

多孔材料夹芯的分层复合双壁面 圆柱壳体中波的传播*

K·达内什柔¹, H·瑞米扎尼¹, R·泰尔毕图第²

(1. 伊朗科技大学 机械工程系, 德黑兰, 伊朗;
2. 伊朗科技大学 汽车工程系, 德黑兰, 伊朗)

摘要: 在经典的理论框架内, 对分层的复合材料壳体——多孔材料夹芯的双壁面圆柱壳体, 研究自由谐和波在其中的传播. 借助于一个具有同样几何特性的展开平板, 评估波通过多孔夹芯层传播时大部分有效的成分. 通过有效波成分的考虑, 将多孔层模拟为具有等效特性的流体. 因此, 模型简化为一个集满流体介质的双壁面圆柱壳体. 最后, 评估带宽频率中结构的传播损失, 并对结果加以比较.

关键词: 传播损失; 多孔介质; 分层的复合材料圆柱壳体

中图分类号: O347.4; O353.4 **文献标志码:** A

DOI: 10.3879/j.issn.1000-0887.2011.06.003

符 号 说 明

E	体积弹性模量	ρ_1	固相体积密度
R_i	内圆柱壳半径	Λ	粘滞性特征长度
R_e	外圆柱壳半径	σ_r	流阻率
c_1	(内外)圆柱介质中的声速	ϕ	孔隙率
c_3	(内外)圆柱间填充介质中的声速	ξ_1	表面介质的波数
c_2	多孔材料液相中的声速	ξ_3	填充介质的波数
h_i	内圆柱壳壁厚	ξ_α	压缩波的合成波数
h_e	外圆柱壳壁厚	ξ_β	压缩波的合成波数
n	环向模数	ξ_γ	剪切波的合成波数
α_∞	弯曲率	$\hat{\nu}$	体积 Poisson 比
δ	多孔材料的剪切模量	$\hat{\eta}$	损失率
ρ_0	多孔材料流体部分的密度	ζ	比热比

引 言

近年来, 由于重量轻、强度高, 很多复合材料结构, 越来越广泛地应用于工程领域. 然而, 噪音在这些结构中的传播, 特别是在高频率下, 是一个相当重要的问题, 这是因为它们密度偏低.

* 收稿日期: 2010-06-04; 修订日期: 2011-03-22

作者简介: R. Talebitooti, 副教授(联系人. E-mail: rtalebi@iust.ac.ir).

本文原文为英文, 黄雅意译, 张禄坤校.

为了减小噪音的传播,工程师试着将多孔层看作夹芯层。多孔介质由充盈着流体(液体或气体)的骨架(固体部分)组成,一般要说到骨架部分和流体部分,就要提到骨架的负荷和空气的负荷。多孔材料通常可归为两类,第1类由金属和陶瓷组成,强度高,吸声能力中等,它们应用于很多工程领域中;第2类包括海绵和聚合泡沫材料,柔软又可塑。

有很多理论模拟多孔材料,用于不同的近似计算。有些理论假设固相为刚体,因此只有一个纵波在材料中传播。还有一些理论,考虑了固相的弹性,但忽略其剪切变形,因而,有两个纵波在材料中传播。这些模型不允许处理倾斜入射问题。

Bolton^[1]基于 Biot 的文献[2],提出了一个以多孔材料为模型的实用理论。将多孔材料模型,看成一个均质材料的弹性骨架,其孔隙中又充盈着流体。该理论(完整法)认为多孔材料中存在3种波,即2个纵波和1个横波;因而,该理论完全可以用来处理倾斜的入射波,一个纵波在弹性骨架中传播,另一个纵波在流体介质中传播。在弹性骨架中传播的剪切波为横波。

文献[1]将一个无限长弹性的双壁面、多孔材料纵横衬垫的扁平壳体,利用完整法计算传播损失。Lee 和 Kim^[3]就各向同性弯曲结构,纵横多孔材料衬垫,提出了一种简化法来分析声波的传播,近似方法是基于最强波在其间传播的认识。Hundal 等^[4]研究了多孔介质中对称波的传播。此外,很多学者研究了声波通过不同类型的壳体和平板时的传播。Koval^[5]和 Blaise 等^[6]研究了声波通过各向同性和正交各向异性壳体时的传播。Blaise 等^[6]就两个人射角相互独立的倾斜平面声波,作用在正交各向异性壳体问题,推广了 Koval 的工作,得到了壳体的传播系数。Tang 等^[7]研究了声波通过蜂窝夹芯层圆柱壳体的传播。Liu 等^[8]研究了声波通过弧形板的传播。最近,Daneshjou 等^[9-11]对正交分层复合圆柱壳体和双壁面圆柱壳体,研究声波传播的性能。

对于声波通过夹芯多孔材料复合圆柱壳体的传播,尚未见诸于文献报道。本文对两个分层复合圆柱壳体之间,有一层多孔材料夹芯层的结构,研究声波在其中的传播。假设圆柱壳体无限长,输入系统是一个从外面入射的平面波,内部孔洞具有消声功能。基于这些假设,得到了不忽略任意振动声波耦合效应^[3]时的解析解。经典的分层壳体理论模拟为复合壳体,完全用图形给出了,复合多孔材料几何物理特性的数值结果。

1 多孔介质中声的传播

若假设多孔材料为一个骨料均匀的弹性骨架,并在孔隙中集满了流体,其声学性能可以用下面两个波动方程来表示^[1]:

$$\nabla^4 e_s + A_1 \nabla^2 e_s + A_2 e_s = 0, \quad (1)$$

$$\nabla^2 \omega + \xi_i^2 \omega = 0. \quad (2)$$

方程(1)和(2)分别确定了2个纵波和1个剪切(横)波。在方程(1)和(2)中, $e_s = \nabla \cdot \bar{\mathbf{u}}$ 为固体的体积应变, $\bar{\mathbf{u}}$ 为固体的位移矢量, $\omega = \nabla \times \bar{\mathbf{u}}$ 为固相中的剪应变,

$A_1 = \omega^2 (\varphi \hat{\rho}_{22} + \mu \hat{\rho}_{11} - 2\chi \hat{\rho}_{12}) / (\varphi \mu - \chi^2)$, $A_2 = \omega^4 (\hat{\rho}_{22} \hat{\rho}_{11} - (\hat{\rho}_{12})^2) / (\varphi \mu - \chi^2)$, $\hat{\rho}_{11}$, $\hat{\rho}_{12}$, $\hat{\rho}_{22}$ 为等效质量(质量系数,反映了相关流体流经孔隙时非均匀性的影响^[1])给出如下:

$$\hat{\rho}_{11} = \rho_1 + \rho_a - i\sigma_r \phi^2 \left(\frac{1}{\omega} + \frac{4i\alpha_\infty^2 \kappa_v \rho_0}{\sigma_r^2 \Lambda^2 \phi^2} \right), \quad (3)$$

$$\hat{\rho}_{12} = -\rho_a + i\sigma_r \phi^2 \left(\frac{1}{\omega} + \frac{4i\alpha_\infty^2 \kappa_v \rho_0}{\sigma_r^2 \Lambda^2 \phi^2} \right), \quad (4)$$

$$\hat{\rho}_{22} = \phi\rho_0 + \rho_a - i\sigma_r\phi^2\left(\frac{1}{\omega} + \frac{4i\alpha_\infty^2\kappa_v\rho_0}{\sigma_r^2\Lambda^2\phi^2}\right), \quad (5)$$

其中, ρ_1 和 ρ_0 分别为多孔材料中固体部分和流体部分的密度; 参数 α_∞ 为弯曲率、 κ_v 为空气粘度、 Λ 为粘滞性特征长度、 σ_r 为流阻率、 ϕ 为孔隙率、 ω 为角频率; ρ_a 为惯性耦合项:

$$\rho_a = \phi\rho_0(\alpha_\infty - 1). \quad (6)$$

χ, φ, μ 表示材料特性, 包括骨架和流体的体积模量、Poisson 比、剪切模量、孔隙率、比热比、大气压强、特征长度、空气的粘度以及 Prandtl 数. 文献[12]对 χ, φ 和 μ 进行了详细的描述.

