

SH 波对等腰三角形与半圆形 凹陷相连地形的散射*

韩 峰, 王光政, 康朝阳

(北京理工大学 爆炸科学与技术国家重点实验室,北京 100081)

摘要: 通过复变函数及多极坐标的方法研究了在 SH 波作用下,三角形凸起与半圆形凹陷组合而成的复杂地形的散射问题.在问题求解时,将所研究的地形分割为两个区域,并在各个区域内分别构造满足边界条件的波函数,最后利用位移和应力连续的边界条件在公共边界上契合,从而将问题转化为求解一组无穷代数方程组的系数问题,并采用 Fourier 变换截断有限项,再对其求解.最后通过具体的数值结果算例来讨论此复杂地形对 SH 波的散射问题,并给出了算例的位移解析解答.

关键词: SH 波散射; 三角形凸起; 半圆形凹陷; 多极坐标; 复变函数

中图分类号: O343.1 **文献标志码:** A

DOI: 10.3879/j.issn.1000-0887.2011.03.006

引 言

有关地表形态以及地震动影响的研究工作,中外学者已经积累了大量的研究成果,研究的重点集中在了凹陷地形和凸起地形对地震动的影响.通常采用的研究方法有两种:一种是数值法,利用差分、有限元、边界元等分析方法求解局部地形地面运动的一项;另一种方法是解析法,即直接求解波动方程来分析这类问题^[1-3].利用解析法研究等腰三角形凸起地形的地震动问题是在 2000 年才出现的,鉴于原文献中存在一定的问题,2003 年刘殿魁重新研究了该问题,就原文献中的错误,给出了正确的解决方法.本文采用“分区、契合”的思想,在相关文献的基础上研究了半圆形凹陷附近等腰三角形凸起地形对地震动影响^[4-16].

1 问题的表述

等腰三角形凸起和半圆形凹陷的弹性半空间如图 1 所示.水平地表记为 S ,等腰三角形凸起顶点记为 O_1 ,两腰记为 C ,凸起两腰的坡度分别为 $1:n_1$ 和 $1:n_2$ ($n_1 = n_2$);凸起高度为 d ;半圆形凹陷的圆心为 O_2 ,半径为 r_2 ,凹陷边界为 S_2 ;凸起处水平面坐标记为 $x-O-y$ (如图 1),则 O 与 O_2 之间的水平距离为 h .由以上条件可知,求解该问题对 SH 波的散射,就要在水平地表 S 、三角形凸起 C 和半圆形凹陷 S_2 上给定应力自由的边界条件来求解 SH 波的控制方程.由于在

* 收稿日期: 2010-12-24; 修订日期: 2011-01-14

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(11072037)

作者简介: 韩峰(1965—),男,黑龙江人,教授,博士生导师(联系人. Tel+86-10-68913956; E-mail: hhanfeng@bit.edu.cn)

边界 S_1 上有位移和应力的连续,而在边界 S, C 和 S_2 上有 $\tau_{\theta z}, \tau_{\theta_{1z}}$ 和 $\tau_{\theta_{2z}}$ 分别为 0, 所以该问题属于混合边界值求解问题,求解时会比较复杂一些. 为解决该问题,我们采用分区求解的思想,即将整个求解区域分割为两部分,如图 2 所示:一部分为由边界 C 和边界 S_1 围成的角域,另一部分是由边界 S 、边界 S_1 和边界 S_2 围成的半空间域.

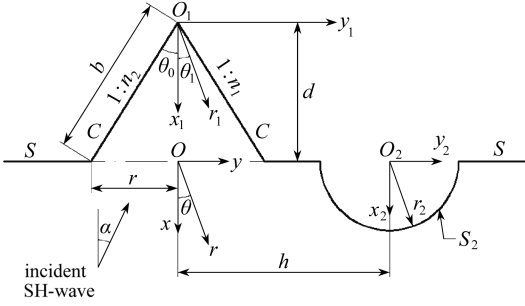


图 1 等腰三角形凸起和半圆形凹陷地形示意图
 Fig. 1 Numerical model of isosceles triangle hill and a semi-cylindrical canyon

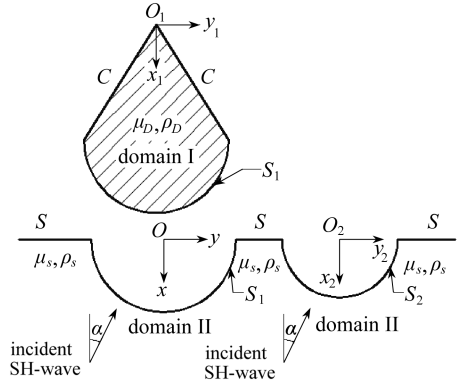


图 2 模型分区示意图
 Fig. 2 Model of partition

2 控制方程

各向同性均匀连续的介质中,弹性波的控制方程为

$$\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} = \frac{1}{C_s^2} \frac{\partial^2 W}{\partial t^2}.$$

对于稳态情况,该方程即可简化为 Helmholtz 方程的形式:

$$\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} + k^2 W = 0, \tag{1}$$

其中, W 为位移函数,位移函数与时间的关系为 $e^{i\omega t}$ (以下分析略去时间谐和因子 $e^{i\omega t}$), $k = \omega / C_s$, ω 为位移 $W(x, y, t)$ 的圆频率, $C_s = \sqrt{\mu / \rho}$ 为介质的剪切波速, ρ, μ 分别为介质的密度和剪切模量.

由 Hooke 定律知,此时,各向同性介质中,应力和位移的关系为

$$\begin{cases} \tau_{xz} = \mu \frac{\partial W}{\partial x}, \\ \tau_{yz} = \mu \frac{\partial W}{\partial y}. \end{cases} \tag{2}$$

根据复变函数理论,引入复变量: $z = x + iy, \bar{z} = x - iy$; Helmholtz 方程(1)转化为

$$\frac{\partial^2 W}{\partial z \partial \bar{z}} + \frac{1}{4} k^2 W = 0. \tag{3}$$

应力表达式(2)在复平面表示为

$$\begin{cases} \tau_{xz} = \mu \frac{\partial W}{\partial x} = \mu \left(\frac{\partial W}{\partial z} + \frac{\partial W}{\partial \bar{z}} \right), \\ \tau_{yz} = \mu \frac{\partial W}{\partial y} = i \mu \left(\frac{\partial W}{\partial z} - \frac{\partial W}{\partial \bar{z}} \right). \end{cases} \tag{4}$$

在柱坐标下,有: $z = r \cdot e^{i\theta}$, $\bar{z} = r \cdot e^{-i\theta}$; 应力表达式为

$$\begin{cases} \tau_{rz} = \mu \frac{\partial W}{\partial r} = \mu \left(\frac{\partial W}{\partial z} e^{i\theta} + \frac{\partial W}{\partial \bar{z}} e^{-i\theta} \right), \\ \tau_{\theta z} = \mu \frac{\partial W}{\partial \theta} = i \mu \left(\frac{\partial W}{\partial z} e^{i\theta} - \frac{\partial W}{\partial \bar{z}} e^{-i\theta} \right). \end{cases} \quad (5)$$

3 辅助问题

3.1 辅助问题 I

在该区域内构造一个驻波函数,使其在圆弧形边界 S_1 上满足应力、位移连续的条件,且满足斜边界 C 上应力为零的条件:

$$\tau_{\theta_{1z}}^D = \begin{cases} 0, & \theta_1 = +\theta_0, \\ 0, & \theta_1 = -\theta_0. \end{cases} \quad (6)$$

在直角坐标系下,满足 Helmholtz 方程(3)和边界条件(6)的驻波函数 W^D 应当为

$$\begin{aligned} W^D(R_1, \theta_1) = W_0 \sum_{m=0}^{\infty} \{ & A_m^{(1)} J_{2mp}(k_D |R_1|) \cos(2mp\theta_1) + \\ & A_m^{(2)} J_{(2m+1)p}(k_D |R_1|) \sin((2m+1)p\theta_1) \}, \end{aligned} \quad (7)$$

其中, $A_m^{(1)}$, $A_m^{(2)}$ 为待求常数, W_0 为驻波函数的最大幅值; $p = \pi / (2\theta_0)$; $J_{2mp}(\cdot)$, $J_{(2m+1)p}(\cdot)$ 为 $2mp$ 和 $(2m+1)p$ 阶的 Bessel 函数.

复坐标系内表示为

$$\begin{aligned} W^D(z_1, \bar{z}_1) = & W_0 \sum_{m=0}^{\infty} \left\{ A_m^{(1)} J_{2mp}(k_D |z_1|) \left[\left(\frac{z_1}{|z_1|} \right)^{2mp} + \left(\frac{\bar{z}_1}{|\bar{z}_1|} \right)^{-2mp} \right] + \right. \\ & \left. A_m^{(2)} J_{(2m+1)p}(k_D |z_1|) \left[\left(\frac{z_1}{|z_1|} \right)^{(2m+1)p} - \left(\frac{\bar{z}_1}{|\bar{z}_1|} \right)^{-(2m+1)p} \right] \right\}, \end{aligned} \quad (8)$$

这里给出的驻波域函数表达式(8)与文献[5]中的相应表达式在结构上是不同的,由于式(7)中的 Bessel 函数 $J_m(\cdot)$ 中的阶数 m 要与 $\cos(2mp\theta_1)$ 中的 θ_1 的系数保持形式一致,所以这里的 Bessel 函数采用 $J_{2mp}(\cdot)$, $J_{(2m+1)p}(\cdot)$ 的形式,而不是文献[5]中的整数阶 Bessel 函数 $J_{2m}(\cdot)$, $J_{2m+1}(\cdot)$. 另外,式(8)中的 Bessel 函数的阶数 $2mp$ 中的 p 与角域的顶角 $2\theta_0$ 有关系. 通过验证,驻波函数只有采用式(8)中的形式才能满足控制方程.

