

生物磁粘弹性流体的流动:应用动脉电磁过热评估血液的流动,癌症治疗进程*

J·C·密斯让¹, A·辛哈², G·C·斯特³

- (1. 斯克莎-俄-阿牛山德函大学,布巴内斯瓦尔 751030,印度;
- 2. 印度技术大学 医学科学技术学院,卡哈拉格普尔 721302,印度;
- 3. 贾德佛菩大学 数学系,加尔各答 700032,印度)

(周哲玮推荐)

摘要: 利用生物磁流体动力学(BFD)原理,在生物磁流体经由遭受磁场作用的多孔介质时,研究其流动的基本理论.所研究流体的磁化强度随温度而变化.流体被认为是非Newton流体,其流动由二阶梯度流体方程所控制,并考虑了流体的粘弹性效应.假设管道壁是能够伸展的,管壁表面的速度与到坐标原点的纵向距离成正比.首先将问题简化为包括7个参数的、耦合的非线性微分方程组的求解.将血液看作生物磁流体,并用上述方法分析,目的是计算某些血液的流动参数,并配以适当的数值方法,导数用差分格式近似.计算结果用图形给出,从而在磁场作用下,得到过热状态中关系血液的、血流动力学流动的理论预测.结果清楚地表明,在电磁过热治疗进程期间,磁偶极子对动脉中血液流动特征的影响起着重大作用.该研究引起了临床医学的关注,其结果有益于癌症病人采用电磁过热的治疗.

关键词: 生物磁流体; 血液; 伸展壁; 多孔介质; 电磁过热疗法

中图分类号: O357;R73-36⁺¹ **文献标志码:** A

DOI: 10.3879/j.issn.1000-0887.2010.11.006

符号说明

ξ, η	无量纲坐标	α	无量纲距离
H	磁场强度	T	温度
\bar{k}	渗透常数	K_1	热磁系数
M	磁化强度(每单位体积的磁矩)	B	铁磁交互作用参数
K	粘弹性参数	Re	Reynolds 数
Pr	Prandtl 数	K_2	渗透参数
k_0	粘弹性系数	ρ	流体密度
p	压力	λ	粘滞耗散参数
μ	动粘性	μ_0	导磁率
c_p	常压力下的比热	k	导热率

* 收稿日期: 2009-12-23; 修订日期: 2010-09-21

作者简介: J. C. Misra, 教授, 副校长(联系人. E-mail: misraje@rediffmail.com).

本文原文为英文,吴承平译,张禄坤校.

u, v 水平和竖直方向的速度分量

引 言

在癌症/恶性肿瘤的治疗中,理想的治疗进程是只破坏肿瘤细胞,而不伤及正常细胞.然而,在对病人实行放疗、化疗或手术治疗时,这是很难做到的.基于实验的观测,在温度高于 $41\text{ }^{\circ}\text{C}$ 时,恶性肿瘤细胞比正常细胞更敏感,因此,一个更佳的选择是,借助超声波/微波技术,将癌的恶性细胞置于高于 $41\text{ }^{\circ}\text{C}$ 的温度场.该方法是由参考文献[1]建议并发展的,因而称为电磁过热疗法.该方法将磁流体注入动脉,血液直接补给癌组织,并将系统置于 AC 磁场.正如 Jordan 等^[2]所观测到的,由于 AC 磁场的作用,注入的磁流体产生升温,因而使癌细胞受到破坏.回顾过热疗法研究的科学发展动态,Fiorentini 和 Szasz^[3]提到,该方法可用于某些位置的肿瘤治疗,包括脑、软性细胞、肝/腹部组织,以及胰腺癌及头/颈肿瘤.

对磁过热疗法, Nikiforov^[1]恰当地评论了其基本原理,以及可以获得的实验数据.按照他主张的根本原理,电磁过热治疗恶性肿瘤的方法,是用铁的氧化物来加热肿瘤.加热的纳米颗粒,温度控制在 $45\text{ }^{\circ}\text{C} \sim 47\text{ }^{\circ}\text{C}$.如果将纳米颗粒直接注入肿瘤,正常细胞即使有相当可观的增加,仍能保持未受影响.正如文献[1]中所述,注入颗粒的磁信号,增强了血管的磁性贡献.在生物医学技术中应用磁纳米颗粒,被认为有利条件颇为显著.

生物磁流体是存在于一个生命系统中的一种流体,其流动受所存在磁场的影响.最具特征的生物磁流体便是血液.由于细胞蛋白质间复杂的相互作用,细胞膜和血色素由铁的氧化物构成,呈现磁流体性质,在唯一高浓度成熟的红血球中,其磁性受到例如氧饱和状态这种因素的影响^[4].实验研究展现,红血球及其盘面平行于磁场^[4-6],当氧饱和时,血液拥有抗磁材料的性质,而在氧不饱和时,血液拥有顺磁材料的性质^[7].为绘图的缘故,进行了血液磁灵敏度的测量,分别测得静脉血为 3.5×10^{-6} ,动脉血为 -6.6×10^{-7} ^[8].该实验带一个相对弱的磁场和较低的温度场进行^[9].实验表明,血液拥有磁性材料的性质,在某些情况下,血液可以看作抗磁/顺磁流体^[10].

生物磁流体动力学(BFD)是流体力学领域的一个分支.在有磁偶极子产生的磁场作用时,该领域的研究为生物流体(特别是血液)的各种各样流体动力学性质的研究.过去数十年的理论和实验研究表明,在磁场作用下的生物流体表现出不同的动力学特性.科学家在生物医学工程和医学科学领域,例如分离细胞的磁性设备的开发,利用磁颗粒作为搬运工具运输药物,利用磁过热治疗癌症,外科手术时为了减少出血和减小癌症肿块阻塞血管,以及磁扫描的发展^[10-15],都有着不同程度的重要应用.

血管的磁性反应,包括血色素分子的铁含量参数的贡献,以及在脉管组织中包含的氢、氧、氮、碳原子的抗磁性贡献.不同于磁流体动力学(MHD),它涉及到导电性的流体,模型化为生物磁流体动力学特性(BFD).根据的基本假定:极化和磁化,以及由外磁场感应的电场的影响小到可以忽略.因此,在生物磁流体力学(BFD)中,不同于磁流体动力学(MFD),认为 Lorentz 力与磁化力相比非常小.因此,在生物磁流体力学(BFD)范围,数学模型的公式化表示中,生理学流体被看作“贫导体”,同时由于受到磁场的影响,流动发生在被磁化了的流体.类似不可压缩流体流动的控制方程,推导铁流体动力学(FHD)的控制方程^[10-20].

实验观察显示,当有磁场作用时,铁磁体变热,进而,若电磁场频率低于 100 kHz ,磁纳米颗粒将被加热.为了研究应用磁场感应下生物磁流体的流动,Haik 等^[10,21]把血液看作为非导电体,利用生物磁流体动力学原理,进行了血动力学流动的理论研究.

在磁场作用下生物磁流体流动的研究中,数学模型非常有用.该模型可以通过修正的

Stokes 原理获得,假设除了 3 个热力学变量 P, ρ 和 T 外,生物磁流体动力学特性也是磁化强度 M 的一个函数^[10,21]. 磁化强度还给出了这样一个概念,磁性材料在多大的范围内被磁化. 就是一个每单位体积磁矩的量,并且是 H (磁场强度) 和 T (温度) 的一个函数. 磁化强度 M 用单位体积包含的磁偶极子的数量与每个偶极的磁偶极子矩相乘来计算.

