

可渗透壁面上 Falkner-Skan 磁流体 动力学流动的近似解*

苏晓红^{1,2}, 郑连存¹

(1. 北京科技大学 数学力学系,北京 100083;
2. 华北电力大学 数理系,河北 保定 071003)

摘要: 研究了可渗透壁面上 Falkner-Skan 磁流体动力学(MHD)边界层流动问题.利用结合了微分变换法(DTM)和 Padé 近似的 DTM-Padé 方法,得到了边界层问题的近似解和壁摩擦因数值.通过建立一个迭代程序,边界层问题的近似解被表示为幂级数的形式,而且以图和表形式对不同参数下的近似解结果与打靶法得到的数值结果进行了对比,近似解和数值解结果高度吻合,从而验证了所得问题近似解和结论的可靠性和有效性.并且,对求得的边界层问题近似解结果进行了讨论,分析了不同物理参数对边界层流动的影响.

关键词: Falkner-Skan; 相似解; MHD 边界层流动; 微分变换法

中图分类号: O357;O175 **文献标志码:** A

DOI: 10.3879/j.issn.1000-0887.2011.04.002

引 言

由于粘性 MHD 流动在磁流体发电、电磁流量计和磁流体动力泵等许多工程和科技领域有着广泛的应用^[1],近几十年来对粘性 MHD 流动特性的理论研究备受重视.许多数学模型被提出以解释 MHD 流动在不同条件下的特性^[2-6].一般来说,在磁场作用下,粘性的导电流体流动的控制方程是非常复杂的.1904年,Prandtl 最先提出了边界层理论,即对于粘性较小的流动,粘性的影响只局限于毗邻固体表面一个非常薄的剪切层内,因此流体流动分成两个区域:毗邻边界的区域内粘性有着重要的影响,流体应该看着是有粘性的;远离边界的区域内粘性的影响是可以忽略的,流体可以当作无粘性的理想流体对待.基于边界层理论,不可压缩的粘性磁流体在固体壁面附近流动的控制方程能够得到很大简化,并且从数学上得到的理论结果与实验结果比较吻合.最近,一些学者^[7-11]利用边界层理论分析了粘性 Falkner-Skan 磁流体动力学流动问题.其中,Soundalgekar 等^[7]研究了不可压缩的粘性导电流体的 Falkner-Skan 磁流体动力学边界层流动和热传输性质,证明了当外磁场与边界层厚度呈反比时相似解的存在性,并得到了问题的数值解. Abbasbandy 和 Hayat^[8]利用 Hankel-Padé 方法得到了壁面无渗透的 Falk-

* 收稿日期: 2010-09-27; 修订日期: 2011-02-14

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(50936003; 51076012)

作者简介: 苏晓红(1976—),男,湖北人,博士生(E-mail:suxh2005@163.com);

郑连存(1957—),教授,博士生导师(联系人. Tel: +86-10-62332891; E-mail:liancunzheng@163.com).

ner-Skan 磁流体动力学边界层流动的壁摩擦因数。在另一篇文献中, Abbasbandy 和 Hayat^[9] 利用同伦分析法得到了上述问题的近似解析解。Parand 等^[10] 也讨论了磁流体绕流静止且壁面无渗透的楔形物问题, 利用 Hermite 函数的拟谱方法得到了问题的近似解。Robert 等^[11] 建立了该流动边值问题解的存在性和唯一性结果。已有的与 Falkner-Skan 磁流体动力学边界层流动问题近似解析解的求解相关的研究大多局限于壁面为不可渗透的情况, 所使用的方法主要为同伦分析方法、Hankel-Padé 方法和 Hermite 函数的拟谱方法。

