

# 利用太阳光压力进行 Halo 轨道编队控制<sup>\*</sup>

龚胜平, 李俊峰, 宝音贺西

(清华大学 航天航空学院, 北京 10084)

(陈立群推荐)

**摘要:** 利用太阳光压力可以实现地日限制性三体问题中  $L_2$  点附近编队控制. 该编队需要的控制力量级小, 常规的推进方式难以实现. 太阳帆能产生微小的连续光压力, 可以用于 Halo 轨道附近的编队控制. 由于太阳光压力的方向受到限制, 只有部分编队构型可以利用太阳光压力实现. 该文主要讨论了两种常见的编队构型——直线编队和圆编队, 给出了太阳帆能实现的编队构型需要满足的条件. 最后, 对每种构型的编队进行了数值仿真, 仿真结果表明太阳帆能有效的进行编队控制.

**关键词:** 太阳帆; 太阳光压力; Halo 轨道; 编队

**中图分类号:** V412.4      **文献标识码:** A

**DOI:** 10.3879/j.issn.1000-0887.2009.08.007

## 引 言

最近, 太阳帆的相关研究越来越多, 不同的太阳帆应用任务相继提出. 其中很多任务是太阳帆在深空中的应用, 利用太阳光压力加速使得航天器在较短的时间内获得较大的速度. 2005 年 6 月 21 日第一颗太阳帆任务发射, 由于火箭原因导致任务失败, 该任务的发射预示着太阳帆进入一个新的时代. 此外, 大量的学者研究了限制三体问题中平动点附近的编队研究. 目前, 国外很多空间计划将要利用 Lagrange 点附近的编队任务. 如 NASA 的 TPF 计划, 将在太阳地球系统的  $L_2$  点附近进行航天器的编队飞行, 对外太空进行高精度的观测, 寻找可能存在生命的星球. 还有俄罗斯的世界空间天文台 (WSO/UVA)、美国的下一代空间望远镜 (NGST)、欧空局的红外亚毫米望远镜 (First) 和绘制宇宙微波背景结构图的普朗克 (Planck)、日本的下一代红外探测器 (SPICA) 等. 同时, 很多学者开展了 Lagrange 点附近编队的理论研究工作. Gurfil 和 Kasdin 研究了利用 LQR<sup>[1]</sup> 和自适应神经控制方法<sup>[2]</sup> 实现编队保持. Hsiao<sup>[3]</sup> 根据 Halo 轨道附近的线性特性给出了一种保持相对运动有界的编队控制方法. Luquette 和 Sanner<sup>[4]</sup> 在考虑各种不同摄动的情况下, 应用自适应非线性控制方法进行了控制器的设计. Hamilton<sup>[5]</sup> 和 Folta 等<sup>[6]</sup> 在真实的星历模型下应用线性最优控制技术研究了 Lissajous 轨道附近的编队控制. Bar-den 和 Howell<sup>[7-10]</sup> 研究了 Lagrange 点附近中心流形上的自然编队情况, 并考虑将 6 颗卫星控制

\* 收稿日期: 2008-09-04; 修订日期: 2009-06-12

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (10832004); 中国博士后科学基金资助项目 (20080440040)

作者简介: 龚胜平 (1981—), 男, 湖北咸宁人, 博士 (联系人. Tel: + 86-10-62773402; E-mail: gsp04@mails.tsinghua.edu.cn).

