切载荷后线弹性阶段不明显,几乎是直接进入塑性阶段,应力与应变之间不满足线性关系,即材料的剪切模量开始呈现渐进折减趋势,力学性能开始出现退化,承载能力降低.当材料的损伤应变达到损伤极限时,应力-应变曲线直线下降,损伤变量趋近于1.相较于其他3种加载工况来说,面内剪切时的塑性效应及损伤效果都最为明显,因此选择该种工况进行循环加载,研究剪切循环载荷对于复合材料力学响应的影响.具体结果如图4所示.

由图4可知,在面内剪切工况下,随着循环加载次数的增加,每次卸载的直线斜率较前一次都减小,即每次卸载后重新加载,材料的模量都进行了相应折减,横向损伤变量和

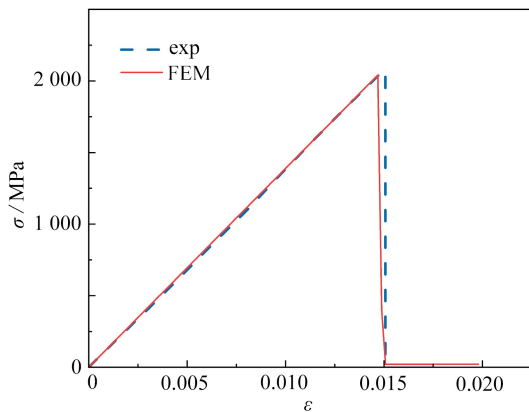
剪切损伤变量增大,且随着卸载次数的增加,残留的塑性应变不断增大,材料性能慢慢退化.

### 3.2 材料子程序有效性验证

为了验证 Lavedeze 损伤本构有限元子程序计算结果的正确性,选取纵向拉伸工况、横向拉伸工况和面内剪切的模拟结果,将上述模拟结果与 O'Higgins 等<sup>[21]</sup>的试验结果进行对比.O'Higgins 等的纵向拉伸试验采用铺层为 $[0^\circ]_8$ 的试件,横向拉伸试验采用铺层为 $[90^\circ]_{16}$ 的试件,剪切试验采用铺层为 $[\pm 45^\circ]_{2s}$ 的试件.材料参数来自 O'Higgins 等<sup>[21]</sup>标定的 Hexcel 材料公司的 6376CHTA(12K)-5.5-29.5%碳纤维增强树脂基复合材料参数,参数如表1所示.

为了使验证结果更具可信度,这里严格按照 O'Higgins 等试验中的铺层方式以及材料力学参数设置有限元模型,试验结果与有限元计算结果的对比如图5所示.

由图5(a)可知,在纵向拉伸工况下,子程序计算结果与试验结果相比几乎没有误差.模拟结果与试验结果的直线几乎重合,拉伸模量完全相同,在承受拉伸载荷时,材料近似于脆性破坏,损伤变量迅速增大,为了保证计算收敛性,我们假设当损伤变量达到0.99时,材料完全失去承载能力.



(a) 纤维方向拉伸

(a) The fiber direction stretching

由图5(b)可知,在横向拉伸情况下,试验结果与模拟结果的一致性很高,在试验中材料的塑性效应以及损伤效应均不明显.在有限元模型的力学参数设置中,横向模量的初始值设置略大于材料的实际值,但在塑性和损伤的影响下,模拟计算结果中的横向拉伸模量开始折减,并逐渐小于试验值,横向拉伸强度的结果略小于试验值,模拟精度较高.

由图5(c)可知,在面内剪切工况下,试验结果与模拟结果相差较小.在剪切应变较小时,试验结果与模拟结果几乎完全重合,随着剪切应变的增大,材料受到塑性和损伤的效果更加明显,试验结果略小于模拟结果.