两个压缩(纵)波的合成波数 ξ_α 和 ξ_β 分别为^[12]

$$\xi_\alpha^2 = \frac{\omega^2}{2(\varphi\mu - \chi^2)}(\varphi\hat{\rho}_{22} + \mu\hat{\rho}_{11} - 2\chi\hat{\rho}_{12} + \sqrt{\mathfrak{D}}), \quad (7)$$

$$\xi_\beta^2 = \frac{\omega^2}{2(\varphi\mu - \chi^2)}(\varphi\hat{\rho}_{22} + \mu\hat{\rho}_{11} - 2\chi\hat{\rho}_{12} - \sqrt{\mathfrak{D}}), \quad (8)$$

其中

$$\mathfrak{D} = (\varphi\hat{\rho}_{22} + \mu\hat{\rho}_{11} - 2\chi\hat{\rho}_{12})^2 - 4(\varphi\mu - \chi^2)(\hat{\rho}_{22}\hat{\rho}_{11} - \hat{\rho}_{12}^2). \quad (9)$$

剪切(横)波的波数为

$$\xi_t^2 = \frac{\omega^2}{\delta}\left(\frac{\hat{\rho}_{22}\hat{\rho}_{11} - \hat{\rho}_{12}^2}{\hat{\rho}_{22}}\right), \quad (10)$$

其中 δ 为多孔材料的剪切模量.

2 简化法

将弯曲的夹心结构模拟为多孔的层结构, 用完整法求解过于复杂, 故对这一类结构^[3]采用简化法. 这种近似方法的基本想法是, 在那些波中间选择最强的波. 方法分两步进行: 首先, 将它看成一个长度无限、横截面相同、展开后两个叠合在一起的复合材料结构, 利用完整法求解; 接着, 在所得到的结果中仅选出最强的波数, 并利用该波数及其相应的等效密度来模拟该材料. 从而, 将材料模拟为一个等效的流体.

应变能涉及到固相和液相中的位移, 可以按每种波的成分定义. 能量项可以表示如下: E_{1s} 和 E_{1f} 为空中传播的波; E_{3s} 和 E_{3f} 为骨架波; E_{5s} 为剪切波, 其中脚标 s 和 f 分别表示固相和液相. 对于每一个新问题, 在液相和固相中, 比较被骨架波和剪切波所携带能量, 与空中传播波的比, 即

$$\frac{E_{1f}}{E_{1f}}, \frac{E_{1s}}{E_{1f}}, \frac{E_{3f}}{E_{1f}}, \frac{E_{3s}}{E_{1f}}, \frac{E_{5s}}{E_{1f}},$$

它们显示了在整个频率范围内最强波的成分.

3 模型的详细说明

图 1 给出了一个无限长圆柱双壳体的示意图, 受到一个入射角为 γ 的平面波作用. 圆柱壳的半径和厚度分别为 $R_{i,e}$ 和 $h_{i,e}$, 脚标 i 和 e 分别表示内壳和外壳. 在内外壳之间, 铺设一层同心的多孔材料. 声学介质由密度和声速表示: 壳内为 (s_1, c_1) , 填充层为 (s_3, c_3) .

4 应用完整法求解二维问题

对图 2 所示 x - y 平面上的二维问题, 入射波的速度势可以表示为^[11]

$$\mathfrak{S}_i = e^{-i(\xi_x x + \xi_1 y)}, \quad (11)$$

其中, $\xi_x = \xi_1 \sin \gamma$, $\xi_{1y} = \xi_1 \cos \gamma$, $\xi_1 = \omega/c_1$, c_1 为入射介质中的声速, γ 为入射角, i 为虚数单位, $i^2 = -1$.

多孔材料中有 3 种类型的波, 因此, 一个倾斜的入射波, 在一个深度无限的多孔材料中, 出现 6 个行波, 它们的迹波数相同, 如图 2 所示. Bolton 在文献[1]中给出了固相和液相 x 和 y 方向的位移和应力的分量.

固相位移

$$\hat{u}_x = i\xi_x e^{-i\xi_x x} \left[\frac{D_1}{\xi_\alpha^2} e^{-i\xi_{\alpha y}} + \frac{D_2}{\xi_\alpha^2} e^{i\xi_{\alpha y}} + \frac{D_3}{\xi_\beta^2} e^{-i\xi_{\beta y}} + \frac{D_4}{\xi_\beta^2} e^{i\xi_{\beta y}} \right] - i \frac{\xi_{1y}}{\xi_t^2} e^{-i\xi_x x} [D_5 e^{-i\xi_{1y}} - D_6 e^{i\xi_{1y}}], \quad (12)$$

$$\hat{u}_y = i e^{-i\xi_x x} \left[\frac{\xi_{\alpha y}}{\xi_\alpha^2} D_1 e^{-i\xi_{\alpha y}} - \frac{\xi_{\alpha y}}{\xi_\alpha^2} D_2 e^{i\xi_{\alpha y}} + \frac{\xi_{\beta y}}{\xi_\beta^2} D_3 e^{-i\xi_{\beta y}} - \frac{\xi_{\beta y}}{\xi_\beta^2} D_4 e^{i\xi_{\beta y}} \right] + i \frac{\xi_x}{\xi_t^2} e^{-i\xi_x x} [D_5 e^{-i\xi_{1y}} + D_6 e^{i\xi_{1y}}]; \quad (13)$$

液相位移

$$\hat{U}_x = i\xi_x e^{-i\xi_x x} \left[b_1 \frac{D_1}{\xi_\alpha^2} e^{-i\xi_{\alpha y}} + b_1 \frac{D_2}{\xi_\alpha^2} e^{i\xi_{\alpha y}} + b_2 \frac{D_3}{\xi_\beta^2} e^{-i\xi_{\beta y}} + b_2 \frac{D_4}{\xi_\beta^2} e^{i\xi_{\beta y}} \right] - i g \frac{\xi_{1y}}{\xi_t^2} e^{-i\xi_x x} [D_5 e^{-i\xi_{1y}} - D_6 e^{i\xi_{1y}}], \quad (14)$$

$$\hat{U}_y = i e^{-i\xi_x x} \left[b_1 \frac{\xi_{\alpha y}}{\xi_\alpha^2} D_1 e^{-i\xi_{\alpha y}} - b_1 \frac{\xi_{\alpha y}}{\xi_\alpha^2} D_2 e^{i\xi_{\alpha y}} + b_1 \frac{\xi_{\beta y}}{\xi_\beta^2} D_3 e^{-i\xi_{\beta y}} - b_1 \frac{\xi_{\beta y}}{\xi_\beta^2} D_4 e^{i\xi_{\beta y}} \right] + i g \frac{\xi_x}{\xi_t^2} e^{-i\xi_x x} [D_5 e^{-i\xi_{1y}} + D_6 e^{i\xi_{1y}}]; \quad (15)$$

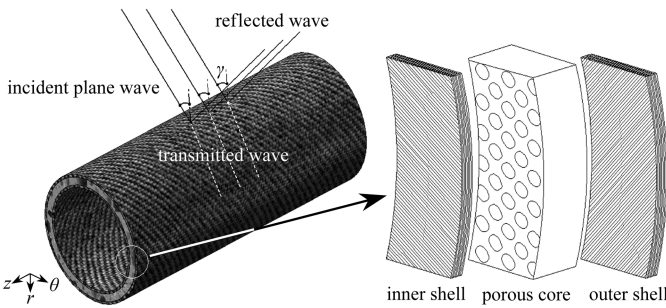


图1 多孔材料排成行列时的双壁面
复合材料圆柱壳的放大图

Fig.1 Schematic diagram of the double-walled cylindrical composite shell lined with porous materials

