

基于 Fibonacci 序列寻优理论薄壁弯箱材料常数的 Powell 优化识别*

张 剑¹, 叶见曙², 周储伟¹

(1. 南京航空航天大学 结构工程与力学系,南京 210016;
2. 东南大学 桥梁工程研究所,南京 210096)

摘要: 对于薄壁弯箱结构,推导了材料常数的动态 Bayes 误差函数,提出步长的一维 Fibonacci 序列自动寻优方案后,利用 Powell 优化理论研究了薄壁弯箱材料常数的动态识别方法,同时给出了具体的计算步骤,并研制了相应的计算程序.算例分析表明, Powell 理论用于弯箱材料常数识别时表现出良好的数值稳定性和收敛性,在迭代过程中, Powell 理论不涉及有限元偏导数处理,与以往材料常数的梯度优化方法相比,计算效率较高;建立的动态 Bayes 误差函数能同时计入系统参数的随机性和系统响应的随机性;提出的 Fibonacci 序列寻优方案无需通过试算确定最优步长所在区间,有效地解决最优步长的一维自动寻优问题.

关键词: Powell 理论; 薄壁弯箱; 材料常数; Fibonacci 序列寻优法; FCSE 理论

中图分类号: O221.2; TU375 **文献标志码:** A

DOI: 10.3879/j.issn.1000-0887.2011.01.010

引 言

薄壁箱梁由于自重轻、结构受力合理等优点,在实际工程中已得到广泛的应用^[1-3].随着箱梁力学机理研究的深入以及城市桥梁建设美观的需要,薄壁弯箱也有了更广泛的应用.就目前箱梁的研究成果而言,对箱梁进行线弹性正分析已非难事, Ansys 等多种商用软件均能够完成,还有一些学者根据箱梁的受力特点,构造不同的单元对箱梁受力性能进行了研究^[4-6].

在进行薄壁弯箱受力性能分析时,其材料常数必须输入,否则无法进行结构分析.然而,要准确把握薄壁弯箱材料常数并非易事.目前为止,其往往由现场或室内试验甚至经验得出,有时难以准确地反映实际情况.因此,如能根据不同测量次数、不同空间位置的薄壁弯箱位移实测值,考虑随机因素影响,动态地识别弯箱材料常数,则有助于更准确地预测薄壁弯箱的结构行为^[7-8].

文献[9]利用一阶梯度法对多梁式梁的材料常数进行了识别研究,并指出一阶梯度法在迭代过程中需计算考察点位移对待估参数的偏导数,容易形成误差累计且计算效率不高.文献

* 收稿日期: 2010-08-29; 修订日期: 2010-12-01

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(10472045; 10772078; 11072108); 国家高技术研究发展计划(863)资助项目(2007AA11Z106)

作者简介: 张剑(1978—),男,安徽青阳人,博士(联系人. Tel: +86-25-83713137; E-mail: zjmech@163.com).

[10-11]利用共轭梯度法对箱梁材料常数等进行了研究,结果表明在材料常数迭代过程中,计算效率高效与否很大程度上决定于迭代过程中调用正分析次数,共轭梯度法需多次处理误差函数对系统参数的有限元偏导数,即便转化成有限差分法解决后,仍需多次调用箱梁正分析,这显然限制了计算效率.为此,作为研究的继续和深入,针对薄壁弯箱结构,基于 Powell 直接优化理论,结合最优步长的一维 Fibonacci 序列自动寻优方案,对其材料常数的动态识别问题展开研究.

1 薄壁弯箱材料常数的误差函数

在薄壁弯箱材料常数的 Powell 优化识别中,将弯箱各部位弹性模量均可视为随机变量,记成随机向量 $\mathbf{E} = [E_1 \ E_2 \ \cdots \ E_m]^T$ (m 为随机向量 \mathbf{E} 的维数) 进行多参数识别. 根据 Bayes 定理^[11], 有

$$f(\mathbf{E} | \mathbf{U}^*) = \frac{f(\mathbf{U}^* | \mathbf{E})f(\mathbf{E})}{f(\mathbf{U}^*)}, \quad (1)$$

式中, $f(\mathbf{E})$ 为验前分布, $f(\mathbf{U}^* | \mathbf{E})$ 为实测位移条件分布, $f(\mathbf{U}^*)$ 为实测位移分布, $f(\mathbf{E} | \mathbf{U}^*)$ 为验后分布. 假设随机向量 \mathbf{E} 的验前分布具有 Gauss 性, 则 $f(\mathbf{E})$ 为

$$f(\mathbf{E}) = (2\pi)^{-m/2} |\mathbf{C}_E|^{-1} \exp\left[-\frac{1}{2} (\mathbf{E} - \mathbf{E}_0)^T \mathbf{C}_E^{-1} (\mathbf{E} - \mathbf{E}_0)\right], \quad (2)$$

式中, \mathbf{E}_0 和 \mathbf{C}_E 分别为薄壁弯箱材料常数 \mathbf{E} 的均值列阵和协方差矩阵.