微分变换法^[12-18] 由赵家奎^[12] 最先提出来的, 对于常微分方程或偏微分方程能够建立一个迭代程序得到多项式形式的解析解。与传统的高阶 Taylor 级数方法不同, 微分变换法不需要进行求导数或偏导数的符号计算。它的主要优势在于不仅比传统的 Taylor 级数法计算量小, 而且不需要线性化、离散和摄动而能够直接地应用于物理或数学中的非线性微分方程。但是, 对于无界区域上的微分方程, 由微分变换法得到结果通常只在问题的一个小的子区域内有效, 在更大的区域内所得结果却是不正确的^[19], 其原因在于当趋于无穷时由微分变换法所得的解是发散的。为了克服这个缺陷, 最近一种称为 DTM-Padé 的方法被提出, 该方法是把微分变换法和 Padé 近似方法相结合, 并已被成功地应用于一些无穷区域内微分方程近似解析解的求解^[20]。

在以往文献的基础上, 本文对带有更复杂边界条件的渗透壁面上磁流体动力学边界层流动中的 Falkner-Skan 方程的近似解析解进行求解。通过应用 DTM-Padé 方法和考虑可渗透壁面的抽吸和喷注的影响去推广以往的相关研究。

1 控制方程

考虑不可压缩的粘性导电流体在外磁场作用下的二维稳态 Falkner-Skan 磁流体动力学边界层流动, 磁场的方向与流动方向垂直。通过可渗透壁面的抽吸和喷注速度为 $v_w(x)$ 。在小磁场 Reynolds 数情况下, 电磁感应可以忽略不计。基于这些假设条件, 流体的运动控制方程为

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0, \quad (1)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = U \frac{dU}{dx} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \frac{\sigma B^2(x)}{\rho} (u - U), \quad (2)$$

这里 x 和 y 轴分别平行和垂直于壁面, u 和 v 是 x 和 y 方向的速度分量。 $U(x) = ax^m$ 是楔形物壁面上方的边界层外部主流速度, ν 是运动粘度, σ 为电导率, $B(x) = B_0 x^{(m-1)/2}$ 表示磁场, ρ 是流体密度^[9]。相应的边界条件为

$$u(x, 0) = 0, \quad (3)$$

$$v(x, 0) = v_w, \quad (4)$$

$$u(x, \infty) = U(x), \quad (5)$$

其中, $v_w = v_0 x^{(m-1)/2}$ 是穿过壁面的抽吸或喷注速度, 当 $v_w < 0$ 时为抽吸, $v_w > 0$ 时为喷注。为了研究壁面附近的边界层流动, 引入下面的变换:

$$\eta = y \left(\frac{(m+1)U}{2\nu x} \right)^{1/2}, \quad \psi = f(\eta) \left(\frac{2\nu x U}{m+1} \right)^{1/2}, \quad (6)$$

这里, η 是相似变量, $\psi(x, y)$ 是流函数满足

$$(u, v) = \left(\frac{\partial \psi}{\partial y}, -\frac{\partial \psi}{\partial x} \right).$$

利用相似变换(6), 可以得到下面的速度分量形式:

$$u = Uf'(\eta), v = -\left(\frac{(m+1)\nu U}{2x}\right)\left(f(\eta) + \frac{m-1}{m+1}f'(\eta)\right). \quad (7)$$

由方程(7),质量守恒方程(1)自动满足,并且动量方程和边界条件可以变为

$$f'''(\eta) + f(\eta)f''(\eta) + \beta[1 - (f'(\eta))^2] - M^2(f'(\eta) - 1) = 0, \quad (8)$$

$$f(0) = -C, f'(0) = 0, f'(+\infty) = 1, \quad (9)$$

其中

$$M^2 = 2\sigma B_0^2/(\rho a(1+m)), C = v_0(2/m+1)^{1/2}(\nu a)^{-(m-1)/2}, \beta = 2m/(m+1).$$

函数 $f(\eta)$ 表示无量纲流函数,函数 $f'(\eta)$ 是无量纲切向速度, C 为抽吸或喷注参数,用来控制垂直壁面方向质量传输强度, $C > 0$ 为喷注, $C < 0$ 相应为抽吸.当 $\beta > 0$ 时方程(8)对应于加速流动,当 $\beta < 0$ 时对应于带有分离的减速流动.