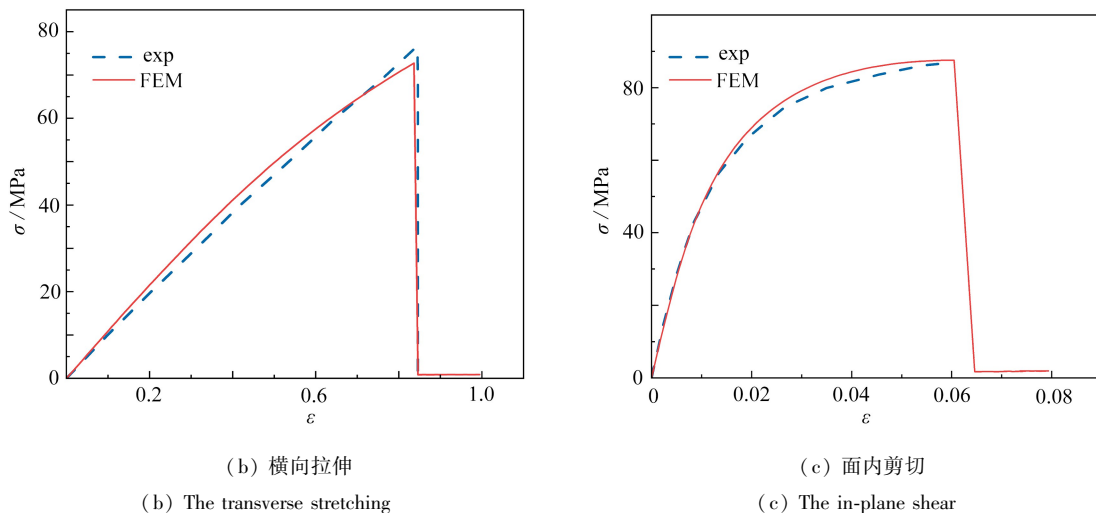


图 5 子程序计算结果验证

Fig. 5 Subroutine calculation results verification

在 O' Higgins 等的试验中,剪切应变并没有记录到剪切应力损伤后降为 0 的部分,但根据 ASTM D3518/D3518M<sup>[22]</sup>可知,工程剪应变为 5%时所对应的应力为剪切强度,而试验数据已经记录到 6%,理论上此时材料已经不具有继续承载的能力,即假设此后剪切模量将会迅速折减。

### 4 材料子程序率相关效应

为了探究复合材料在不同应变率条件下的力学响应,继续利用单个壳单元对纵向拉伸、纵向压缩、横向拉伸和面内剪切 4 种边界条件进行了 Ladeveze 损伤本构有限元子程序率相关效应分析,分别计算了材料在应变率为  $100\text{ s}^{-1}$ ,  $500\text{ s}^{-1}$ ,  $1\,000\text{ s}^{-1}$ ,  $2\,000\text{ s}^{-1}$  下的力学响应,并计算了无率效应组进行对比,使用只考虑损伤和塑性未考虑率效应的子程序求得的结果即为无率效应时的材料响应曲线,而率效应相关模型则为同时考虑塑性、率效应以及损伤这 3 种效应的共同作用。率相关参数采用 Wang 等<sup>[23]</sup>对 T700 碳纤维增强树脂基复合材料的率相关试验结果,如表 2 所示。

表 2 复合材料 Ladeveze 本构率相关部分参数<sup>[23]</sup>

Table 2 Parameters related to Ladeveze constitutive rates of composite materials<sup>[23]</sup>

parameter	notation	value
longitudinal elastic modulus rate related parameters	$\dot{\epsilon}_{11}^{\text{ref}} / \text{s}^{-1}$	$3 \times 10^{-4}$
	$D_{11}$	0.025 6
	$n_{11}$	-0.322 5
longitudinal failure strain rate related parameters	$\dot{\epsilon}_{11}^{\text{ref}} / \text{s}^{-1}$	$3 \times 10^{-4}$
	$D_{11}^u$	-0.018
	$n_{11}^u$	0.338 5
transverse elastic modulus rate related parameters	$\dot{\epsilon}_{22}^{\text{ref}} / \text{s}^{-1}$	$3 \times 10^{-4}$
	$D_{22}$	0.072 7
	$n_{22}$	-0.922 89
shear modulus rate related parameters	$\dot{\epsilon}_{12}^{\text{ref}} / \text{s}^{-1}$	$3 \times 10^{-4}$
	$D_{12}$	0.032 9
	$n_{12}$	-0.420 8
yield stress rate related parameters	$\dot{\epsilon}_0^{\text{ref}} / \text{s}^{-1}$	$3 \times 10^{-4}$
	$D_{R0}$	0.861 5
	$n_{R0}$	-1.872 1

考虑复合材料率相关效应的计算结果如图 6 所示。

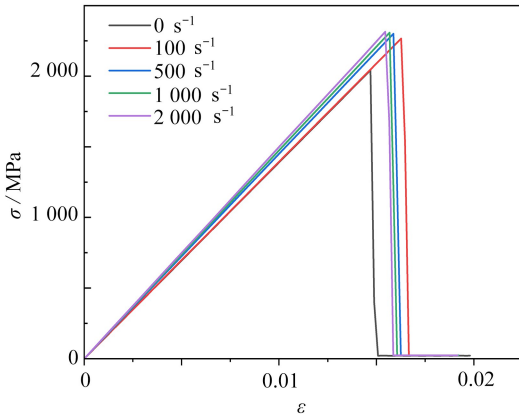


由图6(a)可知,当复合材料受到纤维方向拉伸载荷时,考虑率效应与不考虑率效应的计算结果相比有所差别.整体而言,考虑率效应对复合材料的力学响应有一定的强化作用,纵向拉伸强度与纵向拉伸模量均有所增大.随着加载速率的增大,纵向拉伸强度与模量得到轻微的强化,失效应变增大,材料的承载能力变得更强一些,纵向拉伸工况下的率相关性不明显.