记 O_1 为原点时 O 点的复坐标为 d , d 可以用坡度 n_1, n_2 表示(这里 $n_1 = n_2$), 则 d 可表示为

$$d = \frac{2r \cdot n_1 \cdot n_2}{n_1 + n_2} \stackrel{n_1=n_2}{\Rightarrow} d = \frac{r}{n_1}, \quad (9)$$

那么 z_1 可以表示为

$$z_1 = z + d. \quad (10)$$

则所构造的在“三角形+半圆”区域 I 中,满足自由边界 C 应力为 0,边界 S_1 上应力任意,并满足式(3)的驻波解式(8),根据移动坐标法在坐标系 $X-O-Y$ 对应的复平面 (z, \bar{z}) 上又可进一步写成:

$$\begin{aligned} W^D(z, \bar{z}) = & W_0 \sum_{m=0}^{\infty} \left\{ A_m^{(1)} J_{2mp}(k_D |z+d|) \left[\left(\frac{z+d}{|z+d|} \right)^{2mp} + \left(\frac{\bar{z}+d}{|\bar{z}+d|} \right)^{-2mp} \right] + \right. \end{aligned}$$

$$A_m^{(2)} J_{(2m+1)p}(k_D |z+d|) \left[\left(\frac{z+d}{|z+d|} \right)^{(2m+1)p} - \left(\frac{z+d}{|z+d|} \right)^{-(2m+1)p} \right], \quad (11)$$

相应的应力表达式:

$$\tau_{rz}^D = \frac{\mu_D k_D W_0}{2} \sum_{m=0}^{\infty} \{ A_m^{(1)} P_{2mp}(z+d) + A_m^{(2)} Q_{(2m+1)p}(z+d) \}, \quad (12)$$

其中

$$P_t(s) = \left\{ J_{t-1}(k|s|) \left(\frac{s}{|s|} \right)^{t-1} e^{i\theta} - J_{t+1}(k|s|) \left(\frac{s}{|s|} \right)^{-(t+1)} e^{i\theta} + J_{t-1}(k|s|) \left(\frac{s}{|s|} \right)^{1-t} e^{-i\theta} - J_{t+1}(k|s|) \left(\frac{s}{|s|} \right)^{t+1} e^{-i\theta} \right\},$$

$$Q_t(s) = \left\{ J_{t-1}(k|s|) \left(\frac{s}{|s|} \right)^{t-1} e^{i\theta} + J_{t+1}(k|s|) \left(\frac{s}{|s|} \right)^{-(t+1)} e^{i\theta} - J_{t-1}(k|s|) \left(\frac{s}{|s|} \right)^{1-t} e^{-i\theta} - J_{t+1}(k|s|) \left(\frac{s}{|s|} \right)^{t+1} e^{-i\theta} \right\}.$$

3.2 辅助问题 II

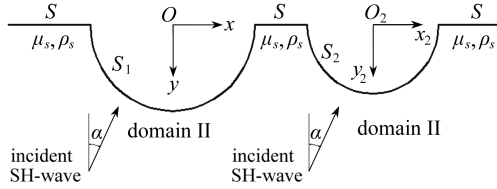


图3 半空间域求解模型图

Fig. 3 Model of half space field

在区域 II 内,分别在边界 S_1 和边界 S_2 上构造散射波函数 W_s ,使它满足在半空间表面 S 上应力为 0 的边界条件(见图 3)。下面将分别对两条边界上所作用的波进行分析。

在复平面 (z, \bar{z}) 上,边界 S_1 上自身产生的满足半空间表面水平边界应力为 0 的散射波函数 $W^{(1)}$,则散射波 $W^{(1)}$ 的函数可写为

$$W^{(1)}(z, \bar{z}) = W_0 \sum_{m=0}^{\infty} \left\{ B_m^{(1)} H_{2m}^{(1)}(k_S |z|) \left[\left(\frac{z}{|z|} \right)^{2m} + \left(\frac{z}{|z|} \right)^{-2m} \right] + B_m^{(2)} H_{2m+1}^{(1)}(k_S |z|) \left[\left(\frac{z}{|z|} \right)^{2m+1} - \left(\frac{z}{|z|} \right)^{-(2m+1)} \right] \right\}. \quad (13)$$

相应的应力可分别表示为

$$\tau_{rz}^{(1)} = \frac{\mu_S k_S W_0}{2} \sum_{m=0}^{\infty} \{ B_m^{(1)} U_{2m}(z) + B_m^{(2)} V_{2m+1}(z) \}. \quad (14)$$

同时,在复平面 (z_2, \bar{z}_2) 上,边界 S_2 上产生的满足半空间表面水平边界应力为 0 的散射波函数 $W^{(2)}$,则散射波 $W^{(2)}$ 的函数可写为

$$W^{(2)}(z_2, \bar{z}_2) = W_0 \sum_{m=0}^{\infty} \left\{ C_m^{(1)} H_{2m}^{(1)}(k_S |z_2|) \left[\left(\frac{z_2}{|z_2|} \right)^{2m} + \left(\frac{z_2}{|z_2|} \right)^{-2m} \right] + C_m^{(2)} H_{2m+1}^{(1)}(k_S |z_2|) \left[\left(\frac{z_2}{|z_2|} \right)^{2m+1} - \left(\frac{z_2}{|z_2|} \right)^{-(2m+1)} \right] \right\}. \quad (15)$$

相应的应力可分别表示为

$$\tau_{rz}^{(2)} = \frac{\mu_S k_S W_0}{2} \sum_{m=0}^{\infty} \{ C_m^{(1)} U_{2m}(z_2) + C_m^{(2)} V_{2m+1}(z_2) \}, \quad (16)$$

其中

$$\begin{aligned} U_t(s) &= \left\{ H_{t-1}^{(1)}(k_s |s|) \left(\frac{s}{|s|} \right)^{t-1} e^{i\theta} - H_{t+1}^{(1)}(k_s |s|) \left(\frac{s}{|s|} \right)^{-t-1} e^{i\theta} + \right. \\ &\quad \left. H_{t-1}^{(1)}(k_s |s|) \left(\frac{s}{|s|} \right)^{1-t} e^{-i\theta} - H_{t+1}^{(1)}(k_s |s|) \left(\frac{s}{|s|} \right)^{t+1} e^{-i\theta} \right\}, \\ V_t(s) &= \left\{ H_{t-1}^{(1)}(k_s |s|) \left(\frac{s}{|s|} \right)^{t-1} e^{i\theta} + H_{t+1}^{(1)}(k_s |s|) \left(\frac{s}{|s|} \right)^{-t-1} e^{i\theta} - \right. \\ &\quad \left. H_{t-1}^{(1)}(k_s |s|) \left(\frac{s}{|s|} \right)^{1-t} e^{-i\theta} - H_{t+1}^{(1)}(k_s |s|) \left(\frac{s}{|s|} \right)^{t+1} e^{-i\theta} \right\}. \end{aligned}$$

由于边界 S_1 上产生的散射波与边界 S_2 上产生的散射波会相互干涉,因此,每一个边界上实际作用了两个散射波函数,相应的波函数可采用“多极坐标”的表示方法,由坐标移动公式 $z = z_2 + ih$ 很方便的表示出来.

1) 在边界 S_1 上,作用的散射波有两部分组成:自身的散射波 $W_{S_1}^{(1)}$ 和边界 S_2 上产生的散射波 $W_{S_1}^{(2)}$.

在复平面 (z, \bar{z}) 上:

$$\begin{aligned} W_{S_1}^{(1)}(z, \bar{z}) &= \\ &W_0 \sum_{m=0}^{\infty} \left\{ B_m^{(1)} H_{2m}^{(1)}(k_S |z|) \left[\left(\frac{z}{|z|} \right)^{2m} + \left(\frac{z}{|z|} \right)^{-2m} \right] + \right. \\ &\quad \left. B_m^{(2)} H_{2m+1}^{(1)}(k_S |z|) \left[\left(\frac{z}{|z|} \right)^{2m+1} - \left(\frac{z}{|z|} \right)^{-(2m+1)} \right] \right\}. \end{aligned} \quad (17)$$

相应的应力在复平面 (z, \bar{z}) 上可分别表示为

$$\tau_{rz}^{(1)} = \frac{\mu_S k_S W_0}{2} \sum_{m=0}^{\infty} \{ B_m^{(1)} U_{2m}(z) + B_m^{(2)} V_{2m+1}(z) \}, \quad (18)$$

同时,边界 S_2 上也会产生散射波 $W^{(2)}$,并对边界 S_1 施加影响.

由坐标移动公式 $z_2 = z - ih$,则散射波 $W^{(2)}$ 作用在边界 S_1 上的函数可写为

$$\begin{aligned} W_{S_1}^{(2)}(z, \bar{z}) &= \\ &W_0 \sum_{m=0}^{\infty} \left\{ C_m^{(1)} H_{2m}^{(1)}(k_S |z - ih|) \left[\left(\frac{z - ih}{|z - ih|} \right)^{2m} + \left(\frac{z - ih}{|z - ih|} \right)^{-2m} \right] + \right. \\ &\quad \left. C_m^{(2)} H_{2m+1}^{(1)}(k_S |z - ih|) \left[\left(\frac{z - ih}{|z - ih|} \right)^{2m+1} - \left(\frac{z - ih}{|z - ih|} \right)^{-(2m+1)} \right] \right\}. \end{aligned} \quad (19)$$

相应的应力在复平面 (z, \bar{z}) 上可分别表示为

$$\tau_{rz}^{(2)} = \frac{\mu_S k_S W_0}{2} \sum_{m=0}^{\infty} \{ B_m^{(1)} U_{2m}(z - ih) + B_m^{(2)} V_{2m+1}(z - ih) \}. \quad (20)$$

2) 在边界 S_2 上,散射波由两部分组成:自身的散射波 $W_{S_2}^{(2)}$ 和边界 S_1 上产生的散射波 $W_{S_2}^{(1)}$.