在实际工程中, 已布测点的位移需测量多次, 每次位移实测值列阵 \mathbf{U}_i^* 都是来自 \mathbf{U}^* 的样本, 如果建立常规 Bayes 误差函数进行参数识别, 重复工作量大. 为此, 考虑建立薄壁弯箱材料常数的动态 Bayes 误差函数. \mathbf{U}_i^* 的联合密度为: $\prod_{i=1}^n f(\mathbf{U}_i^* | \mathbf{E})$, 其中 n 为位移测量次数. 由极大似然理论可得似然函数:

$$L(\mathbf{U}^* | \mathbf{E}) = f(\mathbf{U}^* | \mathbf{E}) = (2\pi)^{-mn/2} \prod_{i=1}^n |\mathbf{C}_{U_i^*}|^{-1} \times \exp\left[-\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (\mathbf{U}_i^* - \mathbf{U}_i)^T \mathbf{C}_{U_i^*}^{-1} (\mathbf{U}_i^* - \mathbf{U}_i)\right], \quad (3)$$

式中, $\mathbf{U}_i = \mathbf{U}_i(\mathbf{E})$ 为位移理论计算值列阵. 将式(2)和式(3)代入式(1), 薄壁弯箱材料常数的动态 Bayes 误差函数 J 可推求为

$$J = \sum_{i=1}^n (\mathbf{U}_i^* - \mathbf{U}_i)^T \mathbf{C}_{U_i^*}^{-1} (\mathbf{U}_i^* - \mathbf{U}_i) + (\mathbf{E} - \mathbf{E}_0)^T \mathbf{C}_E^{-1} (\mathbf{E} - \mathbf{E}_0), \quad (4)$$

式(4)即为材料常数的 Powell 优化识别中所需的误差函数式. 为了获得待估参数的方差识别结果, 由式(4)可求出误差函数 J 对薄壁弯箱材料常数 \mathbf{E} 的偏导数为

$$\frac{\partial J}{\partial \mathbf{E}} = \sum_{i=1}^n 2 \left(\frac{\partial \mathbf{U}_i}{\partial \mathbf{E}} \right)^T \mathbf{C}_{U_i^*}^{-1} (\mathbf{U}_i - \mathbf{U}_i^*) + 2 \mathbf{C}_E^{-1} (\mathbf{E} - \mathbf{E}_0). \quad (5)$$

将 $\mathbf{U}_i(\mathbf{E})$ 在 \mathbf{E} 均值点 $\bar{\mathbf{E}}$ 处 Taylor 展开, 并忽略二阶及其以上微量, 可得

$$\mathbf{U}_i(\mathbf{E}) = \mathbf{U}_i(\bar{\mathbf{E}}) + \mathbf{S}_i(\bar{\mathbf{E}}) (\mathbf{E} - \bar{\mathbf{E}}), \quad (6)$$

其中, 敏感性矩阵 $\mathbf{S}_i(\bar{\mathbf{E}}) = (\partial \mathbf{U}_i / \partial \mathbf{E}) |_{\mathbf{E}=\bar{\mathbf{E}}}$. 将式(6)代入式(5), 可得

$$\frac{\partial J}{\partial \mathbf{E}} = \sum_{i=1}^n \mathbf{S}_i^T \mathbf{C}_{U_i^*}^{-1} (\bar{\mathbf{U}}_i + \mathbf{S}_i \mathbf{E} - \mathbf{S}_i \bar{\mathbf{E}} - \mathbf{U}_i^*) + 2 \mathbf{C}_E^{-1} (\mathbf{E} - \mathbf{E}_0), \quad (7)$$

其中, $\bar{U}_i = U_i(\bar{E})$. 当误差函数 J 达到极小值时, 式(7)取值为 0, 则可得

$$\left[\sum_{i=1}^n S_i^T C_{U_i^*}^{-1} S_i + C_E^{-1} \right] E = \sum_{i=1}^n S_i^T C_{U_i^*}^{-1} (U_i^* - \bar{U}_i + S_i \bar{E}) + C_E^{-1} E_0. \quad (8)$$

设

$$H = \sum_{i=1}^n S_i^T C_{U_i^*}^{-1} S_i + C_E^{-1},$$

$$M = H^{-1} [S_1^T C_{U_1^*}^{-1}, S_2^T C_{U_2^*}^{-1}, \dots, S_n^T C_{U_n^*}^{-1}],$$

由式(8)即可推得薄壁弯箱材料常数 E 的识别值 \hat{E} 为

$$\hat{E} = (I - MS)E_0 + MU^* - M(\bar{U} - S\bar{E}), \quad (9)$$

式中, I 为单位矩阵;

$$U^* = [U_1^*, U_2^*, \dots, U_n^*]^T,$$

其中 U_i^* 为第 i 次位移实测值列阵;

$$\bar{U} = [\bar{U}_1, \bar{U}_2, \dots, \bar{U}_n]^T,$$

其中 \bar{U}_i 为参数均值点 \bar{E} 处第 i 次理论计算位移值列阵;