在绕  $L_1$  点的一个平面相对轨道上, 利用离散控制使得相对运动平面的空间指向保持不变. Marchand 在真实星历模型中引入太阳帆光压摄动, 研究了 Lagrange 点附近的自然编队和非自然编队. 在非自然编队中, 将线性二次型、输入反馈线性化和输出反馈线性化等方法应用到不同的编队队形. Marchand 在其博士论文中指出一个质量为 700 kg 的航天器如果编队尺度为 10 m, 则需要的编队控制力的量级为 0.81~ 3.21 nN. 然而目前利用等离子推进可以实现的小推力为 90~ 860  $\mu\text{N}$ . 因此, 常规的推进方式很难实现 Lagrange 附近编队控制. 太阳光压力是 Lagrange 点附近航天器的主要摄动之一, 如果将太阳光压力作为摄动, 通常需要利用控制力将其抵消. 通过设计航天器的太阳帆面积可以利用它进行编队控制. 不但节省燃料, 更重要的是能实现常规推进方式难以实现的连续小推力. 由于太阳光压力的方向受到限制, 因此, 并非所有编队都能通过太阳光压力进行控制. 本文研究在圆形限制性三体模型下利用太阳光压力能实现的直线和圆形编队构型.

## 1 圆形限制性三体问题(CR3BP)

航天器的运动受到所有天体引力的影响, 当航天器在地日平动点附近运动时, 太阳和地球的引力将起主导作用, 其它天体的引力可以作为摄动处理. 尽管航天器在平动点附近的运动对摄动非常敏感, 但是在研究航天器的编队控制问题时, 摄动对控制律的定性结论没有影响. 因此, 本文采用圆形限制性三体模型, 主要研究如何利用太阳帆实现编队控制. 在太阳-地球/月球组成的圆形限制性三体问题中, 航天器的运动受到两个主体引力的影响, 大的主体为太阳, 小的主体为地月质心. 假设航天器的质量相对主体的质量可以忽略不计, 则航天器的运动不影响主体的运动. 进一步假设两个主体相对它们的共同质心作圆周运动. 航天器的状态在旋转坐标系  $Oxyz$  下进行定义, 其中原点定义为平动点  $L_2$  点,  $x$  轴从太阳指向地月质心方向,  $z$  沿主体运动的角动量方向,  $y$  轴与  $x$  轴和  $z$  轴形成右手坐标系. 在旋转坐标系下, 航天器的无量纲动力学方程可以表示为

$$\begin{cases} \ddot{x} - 2\dot{y} - x = \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{L_{OL}}{L_{EL}} + T_x, \\ \ddot{y} + 2\dot{x} - y = \frac{\partial U}{\partial y} + T_y, \\ \ddot{z} = \frac{\partial U}{\partial z} + T_z; \end{cases} \quad (1)$$

势函数可以表示为

$$U = \frac{1 - \mu}{(L_{EL}/L_{SE})^3 \sqrt{(x + L_{SE}/L_{EL})^2 + y^2 + z^2}} + \frac{\mu}{(L_{EL}/L_{SE})^3 \sqrt{(x + 1)^2 + y^2 + z^2}} \quad (2)$$

其中  $L_{OL}$  为主体质心到  $L_2$  的距离, 下标  $O$  代表主体的质心,  $L$  表示  $L_2$  点,  $S$  表示太阳,  $E$  表示地月质心;  $T = (T_x, T_y, T_z)$  为太阳光压力;  $\mu$  为无量纲的质量比, 设太阳、地球和月球的质量分别为  $m_S$ ,  $m_E$  和  $m_M$ , 则  $\mu = (m_E + m_M)/(m_S + m_E + m_M)$ ; 对方程(1) 无量纲化的参考长度单位  $L_r$  为地月质心到  $L_2$  的距离, 参考质量为  $m_r = m_S + (m_E + m_M)$ ; 参考时间为  $T_r = \sqrt{Gm_r/L_r^3}$ .

## 2 太阳帆

一个理想的平面反射镜产生的太阳光压力可以表示为<sup>[11]</sup>

$$T_0 = \frac{2AS_0r_0^2}{cmr_s^2}, \quad (3)$$

其中  $S_0 = 1\,352.098 \text{ kg/s}^3$ ,  $r_0 = 1.495\,978\,7 \times 10^8 \text{ km}$ ,  $c = 2.988 \times 10^8 \text{ m/s}$ .  $S_0$  为一个天文单位处的太阳光通量,  $r_0$  为一个天文单位长度,  $A$  为太阳帆的面积,  $r_s$  为太阳帆到太阳的距离,  $m$  为航天器的质量.