2 利用 DTM-Padé 方法求近似解

假设函数 $w(t)$ 在区间 Ω 内是解析的, $t=t_0$ 为此区间内的点,函数 $w(t)$ 的微分变换定义如下^[12]:

$$W(k) = \frac{1}{k!} \left[\frac{d^k w(t)}{dt^k} \right]_{t=t_0}, \quad k = 0, 1, 2, 3, \dots, \quad (10)$$

这里, $w(t)$ 和 $W(k)$ 分别是原函数和变换函数.另外, $W(k)$ 的逆函数定义为

$$w(t) = \sum_0^{\infty} W(k)(t-t_0)^k \approx \sum_0^n W(k)(t-t_0)^k, \quad (11)$$

这里大写字母和小写字母分别表示原函数和变换函数.基于微分变换的定义式(10)和逆变换定义式(11),可以得到如表1所示的微分变换运算公式.

表1 微分变换法的基本运算法则

Table 1 The fundamental operations of DTM

original function	transformed function
$w(t) = \alpha w_1(t) + \beta w_2(t)$	$W(K) = \alpha W_1(k) + \beta W_2(k), \alpha$ and β are constants
$w(t) = w_1^{(n)}(t)$	$W(k) = (k+1)(k+2)\cdots(k+n)W_1(k+n)$
$w(t) = w_1(t)w_2(t)$	$W(k) = \sum_{i=0}^k W_1(i)W_2(k-i)$
$w(t) = (t-t_0)^m$	$W(k) = \delta(k-m) = \begin{cases} 1, & k = m, \\ 0, & k \neq m. \end{cases}$

为了利用DTM-Padé方法得到方程(8)、(9)的近似解,首先根据表1的运算公式对微分方程(8)实施微分变换,可以推出下面的迭代公式:

$$F(k+3) = \frac{1}{(k+1)(k+2)(k+3)} \left(M^2(k+1)F(k+1) - (\beta + M^2)\delta(k) - \sum_{i=0}^k [(k-i+1)(k-i+2)F(i)F(k-i+2) - \beta(i+1)(k-i+1)F(i+1)F(k-i+1)] \right). \quad (12)$$

$f''(0)$ 表示壁摩擦因数,对于参数 β 和 C 的不同值,确定 $f''(0)$ 的值有重要意义.为此,记 $f''(0) = 2\alpha$ 并利用微分变换法对方程(8)在下面初值条件下先进行求解:

$$f(0) = -C, f'(0) = 0, f''(0) = 2\alpha. \quad (13)$$

初值条件(13)的微分变换能表示为

$$F(0) = -C, F(1) = 0, F(2) = \alpha. \quad (14)$$

将方程(14)代入迭代公式(12)中,可以得到

$$F(3) = \frac{1}{3} \alpha C - \frac{1}{6} M^2 - \frac{1}{6} \beta,$$

$$F(4) = \frac{1}{12} M^2 \alpha + \frac{1}{12} \alpha C^2 - \frac{1}{24} M^2 C - \frac{1}{24} C \beta,$$

其它 $F(k)$ 的项可以类似计算出来,将所有 $F(k)$ 的项代入方程(11),可以得到初值问题(8) ~ (13) 幂级数形式的解

$$f(\eta) = \sum_0^{\infty} F(k) \eta^k \approx \sum_0^n F(k) \eta^k.$$

然后,将得到初值问题(8) ~ (13) 解的导数 $f'(\eta)$ 的幂级数并进行 $[N/N]$ 对角 Padé 近似^[21-22],根据对角 Padé 近似的定义可以得到下面的表达式:

$$f'(\eta) = \sum_{i=0}^{2N} (i+1) F(i+1) \eta^i = \sum_{i=0}^N a_i \eta^i / \left(1 + \sum_{i=1}^N b_i \eta^i \right). \quad (15)$$