$$S = [S_1, S_2, \dots, S_n]^T,$$

其中 S_i 为第 i 次位移敏感性矩阵. 假定薄壁弯箱材料常数先验信息 E_0 与位移实测资料 U^* 不相关, 由式(9)知 \hat{E} 的方差为

$$C_{\hat{E}} = [I - MS]C_E [I - MS]^T + MC_{U^*}M^T, \quad (10)$$

式中, C_{U^*} 为对角块阵 $C_{U^*} = \text{diag}(C_{U_1^*}, C_{U_2^*}, \dots, C_{U_n^*})$, 其中 $C_{U_i^*}$ 为第 i 次位移测量值协方差矩阵. 利用 C_E, C_{U^*} 的对称非奇异性, 式(10)可推成

$$C_{\hat{E}} = [C_E^{-1} + S^T C_{U^*}^{-1} S]^{-1}, \quad (11)$$

式(11)也可以写成动态 Bayes 方差的和式形式:

$$C_{\hat{E}} = \left[C_E^{-1} + \sum_{i=1}^n S_i^T C_{U_i^*}^{-1} S_i \right]^{-1}. \quad (12)$$

2 薄壁弯箱的 FCSE 理论

薄壁弯箱材料常数的动态误差函数式(4)中 U_i 为位移理论计算值列阵, 本文利用有限曲条元(FCSE)理论^[12], 对薄壁弯箱进行力学分析. 对于薄壁弯箱结构, 图 1 通过锥顶角 φ 的变化描述不同几何形状壳体的应变与位移关系:

$$\begin{cases} \varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \varepsilon_\theta = \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{w \cos \varphi + u \sin \varphi}{r}, \\ \gamma_{x\theta} = \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{v \sin \varphi}{r}, \\ X_x = -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}, \\ X_\theta = -\frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} + \frac{\cos \varphi}{r^2} \frac{\partial v}{\partial \theta} - \frac{\sin \varphi}{r} \frac{\partial w}{\partial x}, \\ X_{x\theta} = 2 \left(-\frac{1}{r} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial \theta} + \frac{\sin \varphi}{r^2} \frac{\partial w}{\partial \theta} + \frac{\cos \varphi}{r} \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\sin \varphi \cos \varphi}{r^2} v \right). \end{cases} \quad (13)$$

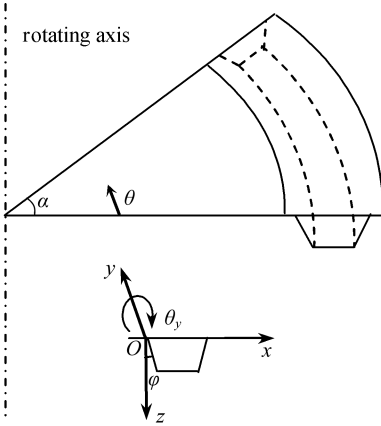


图1 薄壁弯箱结构

Fig.1 Curve box structure

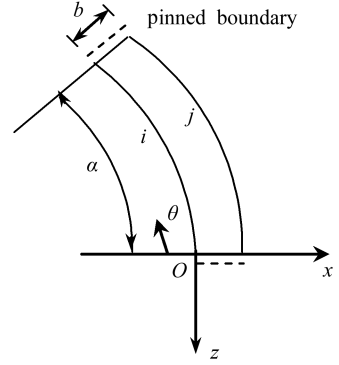


图2 薄壁弯箱 FCS 单元

Fig.2 Curve strip element

对于简支薄壁弯箱, FCS 单元(图2)位移场表达式为

$$\mathbf{f} = \sum_{m=1}^r \mathbf{f}_m = \sum_{m=1}^r \mathbf{N}_m \boldsymbol{\delta}_m, \quad (14)$$

式中, $\mathbf{f} = [u, v, w]^T$ 和 $\mathbf{f}_m = [u_m, v_m, w_m]^T$ 分别为整体坐标系 xyz 中位移场列阵和第 m 级位移场列阵, $\boldsymbol{\delta}_m$ 为单元节线峰值位移列阵, \mathbf{N}_m 为谐函数 $Y_m = \sin(m\pi\theta/\alpha)$ 的函数, α 为弯曲箱梁圆心角, θ 为角坐标, b 为条元宽度.

FCS 单元刚度矩阵推求为

$$\mathbf{K}_e = \int_V \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} dV = \int_V [\mathbf{B}_1 \quad \mathbf{B}_2 \quad \cdots \quad \mathbf{B}_r]^T \mathbf{D} [\mathbf{B}_1 \quad \mathbf{B}_2 \quad \cdots \quad \mathbf{B}_r] dV, \quad (15)$$

式中 \mathbf{D} 为弹性矩阵, 应变矩阵 \mathbf{B} 由式(14)代入 FCS 单元的应变位移关系(13)推求. 式(15)中:

$$\mathbf{K}_{emm} = \int_V \mathbf{B}_m^T \mathbf{D} \mathbf{B}_m dV. \quad (16)$$

利用谐函数 $Y_m = \sin(m\pi\theta/\alpha)$ 的正交性, 式(15)成为主对角块阵

$$\mathbf{K}_e = \text{diag}[\mathbf{K}_{e11} \quad \mathbf{K}_{e22} \quad \cdots \quad \mathbf{K}_{err}]. \quad (17)$$