由于编队控制需要 3 个方向的控制力, 而太阳帆面积不变的情况下, 通过改变太阳帆的姿态无法提供 3 个方向的控制. 实时地改变太阳帆的面积会给设计带来很大的困难. 从“宇宙 1 号”太阳帆的设计中得到启发, 可以将太阳帆设计成多片帆组成的结构. 通过调节各片帆的姿态来实现 3 个方向的控制力. 假设太阳帆由  $n$  片相同的帆组成, 且当帆片与太阳光垂直时, 帆片产生的太阳光压力为  $T_0$ , 则太阳帆产生的太阳光压力可以表示为

$$T_x = T_0 \sum_{i=1}^n \cos^3 \alpha_i, \quad (4)$$

$$T_y = T_0 \sum_{i=1}^n \cos^2 \alpha_i \sin \alpha_i \cos \beta_i, \quad (5)$$

$$T_z = T_0 \sum_{i=1}^n \cos^2 \alpha_i \sin \alpha_i \sin \beta_i. \quad (6)$$

由于 Halo 轨道的幅值与 Lagrange 点到太阳的距离相比非常小. 因此, Lagrange 点附近可以认为太阳光方向沿日地连线方向, 即旋转坐标系的  $x$  轴.  $\alpha_i$  为第  $i$  片帆的法向方向与  $x$  轴的夹角 ( $-\pi/2 \leq \alpha_i \leq \pi/2$ ),  $\beta_i$  为第  $i$  片帆的法线方向在  $O_{yz}$  平面内的投影与  $y$  轴的夹角 ( $-\pi \leq \beta_i \leq \pi$ ). 由于太阳光压力的方向与太阳光方向的夹角小于  $90^\circ$ , 因此, 太阳帆不能提供  $x$  负方向的控制力, 即控制力满足约束  $T_x \geq 0$ .

## 3 平动点附近的编队

### 3.1 平动点附件的相对运动

假设主星运行在绕  $L_2$  点的 Halo 轨道上, 则主星的状态量在旋转坐标系下是周期时变的,  $X_c = (x_c(t), y_c(t), z_c(t), \dot{x}_c(t), \dot{y}_c(t), \dot{z}_c(t))$ . 从星在旋转坐标系的状态为  $X_d = (x_d(t), y_d(t), z_d(t), \dot{x}_d(t), \dot{y}_d(t), \dot{z}_d(t))$ . 则从星相对主星的相对量可以表示为  $X_r = X_d - X_c = (x_r, y_r, z_r, \dot{x}_r, \dot{y}_r, \dot{z}_r)$ . 利用从星相对主星的相对量描述从星的动力学方程为

$$\begin{cases} \ddot{x}_r - 2\dot{y}_r - x_r = \left[ \frac{\partial U}{\partial x} \Big|_{X_d} - \frac{\partial U}{\partial x} \Big|_{X_c} \right] + \Delta T_x, \\ \ddot{y}_r + 2\dot{x}_r - y_r = \left[ \frac{\partial U}{\partial y} \Big|_{X_d} - \frac{\partial U}{\partial y} \Big|_{X_c} \right] + \Delta T_y, \\ \ddot{z}_r = \left[ \frac{\partial U}{\partial z} \Big|_{X_d} - \frac{\partial U}{\partial z} \Big|_{X_c} \right] + \Delta T_z. \end{cases} \quad (7)$$

$\Delta T = T_d - T_r$  是主星与从星受到的太阳光压力之差, 本文将利用该光压力之差进行编队控制. 假设主星的面质比较小, 受到的太阳光压力与从星相比可以忽略不计, 有  $\Delta T = T_d - T_c \approx T_d$ , 则问题转化成通过设计从星太阳帆实现编队控制力的需求.