表 2 当参数为 $C = -1, 1/5, \beta = 4/3, -3$ 时相应于参数 M 的 $f''(0)$ 值的对比

Table 2 Comparison of values of $f''(0)$ for $C = -1, 1/5, \beta = 4/3, -3$ and various values of M

M	C	$\beta = 4/3$		$\beta = -3$	
		$f''(0)_{DP}$	$f''(0)_{num}$	$f''(0)_{DP}$	$f''(0)_{num}$
3	-1	3.858 873 112	3.858 873 707	2.813 600 000	2.812 921 191
3	1/5	3.207 744 568	3.207 837 822	2.180 130 322	2.180 057 161
5	-1	5.720 170 862	5.720 199 248	5.123 657 682	5.123 671 967
5	1/5	5.090 866 724	5.090 869 424	4.502 770 284	4.502 773 217
10	-1	10.610 546 130	10.610 548 990	10.318 228 320	10.318 231 690
10	1/5	9.996 989 268	9.996 989 738	9.707 174 832	9.707 176 594
15	-1	15.573 606 750	15.573 607 510	15.379 648 050	15.379 649 310
15	1/5	14.964 886 980	14.964 887 830	14.772 098 060	14.772 099 590
20	-1	20.555 144 660	20.555 145 150	20.409 974 060	20.409 974 830
20	1/5	19.948 732 630	19.948 737 210	19.804 236 230	19.804 236 760

注意到方程(15)分子有 $N+1$ 个独立系数,分母有 N 个独立系数,这样一共有 $2N+1$ 个待定系数.根据文献[22]的结论,可以得出 $[N/N]$ 的对角 Padé 近似能够唯一的确定出来^[22].根据待定系数的个数, $[N/N]$ 的对角 Padé 近似可以通过匹配幂级数 $\sum_{i=0}^{\infty} (i+1) F(i+1) \eta^i$ 中项 $1, \eta, \eta^2, \dots, \eta^{2N}$ 的系数来确定.然后,由渐进条件 $f'(+\infty) = 0$ 可以立即得出代数方程 $a_N = b_N$.于是对于给定的参数 β, M 和 C 的值, $f''(0)$ 的值可以通过求解代数方程 $a_N = b_N$ 得到.这里取 $N = 8$,在计算出 $f''(0)$ 的值后,边值问题(8)和(9)的解 $f(\eta)$ 的幂级数形式和 Padé 近似表达式可以立即得出.例如,当 $\beta = 4/3, C = -1$ 和 $M = 3$ 时,边值问题(8)和(9)的解 $f(\eta)$ 和 $f'(\eta)$ 的 Padé 近似表达式为

$$\begin{aligned} f(\eta)_{[8,8]} = & (1 + 2.589\ 611\ 536\eta + 4.956\ 020\ 291\eta^2 + 4.745\ 379\ 570\eta^3 + \\ & 2.733\ 096\ 465\eta^4 + 1.246\ 141\ 374\eta^5 + 0.366\ 635\ 139\ 0\eta^6 + \\ & 0.064\ 690\ 389\ 02\eta^7 + 0.008\ 339\ 831\ 059\eta^8) / (1 + 2.589\ 611\ 536\eta + \\ & 3.026\ 583\ 735\eta^2 + 2.114\ 256\ 148\eta^3 + 0.980\ 459\ 403\eta^4 + \end{aligned}$$

$$0.312\ 368\ 807\eta^5 + 0.064\ 883\ 453\ 0\eta^6 + 0.007\ 025\ 442\ 82\eta^7 + 0.000\ 054\ 139\ 359\eta^8),$$

$$f'(\eta)_{[8,8]} = (3.858\ 873\ 112\eta + 6.315\ 360\ 997\eta^2 + 4.009\ 051\ 69\eta^3 + 2.877\ 965\ 10\eta^4 + 1.531\ 900\ 34\eta^5 + 0.248\ 167\ 750\eta^6 + 0.993\ 676\ 88\eta^7 + 0.007\ 761\ 188\ 6\eta^8)/(1 + 3.475\ 487\ 23\eta + 5.317\ 042\ 00\eta^2 + 4.819\ 191\ 53\eta^3 + 2.916\ 492\ 60\eta^4 + 1.248\ 616\ 99\eta^5 + 0.380\ 547\ 917\eta^6 + 0.076\ 388\ 508\eta^7 + 0.007\ 761\ 188\ 6\eta^8).$$