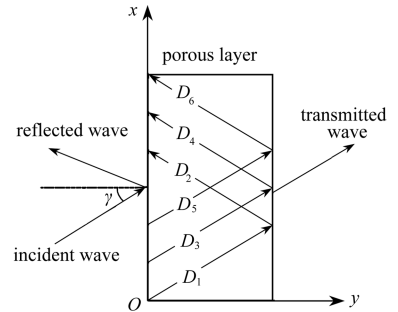


图2 波在多孔层中的传播

Fig.2 Illustration of wave propagation in the porous layer

固相应力

$$\hat{\sigma}_y^s = e^{-i\xi_x x} \left[\left(2\delta \frac{\xi_{\alpha y}^2}{\xi_\alpha^2} + A + b_1 Q \right) D_1 e^{-i\xi_{\alpha y}} + \left(2\delta \frac{\xi_{\alpha y}^2}{\xi_\alpha^2} + A + b_1 Q \right) D_2 e^{i\xi_{\alpha y}} + \right.$$

$$\left(2\delta \frac{\xi_{\beta y}^2}{\xi_{\beta}^2} + A + b_2 Q \right) D_3 e^{-i\xi_{\beta y} y} + \left(2\delta \frac{\xi_{\beta y}^2}{\xi_{\beta}^2} + A + b_2 Q \right) D_4 e^{i\xi_{\beta y} y} + 2\delta \frac{\xi_x \xi_{ty}}{\xi_t^2} (D_5 e^{-i\xi_{ty} y} - D_6 e^{i\xi_{ty} y}) \Big], \quad (16)$$

$$\hat{\tau}_{xy} = e^{-i\xi_x x} \delta \left[\frac{2\xi_x \xi_{\alpha y}}{\xi_{\alpha}^2} (D_1 e^{-i\xi_{\alpha y} y} - D_2 e^{i\xi_{\alpha y} y}) + \frac{2\xi_x \xi_{\beta y}}{\xi_{\beta}^2} (D_3 e^{-i\xi_{\beta y} y} - D_4 e^{i\xi_{\beta y} y}) + \frac{\xi_x^2 - \xi_{ty}^2}{\xi_t^2} (D_5 e^{-i\xi_{ty} y} + D_6 e^{i\xi_{ty} y}) \right]; \quad (17)$$

液相应力

$$\hat{\sigma}^f = e^{-i\xi_x x} \left[(Q + b_1 R) D_1 e^{-i\xi_{\alpha y} y} + (Q + b_1 R) D_2 e^{i\xi_{\alpha y} y} + (Q + b_2 R) D_3 e^{-i\xi_{\beta y} y} + (Q + b_2 R) D_4 e^{i\xi_{\beta y} y} \right], \quad (18)$$

其中

$$\xi_{\alpha y} = \sqrt{\xi_{\alpha}^2 - \xi_x^2}, \quad \xi_{\beta y} = \sqrt{\xi_{\beta}^2 - \xi_x^2}, \quad \xi_{ty} = \sqrt{\xi_t^2 - \xi_x^2}, \quad i = \sqrt{-1},$$

$$b_1 = \frac{\hat{\rho}_{11} R - \hat{\rho}_{12} Q}{\hat{\rho}_{22} Q - \hat{\rho}_{12} R} - \frac{PR - Q^2}{\omega^2 (\hat{\rho}_{22} Q - \hat{\rho}_{12} R)} \xi_{\alpha}^2,$$

$$b_2 = \frac{\hat{\rho}_{11} R - \hat{\rho}_{12} Q}{\hat{\rho}_{22} Q - \hat{\rho}_{12} R} - \frac{PR - Q^2}{\omega^2 (\hat{\rho}_{22} Q - \hat{\rho}_{12} R)} \xi_{\beta}^2,$$

$$g = -\frac{\hat{\rho}_{12}}{\hat{\rho}_{22}}, \quad \delta = \frac{E}{2(1 + \nu)}, \quad Q = (1 - \phi)G,$$

$$R = \phi G, \quad P = A + 2\delta, \quad A = \nu E / [(1 + \nu)(1 - 2\nu)],$$

这里, E 和 ν 分别为真空中固相的弹性模量和 Poisson 比. 假设孔隙为圆柱形, G 的表达式为

$$G = \rho_0 c_2^2 \left\{ 1 + [(\zeta - 1) \sqrt{\phi \sigma_r} / (Pr^{0.5} \sqrt{-2i\omega \rho_0 \alpha_{\infty}})] \times \left[\frac{J_1(2Pr^{0.5} \sqrt{-2\omega \rho_0 \alpha_{\infty} i} / (\phi \sigma_r))}{J_0(2Pr^{0.5} \sqrt{-2\omega \rho_0 \alpha_{\infty} i} / (\phi \sigma_r))} \right] \right\}^{-1}, \quad (19)$$

其中, ζ 为比热比, c_2 为多孔材料液相中的声速, Pr 为 Prandtl 数, $J_0(0)$ 和 $J_1(0)$ 分别为 0 阶和 1 阶的第一类 Bessel 函数.

由边界条件可以确定这些复杂的关系式及 6 个常数 D_1, D_2, \dots, D_6 . 当弹性多孔材料以一个平板为界时, 可得到 6 个边界条件. 同时可以得到中性轴处的横向位移, 以及中性面内位移^[1]:

$$w_t(x, t) = W_t(x) e^{i\omega t}, \quad w_p(x, t) = W_p(x) e^{i\omega t}. \quad (20)$$

由界面的协调条件, 得到 4 个边界条件^[1]:

$$V_y = i\omega W_t, \quad \hat{u}_y = W_t, \quad \hat{U}_y = W_t, \quad \hat{u}_x = W_p(-/+) \frac{h_p}{2} \frac{dW_t}{dx}. \quad (21)$$

由运动方程, 得到 2 个边界条件^[1]:

$$(+/-) p(-/+) q_p - i\xi_x \frac{h_p}{2} \hat{\tau}_{xy} = (\hat{D}\xi_x^4 - \omega^2 I) W_t - \hat{B}\xi_x^3 i W_p, \quad (22)$$

$$(+/-) \hat{\tau}_{yx} = (\hat{A}\xi_x^2 - \omega^2 I) W_p - \hat{B}\xi_x^3 i W_t, \quad (23)$$

其中, h_p 为板厚, \hat{p}_{amb} 作用在板上的声压, V_y 为垂直于平板的声粒子速度. 惯性项 I , 抗拉刚度 \hat{A} , 耦合刚度 \hat{B} , 弯曲刚度 \hat{D} , 分别为^[13]

$$I = \sum_{l=1}^L \rho^{(l)} (y_l - y_{l-1}), \quad (24)$$

$$\hat{A} = \sum_{l=1}^L \hat{Q}^{(l)} (y_l - y_{l-1}), \quad (25)$$

$$\hat{B} = \frac{1}{2} \sum_{l=1}^L \hat{Q}^{(l)} (y_l^2 - y_{l-1}^2), \quad (26)$$

$$\hat{D} = \frac{1}{3} \sum_{l=1}^L \hat{Q}^{(l)} (y_l^3 - y_{l-1}^3), \quad (27)$$

其中, $\rho^{(l)}$ 为单位中面面积壳体第 l 层的质量密度; y_l 为中面到第 l 层表面之间的距离, 表示第 l 层表面有最远的 y 坐标; 材料常数 $\hat{Q}^{(l)}$ 定义为 $\hat{Q}^{(l)} = E_1^{(l)} / (1 - \nu_{12}\nu_{21})$, 这里 $E_1^{(l)}$ 为方向 1 的弹性模量, $\nu_{12}^{(l)}$ 和 $\nu_{21}^{(l)}$ 分别为第 l 层在方向 1 和方向 2 的 Poisson 比. 用 1 和 2 表示层纤维坐标, 1 表示平行于纤维, 2 表示垂直于纤维. q_p 为弹性多孔材料施加在面板上的单位面积的法向力, $q_p = -\hat{\sigma}_y^s - \hat{\sigma}_y^f$. 在边界条件中, 第 1 个符号相当于多孔材料附在面板表面的正 y 方向, 第 2 个符号相当于多孔材料附在面板表面的负 y 方向.

5 能量比的预测

文献[3]给出了液相和固相中与波有关的能量:

空中传播的波

$$E_{1f} = \frac{1}{2} \left[\phi \cdot \left| (Q + b_1 R) \cdot b_1 \frac{\xi_{\alpha y}^2}{\xi_{\alpha}^2} D_1^2 \right| \right], \quad (28)$$

$$E_{1s} = \frac{1}{2} \left[(1 - \phi) \cdot \left| \left(2\delta \frac{\xi_{\alpha y}^2}{\xi_{\alpha}^2} + A + b_1 Q \right) \cdot \frac{\xi_{\alpha y}^2}{\xi_{\alpha}^2} D_1^2 \right| \right]; \quad (29)$$

骨架波

$$E_{3f} = \frac{1}{2} \left[\phi \cdot \left| (Q + b_2 R) \cdot b_2 \frac{\xi_{\beta y}^2}{\xi_{\beta}^2} D_3^2 \right| \right], \quad (30)$$

$$E_{3s} = \frac{1}{2} \left[(1 - \phi) \cdot \left| \left(2\delta \frac{\xi_{\beta y}^2}{\xi_{\beta}^2} + A + b_2 Q \right) \cdot \frac{\xi_{\beta y}^2}{\xi_{\beta}^2} D_3^2 \right| \right]; \quad (31)$$

剪切波

$$E_{5s} = \frac{1}{2} \left[(1 - \phi) \cdot \left| 2\delta \left(\frac{\xi_{ly}}{\xi_l^2} \right)^2 D_5^2 \right| \right], \quad (32)$$

其中, 脚标 f 和 s 分别代表液相和固相.