### 3.2 控制器设计

在文献中, LQR 控制方法、输入和输出反馈线性化等方法都成功的应用到平动点附近的编队控制. 本文采用输入反馈线性化进行编队控制, 令  $\mathbf{r} = (x_r, y_r, z_r)^T$ , 则方程(7)的矢量形式可以表示为

$$\dot{\mathbf{r}} = \mathbf{f}(\mathbf{r}, \dot{\mathbf{r}}) + T_d. \quad (8)$$

方程(8)中的控制力  $T_d$  将用于设计跟踪控制器, 跟踪参考信号  $\mathbf{r}_{ref}$ . 为了保证相对运动渐近稳定收敛到参考轨道, 控制力可以选择为

$$T_d = -\mathbf{f}(\mathbf{r}, \dot{\mathbf{r}}) + \mathbf{U}(\mathbf{r}, \dot{\mathbf{r}}), \quad (9)$$

其中  $\mathbf{U}(\mathbf{r}, \dot{\mathbf{r}}) = \ddot{\mathbf{r}}_{ref} - 2\lambda(\dot{\mathbf{r}} - \dot{\mathbf{r}}_{ref}) - \lambda^2(\mathbf{r} - \mathbf{r}_{ref})$ .

Marchand 指出 10 000 km 的相对距离需要的控制力约为  $\mu N$  量级, 因此, 太阳光压力在该编队控制中有很大的优势. 但是需要指出的是只有沿  $x$  方向控制力为正的编队才能利用太阳光压力实现. 根据式(9), 可以得出沿  $x$  方向的控制加速度为

$$T_x = - \left[ 2y\ddot{x} + x_{r+} \frac{\partial U}{\partial x} \Big|_{X_d} - \frac{\partial U}{\partial x} \Big|_{X_c} \right] + \ddot{x}_{ref} - 2\lambda(x\dot{x} - x\dot{x}_{ref}) - \lambda^2(x_r - x_{ref}). \quad (10)$$

将参考轨道和主星的参数代入  $T_x$  的表达式得到太阳帆运行在参考轨道时  $x$  方向的控制力为

$$T_x = - \left[ 2y\ddot{x}_{ref} + x_{ref} \frac{\partial U}{\partial x} \Big|_{X_c + X_{ref}} - \frac{\partial U}{\partial x} \Big|_{X_c} \right] + \ddot{x}_{ref}. \quad (11)$$

将  $\partial U / \partial x \Big|_{X_c + X_{ref}} - \partial U / \partial x \Big|_{X_c}$  在主星轨道附近线性化得

$$T_x = - \left[ 2y\ddot{x}_{ref} + x_{ref} \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} \Big|_{X_c} x_{ref} + \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y} \Big|_{X_c} y_{ref} + \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial z} \Big|_{X_c} z_{ref} \right] + \ddot{x}_{ref}. \quad (12)$$

因此, 参考轨道满足如下约束, 则利用太阳帆可以实现该编队控制:

$$- \left[ 2y\ddot{x}_{ref} + x_{ref} \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} \Big|_{X_c} x_{ref} + \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y} \Big|_{X_c} y_{ref} + \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial z} \Big|_{X_c} z_{ref} \right] + \ddot{x}_{ref} \geq 0. \quad (13)$$

上述不等式中,  $\partial^2 U / \partial x^2 \Big|_{X_c}, \partial^2 U / \partial x \partial y \Big|_{X_c}, \partial^2 U / \partial x \partial z \Big|_{X_c}$  是只与主星所在的 Halo 轨道有关的周期系数. 文献中讨论最多的两种编队队形分别为直线编队和圆形编队. 直线编队为从星相对主星的位置和方向在旋转坐标系中保持不变, 圆形编队为多颗卫星运行在一个相对圆轨道. MAXIM 任务利用主星和从星组成直线编队, 主从星连线指向观测目标, 在主星附近由 6 颗星形成圆形编队, 该圆轨道面与主从星连线垂直. 因此, 该任务同时利用直线编队和圆形编队来实现.