为了验证利用 DTM-Padé 方法所得边值问题(8)和(9)的近似解析解的有效性和可靠性,利用文献[23]中的方法,对方程(8)和(9)进行了数值求解,并把 DTM-Padé 方法所得结果和数值方法得到的结果进行了对比.解的对比结果如图 1~8;表 2 提供了计算出的壁摩擦因数 $f''(0)$ 的 DTM-Padé 结果 $f''(0)_{DP}$ 和数值结果 $f''(0)_{num}$ 的对比.

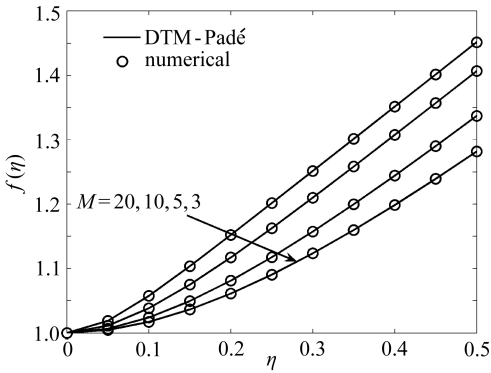


图 1 参数为 $\beta = 4/3, C = -1$ 时,DTM-Padé 方法和数值方法得到的 f 的对比图

Fig. 1 Comparison plot of f obtained by the DTM-Padé and the numerical method for $\beta = 4/3, C = -1$

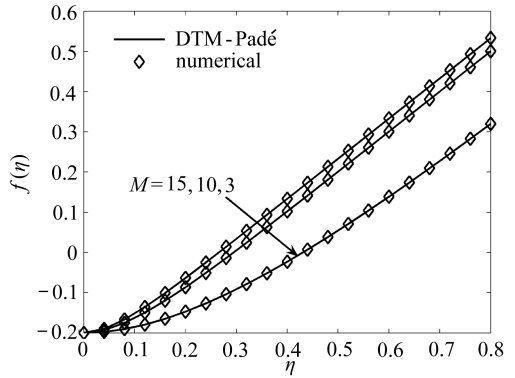


图 2 参数为 $\beta = 4/3, C = 1/5$ 时,DTM-Padé 方法和数值方法得到的 f 的对比图

Fig. 2 Comparison plot of f obtained by the DTM-Padé and the numerical method for $\beta = 4/3, C = 1/5$

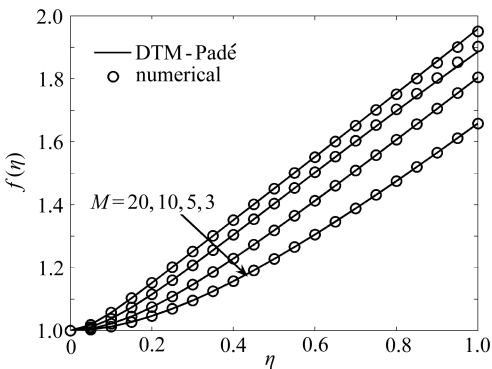


图 3 参数为 $\beta = -3, C = -1$ 时,DTM-Padé 方法和数值方法得到的 f 的对比图

Fig. 3 Comparison plot of f obtained by the DTM-Padé and the numerical method for $\beta = -3, C = -1$