在复平面 (z_2, \bar{z}_2) 上:

$$\begin{aligned}
 W_{S_2}^{(2)}(z_2, \bar{z}_2) = & \\
 W_0 \sum_{m=0}^{\infty} \left\{ C_m^{(1)} H_{2m}^{(1)}(k_S |z_2|) \left[\left(\frac{z_2}{|z_2|} \right)^{2m} + \left(\frac{z_2}{|z_2|} \right)^{-2m} \right] + \right. & \\
 \left. C_m^{(2)} H_{2m+1}^{(1)}(k_S |z_2|) \left[\left(\frac{z_2}{|z_2|} \right)^{2m+1} - \left(\frac{z_2}{|z_2|} \right)^{-(2m+1)} \right] \right\}. & \quad (21)
 \end{aligned}$$

相应的应力在复平面 (z_2, \bar{z}_2) 上可分别表示为

$$\tau_{rz}^{(2)} = \frac{\mu_S k_S W_0}{2} \sum_{m=0}^{\infty} \{ C_m^{(1)} U_{2m}(z_2) + C_m^{(2)} V_{2m+1}(z_2) \}, \quad (22)$$

同时,边界 S_1 上也会产生散射波 $W^{(1)}$,并对边界 S_2 施加影响.

由坐标移动公式 $z = z_2 + ih$,则散射波 $W^{(1)}$ 作用在边界 S_2 上的函数可写为

$$\begin{aligned}
 W_{S_2}^{(1)}(z_2, \bar{z}_2) = & \\
 W_0 \sum_{m=0}^{\infty} \left\{ B_m^{(1)} H_{2m}^{(1)}(k_S |z_2 + ih|) \times \left[\left(\frac{z_2 + ih}{|z_2 + ih|} \right)^{2m} + \left(\frac{z_2 + ih}{|z_2 + ih|} \right)^{-2m} \right] + \right. & \\
 \left. B_m^{(2)} H_{2m+1}^{(1)}(k_S |z_2 + ih|) \left[\left(\frac{z_2 + ih}{|z_2 + ih|} \right)^{2m+1} - \left(\frac{z_2 + ih}{|z_2 + ih|} \right)^{-(2m+1)} \right] \right\}. & \quad (23)
 \end{aligned}$$

相应的应力在复平面 (z_2, \bar{z}_2) 上可分别表示为

$$\tau_{rz}^{(1)} = \frac{\mu_S k_S W_0}{2} \sum_{m=0}^{\infty} \{ B_m^{(1)} U_{2m}(z_2 + ih) + B_m^{(2)} V_{2m+1}(z_2 + ih) \}. \quad (24)$$

3.3 入射波和反射波的构造

1) 在复平面 (z, \bar{z}) 上,边界 S_1 上的入射波和反射波为

$$\begin{cases} W^{\text{in}}(r, \theta) = W_0 \sum_{m=-\infty}^{m=\infty} (-i)^m J_m(k_S r) e^{im(\theta+\alpha)} \cdot e^{-i\omega t}, \\ W^{\text{re}}(r, \theta) = W_0 \sum_{m=-\infty}^{m=\infty} (i)^m J_m(k_S r) e^{im(\theta-\alpha)} \cdot e^{-i\omega t}, \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} W^{\text{in}} = W_0 \sum_{m=0}^{\infty} \varepsilon_m (-i)^m J_m(k_S r) \cos(m(\theta + \alpha)) \cdot e^{-i\omega t}, \\ W^{\text{re}} = W_0 \sum_{m=0}^{\infty} \varepsilon_m i^m J_m(k_S r) \cos(m(\theta - \alpha)) \cdot e^{-i\omega t}, \end{cases}$$

其中, $\varepsilon_0 = 1, \varepsilon_n = 2 (n = 1, 2, \dots)$,

$$\begin{aligned}
 \Rightarrow W^{\text{in+re}} = 2 \sum_{m=0}^{\infty} \varepsilon_{2m} (-1)^m J_{2m}(k_S r) \cos(2m\theta) \cos(2m\alpha) + & \\
 2 \sum_{m=0}^{\infty} (-1)^m J_{2m+1}(k_S r) \cdot 2i \cdot \sin((2m+1)\theta) \sin((2m+1)\alpha), & \quad (25)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 W_{S_1}^{\text{in+re}} = 2J_0(k_S |z|) + & \\
 2 \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^m J_{2m}(k_S |z|) \cos(2m\alpha) \left[\left(\frac{z}{|z|} \right)^{2m} + \left(\frac{z}{|z|} \right)^{-2m} \right] + & \\
 2 \sum_{m=0}^{\infty} (-1)^m J_{2m+1}(k_S |z|) \sin((2m+1)\alpha) \left[\left(\frac{z}{|z|} \right)^{2m+1} - \left(\frac{z}{|z|} \right)^{-(2m+1)} \right]. & \quad (26)
 \end{aligned}$$

相应的在复平面 (z, \bar{z}) 上的应力表达式为

$$\tau_{rz}^{\text{in+re}} = \frac{\mu_S k_S W_0}{2} \cdot 2 \cdot \frac{J_{-1}(k_S |z|) - J_1(k_S |z|)}{2} \left[\left(\frac{z}{|z|} \right)^{-1} e^{i\theta} + \left(\frac{z}{|z|} \right)^1 e^{-i\theta} \right] +$$

$$\begin{aligned} & \frac{\mu_s k_s W_0}{2} \sum_{m=1}^{\infty} 2(-1)^m \cos(2m\alpha) P_{2m}(z) + \\ & \frac{\mu_s k_s W_0}{2} \sum_{m=0}^{\infty} 2(-1)^m \sin((2m+1)\alpha) Q_{2m+1}(z), \end{aligned} \quad (27)$$

其中

$$\begin{aligned} P_t(s) &= \left\{ J_{t-1}(k|s|) \left(\frac{s}{|s|} \right)^{t-1} e^{i\theta} - J_{t+1}(k|s|) \left(\frac{s}{|s|} \right)^{-(t+1)} e^{i\theta} + \right. \\ & \quad \left. J_{t-1}(k|s|) \left(\frac{s}{|s|} \right)^{1-t} e^{-i\theta} - J_{t+1}(k|s|) \left(\frac{s}{|s|} \right)^{t+1} e^{-i\theta} \right\}, \\ Q_t(s) &= \left\{ J_{t-1}(k|s|) \left(\frac{s}{|s|} \right)^{t-1} e^{i\theta} + J_{t+1}(k|s|) \left(\frac{s}{|s|} \right)^{-(t+1)} e^{i\theta} - \right. \\ & \quad \left. J_{t-1}(k|s|) \left(\frac{s}{|s|} \right)^{1-t} e^{-i\theta} - J_{t+1}(k|s|) \left(\frac{s}{|s|} \right)^{t+1} e^{-i\theta} \right\}. \end{aligned}$$

2) 在复平面 (z_2, \bar{z}_2) 上, 利用坐标移动公式 $z = z_2 + ih$, 边界 S_2 上的入射波和反射波:

$$\begin{aligned} W_{S_2}^{\text{in+re}} &= 2J_0(k_s |z_2 + ih|) + \\ & 2 \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^m J_{2m}(k_s |z_2 + ih|) \cos(2m\alpha) \times \\ & \quad \left[\left(\frac{z_2 + ih}{|z_2 + ih|} \right)^{2m} + \left(\frac{z_2 + ih}{|z_2 + ih|} \right)^{-2m} \right] + \\ & 2 \sum_{m=0}^{\infty} (-1)^m J_{2m+1}(k_s |z_2 + ih|) \sin((2m+1)\alpha) \times \\ & \quad \left[\left(\frac{z_2 + ih}{|z_2 + ih|} \right)^{2m+1} - \left(\frac{z_2 + ih}{|z_2 + ih|} \right)^{-(2m+1)} \right]. \end{aligned} \quad (28)$$

相应的在复平面 (z_2, \bar{z}_2) 上的应力表达式为

$$\begin{aligned} \tau_{r_{2z}}^{\text{in+re}} &= \frac{\mu_s k_s W_0}{2} \cdot 2 \cdot \frac{J_{-1}(k_s |z_2 + ih|) - J_1(k_s |z_2 + ih|)}{2} \times \\ & \quad \left[\left(\frac{z_2 + ih}{|z_2 + ih|} \right)^{-1} e^{i\theta} + \left(\frac{z_2 + ih}{|z_2 + ih|} \right)^1 e^{-i\theta} \right] + \\ & \quad \frac{\mu_s k_s W_0}{2} \sum_{m=1}^{\infty} 2(-1)^m \cos(2m\alpha) P_{2m}(z_2 + ih) + \\ & \quad \frac{\mu_s k_s W_0}{2} \sum_{m=0}^{\infty} 2(-1)^m \sin((2m+1)\alpha) Q_{2m+1}(z_2 + ih). \end{aligned} \quad (29)$$

3.4 边界条件及定解方程组

在已构造函数的基础上, 我们利用边界条件: 即在边界 S_1 上满足应力和位移的连续, 在边界 S_2 上满足应力为 0 (参见图 4), 即

$$\begin{cases} W_{S_1}^{(1)} + W_{S_1}^{(2)} + W_{S_1}^{\text{in+re}} = W^D, & \text{在边界 } S_1 \text{ 上;} \\ \tau_{r_z}^{(1)} + \tau_{r_z}^{(2)} + \tau_{r_z}^{\text{in+re}} = \tau_{r_z}^D, & \text{在边界 } S_1 \text{ 上;} \\ \tau_{r_{2z}}^{(1)} + \tau_{r_{2z}}^{(2)} + \tau_{r_{2z}}^{\text{in+re}} = 0, & \text{在边界 } S_2 \text{ 上.} \end{cases} \quad (30)$$

由于波函数都是由正弦函数 $\sin(n\theta)$ 和余弦函数 $\cos(n\theta)$ 叠加构造而来, 为方便地解出该方程组的解, 我们把已经构造出的位移和应力波函数带入上述方程组, 按照正弦、余弦部分一一对应的关系, 在复数域进行 Fourier 级数展开, 并重构方程组如下:

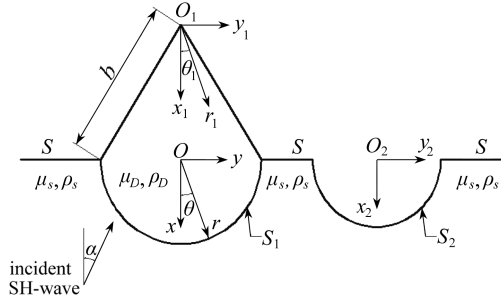


图 4 山谷相连地形契合求解模型示意图

Fig. 4 Model of conjunction

$$\left\{ \begin{aligned} & \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} X X_{nm}^{(11)} A_m^{(1)} - \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} Y Y_{nm}^{(11)} B_m^{(1)} - \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} Z Z_{nm}^{(11)} C_m^{(1)} = \\ & \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} W W_{nm}^{(11)}, \\ & \frac{\mu_D k_D}{\mu_S k_S} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} X X_{nm}^{(12)} A_m^{(1)} - \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} Y Y_{nm}^{(12)} B_m^{(1)} - \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} Z Z_{nm}^{(12)} C_m^{(1)} = \\ & \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} W W_{nm}^{(12)}, \\ & \mu_S k_S \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} Y Y_{nm}^{(13)} B_m^{(1)} + \mu_S k_S \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} Z Z_{nm}^{(13)} C_m^{(1)} + \\ & \mu_S k_S \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} W W_{nm}^{(13)} = 0, \end{aligned} \right. \quad (31)$$

$$\left\{ \begin{aligned} & \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} X X_{nm}^{(21)} A_m^{(2)} - \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} Y Y_{nm}^{(21)} B_m^{(2)} - \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} Z Z_{nm}^{(21)} C_m^{(2)} = \\ & \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} W W_{nm}^{(21)}, \\ & \frac{\mu_D k_D}{\mu_S k_S} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} X X_{nm}^{(22)} A_m^{(2)} - \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} Y Y_{nm}^{(22)} B_m^{(2)} - \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} Z Z_{nm}^{(22)} C_m^{(2)} = \\ & \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} W W_{nm}^{(22)}, \\ & \mu_S k_S \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} Y Y_{nm}^{(23)} B_m^{(2)} + \mu_S k_S \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} Z Z_{nm}^{(23)} C_m^{(2)} + \\ & \mu_S k_S \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} W W_{nm}^{(23)} = 0, \end{aligned} \right. \quad (32)$$

在这里,由于山体与地基是同一种材质,因此有: $\mu_D k_D = \mu_S k_S$, 其中

$$\begin{aligned} X X_{nm}^{(11)} &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} J_{2mp}(k_D |z+d|) \left[\left(\frac{z+d}{|z+d|} \right)^{2mp} + \left(\frac{z+d}{|z+d|} \right)^{-2mp} \right] e^{-in\theta} d\theta, \\ Y Y_{nm}^{(11)} &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} H_{2m}^{(1)}(k_S |z|) \left[\left(\frac{z}{|z|} \right)^{2m} + \left(\frac{z}{|z|} \right)^{-2m} \right] e^{-in\theta} d\theta, \\ Z Z_{nm}^{(11)} &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} H_{2m}^{(1)}(k_S |z-ih|) \left[\left(\frac{z-ih}{|z-ih|} \right)^{2m} + \left(\frac{z-ih}{|z-ih|} \right)^{-2m} \right] e^{-in\theta} d\theta, \end{aligned}$$

$$WW_{nm}^{(11)} = \begin{cases} \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} 2J_0(k_S |z|) e^{-in\theta} d\theta, & m = 0, \\ \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} 2(-1)^m J_{2m}(k_S |z|) \cos(2m\alpha) \times \\ \left[\left(\frac{z}{|z|} \right)^{2m} + \left(\frac{z}{|z|} \right)^{-2m} \right] e^{-in\theta} d\theta, & m > 0; \end{cases}$$

$$XX_{nm}^{(12)} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} P_{2mp}(z+d) e^{-in\theta} d\theta,$$

$$YY_{nm}^{(12)} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} U_{2m}(z) e^{-in\theta} d\theta,$$

$$ZZ_{nm}^{(12)} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} U_{2m}(z-ih) e^{-in\theta} d\theta,$$

$$WW_{nm}^{(12)} = \begin{cases} \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} 2 \cdot \frac{J_{-1}(k_S |z|) - J_1(k_S |z|)}{2} \times \\ \left[\left(\frac{z}{|z|} \right)^{-1} e^{i\theta} + \left(\frac{z}{|z|} \right)^1 e^{-i\theta} \right] e^{-in\theta} d\theta, & m = 0, \\ \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} 2(-1)^m \cos(2m\alpha) P_{2m}(z) e^{-in\theta} d\theta, & m > 0; \end{cases}$$

$$XX_{nm}^{(13)} = 0,$$

$$YY_{nm}^{(13)} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} U_{2m}(z_2+ih) e^{-in\theta} d\theta,$$

$$ZZ_{nm}^{(13)} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} U_{2m}(z_2) e^{-in\theta} d\theta,$$

$$WW_{nm}^{(13)} = \begin{cases} \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} 2 \cdot \frac{J_{-1}(k_S |z_2+ih|) - J_1(k_S |z_2+ih|)}{2} \times \\ \left[\left(\frac{z_2+ih}{|z_2+ih|} \right)^{-1} e^{i\theta} + \left(\frac{z_2+ih}{|z_2+ih|} \right)^1 e^{-i\theta} \right] e^{-in\theta} d\theta, & m = 0, \\ \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} 2(-1)^m \cos(2m\alpha) P_{2m}(z_2+ih) e^{-in\theta} d\theta, & m > 0; \end{cases}$$

$$XX_{nm}^{(21)} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} J_{(2m+1)p}(k_D |z+d|) \times \\ \left[\left(\frac{z+d}{|z+d|} \right)^{(2m+1)p} - \left(\frac{z+d}{|z+d|} \right)^{-(2m+1)p} \right] e^{-in\theta} d\theta,$$

$$YY_{nm}^{(21)} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} H_{2m+1}^{(1)}(k_S |z|) \times \\ \left[\left(\frac{z}{|z|} \right)^{2m+1} - \left(\frac{z}{|z|} \right)^{-(2m+1)} \right] e^{-in\theta} d\theta,$$

$$ZZ_{nm}^{(21)} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} H_{2m+1}^{(1)}(k_S |z-ih|) \left[\left(\frac{z-ih}{|z-ih|} \right)^{2m+1} - \left(\frac{z-ih}{|z-ih|} \right)^{-(2m+1)} \right] e^{-in\theta} d\theta,$$

$$WW_{nm}^{(21)} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} 2(-1)^m J_{2m+1}(k_S |z|) \sin((2m+1)\alpha) \times \\ \left[\left(\frac{z}{|z|} \right)^{2m+1} - \left(\frac{z}{|z|} \right)^{-(2m+1)} \right] e^{-in\theta} d\theta;$$

$$XX_{nm}^{(22)} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} Q_{(2m+1)\rho}(z+d) e^{-in\theta} d\theta,$$

$$YY_{nm}^{(22)} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} V_{2m+1}(z) e^{-in\theta} d\theta,$$

$$ZZ_{nm}^{(22)} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} V_{2m+1}(z-ih) e^{-in\theta} d\theta,$$

$$WW_{nm}^{(22)} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} 2(-1)^m \sin((2m+1)\alpha) Q_{2m+1}(z) e^{-in\theta} d\theta;$$

$$XX_{nm}^{(23)} = 0,$$

$$YY_{nm}^{(23)} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} V_{2m+1}(z_2+ih) e^{-in\theta} d\theta,$$

$$ZZ_{nm}^{(23)} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} V_{2m+1}(z_2) e^{-in\theta} d\theta,$$

$$WW_{nm}^{(23)} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} 2(-1)^m \sin((2m+1)\alpha) Q_{2m+1}(z_2+ih) e^{-in\theta} d\theta.$$

3.5 地表位移幅值

研究三角形凸起地形对 SH 波散射的影响,就要求给出界面上任意观察点上 SH 波的波数和入射角与相关地形的位移幅值之间的关系.对稳态的 SH 波而言,如果求得观察点的位移量就可以求解该点的速度和加速度值,这对地震工程是至关重要的.

在区域 I 中总波场 W_1 为驻波 W^D , 即

$$W_1 = W^D. \quad (33)$$

而在区域 II 中的总波长

$$W_2 = W^{in+re} + W_s^{(1)} + W_s^{(2)} \quad (34)$$

或者写成

$$W_2 = |W| e^{i(\omega t - \phi)}, \quad (35)$$

其中, $|W|$ 为位移幅值,即 W 的绝对值,而 ϕ 为 W 的相位,同时有

$$\phi = \arctan\left(\frac{\text{Im } W}{\text{Re } W}\right). \quad (36)$$

又因为入射波的频率 ω 可以与“三角形+半圆”区域 I 中半圆的半径 r 组合成一个入射波的波数,即入射波波数为 $kr = \omega r / C_s$, 或者 $kr = 2\pi r / \lambda$, 其中, λ 为入射波的波长 ($\lambda = C_s T$), 波数 η 还可写成 $\eta = 2r / \lambda$,

$$\begin{cases} \eta = \frac{2r}{C_s T} = \frac{\omega r}{\pi C_s} \Rightarrow \eta = \frac{kr}{\pi} \Rightarrow k = \frac{\pi \eta}{r}, \\ k = \frac{\omega}{C_s}. \end{cases} \quad (37)$$

4 算例与结果分析

作为算例,假设入射波振幅 W_0 为 1.0, 区域 I 中半圆的半径 r 为 1.0, 本算例建立的模型如图 5 所示, $y/r = \pm 1$ 表示三角形凸起与水平面的相交位置, $y/r = 0$ 对应着三角形凸起的顶点, 而 $|y/r| < 1.0$ 代表三角形凸起上的点, $h - r_2 < y/r < h + r_2$ 则表示半圆形凹陷上的点, $|y/r| >$