6 问题的公式化

在外部空间, 波方程变为^[9]

$$c_1 \nabla^2 (p^I + p_1^R) + \frac{\partial^2 (p^I + p_1^R)}{\partial t^2} = 0, \quad (33)$$

其中, p^I 和 p_1^R 分别为入射波和反射波的声压, ∇^2 为柱面坐标系中的 Laplace 算子. 在多孔层和内部空间的液相中, 波方程与方程(33)是一样的, 其变量名不同而已.

壳体的运动由经典理论描述, 考虑了所有 3 个方向的位移. 轴向坐标为 z , 环向坐标为 θ , 与壳体中面垂直的方向为 r . 圆柱坐标系中, 分层复合圆柱薄壳体轴向、环向和径向的运动方

程可写为^[13]

$$\frac{\partial N_\alpha}{\partial z} + \frac{1}{R_{i,e}} \frac{\partial N_{\alpha\beta}}{\partial \theta} + q_{\alpha i,e} = -\widehat{I}_{i,e} \frac{\partial^2 u_{i,e}^0}{\partial t^2}, \quad (34)$$

$$\frac{\partial N_{\alpha\beta}}{\partial z} + \frac{1}{R_{i,e}} \frac{\partial N_\beta}{\partial \theta} + \frac{1}{R_{i,e}} \left[\frac{\partial M_{\alpha\beta}}{\partial z} + \frac{1}{R_{i,e}} \frac{\partial M_\beta}{\partial \theta} \right] + q_{\beta i,e} = -\widehat{I}_{i,e} \frac{\partial^2 v_{i,e}^0}{\partial t^2}, \quad (35)$$

$$\frac{\partial^2 M_\alpha}{\partial z^2} - \frac{\partial N_\beta}{R_{i,e}} + 2 \frac{1}{R_{i,e}} \frac{\partial^2 M_{\alpha\beta}}{\partial \theta \partial z} + \frac{1}{R_{i,e}^2} \frac{\partial^2 M_\beta}{\partial \theta^2} + q_{z i,e} = -\widehat{I}_{i,e} \frac{\partial^2 w_{i,e}^0}{\partial t^2}, \quad (36)$$

其中,脚标 i 和 e 分别表示内壳和外壳, q_α, q_β 和 q_z 为外部压力分量. 惯性项如下:

$$\widehat{I} = \widehat{I}_1 + \widehat{I}_2 \left(\frac{1}{R} \right), \quad (37)$$

其中

$$[\widehat{I}_1, \widehat{I}_2] = \sum_{l=1}^L \int_{y_{l-1}}^{y_l} \rho^{(l)} [1, z] dz.$$

中面的应变和曲率可表示为^[13]

$$\varepsilon_{0\alpha} = \frac{\partial u^0}{\partial z}, \quad \varepsilon_{0\beta} = \frac{1}{R} \left\{ \frac{\partial v^0}{\partial \theta} + w^0 \right\}, \quad \gamma_{0\alpha\beta} = \frac{\partial v^0}{\partial z} + \frac{1}{R} \frac{\partial u^0}{\partial \theta}, \quad (38)$$

$$\kappa_\alpha = -\frac{\partial^2 w^0}{\partial z^2}, \quad \kappa_\beta = \frac{1}{R^2} \left\{ \frac{\partial v^0}{\partial \theta} - \frac{\partial^2 w^0}{\partial \theta^2} \right\}, \quad \kappa = \frac{1}{R} \left\{ \frac{\partial v^0}{\partial z} - 2 \frac{\partial^2 w^0}{\partial z \partial \theta} \right\}, \quad (39)$$

其中 R 为圆柱半径.

力和力矩为^[13]

$$\begin{bmatrix} N_\alpha \\ N_\beta \\ N_{\alpha\beta} \\ M_\alpha \\ M_\beta \\ M_{\alpha\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ A_{21} & A_{22} & A_{26} & B_{21} & B_{22} & B_{26} \\ A_{61} & A_{62} & A_{66} & B_{61} & B_{62} & B_{66} \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ B_{21} & B_{22} & B_{26} & D_{21} & D_{22} & D_{26} \\ B_{61} & B_{62} & B_{66} & D_{61} & D_{62} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{0\alpha} \\ \varepsilon_{0\beta} \\ \gamma_{0\alpha\beta} \\ \kappa_\alpha \\ \kappa_\beta \\ \kappa \end{bmatrix}, \quad (40)$$

其中,抗拉刚度 $A_{\tilde{p}\tilde{q}}$ 、耦合刚度 $B_{\tilde{p}\tilde{q}}$ 和弯曲刚度 $D_{\tilde{p}\tilde{q}}$ 分别为^[13]

$$A_{\tilde{p}\tilde{q}} = \sum_{l=1}^L Q_{\tilde{p}\tilde{q}}^{(l)} (y_l - y_{l-1}), \quad \tilde{p}, \tilde{q} = 1, 2, 3, \quad (41)$$

$$B_{\tilde{p}\tilde{q}} = \frac{1}{2} \sum_{l=1}^L Q_{\tilde{p}\tilde{q}}^{(l)} (y_l^2 - y_{l-1}^2), \quad \tilde{p}, \tilde{q} = 1, 2, 3, \quad (42)$$

$$D_{\tilde{p}\tilde{q}} = \frac{1}{3} \sum_{l=1}^L Q_{\tilde{p}\tilde{q}}^{(l)} (y_l^3 - y_{l-1}^3), \quad \tilde{p}, \tilde{q} = 1, 2, 3. \quad (43)$$

材料常数 $Q_{\tilde{p}\tilde{q}}^{(l)}$ 是每层物理特性的函数. 与中面任意距离为 r , 内壳和外壳上沿轴向、环向和径向的位移分量为^[9,13-14]

$$u_e^0 = \sum_{n=0}^{\infty} u_{ne}^0 \cos(n\theta) \exp[i(\omega t - \xi_{1z} z)], \quad (44)$$

$$v_e^0 = \sum_{n=0}^{\infty} v_{ne}^0 \sin(n\theta) \exp[i(\omega t - \xi_{1z} z)], \quad (45)$$

$$w_e^0 = \sum_{n=0}^{\infty} w_{ne}^0 \cos(n\theta) \exp[i(\omega t - \xi_{1z} z)], \quad (46)$$

$$u_i^0 = \sum_{n=0}^{\infty} u_{ni}^0 \cos(n\theta) \exp[i(\omega t - \xi_{3z} z)], \quad (47)$$

$$v_i^0 = \sum_{n=0}^{\infty} v_{ni}^0 \sin(n\theta) \exp[i(\omega t - \xi_{3z} z)], \quad (48)$$

$$w_i^0 = \sum_{n=0}^{\infty} w_{ni}^0 \cos(n\theta) \exp[i(\omega t - \xi_{3z} z)]. \quad (49)$$

在方程(44) ~ (46)中, ξ_1 为圆柱壳表面介质的波数, 定义为 $\xi_1 = \omega/c_1$, $\xi_{1z} = \xi_1 \sin \gamma$, $\xi_{1r} = \xi_1 \cos \gamma$; 在方程(47) ~ (49)中, ξ_3 为内部填充物介质的波数, 定义为 $\xi_3 = \omega/c_3$, $\xi_{3z} = \xi_{1z}$, $\xi_{3r} = \sqrt{\xi_3^2 - \xi_{3z}^2}$.

壳体和流体之间两个界面上的边界条件为^[3,11]

$$\frac{\partial}{\partial r}(p^1 + p_1^R) = -s_1 \frac{\partial^2 w_e^0}{\partial t^2}, \quad r = R_e, \quad (50)$$

$$\frac{\partial}{\partial r}(p_2^T + p_2^R) = -s_2 \frac{\partial^2 w_e^0}{\partial t^2}, \quad r = R_e, \quad (51)$$

$$\frac{\partial}{\partial r}(p_2^T + p_2^R) = -s_2 \frac{\partial^2 w_i^0}{\partial t^2}, \quad r = R_i, \quad (52)$$

$$\frac{\partial}{\partial r}(p_3^T) = -s_3 \frac{\partial^2 w_i^0}{\partial t^2}, \quad r = R_i, \quad (53)$$

其中, s_2 为多孔材料的等效密度, 由所建议的简化法得到. 入射的平面谐和波 p^1 在圆柱坐标系下的表达式为^[3,11]

$$p^1(r, z, \theta, t) = p_0 e^{i(\omega t - \xi_{1z} z)} \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n (-i)^n J_n(\xi_{1r} r) \cos(n\theta), \quad (54)$$

其中, p_0 为入射波的振幅; $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ 表示环向模数, 当 $n = 0$ 时, $\varepsilon_n = 1$; 当 $n = 1, 2, 3, \dots$ 时, $\varepsilon_n = 2$; J_n 为 n 阶的第一类 Bessel 函数.