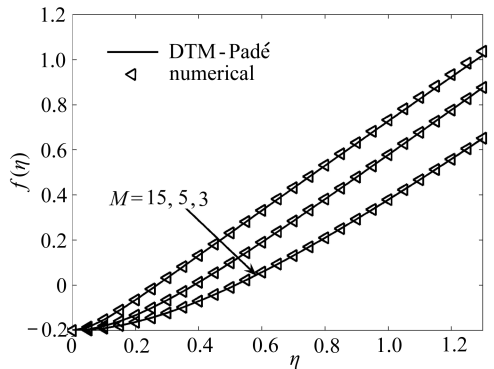


图 4 参数为 $\beta = -3, C = 1/5$ 时,DTM-Padé 方法和数值方法得到的 f 的对比图

Fig. 4 Comparison plot of f obtained by the DTM-Padé and the numerical method for $\beta = -3, C = 1/5$

从这些图和表 2 可以看出对所有的参数 β, M 和 C 的值,由 DTM-Padé 方法和数值方

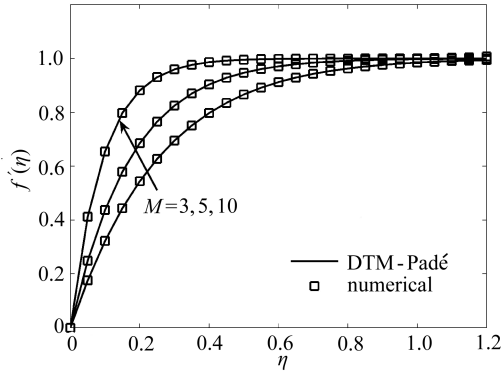


图5 参数为 $\beta = 4/3, C = -1$ 时,DTM-Padé 方法和数值方法得到的 f' 的对比图

Fig. 5 Comparison plot of f' obtained by the DTM-Padé and the numerical method for $\beta = 4/3, C = -1$

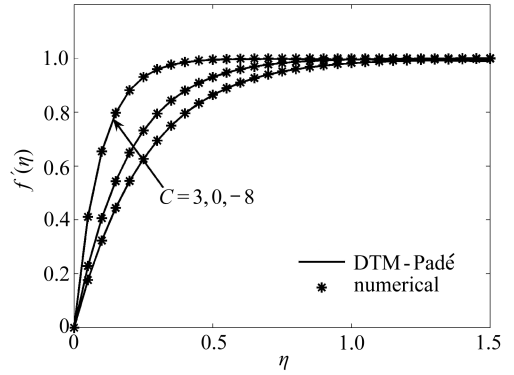


图6 参数为 $\beta = 4/3, M = 5$ 时,DTM-Padé 方法和数值方法得到的 f' 的对比图

Fig. 6 Comparison plot of f' obtained by the DTM-Padé and the numerical method for $\beta = 4/3, M = 5$

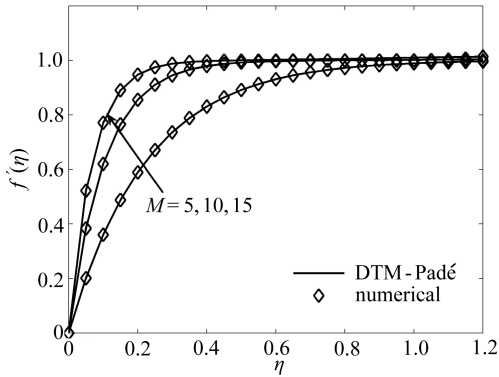


图7 参数为 $\beta = -3, C = -1$ 时,DTM-Padé 方法和数值方法得到的 f' 的对比图

Fig. 7 Comparison plot of f' obtained by the DTM-Padé and the numerical method for $\beta = -3, C = -1$