由图6(b)可知,当复合材料受到纤维方向压缩载荷时,因同样是纤维承载,复合材料表现出来的力学响应与受到纤维方向拉伸载荷相似.考虑率效应的相关模型得到了一定的强化,材料纵向压缩模量与压缩强度均有所增大,且加载速率越大,模型的强化效果越明显,失效应变略微增大,纵向压缩工况下的率相关性不明显.

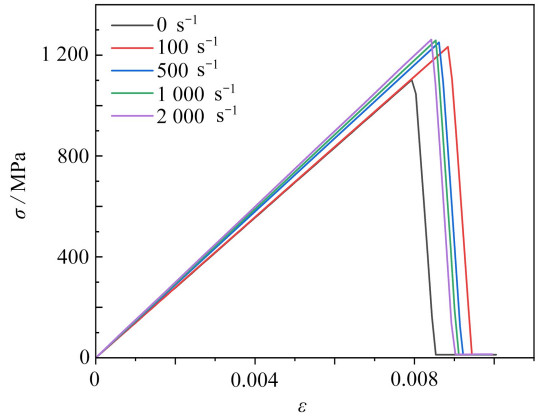
由图6(c)可知,当复合材料受到横向拉伸载荷时,考虑率效应与不考虑率效应的结果相差较大,此时主要是基体承载,即基体的率效应较强,随着加载速率的增大,模型有一定的强化作用,材料的横向拉伸模量以及拉伸强度均有所增大,失效应变显著减小,即在这种工况下,材料在一定程度上被脆化了,横向拉伸工况下率相关性较强.

由图6(d)可知,当复合材料受到面内剪切载荷时,考虑率效应与不考虑率效应的计算结果差别较大,随着率效应因素的加入,材料的剪切模量与剪切强度增大,有一定的强化作用;而失效应变减小,说明脆化效果同样存在.随着加载速率的增大,材料的剪切模量增大,剪切模量也略微增大,失效应变变化较小,面内剪切工况下的率相关性不明显.



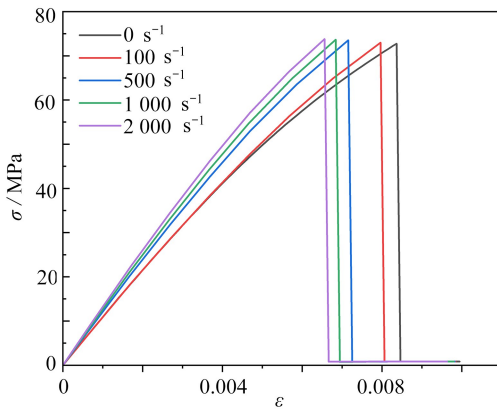
(a) 纤维方向拉伸

(a) The fiber direction stretching



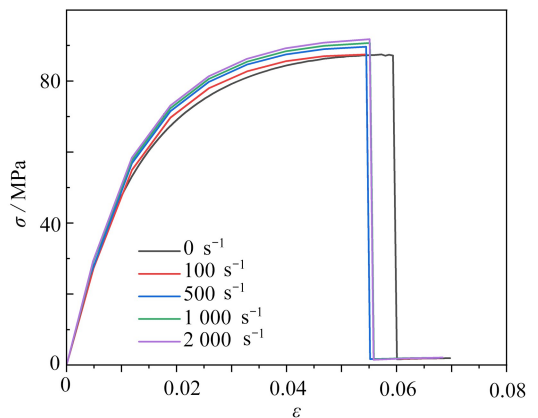
(b) 纤维方向压缩

(b) The fiber direction compression



(c) 横向拉伸

(c) The transverse stretching



(d) 面内剪切

(d) The in-plane shear

图6 不同加载速率下计算结果

Fig. 6 Numerical results under different loading rates

注 为了解释图中的颜色,读者可以参考本文的电子网页版本.