考虑到圆柱体的几何形状, 压力可展开为^[3,11]

$$p_1^R(r, z, \theta, t) = e^{i(\omega t - \xi_{1z} z)} \sum_{n=0}^{\infty} p_{n1}^R H_n^2(\xi_{1r} r) \cos(n\theta), \quad (55)$$

$$p_2^T(r, z, \theta, t) = e^{i(\omega t - \xi_{2z} z)} \sum_{n=0}^{\infty} p_{n2}^T H_n^1(\xi_{2r} r) \cos(n\theta), \quad (56)$$

$$p_2^R(r, z, \theta, t) = e^{i(\omega t - \xi_{2z} z)} \sum_{n=0}^{\infty} p_{n2}^R H_n^2(\xi_{2r} r) \cos(n\theta), \quad (57)$$

$$p_3^T(r, z, \theta, t) = e^{i(\omega t - \xi_{3z} z)} \sum_{n=0}^{\infty} p_{n3}^T H_n^1(\xi_{3r} r) \cos(n\theta), \quad (58)$$

其中, H_n^1 和 H_n^2 分别为 n 阶的第一类和第二类 Hankel 函数, ξ_2 为多孔夹芯介质的波数, 可由所建议的简化法得到.

将壳体位移和声压方程, 代入 6 个壳体方程和 4 个边界条件, 得到 10 个方程组, 如果利用三角函数的正交性, 可在每个模数下解耦, 将这 10 个方程归并为一个矩阵形式:

$$\mathbf{h} \{ u_{ni}^0, v_{ni}^0, w_{ni}^0, u_{ne}^0, v_{ne}^0, w_{ne}^0, p_{n1}^R, p_{n2}^T, p_{n2}^R, p_{n3}^T \}^T = \boldsymbol{\lambda}, \quad (59)$$

其中, \mathbf{h} 是一个 10×10 的矩阵, 其分量在附录中给出, $\boldsymbol{\lambda}$ 为

$$\boldsymbol{\lambda} = \{ 0, 0, 0, 0, 0, -p_0 \varepsilon_n (-i)^n J_n(\xi_{1r} R_e) \xi_{1r}, -p_0 \varepsilon_n (-i)^n J_n'(\xi_{1r} R_e) \xi_{1r}, 0, 0, 0 \}^T. \quad (60)$$

对每一个模数 n , 求解方程 (59), 可以得到含 p_0 项的 10 个未知系数 $p_{n1}^R, p_{n2}^T, p_{n2}^R, p_{n3}^T, u_{ne}^0, v_{ne}^0, w_{ne}^0, u_{ni}^0, v_{ni}^0$ 和 w_{ni}^0 , 再代回到方程 (44) ~ (49) 和 (54) ~ (58), 得到壳体位移和声压的级数形式解。

7 传播损失的计算

传播系数 $\tau(\gamma)$ 为入射波与透射波的振幅比。 $\tau(\gamma)$ 为入射角 γ 的函数, 定义如下^[3]:

$$\tau(\gamma) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\operatorname{Re} \{ p_{n3}^T H_n^1(\xi_3, R_i) (i\omega w_{1n}^0)^* \} s_1 c_1 \pi R_i}{\varepsilon_n R_e \cos(\gamma) p_0^2}, \quad (61)$$

其中, 当 $n=0$ 时, $\varepsilon_n = 1$; 当 $n=1, 2, 3, \dots$ 时, $\varepsilon_n = 2$; $\operatorname{Re} \{ \}$ 代表实部, 上角 * 表示自变量共轭的复数。

考虑到入射波的随机性, 根据 Paris 公式, 对 $\tau(\gamma)$ 求平均值^[15]:

$$\bar{\tau} = 2 \int_0^{\gamma_m} \tau(\gamma) \sin \gamma \cos \gamma d\gamma, \quad (62)$$

其中 γ_m 为最大的人射角。根据 Simpson 公式, 对方程 (62) 进行数值积分。最后, 得到平均值 L_{avg} :

$$L_{\text{avg}} = 10 \lg \frac{1}{\bar{\tau}}. \quad (63)$$

接下来, 对随机的入射波, 由结构的 L_{avg} , 计算 1/3 倍频带项。

8 算法的收敛性

得到了方程 (44) ~ (49) 和 (54) ~ (58) 的级数解。因而, 对包括足够数量的模数, 分析解的收敛性。对每个频率, 构造一个迭代程序, 并同时考虑最大的迭代次数, 直到满足收敛条件, 否则继续进行迭代。当先后两个 L_{avg} 值落入一个预设的误差范围时, 认为所考虑的解收敛。对每个频率, 计算 L_{avg} 的算法如下:

REPEAT

$$L_n = 10 \lg \frac{1}{\bar{\tau}}$$

Set $n = n + 1$

UNTIL $|L_{n+1}| - |L_n| < 1E - 6$

9 数值结果

在夹有多孔材料的、双壁面复合分层圆柱壳体, 传播损失参量的数值研究中, 考虑 1/3 倍频带, 其他各项详细说明如下: 表 1 给出了夹芯圆柱体结构的几何和环境特性。表 2 表明, 分层复合壳体的每一层: 由石墨/环氧树脂, 玻璃/环氧树脂组成, 层按 $[0^\circ, 45^\circ, 90^\circ, -45^\circ, 0^\circ]$ 。布置排列。

选择特例: 多孔材料的特性接近于液相(换句话说, 孔隙率接近 1), 将本文的研究结果和以前的工作相比较, 图 3 给出了它们之间的比较, 显示出很好的一致性。

选择特例: 各向同性材料, 计算分层复合壳体的传播损失, 与其他学者得到的结果进行比较。换而言之, 在该模型中, 所有方向上, 层状体的力学特性与各向同性材料相同, 例如铝材, 纤维的角度布置接近于 1。图 4 对本文模型得到了分层复合壁面, 对该特例时的传播损失值, 同

时给出了铝材壁面结果(见文献[3]),结果显示出很好的一致性。

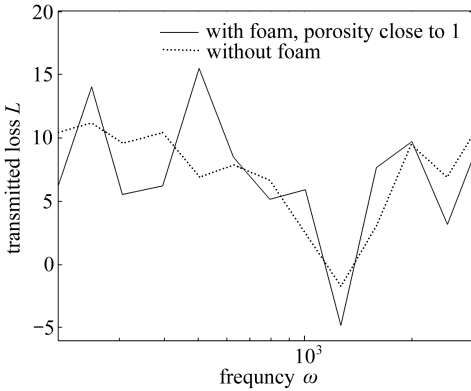


图3 双壁面圆柱壳体无/有泡沫(孔隙率接近1)时传播损失的比较

Fig. 3 Comparison of cylindrical double-walled shell without and with foam where porosity close to 1

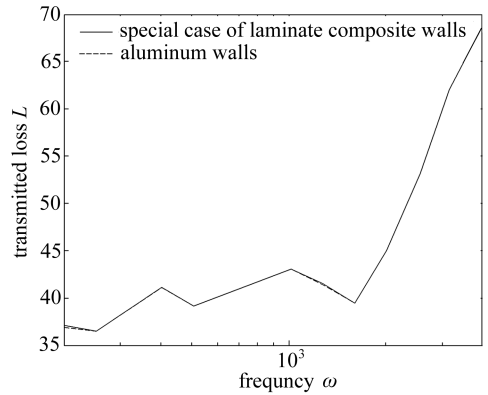


图4 分层复合双壁面壳体 ($R_i = 150$ mm, $R_e = 200$ mm, $h_i = 3$ mm, $h_e = 2$ mm, $h_c = 47.5$ mm) 与铝材壁面在传播损失上的比较