### 3.3 直线编队

直线编队队形可以用 3 个变量来描述: 相对距离  $\delta$ , 两个方位角  $\theta, \phi$ , 如图 1 所示. 则相对运动可以表示为

$$\begin{cases} x_{ref} = \delta \cos \phi \cos \theta, \\ y_{ref} = \delta \cos \phi \sin \theta, \\ z_{ref} = \delta \sin \phi. \end{cases} \quad (14)$$

将参考轨道的表达式代入式(12)可以得到  $x$  方向的控制力为

$$T_x = - \delta \left[ 1 + \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} \Big|_{X_c} \right] (\cos \phi \cos \theta + k_1 \cos \phi \sin \theta + k_2 \sin \phi), \quad (15)$$

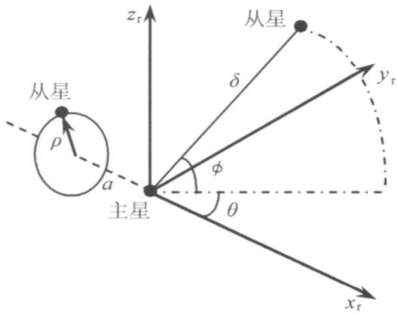


图 1 线性和圆编队示意图

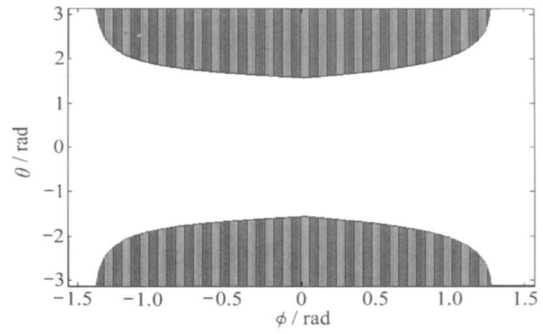


图 2 利用太阳帆能控的线性编队范围

其中系数  $k_1$  和  $k_2$  的表达式为

$$k_1 = \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y} \Big|_{X_c} \sqrt{\left( 1 + \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} \Big|_{X_c} \right)}, \tag{16}$$

$$k_2 = \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial z} \Big|_{X_c} \sqrt{\left( \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} \Big|_{X_c} + 1 \right)}. \tag{17}$$

因此, 得到  $T_x \geq 0$  的等价关系为

$$\cos \phi \cos \theta + k_1 \cos \phi \sin \theta + k_2 \sin \phi \leq 0. \tag{18}$$

由于  $k_1$  和  $k_2$  为周期时变系数, 因此, 可以在主星的一个周期内的每个时刻求解不等式 (18), 每个时刻的解集的交集为整个周期内的解. 按照上述定性分析的结果,  $x_{ref}$  为负值, 因此,  $\theta$  的取值应该接近  $\pi$ . 图 2 给出了在主星一个周期内不等式 (18) 的解集. 图中阴影部分为满足不等式的解集, 由图 2 可以看出参数的解集为以  $\pm\pi$  为中心的集合. 由  $T_x$  表达式知  $x_{ref}$  的系数  $1 + \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} \Big|_{X_c}$  为正, 且系数的绝对值大于其它系数. 因此,  $x_{ref}$  的大小在  $T_x$  表达式中起主导作用, 保证  $T_x \geq 0$ ,  $x_{ref}$  必须取负值且绝对值足够大, 这能解释解集  $\theta$  接近  $\pi$  的原因.

### 3.4 圆形编队

如果参考轨道定义为以主星为中心的圆轨道, 则参考轨道的  $x_{ref}$  坐标将会正负交替. 由上面的定性分析知, 当  $x_{ref}$  为正时, 需要的控制力为负值, 太阳帆将无法实现此类轨道的控制. 因此, 必须将圆轨道向  $x$  负方向偏移使得控制力在太阳帆能实现的能力范围内, 图 1 给出偏移圆轨道的示意图. 将偏移的参考圆轨道表示为

$$x_{ref} = -a, \quad y_{ref} = \rho \cos \omega_r t, \quad z_{ref} = \rho \sin \omega_r t, \tag{19}$$

其中  $a$  为  $x$  负方向的偏移量,  $\rho$  为圆轨道半径,  $\omega_r$  为相对运动的角速度.