## 5 结 论

本文主要是对考虑塑性和率相关的 Ladeveze 复合材料损伤本构模型进行了研究.首先对 Ladeveze 损伤本构模型的理论进行了说明,而后介绍了基于 LS-DYNA 二次开发子程序的设计思路,对子程序计算结果的准确性进行了验证,并分析了率相关效应对复合材料损伤演化的影响.主要结论如下:

1) Ladeveze 模型可以考虑纤维方向拉伸断裂、纤维方向压缩破坏、横向拉伸破坏和面内剪切损伤 4 种失效模式,纤维方向承载时,材料为脆性破坏,基体是否进入塑性阶段则由横向和剪切方向的等效应力进行判断,且材料承受横向载荷时的破坏由横向损伤变量和剪切损伤变量共同控制.引入指数型率相关修正参数,可考虑应变率对纤维方向拉伸模量、纤维方向断裂应变、横向拉伸模量、面内剪切模量以及屈服应力这 5 个方面的影响.

2) 利用 LS-DYNA 二次开发平台对 Ladeveze 用户子程序进行编写,并利用单个壳单元对纤维方向拉伸、纤维方向压缩、横向拉伸和面内剪切这 4 种工况进行验证.结果表明,单个壳单元应力-应变曲线与试验结果吻合较好,证明了 Ladeveze 用户子程序计算结果的准确性和有效性.考虑了不同加载速率对复合材料力学性能的影响,结果表明,纤维承载时复合材料对率相关效应敏感性不强,但基体率相关相关效应较为明显,表现为复合材料承受横向拉伸载荷时,失效应变随着应变率的增加有着较为明显的减小.

### 参考文献(References):

- [1] 陈静芬. 基于弹塑性损伤本构模型的复合材料层合板破坏荷载预测[J]. 复合材料学报, 2017, **34**(4): 773-785. (CHEN Jingfen. Failure loads prediction of composite laminates using a combined elastic damage model[J]. *Acta Materiae Compositae Sinica*, 2017, **34**(4): 773-785. (in Chinese))
- [2] TORO S, SÁNCHEZ P J, BLANCO P J, et al. Multiscale formulation for material failure accounting for cohesive cracks at the macro and micro scales[J]. *International Journal of Plasticity*, 2016, **76**: 75-110.
- [3] CATALANOTTI G, CAMANHO P P, MARQUES A T. Three-dimensional failure criteria for fiber-reinforced laminates[J]. *Composite Structures*, 2013, **95**: 63-79.
- [4] TSAI S W, MELO J D D. A unit circle failure criterion for carbon fiber reinforced polymer composites[J]. *Composites Science and Technology*, 2016, **123**: 71-78.
- [5] VOGLER M, ROLFES R, CAMANHO P P. Modeling the inelastic deformation and fracture of polymer composites, part I: plasticity model[J]. *Mechanics of Materials*, 2013, **59**: 50-64.
- [6] LI N, GU J, CHEN P. Fracture plane based failure criteria for fibre-reinforced composites under three-dimensional stress state[J]. *Composite Structures*, 2018, **204**: 466-474.
- [7] CHEVALIER J, MORELLE X P, BAILLY C, et al. Micro-mechanics based pressure dependent failure model for highly cross-linked epoxy resins[J]. *Engineering Fracture Mechanics*, 2016, **158**: 1-12.
- [8] SUN Q, MENG Z, ZHOU G, et al. Multi-scale computational analysis of unidirectional carbon fiber reinforced polymer composites under various loading conditions[J]. *Composite Structures*, 2018, **196**: 30-43.
- [9] 刘鑫, 吴倩倩, 于国财, 等. 碳纤维/树脂基复合材料曲壁蜂窝夹芯结构的三点弯曲性能[J]. 应用数学和力学, 2022, **43**(5): 490-498. (LIU Xin, WU Qianqian, YU Guocai, et al. Three-point bending properties of carbon fiber reinforced polymer composite honeycomb sandwich structures with curved wall[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2022, **43**(5): 490-498. (in Chinese))
- [10] 李汝鹏, 陈磊, 刘学术, 等. 基于渐进损伤理论的复合材料开孔拉伸失效分析[J]. 航空材料学报, 2018, **38**(5): 138-146. (LI Rupeng, CHEN Lei, LIU Xueshu, et al. Progressive damage based failure analysis of open-hole composite laminates under tension[J]. *Journal of Aeronautical materials*, 2018, **38**(5): 138-146. (in Chinese))
- [11] 李星, 关志东, 刘璐, 等. 基于应变不变量失效理论的复合材料损伤模拟[J]. 北京航空航天大学学报, 2013, **39**(2): 190-195. (LI Xing, GUAN Zhidong, LIU Lu, et al. Damage simulation of composite materials based on strain invariant failure theory[J]. *Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics*, 2013, **39**(2): 190-195. (in Chinese))