Fig. 4 Comparison of cylindrical isotropic double-walled shell with special case of laminated composite double-walled shell ($R_i = 150$ mm, $R_e = 200$ mm, $h_i = 3$ mm, $h_e = 2$ mm, $h_c = 47.5$ mm)

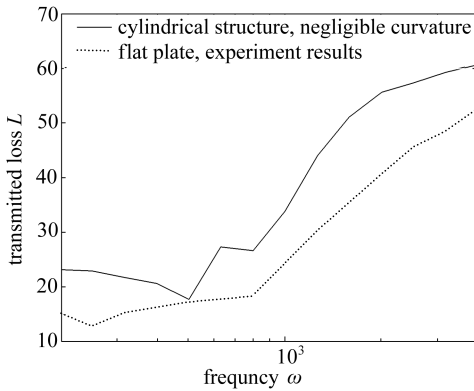


图5 曲率可忽略的各向同性双壁面圆柱壳体与双平板结构在传播损失上的比较

Fig. 5 Comparison of an isotropic cylindrical double-walled shell with a negligible curvature and a double-panel structure

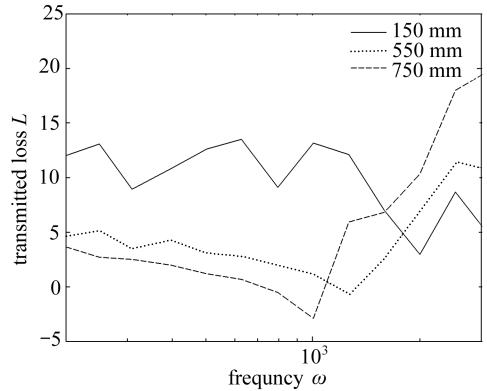


图6 多孔材料排成行列的双壁面圆柱壳体,内圆柱壳半径不同时传播损失的比较

Fig. 6 Comparison of a cylindrical double-walled shell lined with porous material with different inner shell's radius

文献[1]给出了展开平板的结果(见图5),圆柱壳体的半径很大,或者曲率可以忽略不计,正是这样的情况,将圆柱壳体的结果和文献[1]的结果比较,检验本模型的性能。还要注意,两种结构都有一个多孔的夹芯层,并且厚度相同。由于壳体方程的导数,与平板方程的导数完全不一样,不能期待它们得到相同的结果。但是,在带宽频率内,两条曲线之间显示出良好一致性倾向。

图6显示,只要壳体半径减小,低频区壳体的传播损失值就上升。这是由于圆柱体的弯曲刚度将随着壳体半径的减小而增加。此外,壳体半径的减小,将引起重量的减小,从而在高频

区,特别是在质量控制区,传递到结构的能量在增加。

表1 几何环境特性^[3]

Table 1 Geometrical and environmental properties^[3]

	ambient	outer shell	porous core	inner shell	cavity
material	air	composite	porous material	composite	air
density $\rho / (\text{kg}/\text{m}^3)$	1.21	-	-	-	0.94
speed of sound $c / (\text{m}/\text{s})$	343	-	-	-	389
radius $R / (\text{mm})$	-	172.5	-	150	-
thickness $h / (\text{mm})$	-	2	20	3	-
bulk density of solid phase $\rho_b / (\text{kg}/\text{m}^3)$	-	-	30	-	-
bulk Young's modulus $E / (\text{kPa})$	-	-	800	-	-
bulk Poisson's ratio ν_b	-	-	0.4	-	-
flow resistivity $G_r / (\text{MKs})$	-	-	25 000	-	-
tortuosity	-	-	7.8	-	-
porosity	-	-	0.9	-	-
loss factor	-	-	0.265	-	-

* 真空

表2 正交特性^[10]

Table 2 Orthotropic properties^[10]

	graphite /epoxy	glass /epoxy
axial modulus $\delta_a / (\text{GPa})$	137.9	38.6
circumferential modulus $\delta_c / (\text{GPa})$	8.96	8.2
shear modulus $\delta / (\text{GPa})$	7.1	4.2
density $\rho / (\text{kg}/\text{m}^3)$	1 600	1 900
major Poisson's ratio ν_m	0.3	0.26

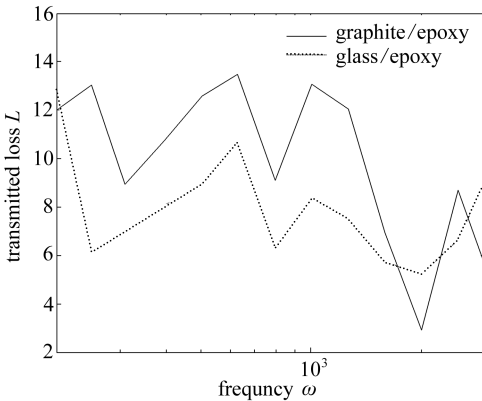


图7 不同材料复合的10层壳体传播损失曲线的比较

Fig.7 Comparison of L curves for ten-layer laminated composite shell with different materials

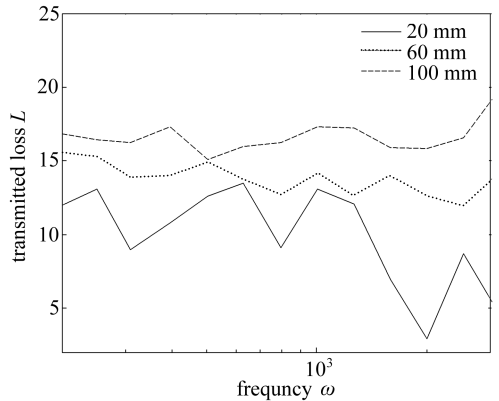


图8 不同夹芯层厚度排成行列时的双壁面圆柱壳体传播损失的比较

Fig.8 Comparison of a cylindrical double-walled shell lined with porous material with different core thickness

图7显示了复合材料对传播损失的影响.选择用来对比的材料为:石墨/环氧树脂和玻璃/环氧树脂(详见表2).从图中可以看出,必须适当地选择材料,提高刚度控制区域中传播的损

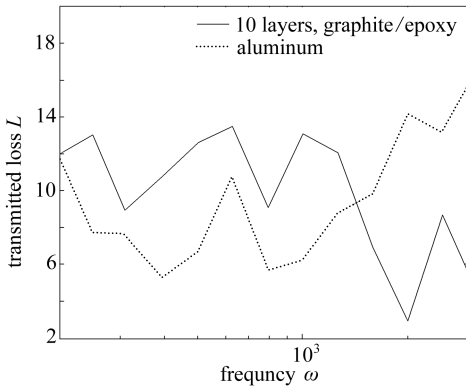


图9 铝材壳和10层复合壳体传播损失的比较

Fig.9 Comparison between Aluminum and ten-layer laminated composite shell

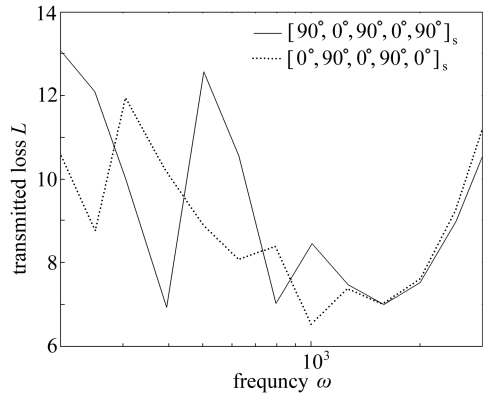


图10 排列方式不同的10层复合壳体传播损失的比较

Fig.10 L curves for the ten-layered composite shell with respect to stacking sequence

失。结果表明,刚度控制区(低频率)中石墨/环氧树脂的传播损失达到一个令人满意的水平。还可以看出,在更高的频率区,作为材料密度的结果,传播损失曲线是上升的。因而,质量控制区是玻璃/环氧树脂传播损失最高的条件。

可以很好地预期,多孔层厚度的增加,将导致传播损失的增加。根据图8的描述,由于多孔层变厚,传播损失有一相当可观的提升。从图8还可以明显地看到,在带宽频率范围内,重量增加大约12% ($h_c = 60$ mm)和25% ($h_c = 100$ mm),平均传播损失值分别适当地提高大约35%和60%。这是一个非常有趣的结果,鼓励工程师在工业中应用这些结构。

对半径和厚度相同的10层复合壳体和铝材壳体,图9给出了它们之间在传播损失上的比较。由于复合壳体的刚性比铝材壳体好,刚度控制区中,复合壳体的传播损失高于铝材壳体。然而在质量控制区,作为复合壳体低密度的结果,没有出现如铝材壳体那么有效。