则薄壁弯箱的第 m 级有限曲条控制方程为

$$\mathbf{K}_{mm} \mathbf{U}_m = \mathbf{R}_m, \quad (18)$$

式中, $\mathbf{K}_{mm} = \sum_e \mathbf{T}^T \mathbf{K}_{emm} \mathbf{T}$, \mathbf{T} 为整体坐标系到局部坐标系的旋转矩阵, \mathbf{U}_m 和 \mathbf{R}_m 分别为第 m 级整体节线峰值位移列阵和节线荷载列阵. 则峰值位移列阵 \mathbf{U}_m 关于级数 m 求和, 可得薄壁弯箱位移列阵 \mathbf{U} :

$$\mathbf{U} = \sum_{m=1}^r \mathbf{P}_m \left(\sin \frac{m\pi}{\alpha} \theta, \cos \frac{m\pi}{\alpha} \theta \right) \mathbf{U}_m, \quad (19)$$

式中, \mathbf{P}_m 为第 m 级位移插值矩阵, 为谐函数 $\sin(m\pi\theta/\alpha)$ 和 $\cos(m\pi\theta/\alpha)$ 的矩阵函数.

3 薄壁弯箱材料常数的识别步骤和步长的一维自动寻优

3.1 基于 Powell 理论薄壁弯箱材料常数的识别方法

现有的优化方法总体上可分为直接搜索法(如 Powell 法、单纯型法等)和梯度分析法(如

共轭梯度法、一阶梯度法等), 梯度分析法在优化过程中通过不断地改变空间尺度(矩阵), 产生新的搜索方向, 但需进行误差函数对系统参数的有限元偏导数这一繁琐且易产生误差累积的计算. 而直接搜索法只需利用误差函数值信息, 适用于式(4)的误差函数无解析表达式的情形. 在众多的直接搜索法中, Powell 优化方法不失为一种高效算法^[12], 通过不同出发点在平行方向上的一维搜索获得寻优方向. 根据 Powell 优化理论, 薄壁弯箱材料常数的识别步骤为:

1) 选取薄壁弯箱材料常数 \mathbf{E} 的初始值 $\mathbf{E}^{0,0}$ 及 m 个初始搜索方向 $\mathbf{d}^{0,i}$, 可取 $\mathbf{d}^{0,i} = \mathbf{e}_i$, 其中 \mathbf{e}_i 为单位坐标向量, m 为材料常数 \mathbf{E} 的维数, $i = 1, 2, \dots, m$. 给出收敛容差 ε_1 和 ε_2 , 并置迭代次数为 $k = 0$;

2) 从材料常数 $\mathbf{E}^{k,0}$ 出发, 依次沿 m 个搜索方向 $\mathbf{d}^{k,i}$ 作一维搜索, 即

$$J(\mathbf{E}^{k,i}) = \min_t J(\mathbf{E}^{k,i-1} + t\mathbf{d}^{k,i}),$$

得到材料常数点序列 $\mathbf{E}^{k,i}$; 由材料常数的动态 Bayes 误差函数式(4), 进行下式计算:

$$\Delta_l^k = \max_{1 \leq i \leq m} \Delta_i^k = \max_{1 \leq i \leq m} [J(\mathbf{E}^{k,i-1}) - J(\mathbf{E}^{k,i})]; \quad (20)$$

3) 从材料常数 $\mathbf{E}^{k,m}$ 出发, 沿搜索方向 $\mathbf{d}^k = \mathbf{E}^{k,m} - \mathbf{E}^{k,0}$ 进行一维搜索, 即

$$J(\mathbf{E}^{k+1,0}) = \min_t J(\mathbf{E}^{k,m} + t\mathbf{d}^k),$$

求得材料常数 $\mathbf{E}^{k+1,0}$; 并进行收敛判别, 即对于收敛判别准则式, 有

$$\left| \frac{J(\mathbf{E}^{k+1,0}) - J(\mathbf{E}^{k,0})}{J(\mathbf{E}^{k,0})} \right| < \varepsilon_1, \quad \left\| \frac{\mathbf{E}^{k+1,0} - \mathbf{E}^{k,0}}{\mathbf{E}^{k+1,0}} \right\|_2 < \varepsilon_2, \quad (21)$$

则 Powell 迭代收敛, 材料常数 \mathbf{E} 的识别结果 $\hat{\mathbf{E}} = \mathbf{E}^{k+1,0}$, 迭代结束, 否则进行步骤 4);

4) 进行搜索方向 \mathbf{d}^k 是否吸收的判别计算. 设 $\mathbf{E}^{k,2m} = 2\mathbf{E}^{k,m} - \mathbf{E}^{k,0}$, 进行下式计算:

$$J_1^k = J(\mathbf{E}^{k,0}), \quad J_2^k = J(\mathbf{E}^{k,m}), \quad J_3^k = J(\mathbf{E}^{k,2m}), \quad (22)$$

$$J_4^k = (J_1^k - 2J_2^k + J_3^k) (J_1^k - J_2^k - \Delta_l^k)^2, \quad J_5^k = \frac{1}{2} \Delta_l^k (J_1^k - J_3^k)^2, \quad (23)$$

如果 $J_3^k \geq J_1^k$, 则搜索方向组不变, 转入步骤 6), 否则进行步骤 5);