将参考轨道的表达式代入  $T_x$  的表达式可得

$$T_x = - \left[ -2\rho \omega_r \sin \omega_r t - \left( 1 + \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} \Big|_{X_c} \right) a + \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y} \Big|_{X_c} \rho \cos \omega_r t + \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial z} \Big|_{X_c} \rho \sin \omega_r t \right], \tag{20}$$

则  $T_x \geq 0$  的等价表达式为

$$a \geq \rho [k_1 \cos \omega_r t + k_2 \sin \omega_r t], \tag{21}$$

其中  $k_1$  和  $k_2$  的表达式为

$$k_1 = \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y} \Big|_{X_c} \sqrt{\left( 1 + \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} \Big|_{X_c} \right)}, \tag{22}$$

$$k_2 = \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial z} \Big|_{X_c} \left[ \left( \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} \Big|_{X_c} + 1 \right) - 2\omega_t \left[ \left( \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} \Big|_{X_c} + 1 \right) \right] \right]. \quad (23)$$

使得不等式(21)始终成立, 偏移量  $a$  可以选择为

$$a = \rho \sqrt{k_{\max 1}^2 + k_{\max 2}^2}, \quad (24)$$

其中系数  $k_{\max 1}$  和  $k_{\max 2}$  的定义如下:

$$k_{\max 1} = \max_{0 \leq t \leq \text{Period}} |k_1(t)|, \quad (25)$$

$$k_{\max 2} = \max_{0 \leq t \leq \text{Period}} |k_2(t)|, \quad (26)$$

因为  $k_1$  和  $k_2$  为周期性变化的, 取  $k_{\max 1}$  和  $k_{\max 2}$  分别为  $k_1$  和  $k_2$  在一个周期内绝对值的最大值. 满足不等式的偏移量能保证  $x$  方向的控制力总为正, 式(21)为不等式的一个保守解.

## 4 数值算例

本节算例中主星运行在  $z$  方向幅值为 300 000 km 的 Halo 轨道. 从星采用两片帆结构, 两片帆的最大加速能力为最大控制加速度的 1.5 倍.