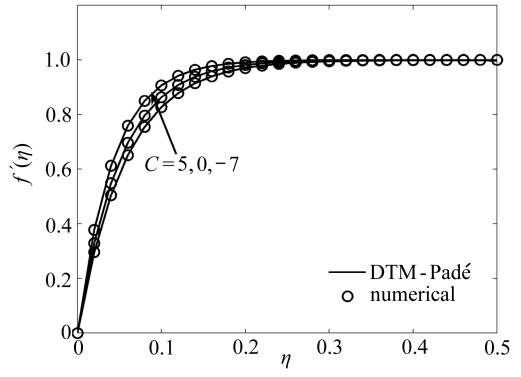


图8 参数为 $\beta = -3, M = 5$ 时,DTM-Padé 方法和数值方法得到的 f' 的对比图

Fig. 8 Comparison plot of f' obtained by the DTM-Padé and the numerical method for $\beta = -3, M = 5$

法所得的结果非常吻合。从表 2 可以得出壁摩擦因数 $f''(0)$ 的值随磁场参数 M 增加而增加,然而却随抽吸或喷注参数 C 增加而减小。

另一方面,图 1 ~ 图 5 和图 7 可以看出磁场参数 M 对边界层流动的影响,磁场参数 M 的增加将导致边界层厚度变薄,增加边界层内流体的速度梯度。图 5 ~ 图 8 说明了边界层内流体的切向速度随着距壁面距离的增加而单调地趋于 1。图 6 和图 8 给出了壁面抽吸或喷注参数 C 对边界层流动特性产生的影响,即壁面的喷注增加了边界层的厚度,降低了流动的速度梯度;与之相反,抽吸对边界层流动有着相反的影响。所得出的结果均与实际物理情况完全一致。

3 结 论

本文中,利用 DTM-Padé 方法得到了在磁场作用下的可渗透壁面上 Falkner-Skan 磁流体动力学边界层流动的壁摩擦因数值和近似解析解。并且利用文献中的数值方法对问题进行了数值求解,数值结果验证了利用 DTM-Padé 所得结果的可靠性和有效性。最后,图示并详细讨论了

各个参数对磁流体边界层流动的影响,所有理论分析得出的结果均与实际物理情况完全一致。

致谢 感谢北京科技大学新金属材料国家重点实验室开放课题(2009Z-02)对本文的资助。

参考文献:

- [1] Sutton G W, Sherman A. *Engineering Magnetohydrodynamics* [M]. New York: McGraw-Hill, 1965.
- [2] Hayat T, Javedb T, Sajid M. Analytic solution for MHD rotating flow of a second grade fluid over a shrinking surface[J]. *Physics Letters A*, 2008, **372**(18): 3264-3273.
- [3] 朱婧, 郑连存, 郑志刚. 幂律速度运动表面上磁流体在驻点附近的滑移流动. 应用数学和力学, 2010, **31**(4): 411-419. (ZHU Jing, ZHENG Lian-cun, ZHENG Zhi-gang. Effects of slip condition on MHD stagnation-point flow over a power-law stretching sheet[J]. *Applied Mathematics and Mechanics (English Edition)*, 2010, **31**(4): 439-448.)
- [4] Abel M S, Nandeppanavar M M. Heat transfer in MHD viscoelastic boundary layer flow over a stretching sheet with non-uniform heat source/sink[J]. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 2009, **14**(5): 2120-2131.
- [5] Ishak A, Nazar R, Pop I. MHD boundary-layer flow of a micropolar fluid past a wedge with constant wall heat flux[J]. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 2009, **14**(1): 109-118.
- [6] Prasad K V, Pal D, Datti P S. MHD power-law fluid flow and heat transfer over a non-isothermal stretching sheet[J]. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 2009, **14**(5): 2178-2189.
- [7] Soundalgekar V M, Takhar H S, Singh M. Velocity and temperature field in MHD Falkner-Skan flow[J]. *Journal of the Physical Society of Japan*, 1981, **50**(9): 3139-3143.
- [8] Abbasbandy S, Hayat T. Solution of the MHD Falkner-Skan flow by Hankel-Padé method[J]. *Physics Letters A*, 2009, **373**(7): 731-734.
- [9] Abbasbandy S, Hayat T. Solution of the MHD Falkner-Skan flow by homotopy analysis method[J]. *Commun Nonlinear Sci Numer Simulat*, 2009, **14**(9/10): 3591-3598.
- [10] Parand K, Rezaei A R, Ghaderi S M. An approximate solution of the MHD Falkner-Skan flow by Hermite functions pseudospectral method[J]. *Commun Nonlinear Sci Numer Simulat*, 2011, **16**(1): 274-283.
- [11] Robert A V G, Vajravelu K. Existence and uniqueness results for a nonlinear differential equation arising in MHD Falkner-Skan flow[J]. *Commun Nonlinear Sci Numer Simulat*, 2010, **15**(9): 2272-2277.
- [12] 赵家奎. 微分变换及其在电路中的应用[M]. 武汉: 华中理工大学出版社, 1988. (ZHAO Jia-kui. *Differential Transformation and Its Applications for Electrical Circuits* [M]. Wuhan: Huazhong University Press, 1986. (in Chinese))
- [13] Chen C K, Ho S H. Solving partial differential equations by two dimensional differential transform method[J]. *Applied Mathematics and Computation*, 1999, **106**(2): 171-179.
- [14] Ayaz F. Solutions of the systems of differential equations by differential transform method [J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2004, **147**(2): 547-567.
- [15] Arikoglu A I. Solution of boundary value problems for integro-differential equations by using differential transform method[J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2005, **168**(2): 1145-1158.