5) 如果 $J_4^k \geq J_5^k$, 原搜索方向组不变, 进行步骤 6), 否则进行吸收搜索方向 \mathbf{d}^k 的计算:

$$\begin{cases} \mathbf{d}^{k+1,i} = \mathbf{d}^{k,i} & (i = 1, 2, \dots, l-1), \\ \mathbf{d}^{k+1,i} = \mathbf{d}^{k,i+1} & (i = l, l+1, \dots, m-1), \\ \mathbf{d}^{k+1,m} = \mathbf{d}^k, \end{cases} \quad (24)$$

同时置 $\mathbf{E}^{k,0} = \mathbf{E}^{k+1,0}$, $\mathbf{d}^{k,i} = \mathbf{d}^{k+1,i}$, $k = k + 1$, 转入步骤 2) 继续迭代;

6) 置 $\mathbf{E}^{k,0} = \mathbf{E}^{k+1,0}$, $k = k + 1$, 转入步骤 2) 继续迭代.

3.2 Fibonacci 序列寻优法

在上述步骤 2) 和 3) 中均需进行步长 t 的一维寻优计算, 这在参数识别中是一个比较复杂的问题. 在已有的参数识别研究成果中, 一维搜索基本都采用黄金分割法、多项式插值法等, 这些方法通常需通过反复试算确定步长 t 所在的区间, 但识别步长 t 所在的区间并不容易, 特别对于多参数识别来说, 要准确地识别步长 t 所在的区间更为困难. 而本文采用文献[13]中最优步长的一维 Fibonacci 序列寻优法, 能自动寻找步长 t 所在的区间并进行优化, 无需事先设定区间, 成功地解决了步长的自动寻优问题.

4 程序研制及算例分析

本文对一简支混凝土薄壁弯箱材料常数 $E = [E_1 \ E_2 \ E_3]^T$ (薄壁弯箱的顶板、腹板和底

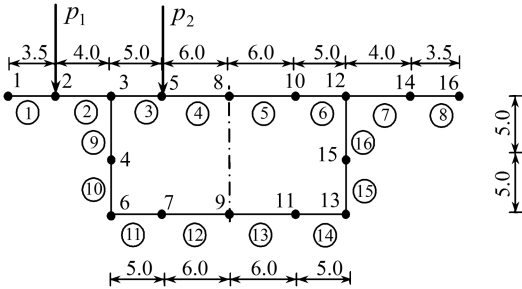


图3 箱梁曲线元和相应节线编号 (cm)

Fig.3 Curve strip element and the number of the line (cm)

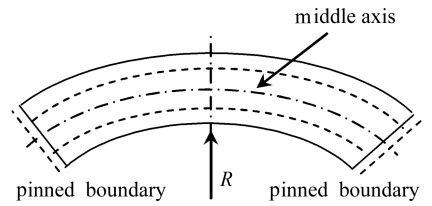


图4 薄壁弯箱平面图

Fig.4 Sketch of thin-walled curve box

板弹性模量分别为 E_1, E_2, E_3) 进行 Powell 优化识别研究. 选择文献[4]中薄壁弯箱模型, 曲线元和节线编号如图3所示, 弯箱半径 $R = 300$ cm, 圆心角 $\alpha = 0.4$ rad, 中轴线跨长 $L = 120$ cm, 平面图如图4所示. 待估材料常数 E 实际值、混凝土 Poisson 比 μ 和顶板、腹板和底板厚度 d_1, d_2 和 d_3 如表1所示. 在节线2和节线5处分别作用 $p_1 = 100.0$ N/cm 和 $p_2 = 80.0$ N/cm 两个垂直向均布节线荷载, 取级数项数 $m = 30$ 项. 本文研制了薄壁弯箱材料常数 E 的 Powell 优化识别 POWCBG 程序, 其中 POWCBG 程序调用薄壁弯箱有限曲条的 FSMCBG 正分析程序(已在文献[10]中进行考证, 此处不再重复). 选择图4弯箱跨中截面的节线1~6这6个点(图3)为位移考察点, 每个考察点进行了5次位移观测, 测点位移均值和标准差如表2所示.

表1 薄壁弯箱材料常数、Poisson 比及截面厚度

Tab.1 True values of material constants and Poisson's ratio and the widths of the box

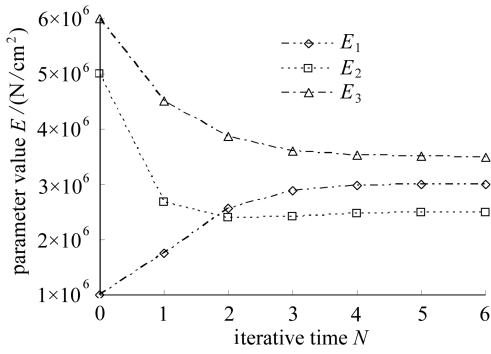
parameter's name	E_{1true}	E_{2true}	E_{3true}	μ	d_1	d_2	d_3
unit	N/cm ²	N/cm ²	N/cm ²		cm	cm	cm
value	3.00×10^6	2.50×10^6	3.50×10^6	0.167	0.40	0.45	0.50

表2 考察点位移均值 U 和标准差 σ_U (cm)