Tzirtzilakis 和 Kafoussias^[22] 就磁偶极子产生的磁场作用下,受热的铁流体流过线性伸展平面时的流动,进行了特别的研究,从而推进了该问题的数学分析. 其后, Tzirtzilakis 等^[23] 在局部磁场作用下,研究了在矩形管道内生物磁流体的湍流问题. Andersson 和 Valnes^[24] 研究了存在磁偶极子时,受热铁流体流过伸展平面时的流动.

Fukuda 和 Kaibara^[25], Thurston^[26], Stoltz 和 Lucius^[27] 观测到,在某些条件下,血液呈现粘弹性行为. 这可以归因于单个红血球的粘弹性性质和细胞相互作用的内部结构. 就磁偶极子产生的外磁场作用下,一个带有伸展壁的管道中,生物磁粘弹性流体流经伸展平面时, Misra 和 Shit^[28-29] 对其流动的数学模型进行了进一步的研究.

Misra 等^[30] 在带有伸展壁的管道中, MHD 粘弹性流体的热交换及其流动也进行了研究. Misra 等^[31-32] 在一个均匀横向磁场穿过的管道中,不可压缩二阶梯度导电流体的定常流动,作了进一步的数学分析. 所有这些研究,在生物医学工程和临床内科中有着广泛应用的价值.

对生物流变学流体的研究,宁愿采用二阶梯度流体模型的理由,因为这时与热力学原理兼容;再则,处在平衡状态的流体, Helmholtz 自由能最小. 因为对于二阶梯度流体来说,下面所有条件同时满足:

$$\mu \geq 0, \alpha \geq 0, \alpha_1 + \alpha_2 = 0 \quad (\text{见 Dunn 和 Fosdick 的文献}[33]),$$

其中 μ 为流体的粘性系数, α_1, α_2 为正应力模, Fosdick 和 Rajagopal^[34] 证明了,当 $\alpha_1 < 0$, 而其它两个条件都满足时,流体将表现出异常状态,因此,这样的流体模型,在任何生物流变流体如血液的研究中,是不适合的.

由网状空间相互连接而成的固体,充满着可渗透的液体,可以看作多孔介质;固体成分被叫做基,而把空间叫做孔洞. 许多生物组织如骨和血管组织生来就有孔洞,多孔弹性/多孔粘弹性介质都拥有多孔性和渗透性,拥有固体基和流体双方的特征. 因此,所有多孔介质两个最重要的特征是,机械性能稳定和化学性能稳定. 大家知道,管壁组织的多孔性,影响着动脉中血液流动的范围. 利用多孔因素,进行流体流动的控制. Schakenraad 和 Lam^[35] 论述了,不仅表面粗糙,而且动脉壁的多孔性对生物适应性的贡献,最终出现血管的融洽. 本文中考虑到所有这些因素,对管壁组织多孔性因素特别加以关注.

根据一些研究者的研究,通过介质的流动可以使用 Darcy 定律^[36]. 还有一些类似的研究,如 Varshney^[37] 和 Raptis 和 Perdikis^[38]. Hayat 等^[39] 研究了热传导对多孔空间中血液蠕动的流的影响. Sacheti^[40] 利用 Brinkman 模型,研究了多孔管道中粘性不可压缩流体稳定的 Poiseuille 流动.

本文应用生理流体动力学,连同生物磁流体动力学一起,对生物磁流体通过带有伸展壁的多孔介质时的流动理论,加以特别的关注. 本文旨在推动,生理学流体(着重是血液)流过组织(多孔基形式)时不同流动特征的调查. 多孔基的渗透性给出了基体内部流动的一个量度. 局部的边界或局部的粘性,对阻碍流体扩散是有效的. 该阻碍特征通常用“曲折”(tortuosity)表示. 对生理学流体通过多孔基(组织)的流动来说,“曲折”在生理学和医学的不同研究领域中,扮演着一个重要角色. 此外,动脉的病变,如动脉硬化,是由于大分子物质在动脉壁上异常聚集引起的. 本文结果可以用于,关于病理状态中血液流动的某些信息的探究.

已有科学文献报导,动脉壁中产生了机械应力,是由于血液流动期间血管壁的伸展,血动

力学流动行为的贡献,如果管壁应力足够高,会造成病理状态动脉硬化斑的破裂.本文主要在于血液的血动力学应用,管道壁的伸缩将在第1节“问题的数学公式”中给出.

此外,大家知道,人类的不同组织间要出现热交换.它和不同的过程有关联,如组织中热的传递,动脉/静脉血液通过组织的多孔基空洞时的热交换(通常归因于血液的对流).讨论了血液流动问题中温度影响的重要性.由于耦合温度影响的条件,在本研究的数学模型的开发和分析中,探究动脉中血液流动特征的改变,它可能在电磁过热治疗进程中出现.非线性问题的分析采用摄动法,进一步的数值格式用相当的有限差分项.计算技术中注意到代数方程组的离散性,未知变量矩阵出现的对角化.计算结果通过图形给出,理论上评估各种各样参数的影响,如 Reynolds 数、Prandtl 数以及粘弹性/粘性耗散参数.通过血液流过多孔基的前后关系,对结果进行适当的讨论,以本研究为基础的一些重要结论用图形画出.

1 问题的数学公式

考虑一管道内,在磁偶极子所产生的磁场作用下,二维粘弹性流体的流动.数学分析如下:采用直角坐标系 (x, y) ,其中 x -轴沿管道中心线(见图1),并平行于管道面, y -轴为横截面方向,流动以 x 轴为对称,并顺着管道壁流动,壁面每一点的速度与 x 轴坐标成正比.设磁偶极子位于距管道壁 b 处,壁面温度保持为常数 T_w .