1.0 且不包括 $h - r_2 < y/r < h + r_2$ 的部分则代表水平面上的点。

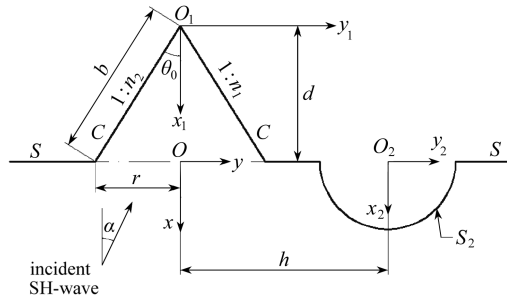
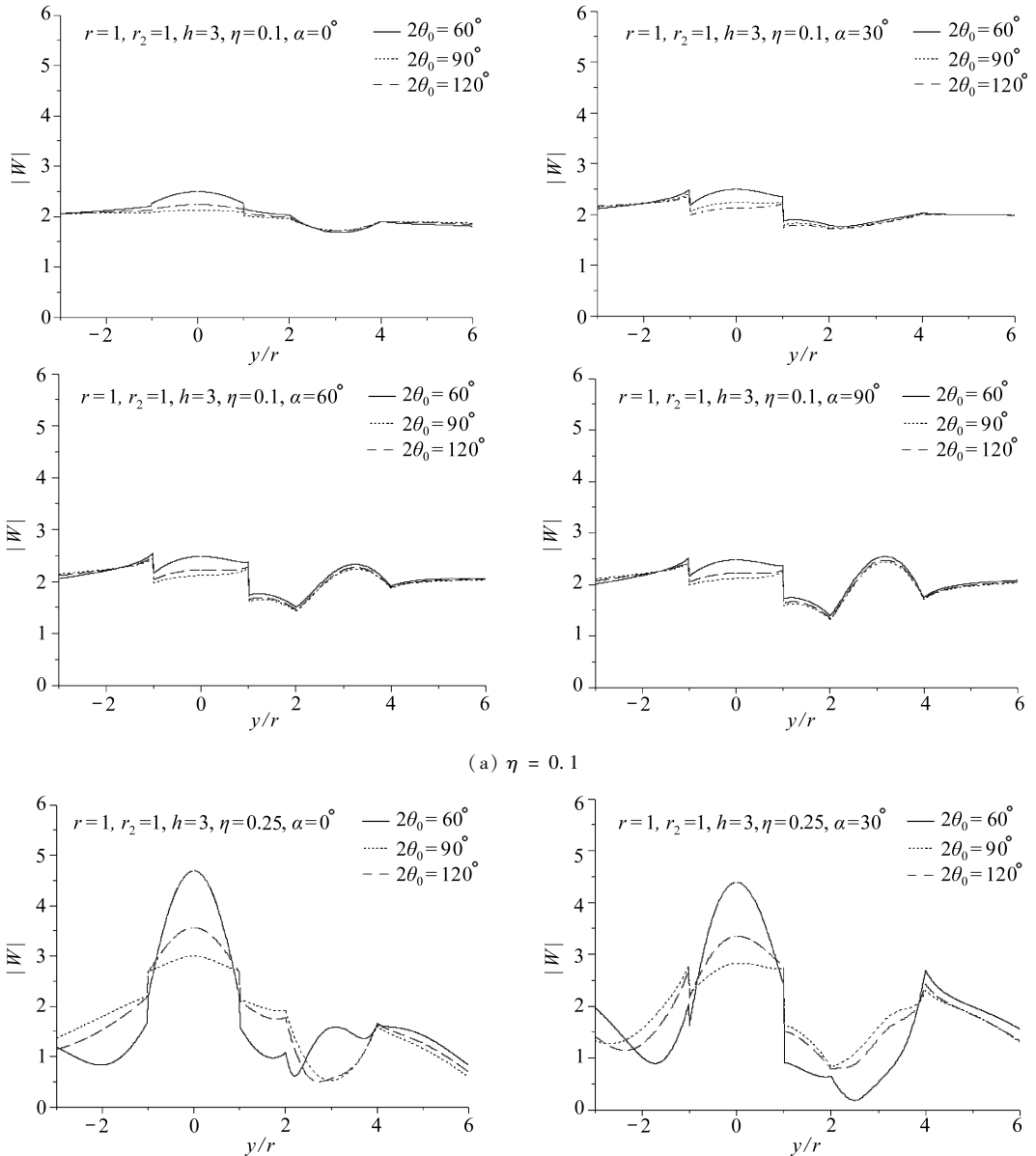
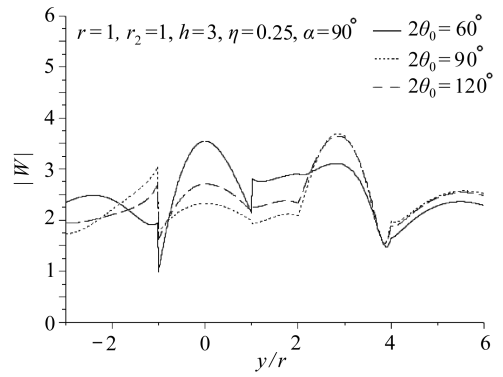
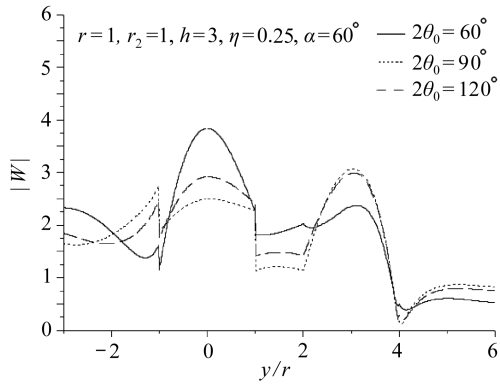
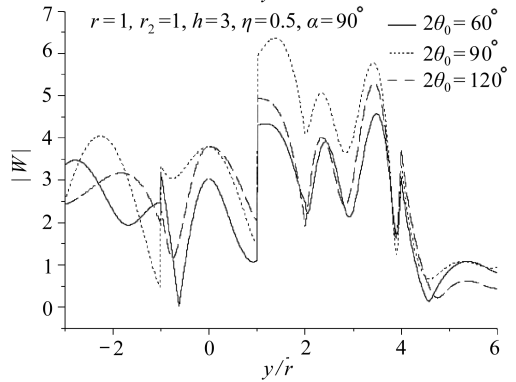
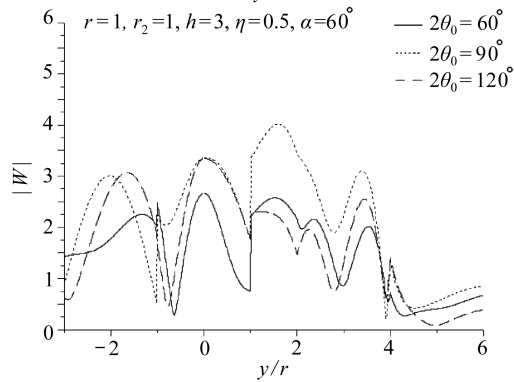
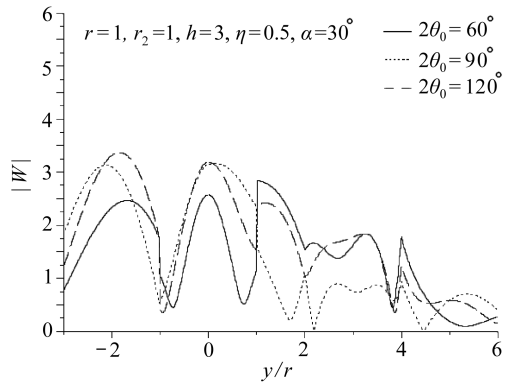
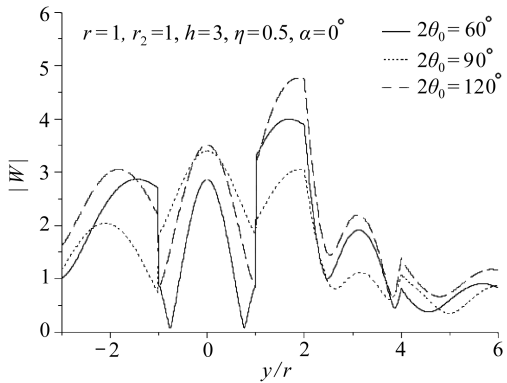
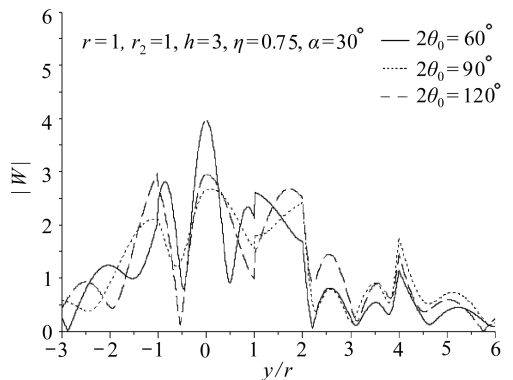
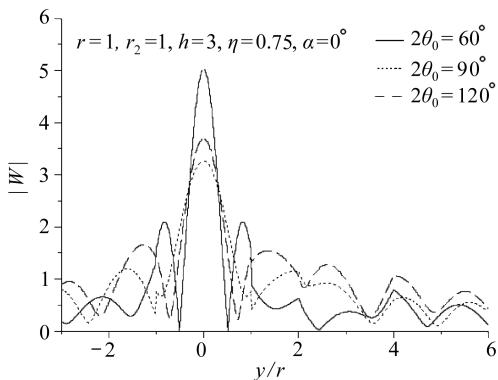
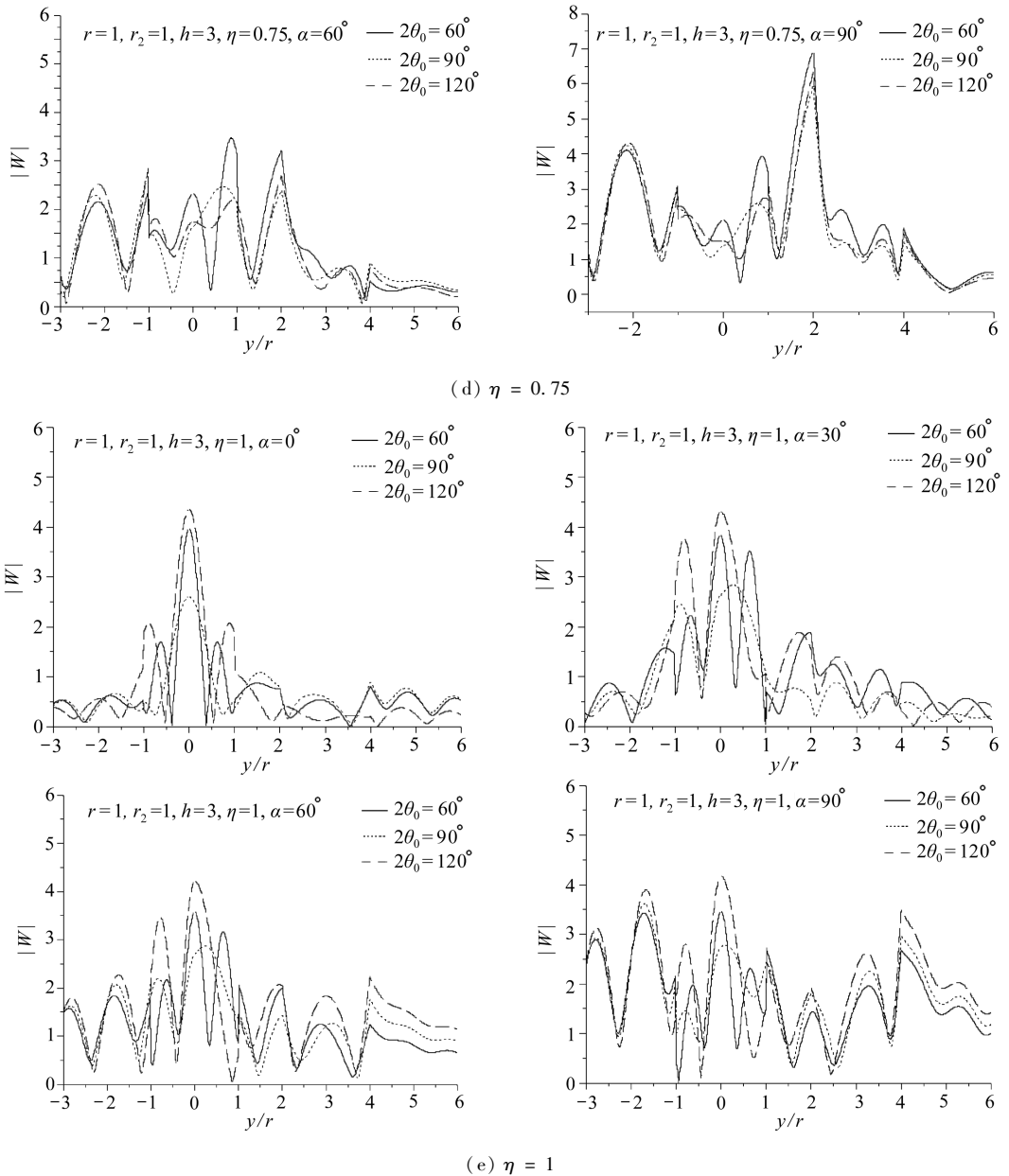