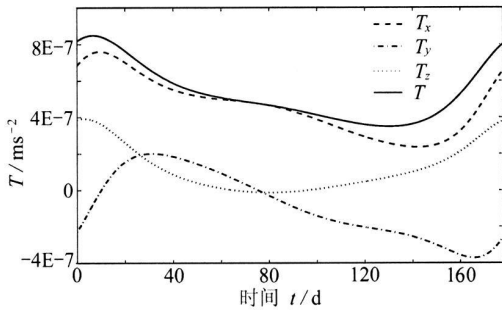


图3 线性编队需要的控制力

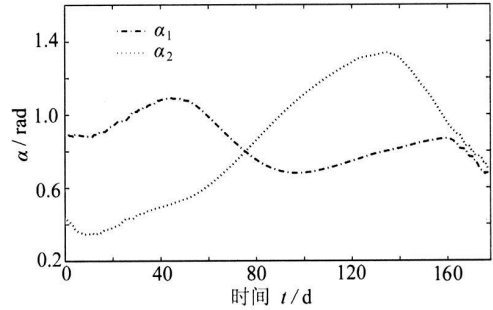


图4 线性编队  $\alpha$  随时间的变化

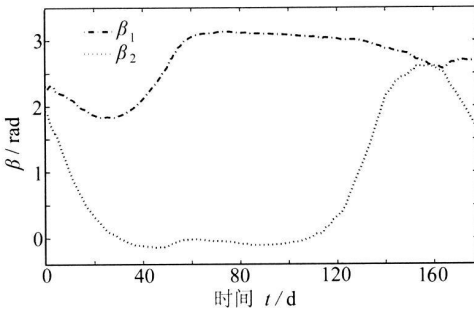


图5 线性编队  $\beta$  随时间的变化

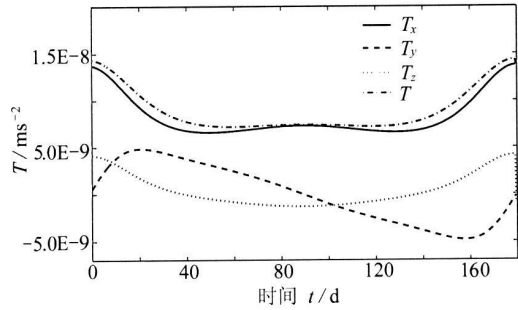


图6 圆形编队需要的控制力

**线性编队** 从星相对主星的相对参考轨道参数在图2中阴影部分选择,  $\delta = 2\ 000$  km,  $\theta = 8\pi/9$ ,  $\phi = \pi/5$ . 图3给出了主星1个周期内, 3个方向的控制加速度的大小( $T = \sqrt{T_x^2 + T_y^2 + T_z^2}$ ), 由图3可以看出  $x$  方向的控制加速度始终为正. 利用太阳帆可以实现该编队任务. 图4和图5分别给出了两片帆的两个姿态角随时间变化曲线.

**圆形编队** 参考圆轨道平行于  $yz$  平面, 轨道半径  $\rho = 2$  km, 相对运动的周期为 1 a, 由计算得圆轨道在  $x$  负方向偏移量为  $a = 26.8$  km. 图6给出了3个方向的控制加速度的大小( $T = \sqrt{T_x^2 + T_y^2 + T_z^2}$ ). 可以看出  $x$  方向的控制加速度始终为正, 利用太阳帆可以实现该参考

轨道的跟踪. 图 7 和图 8 分别给出了两片帆在控制过程中姿态角随时间变化的曲线.

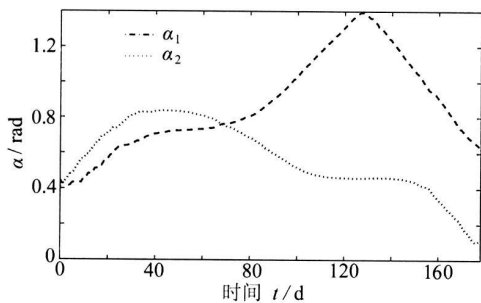


图 7 圆形编队  $\alpha$  随时间的变化

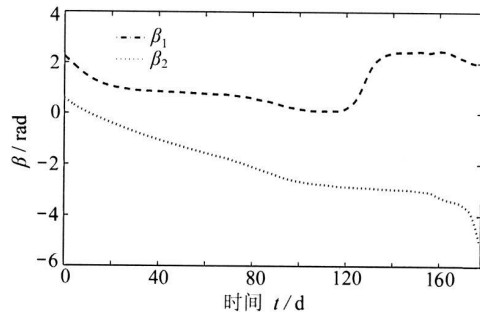


图 8 圆形编队  $\beta$  随时间的变化

由上面的算例发现, 几千公里距离的直线编队和几公里的圆编队需要控制加速度为  $10^{-7} \text{ m/s}^2$  量级, 对于质量为 1 000 kg 的航天器, 需要的推力大小为 mN 量级. 太阳帆的面积为  $88.623 \text{ m}^2$  时, 在 Lagrange 点处产生的最大太阳光压加速度约为  $8 \times 10^{-7} \text{ m/s}^2$ . 10 m 正方形太阳帆的制造技术已经非常成熟, NASA 已经分别在 2004 年和 2005 年进行了 10 m 和 20 m 太阳帆的地面试验. 因此, 利用太阳帆来实现 Lagrange 点附近的编队任务具有独特的优势.