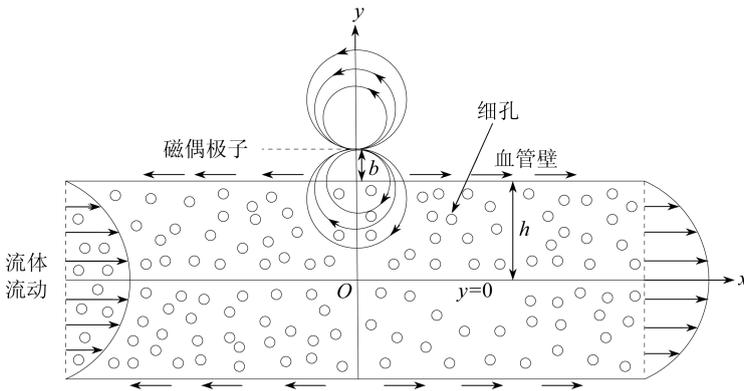


图1 计算模型的几何关系

基于上述考虑,流体流动的控制方程为

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0, \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \rho \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = & - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) - k_0 \left[u \frac{\partial^3 u}{\partial x^3} + u \frac{\partial^3 u}{\partial x \partial y^2} + v \frac{\partial^3 u}{\partial x^2 \partial y} + v \frac{\partial^3 u}{\partial y^3} - \right. \\ & \left. \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - 2 \left\{ \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial v}{\partial y} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right\} \right] + \mu_0 M \frac{\partial H}{\partial x} - \frac{\mu}{\bar{k}} u, \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \rho \left(u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = & - \frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) - k_0 \left[u \frac{\partial^3 v}{\partial x^3} + u \frac{\partial^3 v}{\partial x \partial y^2} + v \frac{\partial^3 v}{\partial x^2 \partial y} + v \frac{\partial^3 v}{\partial y^3} - \right. \\ & \left. \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \frac{\partial v}{\partial y} \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} - 2 \left\{ \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial v}{\partial y} \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right\} \right] + \mu_0 M \frac{\partial H}{\partial y} - \frac{\mu}{\bar{k}} v, \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \rho c_p \left(u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \mu_0 T \frac{\partial M}{\partial T} \left(u \frac{\partial H}{\partial x} + v \frac{\partial H}{\partial y} \right) = \\ k \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) + \mu \left[2 \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 \right] + \\ k_0 \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right) \frac{\partial}{\partial y} \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right). \end{aligned} \quad (4)$$

这些方程中所有符号的意义已列于符号说明中. 在前面的“引言”节中, 已经充分地讨论了温度/伸展壁对上述方程组的影响.

问题的边界条件, 用数学语言描述如下:

$$\frac{\partial u}{\partial y} = 0, \quad v = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial y} = 0, \quad y = 0, \quad (5)$$

$$u = cx, \quad v = 0, \quad T = T_w, \quad p + \frac{1}{2} \rho (u^2 + v^2) = \text{const}, \quad y = h. \quad (6)$$

式(2)和式(3)中项 $\mu_0 M \partial H / \partial x$ 和 $\mu_0 M \partial H / \partial y$, 表示由于存在磁场梯度之故, 每单位体积磁力的分量. 方程(4)中的项 $\mu_0 T (\partial M / \partial T) (u \partial H / \partial x + v \partial H / \partial y)$, 表示由于磁热效应而产生的每单位体积的热能. 方程(4)右边的第2项和末项, 分别表示由于粘性耗散和应变能的贡献. 磁化力的数量与磁场强度 H (物体中磁感应的数量, 称为磁通量密度) 有关, 是 H 的一个函数.

当生物流体受到磁场作用时, 用磁化强度 M (等于每单位体积的磁矩) 来描述的生物磁流体的行为. 在平衡状态时, 磁化强度一般取决于流体温度、密度和磁场强度. Andersson 和 Valnes^[24] 给出了 M 和 T 之间的简单关系:

$$M = K_1 T, \quad (7)$$

其中, K_1 为常数, 称为热磁系数, 而状态方程^[19]为

$$M = \chi H, \quad (8)$$

其中, χ 为常数, 称为磁化系数. 磁化强度^[22]方程也可以写成

$$M = M_1 \left(\frac{T_c - T}{T_1} \right)^\beta, \quad (9)$$

其中 β 为自发 \ 饱和磁化强度时的临界指数, T_c 为 Curie 温度. 又, 磁场强度 H 和温度 T 之间有下列的关系^[41]:

$$M = K' H (T_c - T), \quad (10)$$

其中 K' 为常数. 在本研究中, 磁化强度被认为非常合符方程(7)给出的规律.

沿 x 轴和 y 轴的磁场强度分量 H_x 和 H_y 为

$$H_x = \frac{\gamma}{2\pi} \frac{x^2 - (y+d)^2}{[x^2 + (y+d)^2]^2},$$

$$H_y = \frac{\gamma}{2\pi} \frac{2x(y+d)}{[x^2 + (y+d)^2]^2},$$

其中, $d = b + h$, γ 表示磁偶极子源(0, d) 的磁场强度(见图1). 最终磁场强度 H 的大小为

$$H = \sqrt{H_x^2 + H_y^2} = \frac{\gamma}{2\pi} \frac{1}{x^2 + (y+d)^2}. \quad (11)$$

2 方程的变换

为了求解方程组(2)~(4), 在边界条件(5)~(6)以及关系式(7)和(11)下的解, 我们先引入如下无量纲变量:

$$\psi(\xi, \eta) = \text{ch}^2 \xi f(\eta), \quad (12)$$

$$P(\xi, \eta) = \frac{p}{\rho c^2 h^2} = -P_1(\eta) - \xi^2 P_2(\eta), \quad (13)$$

$$\theta(\xi, \eta) = \frac{T}{T_w} = \theta_1(\eta) + \xi^2 \theta_2(\eta); \quad (14)$$

无量纲坐标:

$$\xi(x) = \frac{x}{h}, \quad (15)$$

$$\eta(y) = \frac{y}{h}; \quad (16)$$

以及无量纲参数为

$$K_2 = \frac{\bar{k}}{h^2}; \quad (17)$$

其中 $\psi(\xi, \eta)$, $P(\xi, \eta)$ 和 $\theta(\xi, \eta)$ 分别为流函数、压力和温度.

由流函数 ψ 可以得速度分量 u 和 v 为

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y} = \text{ch} \xi f'(\eta), \quad (18)$$

$$v = -\frac{\partial \psi}{\partial x} = -\text{ch} f(\eta), \quad (19)$$

显然 u 和 v 满足连续性方程(1). 将方程(12) ~ (19) 代入方程(2) ~ (4), ξ 和 ξ^2 的系数应相等, 得到下列一组常微分方程

$$f''' + \text{Re}(ff'' - f'^2) + K[ff'''' - 2f'f''' - f''^2] + 2\text{Re}P_2 - \frac{2B\theta_1}{\text{Re}(\eta - \alpha)^4} - \frac{1}{K_2}f' = 0, \quad (20)$$

$$\text{Re}P_1' - f'' - \text{Re}ff' - K(ff'''' - 3f'f''') - \frac{2B\theta_1}{\text{Re}(\eta - \alpha)^3} + \frac{1}{K_2}f = 0, \quad (21)$$

$$\text{Re}P_2' - \frac{2B\theta_2}{\text{Re}(\eta - \alpha)^3} + \frac{4B\theta_1}{\text{Re}(\eta\alpha)^5} = 0, \quad (22)$$

$$\theta_1'' + \text{Re}Prf\theta_1' - \frac{2\lambda B\theta_1 f}{(\eta - \alpha)^3} + 2\theta_2 + 4\text{Re}\lambda f'^2 = 0 \quad (23)$$

和

$$\theta_2'' - \text{Re}Pr(2f'\theta_2 - f\theta_2') - \frac{2\lambda Bf\theta_2}{(\eta - \alpha)^3} + \lambda B\theta_1 \left[\frac{2f'}{(\eta - \alpha)^4} + \frac{4f}{(\eta - \alpha)^5} \right] + \lambda \text{Re}f''^2 - \lambda K \text{Re}(f'f''^2 - ff''f''') = 0, \quad (24)$$

类似地, 边界条件(5) ~ (6) 呈

$$f = 0, f'' = 0, \theta_1' = 0, \theta_2' = 0, \quad \eta = 0 \quad (25)$$

和

$$f = 0, f' = 1, \theta_1 = 1, \theta_2 = 0, P_1 = 0, P_2 = \frac{1}{2}, \quad \eta = 1. \quad (26)$$

在上述方程变换中, 出现的其它无量纲参数为: 粘弹性参数 $K = k_0 c / \mu$, Reynolds 数 $\text{Re} = \rho c h^2 / \mu$, 无量纲距离 $\alpha = d/h$, 铁磁交互作用参数 $B = (\gamma/2\pi) \cdot (\mu_0 K_1 T_w \rho) / \mu^2$, 粘滞耗散参数 $\lambda = \mu^2 / \rho K_1 T_w$, Prandtal 数 $\text{Pr} = \mu c_p / k$, 渗透性参数 $K_2 = \bar{k} / h^2$.