图5 算例模型

Fig. 5 Model of numerical examples



(b) $\eta = 0.25$ (c) $\eta = 0.5$ 

图 6 山谷不相连地形 ($r = r_2$) 随山体顶角 $2\theta_0$ 变化的响应Fig. 6 Dependence of surface displacements on $2\theta_0$ ($r = r_2$)

1) 图 6(a) 至图 6(e) 给出了当入射波数为 0.1, 0.25, 0.5, 0.75, 1.0 时, 等腰山体与谷地不相连地形在 SH 波以不同角度入射时, 水平地表、凸起地表和凹陷地表的位移幅值 $|W|$ 的分布情况。当 $\eta = 0.1$ 时, 所求解问题类似于准静态情况, 山体的顶角 $2\theta_0$ 越小, 位移幅值就越大; 而当 $\eta = 0.25, 0.5, 0.75, 1.0$ 时, 地表位移的变化明显表现出动力学特征, 山体的夹角、入射波的频率都会对山体和地表的位移特性产生影响, 随着波数的增加, 位移幅值的震荡特征会更加明显, 并且最大幅值出现在垂直入射时的山体顶点处。

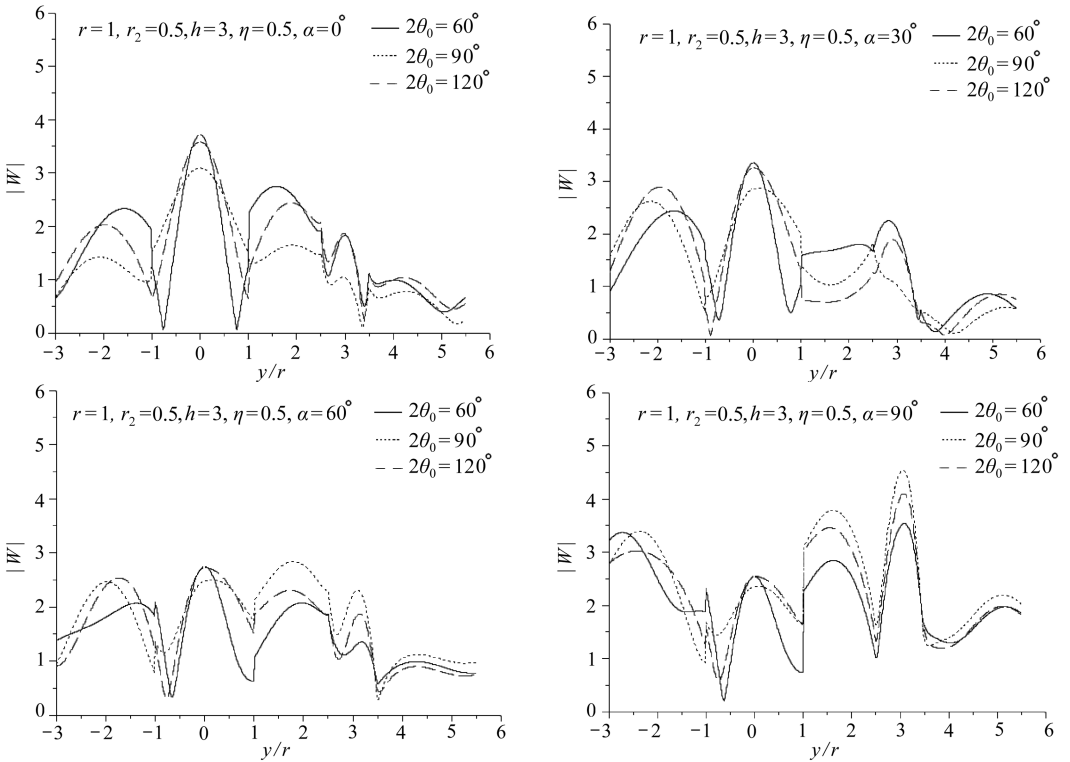
2) 由图 6(a) 可知, 当 $\eta = 0.1$ 时, 随着入射角的增加, 近似于水平入射时, 山体表面和水

平地表的波动变化不大,而凹陷地形的波动则是比较大的;就好似两个凹陷地形,其中一个上面有一座山体载荷压在上面,而另一个则是自由的,有负载的波动就会小些,无负载的波动就会大些。

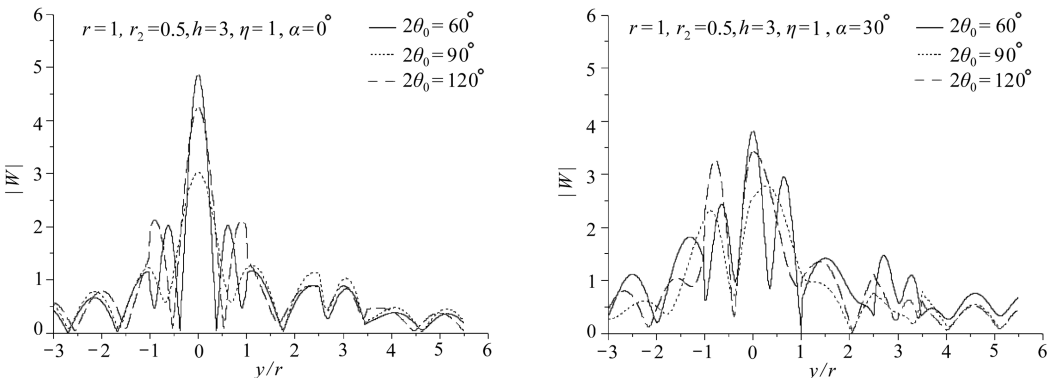
3) 由图 6(e)可知,当山基体 r 半径与凹陷半径 r_2 相同时,波数 $\eta = 1.0$ 时,山顶夹角 $2\theta_0 = 90^\circ$ 时,山体及其附近的位移幅值波动会比其他夹角的情况都大。