Tab.2 Expectations U and standard variances σ_U of the measured displacements/cm

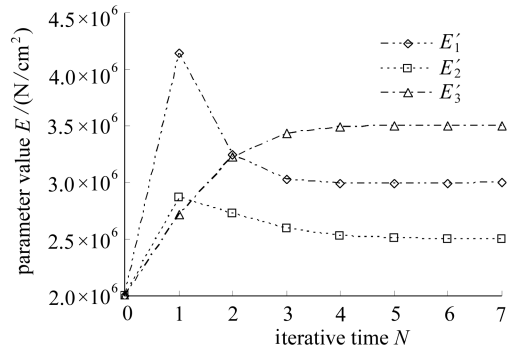
selected points	displacement expectations U					displacement expectations σ_U				
	U_1	U_2	U_3	U_4	U_5	σ_{U_1}	σ_{U_2}	σ_{U_3}	σ_{U_4}	σ_{U_5}
1	0.847	0.842	0.851	0.852	0.845	0.151	0.148	0.153	0.155	0.149
2	0.683	0.678	0.677	0.680	0.686	0.124	0.127	0.119	0.120	0.122
3	0.562	0.561	0.558	0.560	0.566	0.103	0.101	0.107	0.103	0.104
4	0.563	0.566	0.567	0.558	0.560	0.102	0.100	0.097	0.105	0.099
5	0.593	0.598	0.589	0.590	0.595	0.109	0.112	0.115	0.105	0.113
6	0.561	0.566	0.557	0.559	0.562	0.103	0.101	0.106	0.099	0.104

工况1 先验信息准确时薄壁弯箱材料常数的 Powell 识别研究, 即取 $E_0 = [300.0, 250.0, 350.0]^T$. 分别取初始值 $E_{1ini} = [100.0, 500.0, 600.0]^T$ 和 $E_{2ini} = [200.0, 200.0, 200.0]^T$, 参数变异系数取0.1, 将这些数据连同表2数据代入薄壁弯箱材料常数的 Powell 识别 POWCBG 程序, 并取收敛准则 $\varepsilon_1 = 0.001, \varepsilon_2 = 0.001$. 参数迭代结果如表3和图5所示.



(a) 取第一种初始值 E_{1ini}

(a) Iterative results when E_{1ini} is set



(b) 取第二种初始值 E_{2ini}

(b) Iterative results when E_{2ini} is set

图 5 先验信息准确时弯箱材料常数迭代结果 (N/cm^2)

Fig. 5 Iterative results of material constants when the pre-known information is precise (N/cm^2)

由计算结果可知,在先验信息准确时,材料常数 E 的 Powell 识别过程是稳定的,且无论初始值偏离实际值远近,迭代过程都收敛于实际值,对参数初始值选取的依赖性较小,这也说明本文采用 Powell 理论和最优步长的 Fibonacci 序列寻优方法是有效的,研制的 POWCBG 计算程序是正确的.在先验信息准确时,取不同材料常数初始值,迭代过程既能按 ε_1 收敛,也能按 ε_2 收敛.参数优化识别效率的高低主要决定于调用有限元正分析的次数.通过大量试算及与文献[3]对比可知, Powell 理论的迭代过程不涉及有限元偏导数处理,无需额外地多次调用有限元正分析程序,耗时约为共轭梯度法的一半,计算效率较高.

从表 3 还可知,在多参数识别中,初始值偏离实际值越近,满足收敛准则时迭代次数并不越少,收敛精度也未必越高. E_{2ini} 的取值较 E_{1ini} 明显接近于参数实际值 E_{true} ,但满足收敛准则时,取 E_{2ini} 的迭代次数(7次)多于 E_{1ini} 的迭代次数(6次),且收敛精度都很高(相对误差 $\eta < 0.2\%$),收敛精度并未随着初始值靠近实际值而有显著提高,这是由于多参数识别时,参数之间的相互制约作用引起的.

表 3 先验信息准确时弯箱材料常数的 Powell 识别结果 (N/cm^2)

Tab. 3 Results of Powell's identification of material constants of thin-walled box when the pre-known information is precise (N/cm^2)

material constants E_i	E_1	E_2	E_3	E'_1	E'_2	E'_3
initial value E_{ini}	$1.000\ 0 \times 10^6$	$5.000\ 0 \times 10^6$	$6.000\ 0 \times 10^6$	$2.000\ 0 \times 10^6$	$2.000\ 0 \times 10^6$	$2.000\ 0 \times 10^6$
final value E_{end}	$3.003\ 8 \times 10^6$	$2.496\ 3 \times 10^6$	$3.499\ 2 \times 10^6$	$2.999\ 6 \times 10^6$	$2.499\ 0 \times 10^6$	$3.501\ 9 \times 10^6$
iterative times N	6	6	6	7	7	7
relative error $\eta / \%$	0.13	0.15	0.02	0.01	0.04	0.06
convergence criterion ε_i	ε_1	ε_1	ε_1	ε_2	ε_2	ε_2

工况 2 先验信息不准确时薄壁弯箱材料常数的 Powell 识别研究.此工况与实际情况相符合,因为凭工程经验给出的参数先验信息很难与参数实际值一致.取材料常数先验信息 $E_0 = [400.0, 400.0, 400.0]^T$.为便于比较,仍取初始值 $E_{1ini} = [100.0, 500.0, 600.0]^T$ 和 $E_{2ini} = [150.0, 400.0, 200.0]^T$,其余同工况 1.此时,薄壁弯箱材料常数的 Powell 识别结果如表 4 所示.