- [12] 张超, 许希武, 郭树祥. 含界面脱粘三维五向编织复合材料单向拉伸损伤失效机理研究[J]. 航空材料学报, 2011, **31**(6): 73-80. (ZHANG Chao, XU Xiwu, GUO Shuxiang. Damage and failure mechanism analysis of 3D five-directional braided composites with interface debonding under unidirectional tension[J]. *Journal of Aeronautical Materials*, 2011, **31**(6): 73-80. (in Chinese))
- [13] 刘涛, 刘丰华, 蔡长春, 等. 单向纤维增强铝基复合材料轴向剪切损伤与失效行为的细观力学分析[J]. 塑性工程学报, 2022, **29**(7): 171-180. (LIU Tao, LIU Fenghua, CAI Changchun, et al. Micromechanics analysis of axial shear damage and failure behavior of unidirectional fiber-reinforced aluminum matrix composites[J]. *Journal of Plasticity Engineering*, 2022, **29**(7): 171-180. (in Chinese))
- [14] 张永正, 刘磊, 刘琦, 等. C/SiC 编织型复合材料热/力学性能的多尺度预测[J]. 应用数学和力学, 2023, **44**(10): 1157-1171. (ZHANG Yongzheng, LIU Lei, LIU Qi, et al. Multi-scale prediction of thermal and mechanical properties of C/SiC braided composites[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2023, **44**(10): 1157-1171. (in Chinese))
- [15] 刘志明, 陈静芬, 毛欢, 等. 基于率相关三维弹塑性损伤模型的复合材料渐进失效分析[J]. 复合材料学报, 2022, **39**(5): 2482-2494. (LIU Zhiming, CHEN Jingfen, MAO Huan, et al. Progressive failure analysis of composite materials based on rate-dependent three-dimensional elasto-plastic damage model[J]. *Acta Materiae Compositae Sinica*, 2022, **39**(5): 2482-2494. (in Chinese))
- [16] 杨凤祥, 陈静芬, 陈善富, 等. 基于剪切非线性三维损伤本构模型的复合材料层合板失效强度预测[J]. 复合材料学报, 2020, **37**(9): 2207-2222. (YANG Fengxiang, CHEN Jingfen, CHEN Shanfu, et al. Failure strength prediction of composite laminates using 3D damage constitutive model with nonlinear shear effects[J]. *Acta Materiae Compositae Sinica*, 2020, **37**(9): 2207-2222. (in Chinese))
- [17] 柳占立, 初东阳, 王涛, 等. 爆炸和冲击载荷下金属材料及结构的动态失效仿真[J]. 应用数学和力学, 2021, **42**(1): 1-14. (LIU Zhanli, CHU Dongyang, WANG Tao, et al. Dynamic failure simulation of metal materials and structures under blast and impact loading[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2021, **42**(1): 1-14. (in Chinese))
- [18] LADEVEZE P, LEDANTEC E. Damage modelling of the elementary ply for laminated composites[J]. *Composites Science and Technology*, 1992, **43**(3): 257-267.
- [19] 龚煦. 复合材料机翼前缘抗鸟撞分析[D]. 西安: 西北工业大学, 2016. (GONG Xu. Numerical analysis of bird strike on an aircraft wing leading edge made from CERP composite[D]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University, 2016. (in Chinese))
- [20] 张安康, 陈士海. LS-DYNA 用户自定义材料模型开发与验证[J]. 计算机应用与软件, 2011, **28**(4): 71-73. (ZHANG Ankang, CHEN Shihai. Exploiting and verifying user-defined material in LS-DYNA[J]. *Computer Applications and Software*, 2011, **28**(4): 71-73. (in Chinese))
- [21] O'HIGGINS R M, MCCARTHY C T, MCCARTHY M A. Identification of damage and plasticity parameters for continuum damage mechanics modelling of carbon and glass fibre-reinforced composite materials[J]. *Strain*, 2011, **47**(1): 105-115.
- [22] Standard test method for in-plane shear response of polymer matrix composite materials by tensile test of a  $\pm 45^\circ$  laminate: ASTM D3518/D3518M[M]//*Annual Book of ASTM Standards*, Vol **15.03**. 2001.
- [23] WANG C, SUO T, HANG C, et al. Influence of in-plane tensile preloads on impact responses of composite laminated plates[J]. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2019, **161/162**: 105012.