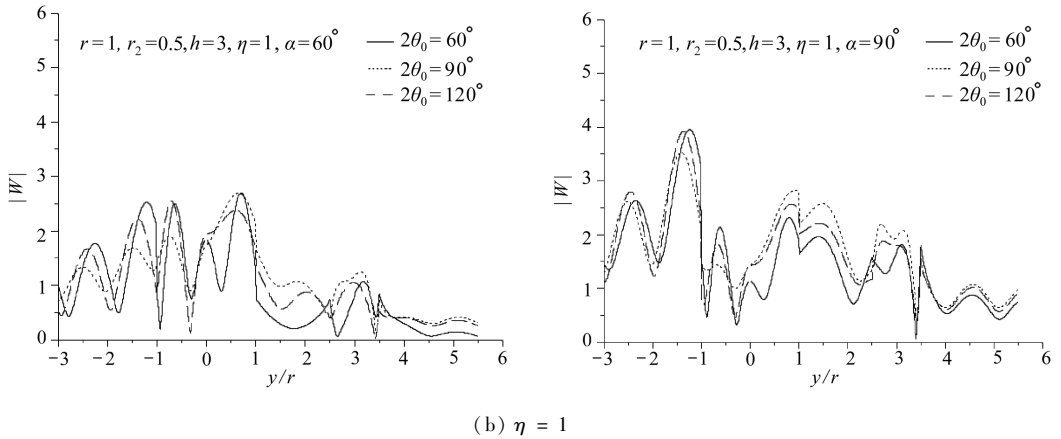
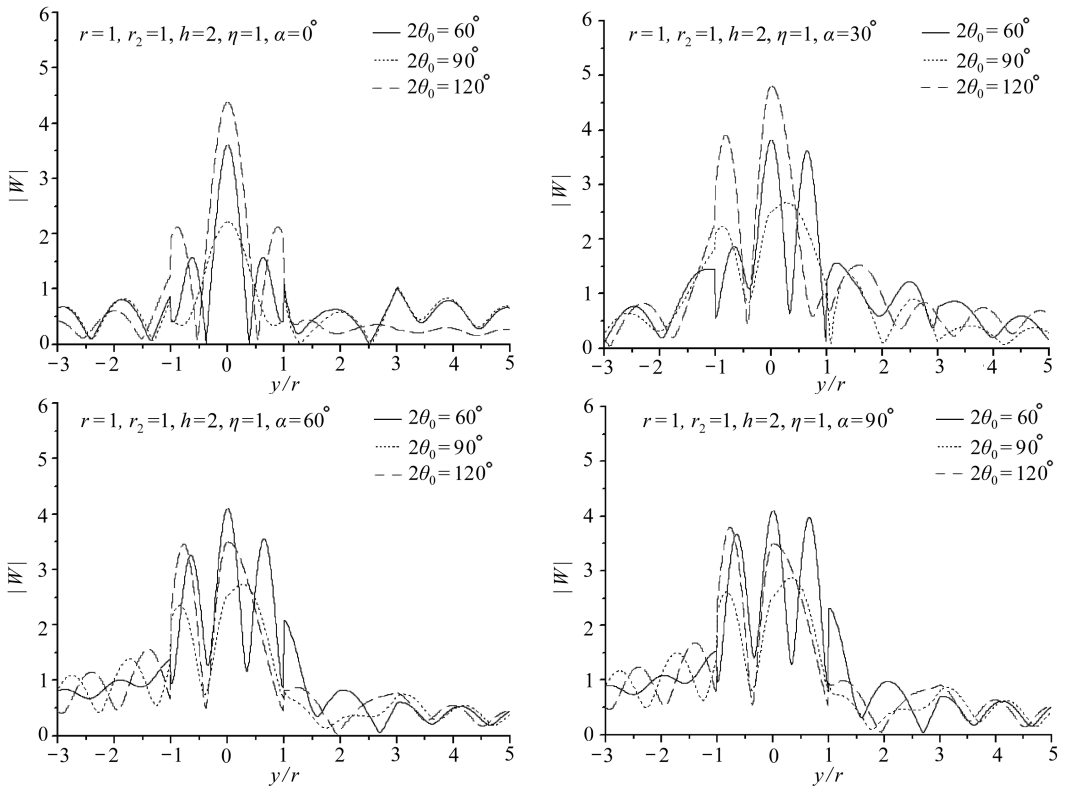
4) 由图 6(c)和图 6(d)还可知,当波数 $\eta = 0.5, 0.75$,且山基体半径 r 与凹陷半径 r_2 相等时,山体与凹陷地形之间的水平地表的抖动特征会非常的明显,并且随着入射角的增加,抖动从凸起侧向凹陷侧变化。

5) 由图 7 可得,山体与凹陷不直接相连时,山基体半径 r 不等于凹陷半径 r_2 时,山体与凹陷地形之间的水平地表的抖动特征会明显下降。



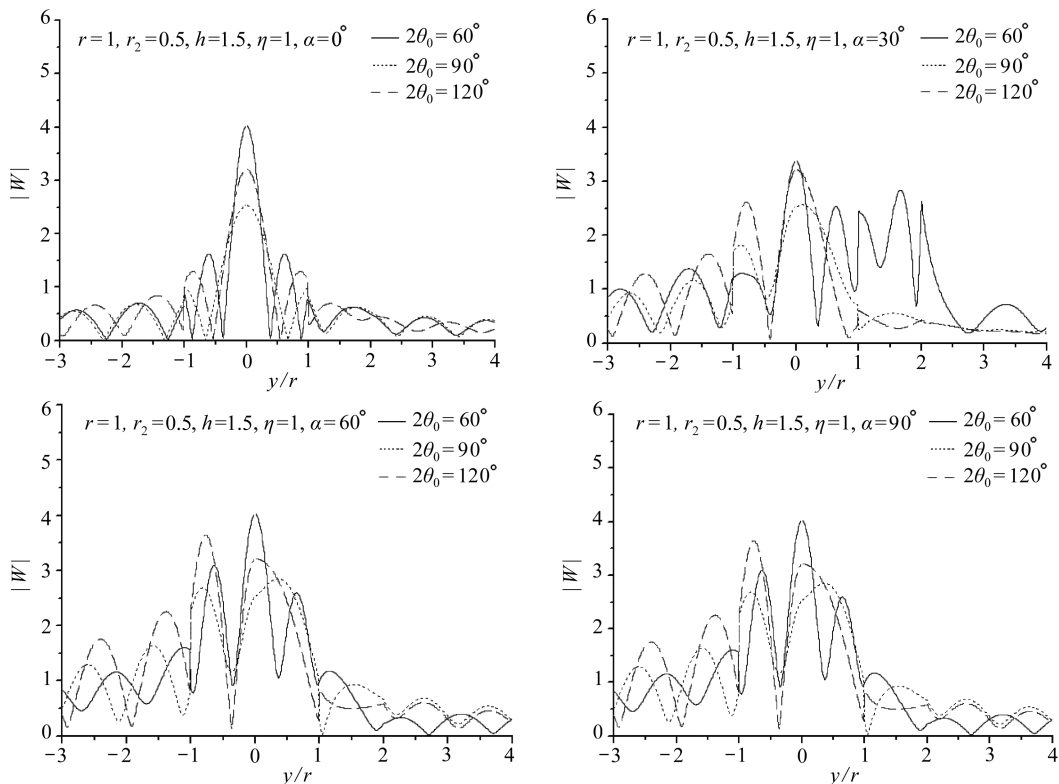
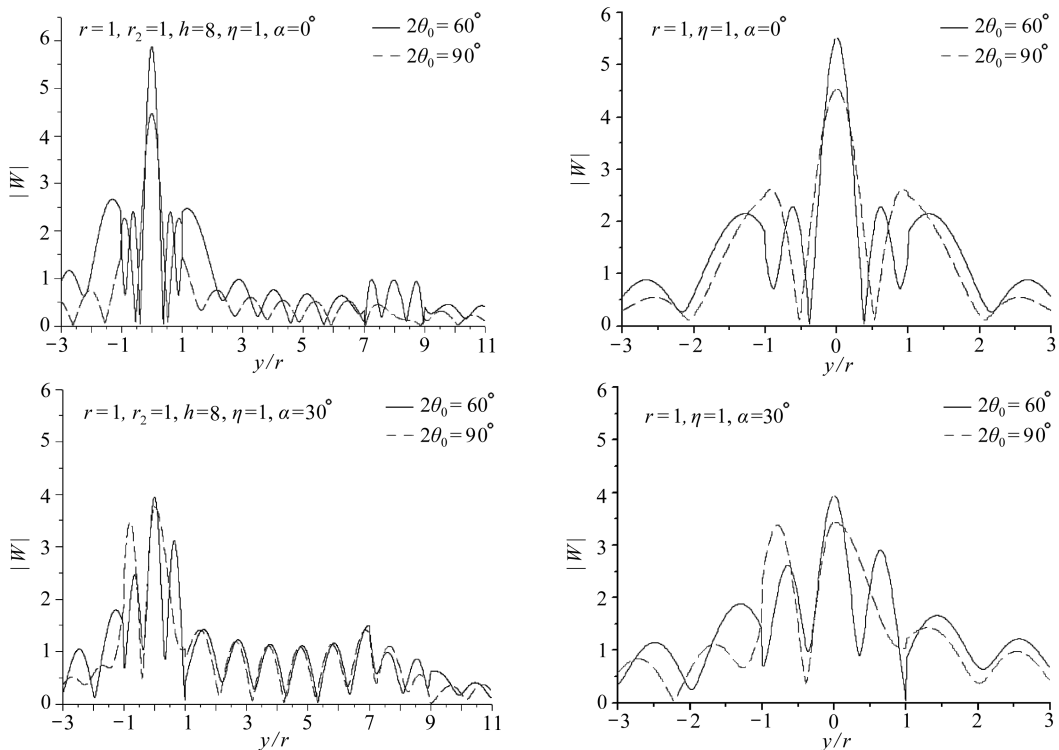
(a) $\eta = 0.5$