表 4 先验信息不准确时弯箱材料常数的 Powell 识别结果(N/cm^2)Tab. 4 Results of Powell's identification of material constants of thin-walled box when the pre-known information is imprecise(N/cm^2)

material constants E_i	E_1	E_2	E_3	E'_1	E'_2	E'_3
initial value E_{ini}	1.000 0×10 ⁶	5.000 0×10 ⁶	6.000 0×10 ⁶	1.500 0×10 ⁶	4.000 0×10 ⁶	2.000 0×10 ⁶
final value E_{end}	3.197 1×10 ⁶	3.731 9×10 ⁶	3.085 0×10 ⁶	3.546 7×10 ⁶	3.770 2×10 ⁶	3.148 2×10 ⁶
iterative times N	4	4	4	15	15	15
relative error $\eta / \%$	6.57	49.27	11.85			
convergence criterion ε_i	ε_2	ε_2	ε_2	divergent	divergent	divergent

由表 4 计算结果可知,当先验信息不准确时,薄壁弯箱材料常数迭代过程发散或按 ε_2 收敛,但并不收敛于参数实际值(相对误差 $\eta > 5\%$)。且本文通过选取大量不同组参数初始值(限于篇幅,本文只列出两组)的 Powell 迭代分析知,先验信息不准确时,材料常数迭代过程若能收敛则只能按 ε_2 收敛。

表 5 不同先验信息下参数迭代结果的相对波动程度(N/cm^2)Tab. 5 Relative fluctuating degree of parameter iterative results by different groups of pre-known parameter values (N/cm^2)

material constants E_i	E_1	E_2	E_3	E'_1	E'_2	E'_3
pre-known value E_{pre}	3.000 0×10 ⁶	2.500 0×10 ⁶	3.500 0×10 ⁶	4.000 0×10 ⁶	4.000 0×10 ⁶	4.000 0×10 ⁶
final value E_{1end}	3.003 8×10 ⁶	2.496 3×10 ⁶	3.499 2×10 ⁶	3.197 1×10 ⁶	3.731 9×10 ⁶	3.085 0×10 ⁶
final value E_{2end}	2.999 6×10 ⁶	2.499 0×10 ⁶	3.501 9×10 ⁶	3.312 2×10 ⁶	3.708 0×10 ⁶	3.022 8×10 ⁶
$ E_{1end} - E_{2end} $	0.420 0×10 ⁴	0.270 0×10 ⁴	0.270 0×10 ⁴	1.151 0×10 ⁵	2.390 0×10 ⁴	6.220 0×10 ⁴
$(E_{1end} + E_{2end})/2$	3.001 7×10 ⁶	2.497 6×10 ⁶	3.500 5×10 ⁶	3.254 6×10 ⁶	3.719 9×10 ⁶	3.053 9×10 ⁶
relative fluctuating degree $\xi / \%$	0.26	0.20	0.14	6.65	1.21	3.83

而对于实际工程,薄壁弯箱材料常数实际值事先并不能准确把握。没有参数实际值这一衡量标准,如何判断先验信息赋值是否合理显得尤为重要,否则会造成参数收敛于伪实际值(表 4),对工程造成错误的指导。本文通过大量研究分析,可知:1) 参数先验信息赋值比较准确时,参数迭代过程既能按 ε_1 收敛,也能按 ε_2 收敛(迭代次数有不同);当先验信息给得不准确时,如果迭代过程收敛,只能按 ε_2 收敛;2) 参数先验信息赋值是否准确可以通过参数迭代结果间相对波动程度(表 5)进行分析。由表 5 可知:如果先验信息准确,参数迭代结果间相对波动程度比先验信息不准确时小数量级倍增;如果迭代过程发散,则先验信息不准确。

5 结 语

1) 推导了基于 Powell 理论的薄壁弯箱材料常数优化模型,研制了相应的计算程序, Powell 理论用于弯箱材料常数识别时具有良好的数值稳定性和收敛性;在迭代过程中, Powell 理论直接计算动态 Bayes 函数而不涉及 FCSE 偏导数处理,与以往材料常数的梯度优化法相比,计算效率较高且不易形成误差积累。

2) 在材料常数识别中,最优步长的一维寻优较为复杂,通常需通过反复试算确定最优步长所在的区间后再进行优化,对参数识别来说尤为不易。提出了最优步长的一维 Fibonacci 序列自动寻优方案,能自动寻找步长所在的区间,较为有效地解决了步长的自动寻优问题。

3) 先验信息准确时,弯箱材料常数的 Powell 识别过程稳定地收敛于参数实际值,两种收

敛准则均可以满足;先验信息不准确时,迭代过程发散或收敛于伪实际值,而此时只能按 ε_2 准则收敛.故应结合实际工程经验,尽量设取合理的弯箱材料常数先验信息.