- [16] Liu H, Song Y. Differential transform method applied to high index differential-algebraic equations[J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2007, **184**(2): 748-753.
- [17] Abdel-Halim Hassan I H. Comparison differential transformation technique with Adomian decomposition method for linear and nonlinear initial value problems[J]. *Chaos, Solitons & Fractals*, 2008, **36**(1): 53-65.
- [18] Chang S H, Chang I L. A new algorithm for calculating two-dimensional differential transform of nonlinear functions[J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2009, **215**(7): 2486-2494.
- [19] Boyd J. Padé approximant algorithm for solving nonlinear ordinary differential equation boundary value problems on an unbounded domain[J]. *Computers in Physics*, 1997, **11**(3): 299-303.
- [20] Rashidi M M. The modified differential transform method for solving MHD boundary-layer equations[J]. *Computer Physics Communications*, 2009, **180**(11): 2210-2217.
- [21] Wazwaz A M. The modified decomposition method and Padé approximants for a boundary layer equation in unbounded domain[J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2006, **177**(2): 737-744.
- [22] Baker G A. *Essentials of Padé Approximants*[M]. London: Academic Press, 1975.
- [23] Asaithambi N S. A numerical method for the solution of the Falkner-Skan equation[J]. *Applied Mathematics and Computation*, 1997, **81**(2/3): 259-264.

Approximate Solutions to the MHD Falkner-Skan Flow Over a Permeable Wall

SU Xiao-hong^{1,2}, ZHENG Lian-cun¹

(1. *Department of Mathematics and Mechanics, University of Science and Technology Beijing, Beijing 100083, P. R. China;*

2. *Department of Mathematics and Physics, North China Electric Power University, Baoding, Hebei 071003, P. R. China*)

Abstract: The magnetohydrodynamic (MHD) Falkner-Skan boundary layer flow over a permeable wall in the presence of a transverse magnetic field was examined. The approximate solutions and skin friction coefficients of the MHD boundary layer flow were obtained by using DTM-Padé which couples the differential transform method (DTM) with the Padé approximation. The approximate solutions were expressed in the form of a power series that can be easily computed by employing an iterative procedure. The results of the approximate solution were tabulated, plotted for the values of different parameters and compared with the numerical ones obtained by employing the shooting technique. It is found that results of the approximate solution agree very well with those of numerical solution, which verifies the reliability and validity of the present work. Moreover, the effects of various physical parameters on the boundary layer flow were presented graphically and discussed.

Key words: Falkner-Skan; similarity solution; MHD boundary layer flow; DTM