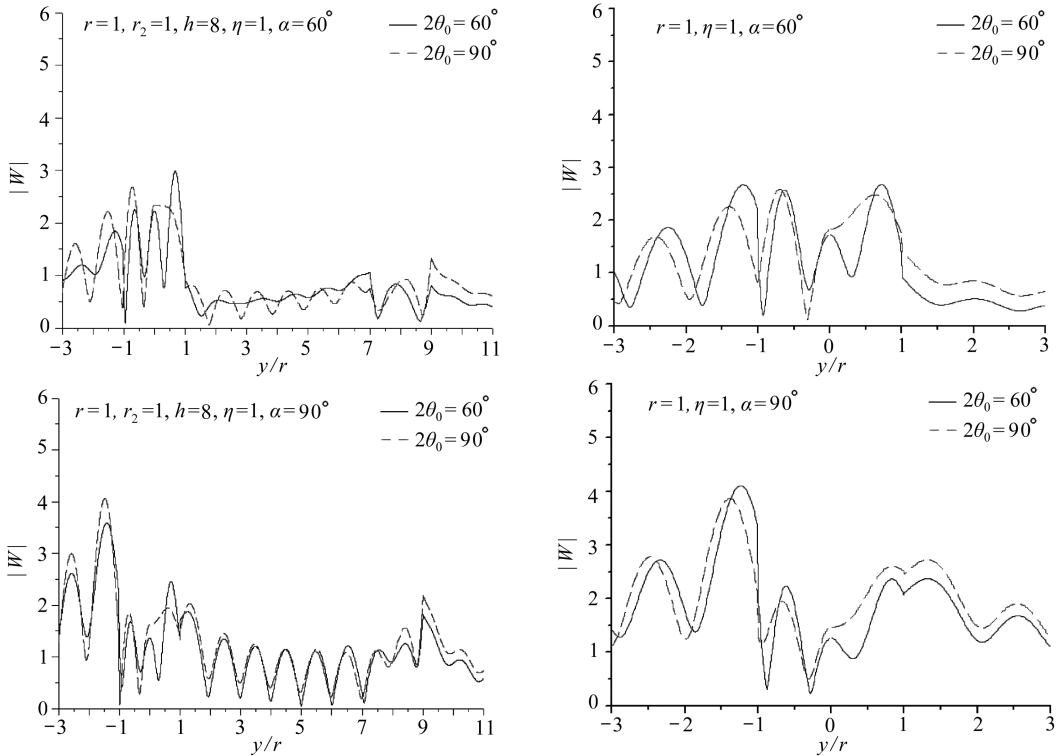


图7 山谷不相连地形 ($r \neq r_2$) 随山体顶角 $2\theta_0$ 变化的响应Fig. 7 Dependence of surface displacements on $2\theta_0$ ($r \neq r_2$)图8 山谷相连地形 ($r = r_2$) 随山体顶角变化的响应Fig. 8 Valley connected ($r = r_2$)

6) 由图8和图9可得,当山体与凹陷地形直接相连时,随着入射角增加,近似于水平入射时,山体左侧的波动特性下降明显;而山体与凹陷地形不相连时,山体左侧的波动会非常的大。

7) 由图10可得,山体与凹陷之间的距离为山基半径 r 的6倍及6倍以上时,山体与凹陷之间的干扰作用不再明显,即山体与凹陷都能各自表现出单独被冲击的情况,其中山体的冲击响应尤其明显,凹陷地形则略有影响。

图9 山谷相连地形 ($r \neq r_2$) 随山体顶角变化的响应Fig. 9 Valley connected ($r \neq r_2$)

(a) 山与谷距离为 $6r$ 时的响应(a) Valley distance of $6r$

(b) 单个山体的冲击响应

(b) Single raised

图 10 山谷不相连地形中山体与谷地距离较远时的响应

Fig. 10 Dependence of surface displacements with valley distance

5 结 论

本文采用了“分区域”“再契合”的思想,使用了复变函数和移动坐标的方法,求解了 SH 波作用下等腰山体与凹陷并存地形的相互作用;给出了各部分的位移构造函数,并提供了山体与凹陷地形相连及山体与凹陷地形不相连两种情况下,不同波数,不同角度入射时的地表响应曲线。同时还得到了,山体与凹陷相隔 6 倍山基半径 ($6r$) 时,山体与凹陷地形的相互干涉现象不再明显。

参考文献:

- [1] 鲍亦兴. 固体中的波[M]. 北京:地震出版社, 1982:2-20. (BAO Yi-xing. *Waves in Solid Media* [M]. Beijing: Earthquake Press, 1982: 2-20. (in Chinese))
- [2] 黎在良, 刘殿魁. 固体中的波[M]. 北京:科学出版社, 1995. (LI Zai-liang, LIU Dian-kui. *Waves in Solid Media*[M]. Beijing: Science Press, 1995. (in Chinese))
- [3] 王竹溪, 郭敦仁. 特殊函数概论[M]. 北京:科学出版社, 1979. (WANG Zhu-xi, GUO Dun-ren. *Introduction to Special Functions*[M]. Beijing: Science Press, 1979. (in Chinese))
- [4] Trifunac M D. Scattering of plane SH-waves by a semi-cylindrical canyon[J]. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 1973, 2(1): 267-281.

- [5] 韩峰, 刘殿魁. SH波对半无限圆形凹陷地形造成的位移场的研究[J]. 哈尔滨建筑工程学院学报, 1990, **23**(3):24-31. (HAN Feng, LIU Dian-kui. Research of scattering of plane SH-wave by a semi-cylindrical canyon[J]. *Journal of Harbin University of Civil Engineering and Architecture*, 1990, **23**(3): 24-31. (in Chinese))
- [6] 刘殿魁, 韩峰. SH波对各向异性凹陷地形的散射[J]. 地震工程与工程振动, 1990, **10**(2):11-23. (LIU Dian-kui, HAN Feng. Scattering of plane SH-wave by canyon topography in anisotropic medium[J]. *Earthquake Engineering and Engineering Vibration*, 1990, **10**(2): 11-23. (in Chinese))
- [7] 徐贻燕, 韩峰. 平面SH波在相邻多个半圆形凹陷地形上的散射[J]. 地震工程与工程振动, 1992, **12**(2):12-18. (XU Yi-yan, HAN Feng. Scattering of SH-waves by multiple semi-cylindrical canyons[J]. *Earthquake Engineering and Engineering Vibration*, 1992, **12**(2): 12-18. (in Chinese))
- [8] 邱发强, 刘殿魁. SH波入射时柔性基础上等腰三角形坝体结构的出平面反应[J]. 地震工程与工程振动, 2006, **26**(4):9-17. (QIU Fa-qiang, LIU Dian-kui. Antiplane response of isosceles triangular dike to incident SH waves[J]. *Earthquake Engineering and Engineering Vibration*, 2006, **26**(4): 9-17. (in Chinese))
- [9] 刘刚, 刘殿魁, 杜永军. 浅埋圆柱形弹性夹杂附近等腰三角形凸起地形引起的SH波的散射[J]. 地震工程与工程振动, 2006, **26**(4):1-8. (LIU Gang, LIU Dian-kui, DU Yong-jun. Scattering of SH waves by an isosceles triangular hill above a subsurface elastic cylindrical inclusion[J]. *Earthquake Engineering and Engineering Vibration*, 2006, **26**(4): 1-8. (in Chinese))
- [10] 邱发强, 刘殿魁. SH波对等腰三角形凸起地形散射问题中的驻波函数[J]. 哈尔滨工程大学学报, 2007, **28**(5):525-527. (QIU Fa-qiang, LIU Dian-kui. Standing wave functions from an isosceles triangle hill to incident SH-waves[J]. *Journal of Harbin Engineering University*, 2007, **28**(5): 525-527. (in Chinese))
- [11] 王慧文, 刘殿魁, 邱发强. SH波入射时多个半圆形沉积谷地附近潜埋圆形孔洞的动力分析[J]. 地震工程与工程振动, 2006, **26**(4):18-23. (WANG Hui-wen, LIU Dian-kui, QIU Fa-qiang. Dynamic response of shallow-embedded cylindrical lining structure below semi-cylindrical alluvial valleys to incident SH waves[J]. *Earthquake Engineering and Engineering Vibration*, 2006, **26**(4): 18-23. (in Chinese))
- [12] 吕绍棠, 刘殿魁. SH波作用下浅埋裂纹附近半圆形凸起的地震动[J]. 地震工程与工程振动, 2008, **28**(3):16-23. (LÜ Shao-tang, LIU Dian-kui. Antiplane response of a semi-cylindrical hill above a subsurface crack to incident SH waves[J]. *Earthquake Engineering and Engineering Vibration*, 2008, **28**(3): 16-23. (in Chinese))
- [13] 李敏, 刘殿魁, 周瑞芬. 含孔半圆形凸起地形及多个孔洞对SH波的散射[J]. 哈尔滨工程大学学报, 2008, **29**(1):78-84. (LI Min, LIU Dian-kui, ZHOU Rui-fen. Scattering of SH waves by a semi-cylindrical hill with a hole and multiple cavities around it in half-space[J]. *Journal of Harbin Engineering University*, 2008, **29**(1): 78-84. (in Chinese))
- [14] LIU Dian-kui, WANG Ning, LI Shi-ying. Anti-plane SH-deformation by an arc-shaped cylindrical hill above a subsurface cavity in half-space[J]. *Journal of Harbin Engineering University*, 2007, **28**(6): 636-641.
- [15] Hayir A, Todorovska M I, Trifunac M D I. Antiplane response of a dike with flexible soil-

- structure interface to incident SH waves[J]. *Soil Dynamics and Engineering*, 2001, **21**:603-613.
- [16] 刘刚, 刘殿魁, 杜永军. 浅埋圆柱形弹性夹杂附近等腰三角形凸起地形引起的 SH 波的散射[J]. 地震工程与工程振动, 2006, **26**(4):9-17. (LIU Gang, LIU Dian-kui, DU Yong-jun. Scattering of SH waves by an isosceles triangular hill above a subsurface elastic cylindrical inclusion[J]. *Earthquake Engineering and Engineering Vibration*, 2006, **26**(4): 9-17. (in Chinese))

Scattering of SH-Waves on the Isosceles Triangular Hill Joined by Semi-Cylindrical Canyon

HAN Feng, WANG Guang-zheng, KANG Chao-yang

(*Beijing Institute of Technology, State Key Laboratory of Explosion Science and Technology,
Beijing 100081, P. R. China*)

Abstract: Scattering of SH-wave on the triangular hill joined by semi-cylindrical canyon in half-space was studied with the methods of complex function and moving coordinates. The studied model was divided into two domains at first, and the wave functions, which satisfy the required condition at each wedge, are constructed in each equation, which was solved by Fourier expanding. Finally, numerical examples and relative results are provided to discuss the influence of scattering of SH-waves.

Key words: scattering of SH-waves; triangular hill; semi-cylindrical canyon; multi-polar coordinate; complex function