3 摄动分析

因为方程(20)是强非线性的,同时假定粘弹性参数 K 非常小,我们应用摄动技术来解方程(20),记

$$f(\eta) = f_0(\eta) + Kf_1(\eta) + K^2f_2(\eta) + \dots, \quad (27)$$

将方程(27)代入方程(20),使 K 的同次幂项相等,忽略 K 的 2 次及更高次幂的项,得到

$$f_0''' + \operatorname{Re}(f_0 f_0'' - f_0'^2) + 2\operatorname{Re}P_2 - \frac{2B\theta_1}{\operatorname{Re}(\eta - \alpha)^4} - \frac{1}{K_2}f_0' = 0 \quad (28)$$

$$\text{及 } f_1''' + \operatorname{Re}(f_0 f_1'' + f_1 f_0'' - 2f_0' f_1') - \frac{1}{K_2}f_1' = 2f_0' f_0''' + f_0''^2 - f_0 f_0'''' \quad (29)$$

在式(25)~(26)中利用式(27),关于 f_0 和 f_1 的边界条件变为

$$f_0(0) = f_0'(0) = 0, f_0(1) = 1, f_0'(1) = 0, \quad (30)$$

$$f_1(0) = f_1'(0) = 0, f_1(1) = f_1'(1) = 0. \quad (31)$$

下一节,我们逐步给出在边界条件(30)~(31)下求解方程(28)~(29)的数值方法.

4 数值方法

边界条件(25)~(26)下,5个耦合的微分方程(20)~(24),构成了非线性的两点边值问题.为求解该边界值问题,我们逐步展开为一个适当的计算过程.为计算速度和温度,我们仅须处理方程(20)和(22)~(24).注意到,在这些方程里都不包含 P_1 ,无须对方程(21)作更深入的考虑.

为了在边界条件(30)~(31)下,求解方程(28)~(29),下面概要地给出有限差分法.

在式(28)和(30)中,记 $f_0' = F$, 有

$$F'' + \operatorname{Re}(f_0 F' - F^2) + \operatorname{Re}P_2 - \frac{2B\theta_1}{\operatorname{Re}(\eta - \alpha)^4} - \frac{1}{K_2}F = 0 \quad (32)$$

$$\text{和 } F'(0) = 0, F(1) = 1. \quad (33)$$

类似地,若记 $f_1' = G$, 方程(29)和(31)呈现如下形式:

$$G'' + \operatorname{Re}(f_0 G' + f_1 f_0'' - 2f_0' G) - \frac{1}{K_2}G = 2f_0' f_0''' + f_0''^2 - f_0 f_0'''' \quad (34)$$

$$\text{和 } G'(0) = 0, G(1) = 0. \quad (35)$$

关于 η 的导数,利用中心差分格式表示,记为

$$(V')_i = \frac{V_{i+1} - V_{i-1}}{2\delta\eta} + O((\delta\eta)^2) \quad (36)$$

$$\text{和 } (V'')_i = \frac{V_{i+1} - 2V_i + V_{i-1}}{(\delta\eta)^2} + O((\delta\eta)^2), \quad (37)$$

其中, V 代表 F, G, θ_1, θ_2 和 P_2, i 为 η 方向的网格指针,即 $\eta_i = i \times \delta\eta, i = 0, 1, \dots, m, \delta\eta$ 为沿 η 轴的增量.应用 Newton 的线性化方法,为此以下述方式线性化离散的方程.

当因变量的 n - 阶迭代值已知时,该变量的下一个迭代值可以用下面的公式得到

$$V_i^{n+1} = V_i^n + (\Delta V_i)^n, \quad (38)$$

其中 $(\Delta V_i)^n (i = 0, 1, 2, \dots, n)$ 表示 n - 阶迭代误差.因为边界上的 V_i 值是已知的,所以边界上的误差 $(\Delta V_i)^n$ 为 0,这是值得提醒的.

方程(28)和(29)求解后,利用有限差分方法数值地求解方程(22)~(24)及其边界条件

(25)和(26).

5 一个说明性的例子:对血液作过热流动时的理论评估

本节将给出一个说明性的实例,说明该数学模型的适用性,并连同前节给出的数值方法一起加以分析.特别是,我们试图给出动脉中血液在作电磁过热流动时,各种各样参数的理论评估.为此,我们将血液视为生物磁流体,并在一个管壁伸展的多孔介质中流动.概略地叙述上述的数值方法,花时间在方程组(20)~(24)在适当的边界条件下的求解.

为求得数值解,在分析中确定无量纲参数的初值是必要的.在计算过程中,取 $\rho = 1050 \text{ kg/m}^3$, $\mu = 3.2 \times 10^{-3} \text{ kg/(m} \cdot \text{s)}$.旨在调查重要性不同量的变化,其它参数的值为:铁磁性交互作用参数 $B = 0.0, 1.0, 2.0, 3.0, 4.0, 5.0, 6.0, 8.0, 10.0$;粘弹性参数 $K = 0.005, 0.008, 0.05, 0.1$;Reynolds 数 $Re = 1.1, 1.2, 1.5, 1.8, 2.0$;Prandtl 数 $Pr = 5.0, 6.0, 7.0, 8.0$; $\alpha = 2.5, 3.0, 4.0$; $\lambda = 0.20$ 和 $K_2 = 0.08, 0.14, 0.20$.计算中取 101 个网格点, $\delta\eta = 0.0125$.计算结果如图 2 ~ 14 所示.这些图精细地满意地描绘出铁磁性交互作用参数 B , Reynolds 数 Re , 无量纲距离 α , 孔隙渗透参数 K_2 , Prandtl 数 Pr 以及粘弹性参数 K , 对速度分量(f' 和 f)、压力和温度的影响.