图10给出了堆叠次序的影响。定义了两种层堆叠次序式样, $[0^\circ, 90^\circ, 0^\circ, 90^\circ, 0^\circ]_s$ 和 $[90^\circ, 0^\circ, 90^\circ, 0^\circ, 90^\circ]_s$ 。层的排列对传播损失曲线影响明显,特别是在刚度控制区域。然而在质量控制区,没有出现明显的差异。

10 结 论

计算多孔材料夹芯层的双壁面复合分层壳体的传播损失,同时考虑了声波-结构耦合的影响,以及多孔层中多重波的影响。为了便于求解问题,用一个主波来模拟对多孔层的作用。一般而言,对比结果显示多孔材料的优势,同时,由于多孔层厚度的增加,传播损失得到了相当可观的提高。作为例子,在带宽频率范围内,当重量增加大约12%和25%时,平均传播损失值将提高35%和60%。还可以看到,在低频率范围内,层轴向模量的增加,使传播损失增加。此外,还对无夹芯材料的双壁面壳体,与有多孔材料夹芯、但孔隙率接近1的双壁面壳体进行了比较,显示出良好的一致性。最后的比较表明,层间纤维的布列,对分层复合壳体刚度控制区传播损失的提高是有效的。因此,层间纤维布列的最优化,在未来的研究中将是有益的。

附 录

方程(59)中,矩阵 h 的非零分量如下:

$$\begin{aligned}
h_{1,1} &= A_{11}(-i\xi_z)^2 + 2A_{16}\frac{1}{R_i}(-i\xi_z)(-n) + A_{66}\frac{1}{R_i^2}(-n^2) - I_i\omega^2, \\
h_{1,2} &= A_{12}\frac{1}{R_i}(-i\xi_z)n + A_{16}(-i\xi_z)^2 + B_{12}\frac{1}{R_i^2}(-i\xi_z)n + B_{16}\frac{1}{R_i}(-i\xi_z)^2 + \\
&\quad A_{62}\frac{1}{R_i^2}(-n^2) + A_{66}\frac{1}{R_i}(-i\xi_z)n + B_{62}\frac{1}{R_i^3}(-n^2) + B_{66}\frac{1}{R_i^2}(-i\xi_z)n, \\
h_{1,3} &= A_{12}\frac{1}{R_i}(-i\xi_z) - B_{11}(-i\xi_z)^3 - B_{12}\frac{1}{R_i^2}(-i\xi_z)(-n^2) - 3B_{16}\frac{1}{R_i}(-i\xi_z)^2(-n) + \\
&\quad A_{62}\frac{1}{R_i^2}(-n) - B_{62}\frac{1}{R_i^3}n^3 - 2B_{66}\frac{1}{R_i^2}(-n^2)(-i\xi_z), \\
h_{2,1} &= A_{12}\frac{1}{R_i}(-i\xi_z)n + A_{16}(-i\xi_z)^2 + B_{12}\frac{1}{R_i^2}(-i\xi_z)n + B_{16}\frac{1}{R_i}(-i\xi_z)^2 + \\
&\quad A_{62}\frac{1}{R_i^2}(-n^2) + A_{66}\frac{1}{R_i}(-i\xi_z)n + B_{62}\frac{1}{R_i^3}(-n^2) + B_{66}\frac{1}{R_i^2}(-i\xi_z)n, \\
h_{2,2} &= A_{22}\frac{1}{R_i^2}(-n^2) + 2A_{26}\frac{1}{R_i}(-i\xi_z)n + 2B_{22}\frac{1}{R_i^3}(-n^2) + 4B_{26}\frac{1}{R_i^2}(-i\xi_z)n + \\
&\quad A_{66}(-i\xi_z)^2 + 2B_{66}\frac{1}{R_i}(-i\xi_z)^2 + D_{22}\frac{1}{R_i^4}(-n^2) + 2D_{23}\frac{1}{R_i^3}(-i\xi_z)n + \\
&\quad D_{33}\frac{1}{R_i^2}(-i\xi_z)^2 - I_i\omega^2, \\
h_{2,3} &= A_{22}\frac{1}{R_i^2}(-n) - B_{12}\frac{1}{R_i}(-n)(-i\xi_z)^2 - B_{22}\frac{1}{R_i^3}n^3 - 3B_{23}\frac{1}{R_i^2}(-i\xi_z)(-n^2) + \\
&\quad A_{62}\frac{1}{R_i}(-i\xi_z) - B_{61}(-i\xi_z)^3 - 2B_{66}\frac{1}{R_i}(-n)(-i\xi_z)^2 + B_{22}\frac{1}{R_i^3}(-n) - \\
&\quad D_{21}\frac{1}{R_i^2}(-i\xi_z)^2(-n) - D_{22}\frac{1}{R_i^4}n^3 - 3D_{23}\frac{1}{R_i^3}(-i\xi_z)(-n^2) + \\
&\quad B_{32}\frac{1}{R_i^2}(-i\xi_z) - D_{61}\frac{1}{R_i}(-i\xi_z)^3 - 2D_{33}\frac{1}{R_i^2}(-i\xi_z)^2(-n), \\
h_{3,1} &= A_{12}\frac{1}{R_i}(-i\xi_z) - B_{11}(-i\xi_z)^3 - B_{12}\frac{1}{R_i^2}(-i\xi_z)(-n^2) - 3B_{16}\frac{1}{R_i}(-i\xi_z)^2(-n) + \\
&\quad A_{62}\frac{1}{R_i^2}(-n) - B_{62}\frac{1}{R_i^3}n^3 - 2B_{66}\frac{1}{R_i^2}(-n^2)(-i\xi_z), \\
h_{3,2} &= A_{22}\frac{1}{R_i^2}(-n) - B_{12}\frac{1}{R_i}(-n)(-i\xi_z)^2 - B_{22}\frac{1}{R_i^3}n^3 - 3B_{23}\frac{1}{R_i^2}(-i\xi_z)(-n^2) + \\
&\quad A_{62}\frac{1}{R_i}(-i\xi_z) - B_{61}(-i\xi_z)^3 - 2B_{66}\frac{1}{R_i}(-n)(-i\xi_z)^2 + B_{22}\frac{1}{R_i^3}(-n) - \\
&\quad D_{21}\frac{1}{R_i^2}(-i\xi_z)^2(-n) - D_{22}\frac{1}{R_i^4}n^3 - 3D_{23}\frac{1}{R_i^3}(-i\xi_z)(-n^2) + \\
&\quad B_{32}\frac{1}{R_i^2}(-i\xi_z) - D_{61}\frac{1}{R_i}(-i\xi_z)^3 - 2D_{33}\frac{1}{R_i^2}(-i\xi_z)^2(-n), \\
h_{3,3} &= A_{22}\frac{1}{R_i^2} - 2B_{21}\frac{1}{R_i}(-i\xi_z)^2 - 2B_{22}\frac{1}{R_i^3}(-n^2) - 4B_{23}\frac{1}{R_i^2}(-i\xi_z)(-n) + D_{11}(-i\xi_z)^4 - \\
&\quad 2D_{12}\frac{1}{R_i^2}(-n^2)(-i\xi_z)^2 + 4D_{16}\frac{1}{R_i}(-i\xi_z)^3(-n) + 4D_{62}\frac{1}{R_i^3}(-i\xi_z)n^3 + \\
&\quad 4D_{33}\frac{1}{R_i^2}(-i\xi_z)^2(-n^2) + D_{22}\frac{1}{R_i^4}n^4 - I_i\omega^2, \\
h_{3,8} &= H_n^1(\xi_{2r}R_i), \quad h_{3,9} = H_n^2(\xi_{2r}R_i), \quad h_{3,10} = H_n^1(\xi_{3r}R_i), \\
h_{4,4} &= A_{11}(-i\xi_z)^2 + 2A_{16}\frac{1}{R_e}(-i\xi_z)(-n) + A_{66}\frac{1}{R_e^2}(-n^2) - I_e\omega^2,
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} h_{4,5} &= A_{12} \frac{1}{R_e} (-i\xi_z) n + A_{16} (-i\xi_z)^2 + B_{12} \frac{1}{R_e^2} (-i\xi_z) n + B_{16} \frac{1}{R_e} (-i\xi_z)^2 + A_{62} \frac{1}{R_e^2} (-n^2) + \\ &A_{66} \frac{1}{R_e} (-i\xi_z) n + B_{62} \frac{1}{R_e^3} (-n^2) + B_{66} \frac{1}{R_e^2} (-i\xi_z) n, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} h_{4,6} &= A_{12} \frac{1}{R_e} (-i\xi_z) - B_{11} (-i\xi_z)^3 - B_{12} \frac{1}{R_e^2} (-i\xi_z) (-n^2) - 3B_{16} \frac{1}{R_e} (-i\xi_z)^2 (-n) + \\ &A_{62} \frac{1}{R_e^2} (-n) - B_{62} \frac{1}{R_e^3} n^3 - 2B_{66} \frac{1}{R_e^2} (-n^2) (-i\xi_z), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} h_{5,4} &= A_{12} \frac{1}{R_e} (-i\xi_z) n + A_{16} (-i\xi_z)^2 + B_{12} \frac{1}{R_e^2} (-i\xi_z) n + B_{16} \frac{1}{R_e} (-i\xi_z)^2 + \\ &A_{62} \frac{1}{R_e^2} (-n^2) + A_{66} \frac{1}{R_e} (-i\xi_z) n + B_{62} \frac{1}{R_e^3} (-n^2) + B_{66} \frac{1}{R_e^2} (-i\xi_z) n, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} h_{5,5} &= A_{22} \frac{1}{R_e^2} (-n^2) + 2A_{26} \frac{1}{R_e} (-i\xi_z) n + 2B_{22} \frac{1}{R_e^3} (-n^2) + 4B_{26} \frac{1}{R_e^2} (-i\xi_z) n + A_{66} (-i\xi_z)^2 + \\ &2B_{66} \frac{1}{R_e} (-i\xi_z)^2 + D_{22} \frac{1}{R_e^4} (-n^2) + 2D_{23} \frac{1}{R_e^3} (-i\xi_z) n + D_{33} \frac{1}{R_e^2} (-i\xi_z)^2 - I_e \omega^2, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} h_{5,6} &= A_{22} \frac{1}{R_e^2} (-n) - B_{12} \frac{1}{R_e} (-n) (-i\xi_z)^2 - B_{22} \frac{1}{R_e^3} n^3 - 3B_{23} \frac{1}{R_e^2} (-i\xi_z) (-n^2) + \\ &A_{62} \frac{1}{R_e} (-i\xi_z) - B_{61} (-i\xi_z)^3 - 2B_{66} \frac{1}{R_e} (-n) (-i\xi_z)^2 + B_{22} \frac{1}{R_e^3} (-n) - \\ &D_{21} \frac{1}{R_e^2} (-i\xi_z)^2 (-n) - D_{22} \frac{1}{R_e^4} n^3 - 3D_{23} \frac{1}{R_e^3} (-i\xi_z) (-n^2) + B_{32} \frac{1}{R_e^2} (-i\xi_z) - \\ &D_{61} \frac{1}{R_e} (-i\xi_z)^3 - 2D_{33} \frac{1}{R_e^2} (-i\xi_z)^2 (-n), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} h_{6,4} &= A_{12} \frac{1}{R_e} (-i\xi_z) - B_{11} (-i\xi_z)^3 - B_{12} \frac{1}{R_e^2} (-i\xi_z) (-n^2) - 3B_{16} \frac{1}{R_e} (-i\xi_z)^2 (-n) + \\ &A_{62} \frac{1}{R_e^2} (-n) - B_{62} \frac{1}{R_e^3} n^3 - 2B_{66} \frac{1}{R_e^2} (-n^2) (-i\xi_z), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} h_{6,5} &= A_{22} \frac{1}{R_e^2} (-n) - B_{12} \frac{1}{R_e} (-n) (-i\xi_z)^2 - B_{22} \frac{1}{R_e^3} n^3 - 3B_{23} \frac{1}{R_e^2} (-i\xi_z) (-n^2) + \\ &A_{62} \frac{1}{R_e} (-i\xi_z) + B_{61} (-i\xi_z)^3 - 2B_{66} \frac{1}{R_e} (-n) (-i\xi_z)^2 + B_{22} \frac{1}{R_e^3} (-n) - \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &D_{21} \frac{1}{R_e^2} (-i\xi_z)^2 (-n) - D_{22} \frac{1}{R_e^4} n^3 - 3D_{23} \frac{1}{R_e^3} (-i\xi_z) (-n^2) + \\ &B_{32} \frac{1}{R_e^2} (-i\xi_z) - D_{61} \frac{1}{R_e} (-i\xi_z)^3 - 2D_{33} \frac{1}{R_e^2} (-i\xi_z)^2 (-n), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} h_{6,6} &= A_{22} \frac{1}{R_e^2} - 2B_{21} \frac{1}{R_e} (-i\xi_z)^2 - 2B_{22} \frac{1}{R_e^3} (-n^2) - 4B_{23} \frac{1}{R_e^2} (-i\xi_z) (-n) - \\ &D_{11} (-i\xi_z)^4 - 2D_{12} \frac{1}{R_e^2} (-n^2) (-i\xi_z)^2 + 4D_{16} \frac{1}{R_e} (-i\xi_z)^3 (-n) + \\ &4D_{62} \frac{1}{R_e^3} (-i\xi_z) n^3 + 4D_{33} \frac{1}{R_e^2} (-i\xi_z)^2 (-n^2) + D_{22} \frac{1}{R_e^4} n^4 - I_e \omega^2, \end{aligned}$$