参考文献:

- [1] Sennah Khaled M, Kennedy John B. Literature review in analysis of box-girder bridges[J]. *Journal of Bridge Engineering*, 2002, 7(2): 134-143.
- [2] Babu K, Devdas M. Correction of errors in simplified transverse bending analysis of concrete box-girder bridges[J]. *Journal of Bridge Engineering*, 2005, 10(6): 650-657.
- [3] 张剑,叶见曙,赵新铭.基于 Novozhilov 理论薄壁弯箱位移参数的动态 Bayes 估计[J].工程力学,2007,24(1):71-77.(ZHANG Jian, YE Jian-shu, ZHAO Xin-ming. Dynamic Bayesian estimation of displacement parameters of thin-walled curve box based on Novozhilov theory[J]. *Engineering Mechanics*, 2007, 24(1): 71-77. (in Chinese))
- [4] 赵振铭,陈宝春.杆系与箱型梁桥结构分析及程序设计[M].广州:华南理工大学出版社,1997.(ZHAO Zhen-Ming, CHEN Bao-chun. *Analysis of Pole System and Box Girders Bridge and Program Designing* [M]. Guangzhou: Huanan University of Science and Engineering Press, 1997. (in Chinese))
- [5] 魏新江,张金菊,张世民.盾构隧道施工引起地面最大沉降探索[J].岩土力学,2008,29(2):445-448.(WEI Xin-jiang, ZHANG Jin-ju, ZHANG Shi-min. Grope for shield tunnel construction induced ground maximal settlement[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2008, 29(2): 445-448. (in Chinese))
- [6] Hinton E, Owen D R J. *Finite Element Software for Plates and Shells*[M]. Swansea, UK: Pineridge Press Ltd, 1984.
- [7] Chi S Y, Chern J C, Lin C C. Optimized back-analysis for tunneling-induced ground movement using equivalent ground loss model[J]. *Tunnelling and Underground Space Technology*, 2001, 16(3): 159-165.
- [8] Modak S V, Kundra T K, Nakra B C. Prediction of dynamic characteristics using updated finite element models[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2002, 254(3): 447-467.
- [9] 李海生.多梁式混凝土梁桥的有限元模型修正技术研究[D].硕士学位论文.南京:东南大学,2009.(LI Hai-sheng. Research on finite element model updating of multi-girder concrete bridges[D]. Master Thesis. Nanjing: Southeast University, 2009. (in Chinese))
- [10] 张剑,叶见曙,王承强.基于共轭梯度法带隔板连续薄壁直箱位移参数的动态 Bayes 估计[J].计算力学学报,2008,25(4):574-580.(Zhang J, Ye J S, Wang C Q. Dynamic Bayesian estimation of displacement parameters of continuous thin walled straight box with segregating slab based on CG method[J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2008, 25(4): 574-580. (in Chinese))
- [11] 张剑,叶见曙,赵新铭.基于 Novozhilov 理论连续弯箱位移参数的动态 Bayes 估计[J].应用数学和力学,2007,28(1):77-84.(Zhang J, Ye J S, Zhao X M. Dynamic Bayesian estimation of displacement parameters of continuous curve box based on Novozhilov theory[J]. *Applied Mathematics and Mechanics(English Edition)*, 2007, 28(1): 77-84.)
- [12] Luo Q Z, Li Q S, Tang J. Shear lag in box girder bridges[J]. *Journal of Bridge Engineering*, 2002, 7(5): 308-313.
- [13] 薛毅.最优化原理与方法[M].北京:北京工业大学出版社,2001.(XUE Yi. *Optimization*

Theory and Method [M]. Beijing: Beijing University of Technology Press, 2001. (in Chinese))

Powell's Optimal Identification of Material Constants of Thin-Walled Box Girders Based on Fibonacci Series Search Method

ZHANG Jian¹, YE Jian-shu², ZHOU Chu-wei¹

(1. *Department of Mechanics and Structural Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, P. R. China;*

2. *Institute of Bridge Engineering, Southeast University, Nanjing 210096, P. R. China*)

Abstract: For thin-walled curve box girders, dynamic Bayesian error function of material constants of the structure was founded. Combined with one-dimensional Fibonacci series automatic search scheme of optimal step length, the Powell's optimization theory was utilized to perform the stochastic identification of material constants of thin-walled curve box. Then the steps of parameters' identification were presented in detail and the Powell's identification procedure of material constants of thin-walled curve box was compiled, in which the mechanical analysis of thin-walled curve box was completed based on finite curve strip element (FCSE) method. Through some classic examples, it is obtained that the Powell's identification of material constants of thin-walled curve box has numerical stability and convergence, which demonstrates that the present method and the compiled procedure are correct and reliable. And during parameters' iterative processes, the Powell's theory is irrelevant with the calculation of FCSE's partial differentiation, which proves high computation efficiency of the studied methods. The stochastic performances of systematic parameters and systematic responses are simultaneously deliberated in dynamic Bayesian error function. The one-dimensional optimization problem of the optimal step length is solved by adopting Fibonacci series search method and there is no need to determine the region in which the optimized step length lies.

Key words: Powell's theory; thin-walled curve box; material constants; Fibonacci series search method; FCSE theory