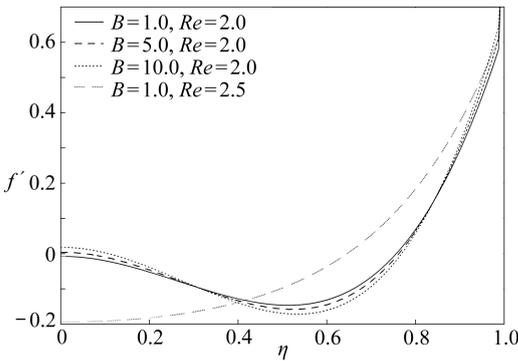


图 2 当 $Pr = 7.0, K = 0.005, K_2 = 0.08, \alpha = 2.5, \lambda = 0.20$, 不同 B 和 Re 时轴向速度 f' 的分布

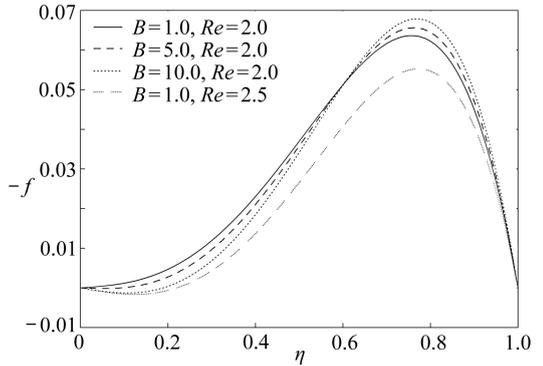


图 3 当 $Pr = 7.0, K = 0.005, K_2 = 0.08, \alpha = 2.5, \lambda = 0.20$, 不同 B 和 Re 时横向速度 $-f$ 的分布

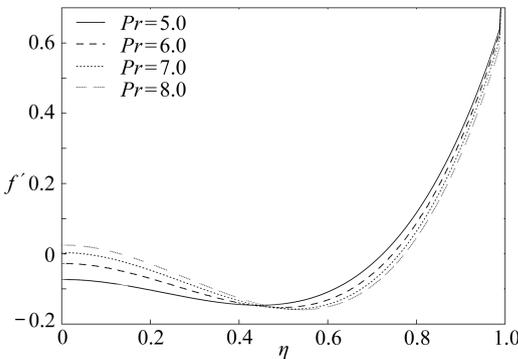


图 4 当 $B = 5.0, Re = 2.0, K = 0.01, K_2 = 0.08, \alpha = 2.5, \lambda = 0.20$, 不同 Pr 时轴向速度 f' 的分布

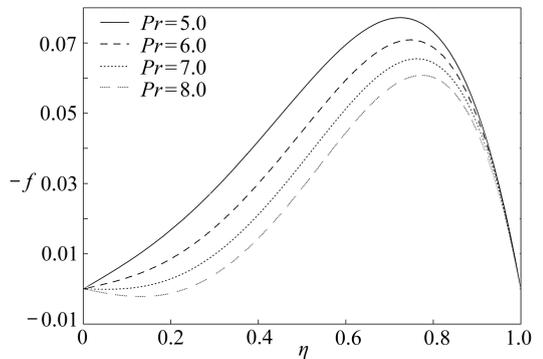


图 5 当 $B = 5.0, Re = 2.0, K = 0.01, K_2 = 0.08, \alpha = 2.5, \lambda = 0.20$, 不同 Pr 时横向速度 $-f$ 的分布

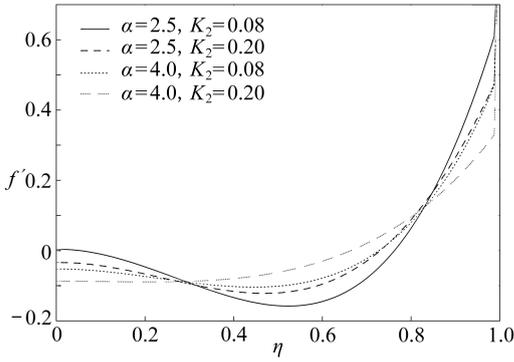


图6 当 $B = 5.0, Re = 2.0, Pr = 7.0, K = 0.005, \lambda = 0.20$, 不同 α 和 K_2 时轴向速度 f' 的分布

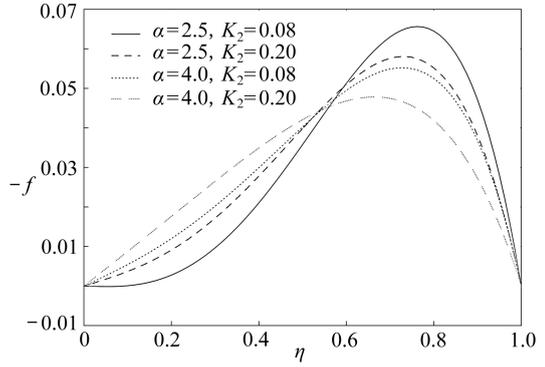


图7 当 $B = 5.0, Re = 2.0, Pr = 7.0, K = 0.005, \lambda = 0.20$, 不同 α 和 K_2 时横向速度 $-f$ 的分布

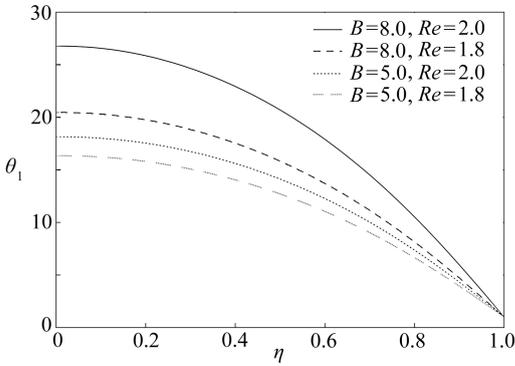


图8 当 $Pr = 7.0, K = 0.005, K_2 = 0.08, \alpha = 2.5, \lambda = 0.20$, 不同 B 和 Re 时 θ_1 的变化

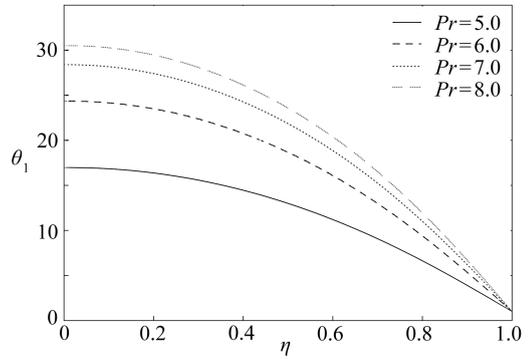


图9 当 $Re = 1.8, B = 4.0, K = 0.01, K_2 = 0.08, \alpha = 2.5, \lambda = 0.20$, 不同 Pr 时 θ_1 的分布

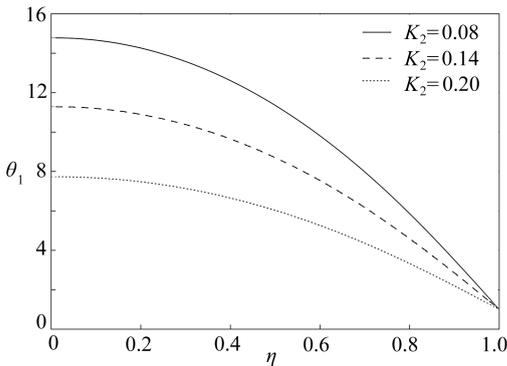


图10 当 $Re = 1.8, B = 5.0, K = 0.008, Pr = 5.0, \alpha = 2.5, \lambda = 0.20$, 不同 K_2 时 θ_1 的变化