## 5 结 论

很多学者研究了平动点附近的编队控制问题, 结果表明连续小推力是实现精确编队控制的唯一方式. 然而该编队需要的控制力非常小, 利用常规的推进方式很难实现. 太阳帆在提供小推力方面具有较大的优势, 但是太阳帆提供的光压力受到太阳光方向的限制. 当控制力的方向超出太阳光压力范围时, 无法利用太阳帆实现. 本文给出了控制力在太阳帆能实现范围内的直线编队和圆形编队. 并用算例验证了利用太阳帆实现直线编队和圆形编队的可行性.

### [参 考 文 献]

- [1] Gurfil P, Kasdin N J. Dynamics and control of spacecraft formation flying in three-body trajectories [A]. In: Proceedings of the AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit [C]. AIAA Paper 2001-4026. Montreal, Canada, 2001.
- [2] Gurfil P, Idan M, Kasdin N J. Adaptive neural control of deep-space formation flying[A]. In: Proceedings of the American Control Conference [C]. Vol 4, Anchorage, Alaska, 2002, 2842-2847.
- [3] Hsiao F Y. Stabilizing and specifying motion relative to unstable trajectories: applications to spacecraft formation flight[D]. Doctor Dissertation. Michigan: University of Michigan, 2004.
- [4] Luquette R J, Sanner R M. A non-linear approach to spacecraft formation control in the vicinity of a collinear libration point [A]. In: Proceedings of the AAS/ AIAA Astrodynamics Specialists Conference [C]. Quebec, Canada, 2001, 437-445.
- [5] Hamilton N H. Formation flying satellite control around the  $L_2$  Sun-Earth libration point[D]. Master's thesis. Washington: George Washington University, District of Columbia, 2001.
- [6] Folta D, Carpenter J R, Wagner C. Formation flying with decentralized control in libration point orbits [A]. In: International Symposium: Spaceflight Dynamics [C]. Biarritz, France, 2000.
- [7] Barden B T, Howell K C. Fundamental motions near collinear libration points and their transitions [J]. Journal of the Astronautical Sciences, 1998, 46(4): 361-378.

- [8] Barden B T, Howell K C. Formation flying in the vicinity of libration point orbits[J]. *Advances in Astronautical Sciences*, 1998, **99**(2): 969-988.
- [9] Barden B T, Howell K C. Dynamical issues associated with relative configurations of multiple spacecraft near the Sun-Earth/Moon  $L_1$  point[A]. In: *Proceedings of the AAS/ AIAA Astrodynamics Specialists Conference* [C]. AAS Paper 99-450. Girdwood, Alaska, 1999.
- [10] Howell K C, Barden B T. Trajectory design and stationkeeping for multiple spacecraft in formation near the Sun-Earth  $L_1$  point[A]. In: *Proceedings of the 50th IAF International Astronautical Congress* [C]. IAF/IAA Paper 99-A707. Amsterdam, Netherlands, 1999.
- [11] Gordon S C. Orbit determination error analysis and station-keeping for libration point trajectories [D]. Doctor Dissertation. West Lafayette: Purdue University, 1991.
- [12] Marchand Y F. Spacecraft formation keeping near the libration points of the Sun-Earth/ Moon system [D]. Doctor Dissertation. West Lafayette: Purdue University, 2004.

## Uses of Solar Radiation for Formation Flying Control Around the Sun-Earth Libration Point

GONG Sheng ping, LI Jun feng, BAOYIN He-xi

( School of Aerospace, Tsinghua University, Beijing 100084, P. R. China )

**Abstract:** Solar radiation pressure is made use to control the formation flying around  $L_2$  libration point in the Sun-Earth system. Controlling formation flying around a Halo orbit requires very small thrust that cannot be satisfied by latest thrusters. Key contribution of this paper is the low continuous thrust produced by the solar radiation pressure to achieve the tight formation flying around libration point. However, only certain families of formation types can be controlled by solar radiation pressure force since the direction of solar radiation pressure is restricted to certain range. Two types of feasible formation using solar radiation pressure force control were designed. The conditions of the feasible formations were given analytically. Simulations were given for each case and the results show that the formations are well controlled by the solar radiation pressure.

**Key words:** solar sail; solar radiation; Halo orbit; formation flying