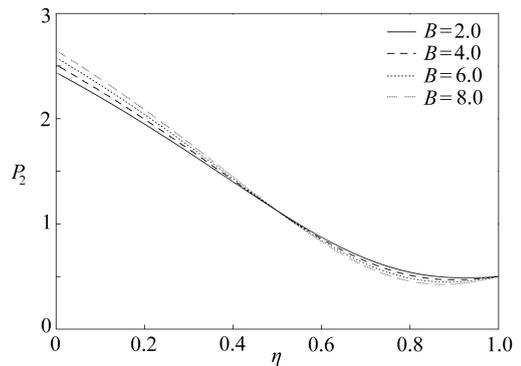


图11 当 $Re = 2.0, K_2 = 0.08, K = 0.005, Pr = 6.0, \alpha = 2.5, \lambda = 0.20$, 不同 B 时 P_2 的变化

图2、4、6集中地给出了铁磁性交互作用参数 $B(=1.0, 5.0, 10.0)$ 、Reynolds数 $Re(=1.5, 2.0)$ 、Prandtl数 $Pr(=5.0, 6.0, 7.0, 8.0)$ 、无量纲距离 $\alpha(=2.5, 4.0)$ 和孔隙渗透率 $K_2(=0.08, 0.02)$ 取不同值时,无量纲轴向速度分量 f' 的变化.图2显示,当铁磁性交互作用参数增

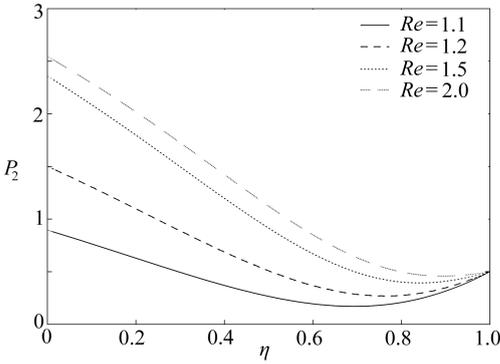


图 12 当 $B = 5.0$, $K_2 = 0.08$, $K = 0.005$, $Pr = 6.0$, $\alpha = 2.5$, $\lambda = 0.20$, 不同 Re 时 P_2 的变化

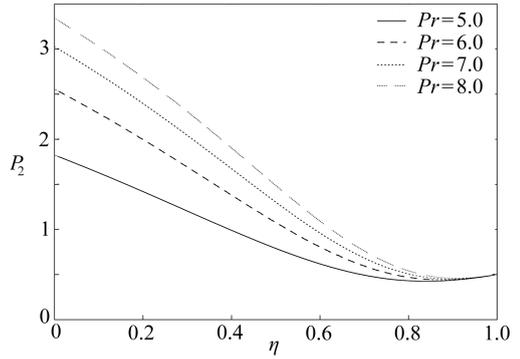


图 13 当 $B = 5.0$, $K_2 = 0.08$, $K = 0.005$, $Re = 1.8$, $\alpha = 2.5$, $\lambda = 0.20$, 不同 Pr 时 P_2 的变化

大时,最初的轴向速度是增大的,达到血管的某一高度后,它反而减小了.还能注意到,Reynolds 数 $Re = 2.0$ 时,在一个邻近下壁面的区域中,流动是分开的.但是, $Re = 1.5$ 时,轴向速度随着竖直距离的增加而增加.由图 4 观察到,在某一竖向高度内,Prandtl 数增大时轴向速度也增大,超过该竖向高度后,随 Pr 数的增大,轴向速度反而减小.还可以发现,对大的 Prandtl 数,在一个邻近下壁面的区域中,流动出现分离的趋向;随着 Prandtl 数的减少,分离的趋势逐渐消失.图 6 给出了多孔渗透率不同值、磁耦极子在管壁上方不同位置时的轴向速度的分布.可以看到, α 增大时,流动分离的趋势逐渐减小,对于非常小的 K_2 值,在下壁面附近就出现流动的分流.这些图清楚地表明,由于管壁伸展的影响,管道中心线附近产生回流,然后在强外磁场的作用下,相当大的程度上又迫使流动反转.

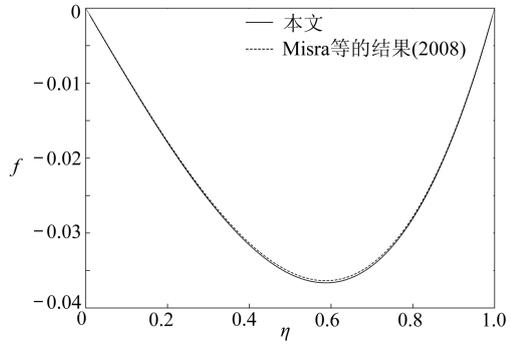


图 14 当 $B = 0.0$, $K_2 = 100.0$, $Re = 1.0$ 时, $f(\eta)$ 的分布

图 3、5 和 7 显示了,不同参数值改变时,对横向速度所作贡献的不同类型.图 3 表明,最初法向速度是减小的,到达管道中心某一高度以后,由于铁磁性交互作用介面的增大,法向速度单调地增加.图 3 还可以看到,当 Reynolds 数增大时,法向速度是减小的.图 5 表明,当 Prandtl 数增大时横向速度是减小的,且对大的 Prandtl 数,法向速度消失在管道的不同位置处.这说明,当导热率很小时,在管道中心线邻近,流动出现反转.图 7 对两个不同(孔隙率)渗透性参数,给出了磁偶极子的位置变化的影响.从图 7 可以看出,法向速度开始是增大的,当达到管道的某一高度以后,注意其倒转的出现.图 7 还进一步示出,当 $\alpha = 2.5$, $K_2 = 0.08$ 时,在中心线临域内,出现回流的趋势.

图 8、9、10 对不同 Reynolds 数、铁磁交互作用参数、Prandtl 数和(孔隙率)渗透参数,给出了某些特征温度 $\theta_1(\eta)$ 曲线的分布.由图 8 可以看出,当 Reynolds 数/铁磁交互作用参数增大时,温度是上升的.图 9 表明,当 Prandtl 数增大时,温度上升,因此,当渗透系数增大时,温度下降;竖向距离增大时,温度也下降(见图 10).

图 11、12、13 对不同的铁磁交互作用参数、Reynolds 数和 Prandtl 数,给出了压力的分布.

图 11 表明,最初压力是增加的,达到管道某一高度以后,随铁磁交互作用的增大,反而下降了。由图 12 可以看出,Reynolds 数增大时,压力也增大,而图 13 表明,Prandtl 数增大时,压力也增大。

基于本文的研究,我们也可以计算局部表面摩擦因数:

$$C_{f_x} = \frac{2\tau_w}{\rho(cx)^2} = -\frac{2}{\sqrt{Re}}f''(1), \tau_w = -\mu\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)_{y=h}$$

对不同的参数值的集合, $-f''(1)$ 的值给出在表 1 中。利用该表,可计算出局部表面摩擦因数的值。

表 1 $-f''(1)$ 的分布

参数	$B = 0.0$	$B = 1.0$	$B = 2.0$	$B = 3.0$	$B = 4.0$	
$K_2 = 0.1$	$\alpha = 2.5, Pr = 5.0$	-220.256 2	-224.539 414	-229.019 196	-233.411 358	-245.851 536
	$K = 0.005, Pr = 7.0$	-220.256 2	-224.505 311	-228.244 636	-231.908 714	-235.504 756
	$Re = 2.0, Pr = 8.0$	-220.256 2	-217.863 096	-221.155 877	-224.380 163	-227.539 294
$K_2 = 0.1$	$\alpha = 2.5, Re = 1.2$	-237.250 01	-245.177 621	-253.192 898	-270.426 147	-279.060 292
	$K = 0.005, Re = 1.5$	-230.739 342	-236.541 15	-242.521 256	-256.182 553	-262.126 266
	$Pr = 7.0, Re = 2.0$	-220.256 2	-224.506 311	-228.244 636	-231.908 714	-235.504 756
$Pr = 7.0$	$\alpha = 2.5, K_2 = 0.08$	-241.865 636	-247.857 94	-251.662 245	-255.403 538	-259.084 984
	$K = 0.005, K_2 = 0.14$	-195.403 746	-207.122 573	-213.016 345	-218.742 655	-224.302 677
	$Re = 2.0, K_2 = 0.20$	-162.798 966	-170.091 956	-185.316 307	-192.905 828	-200.193 381

我们注意到,局部摩擦因数随 B 的增大而减小。当 Prandtl 数大, B 为 1.0 到 2.0 之间的某一值时,最初的局部摩擦是增大的,当 B 进一步增大时,局部摩擦就逐步减小。Prandtl 数增大时,局部摩擦也会增大。进一步还观察到,对任意的 Pr, K, α, K_2 值,局部摩擦因数会随 B 的增大而减小,而随 Reynolds 数的增大而增大。表 1 中还可看到,局部摩擦因数会随(孔隙率)渗透系数的增大而增大。

图 14 给出了本文得出的横向速度 ($Re = 1.0$) 的结果与 Misra 等^[30]早期的工作的比较。Misra 等的早期工作将血液考虑为粘弹性流体,并取 $Re = 1.0$ 且无磁场存在,即 $B = 0.0$ 。该比较表明,两者无论在质量上还是数值上都吻合得很好。

6 结 论

研究者对构成电磁过热基础原理的探索,对肿瘤病的治疗十分有益。根据临床医生的经验,电磁热疗对肿瘤病是一种有效的治疗方法。如果热疗并结合其他治疗,例如化学疗法、放射疗法、基因疗法和外科手术,可使肿瘤的复发率和患者的发病率进一步的下降。

电磁热疗在癌/恶性肿瘤治疗时,首选应用超顺磁凝胶体(颗粒大小在 8 nm 到 10 nm 之间)^[1]。在对肿瘤治疗这一特殊治疗进程中,临床医生使用铁素体材料的纳米粒子,将肿瘤暴露在低频磁场中(通常低于 200 kHz)。大家知道,纳米材料的磁感应性能是随温度变化的。在 AC 磁场的感应下,产生磁过热,在磁性材料中将磁场能转变为热能。

因为活体动物组织中水约占 75%,在频率超过 10 MHz 的电场作用下,水被涡电流所加热。实验研究表明,电磁场分量 E 和 H 可以使活体组织的温度水平升高。

本文考虑到以上这些事实及观察外,还给出了温度对流体流动状态的影响。在电磁过热展望中,本文给出的数学分析,还涉及到介质的多孔性、伸展壁的影响,以及磁场与温度场耦合的影响。当血液作为生物磁流体处理时,试图解决血液某些重要的流动特征。本文涉及到铁流体

动力学和生物磁流体动力学。

将不同参数下的理论评估报告,与早期科学文献的报导相比较验证。要求两份研究报告有相同的比较平台,这是无须累言的。在上一节已经提及,本文模型的结果和早期的报告有着很好的一致性。

本研究考虑了7个参数 $B, Pr, Re, K, \alpha, \lambda, K_2$ (其定义在术语表中可以找到)的共同影响下,很好地调查了重要的血液流动特征。因此,本文结果与理论估计符合得很好,对血液流动有着重要的应用潜力,血液在电磁过热下流动时,血液暴露于热环境与磁场影响的联合作用。该模型还可以用来开发探索某些未知的信息,必需知道与电磁过热治疗进程有关的信息。

大家知道,在作外科手术时,需要减少血液的流出。本研究建议,通过磁场影响完全暴露的方法,来减少血液的体积流动的比率。

总之,我们阐述的热疗概念,对癌症的治疗是非常有前途的方法。因此,为了使临床治疗进程更为有效,还需要具备宽广领域的跨学科人员共同合作。

感谢 作者非常感谢本文的评审员,对本研究工作的评判,以及对本文结果应用的重视。初始原稿根据评审员的意见做了修改。第二作者 Sinha 非常感谢 CSIR (新德里) 概允 SRF。

参考文献:

- [1] Nikiforov V N. Magnetic induction hyperthermia[J]. *Russian Phys J*, 2007, **50**(9): 913-924.
- [2] Jordan A, Wust P, Scholz R, Tesche B, Fahling H, Mitrovics T, Vogl T, Carvos-navarro J, Felix R. Cellular uptake of magnetic fluid particles and their effects on human adenocarcinoma cells exposed to AC magnetic fields in vitro[J]. *Int J Hyperthermia*, 1996, **12**(6): 705-722.
- [3] Fiorentini G, Szasz S. Hyperthermia today: electric energy, a new opportunity in cancer treatment[J]. *J Cancer Res Ther*, 2006, **2**(2): 41-46.
- [4] Higashi T, Yamagishi A, Takeuchi T, Kawaguchi N, Sagawa S, Onishi S, Date M. Orientation of erythrocytes in a strong static magnetic field[J]. *J Blood*, 1993, **82**(4): 1328-1334.
- [5] Gasparovic C, Matweyoff N A. The magnetic properties and water dynamics of the red blood cell[J]. *Magn Reson Med*, 1992, **26**(2): 274-299.
- [6] Higashi T, Ashida N, Takeuchi T. Orientation of blood cells in static magnetic field[J]. *Physica B*, 1997, **237/238**: 616-620.
- [7] Pauling L, Coryell C D. The magnetic properties and structure of hemoglobin, oxyhemoglobin and carbonmonoxy hemoglobin[J]. *Proc Natl Acad Sci(USA)*, 1936, **22**: 210-216.
- [8] Motta M, Haik Y, Gandhari A, Chen C J. High magnetic field effects on human deoxygenated hemoglobin light absorption[J]. *Bioelectrochem Bioenerg*, 1998, **47**(2): 297-300.
- [9] Bartoszek M, Drzazga Z. A study of magnetic anisotropy of blood cells[J]. *J Magn Magn Mater*, 1999, **196/197**(1): 573-575.
- [10] Haik Y, Pai V, Chen C J. Development of magnetic device for cell separation[J]. *J Magn Magn Mater*, 1999, **194**(1/3): 254-261.
- [11] Voltairas P A, Fotiadis D I, Michalis L K. Hydrodynamics of magnetic drug targeting[J]. *J Biomech*, 2002, **35**: 813-821.
- [12] Ruuge E K, Rusetski A N. Magnetic fluids as drug carriers: targeted transport of drugs by a magnetic field[J]. *J Magn Magn Mater*, 1993, **122**(1/3): 335-339.
- [13] Badescu V, Rotariu O, Murariu V, Rezlescu N. Transverse high gradient magnetic filter cell with bounded flow field[J]. *IEEE Trans Magn*, 1997, **33**(6): 4439-4444.

- [14] Andra W, Nowak H. *Magnetism in Medicine*[M]. Berlin:Wiley VCH, 1998.
- [15] Plavins J, Lauva M. Study of colloidal magnetite binding erythrocytes; prospects for cell separation[J]. *J Magn Magn Mater*, 1993, **122** (1/3): 349-353.
- [16] Berkovski B, Bashtovoy V. *Magnetic Fluids and Applications Handbook*[M]. New York: Be-gell House Inc, 1996.
- [17] Blums E, Cebers A, Maiorov M M. *Magnetic Fluids*[M]. Berlin: Walter de Gruyter, 1997.
- [18] Neuringer J L, Rosensweig R E. Ferrohydrodynamics[J]. *Physics of Fluids*, 1964, **7**: 1927-1937.
- [19] Rosensweig R E. *Ferrohydrodynamics* [M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1985.
- [20] Rosensweig R E. Magnetic fluids[J]. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 1987, **19**: 437-463.
- [21] Haik Y, Pai V M, Chen C J. Biomagnetic fluid dynamics [C]//Shyy W, Narayanan R. *Fluid Dynamics at Interfaces*. Cambridge: Cambridge University Press, 1999: 439-452.
- [22] Tzirtzilakis E E, Kafoussias N G. Biomagnetic fluid flow over a stretching sheet with non-linear temperature dependent magnetization[J]. *J Appl Math Phys, ZAMP*, 2003, **54**: 551-565.
- [23] Tzirtzilakis E E, Xenos M, Loukopoulos V C, Kofoussias N G. Turbulent biomagnetic fluid flow in a rectangular channel under the action of a localized magnetic field[J]. *Int J Engg Sci*, 2006, **44**(18/19): 1205-1224.
- [24] Andersson H I, Valnes O A. Flow of a heated ferrofluid over a stretching sheet in the presence of magnetic dipole[J]. *Acta Mech*, 1998, **128**(1/2): 39-47.
- [25] Fukada E, Kaibara M. Viscoelastic study of aggregation of red blood cells[J]. *Biorheology*, 1980, **17**(1/2): 177-182.
- [26] Thurston G B. Viscoelasticity of human blood[J]. *Biophysical J*, 1972, **12**(9): 1205-1217.
- [27] Stoltz J F, Lucius M. Viscoelasticity and thixotropy of human blood[J]. *Biorheology*, 1981, **18** (3/6): 453-473.
- [28] Misra J C, Shit G C. Biomagnetic viscoelastic fluid flow over a stretching sheet[J]. *Appl Math Comput*, 2009, **210** (2): 350-361.
- [29] Misra J C, Shit G C. Flow of a biomagnetic visco-elastic fluid in a channel with stretching walls[J]. *Trans ASME J Appl Mech*, 2009, **76** (6): 061006-1.
- [30] Misra J C, Shit G C, Rath H J. Flow and heat transfer of a MHD viscoelastic fluid in a channel with stretching walls: some applications to hemodynamics[J]. *Computers and Fluids*, 2008, **37**: 1-11.
- [31] Misra J C, Pal B, Gupta A S. Hydromagnetic flow of second-grade fluid in a channel: some applications to physiological systems[J]. *Math Model and Methods in Appl Sci*, 1998, **8**(8): 1323-1342.
- [32] Pal B, Misra J C, Pal A, Gupta A S. Hydromagnetic flow of a viscoelastic fluid in a parallel plate channel with stretching walls[J]. *Ind J Maths*, 1999, **41**: 231-247.
- [33] Dunn J E, Fosdick R L. Thermodynamics, stability and boundedness of fluids of complexity 2 and fluids of second grade[J]. *Arch Rational Mech Anal*, 1974, **56**(3): 119-252.
- [34] Fosdick R L, Rajagopal K R. Anomalous features in the model of "second order fluids"[J]. *Arch Rational Mech Anal*, 1978, **70**(2): 145-152.
- [35] Schakenraad J M, Lam K G. The influence of porosity and surface roughness on biocompatibility [C]// Zilla P. *Tissue Eng Vascular Prosthetic Grafts*. Austin: Landes Bioscience, 1999.
- [36] Siddiqui A M, Schwarz W H. Peristaltic flow of a second order fluid in tubes[J]. *J Non-*

- Newtonian Fluid Mech*, 1994, **53**: 257-284.
- [37] Varshney C L. The fluctuating flow of a viscous fluid through a porous medium bounded by a porous and horizontal surface[J]. *Indian J Pure Appl Math*, 1979, **10**: 1558-1564.
- [38] Raptis A, Perdikis C. Flow of a viscous fluid through a porous medium bounded by a vertical surface[J]. *Int J Eng Sci*, 1983, **21**(11): 1327-1330.
- [39] Hayat T, Qureshi M U, Hussain Q. Effect of heat transfer on the peristaltic flow of an electrically conducting fluid in a porous space[J]. *Appl Math Modelling*, 2009, **33**(4): 1862-1873.
- [40] Sacheti N C. Application of Brinkman model in viscous incompressible flow through a porous channel[J]. *J Math Phys Sci*, 1983, **17**: 567-577.
- [41] Tzirtzilakis E E, Tanoudis G B. Numerical study of biomagnetic fluid flow over a stretching sheet with heat transfer[J]. *Int J Numer Methods Heat Fluid Flow*, 2003, **13**(7): 830-848.

Flow of a Biomagnetic Viscoelastic Fluid: Application to Estimation of Blood Flow in Arteries During Electromagnetic Hyperthermia, a Therapeutic Procedure for Cancer Treatment

J. C. Misra¹, A. Sinha², G. C. Shit³

(1. *Siksha O Anusandhan University, Bhubaneswar-751030, India;*

2. *School of Medical Science and Technology, Indian Institute of Technology, Kharagpur-721302, India;*

3. *Department of Mathematics, Jadavpur University, Kolkata-700032, India)*

Abstract: The theoretical investigation of a fundamental problem of flow of a biomagnetic fluid through a porous medium subjected to a magnetic field by using the principles of Biomagnetic Fluid Dynamics (BFD) was dealt with. The study pertains to a situation where magnetization of the fluid varies with temperature. The fluid was considered to be non-Newtonian, its flow being governed by the equation of a second-grade fluid, which takes into account the effect of fluid visco-elasticity. The walls of the channel were assumed to be stretchable, where the surface velocity was proportional to the longitudinal distance from the origin of coordinates. The problem was first reduced to that of solving a system of coupled nonlinear differential equations that involve seven parameters. Considering blood as a biomagnetic fluid and using the present analysis, an attempt had been made to compute some parameters of blood flow, by developing a suitable numerical method and by devising an appropriate finite difference scheme. The computational results were presented in graphical form and thereby some theoretical predictions were made in respect of the hemodynamical flow of blood in a hyperthermal state, under the action of a magnetic field. The results reported here clearly indicate that presence of a magnetic dipole bears the potential to affect the characteristics of blood flow in arteries to a significant extent during the therapeutic procedure of electromagnetic hyperthermia. The study should attract the attention of clinicians and the results should be useful to them in their treatment of cancer patients by the method of electromagnetic hyperthermia.

Key words: biomagnetic fluid; blood; stretching walls; porous medium; electromagnetic hyperthermia