$$h_{6,7} = H_n^2(\xi_{1r}, R_e), \quad h_{6,8} = H_n^1(\xi_{2r}, R_e), \quad h_{6,9} = -H_n^2(\xi_{2r}, R_e),$$

$$h_{7,6} = -s_1 \omega^2, \quad h_{7,7} = H_n^2(\xi_{1r}, R_e) \xi_{1r},$$

$$h_{8,6} = -s_2 \omega^2, \quad h_{8,8} = H_n^1(\xi_{2r}, R_e) \xi_{2r}, \quad h_{8,9} = p_{n2}^R H_n^2(\xi_{2r}, R_e) \xi_{2r},$$

$$h_{9,3} = -s_2 \omega^2, \quad h_{9,8} = H_n^1(\xi_{2r}, R_e) \xi_{2r}, \quad h_{9,9} = H_n^2(\xi_{2r}, R_e) \xi_{2r},$$

$$h_{10,3} = -s_3 \omega^2, \quad h_{10,10} = H_n^1(\xi_{3r}, R_e) \xi_{3r},$$

其中

$$\left(\quad \right)' = \frac{d}{dr}, \quad \xi_z = \xi_{1z} = \xi_{2z} = \xi_{3z}, \quad \xi_{2r} = \sqrt{\xi_2^2 - \xi_z^2}.$$

参考文献:

- [1] Bolton J S, Shiau N M, Kang Y J. Sound transmission through multi-panel structures lined with elastic porous materials[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 1996, **191**(3/4): 317-347.
- [2] Biot M A. Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid—I: low-frequency range[J]. *Journal of the Acoustical Society of America*, 1956, **28**(2): 168-191.
- [3] Lee J H, Kim J. Simplified method to solve sound transmission through structures lined with elastic porous material[J]. *Journal of the Acoustical Society of America*, 2001, **110**(5): 2282-2294.
- [4] Hundal B S, Kumar R. Symmetric wave propagation in a fluid-saturated incompressible porous medium[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2005, **288**(1/2): 361-373.
- [5] Koval L R. On sound transmission into an orthotropic shell[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 1979, **63**(1): 51-59.
- [6] Blaise A, Lesuer C, Gotteland M, Barbe M. On sound transmission into an orthotropic infinite shell: comparison with Koval's results and understanding of phenomena[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 1991, **150**(2): 233-243.
- [7] Tang Y Y, Robinson J H, Silcox R J. Sound transmission through a cylindrical sandwich shell with honeycomb core [C]// *34th AIAA Aerospace Science Meeting and Exhibit (AIAA-96-0877)*, Reno, Nevada, USA, 1996, **1**: 877-886.
- [8] Liu B, Feng L, Nilsson A. Influence of overpressure on sound transmission through curved panels[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2007, **302**(4/5): 760-776.
- [9] Daneshjou K, Nouri A, Talebitooti R. Sound transmission through laminated composite cylindrical shells using analytical model[J]. *Arch Appl Mech*, 2007, **77**(6): 363-379.
- [10] Daneshjou K, Talebitooti R, Nouri A. Analytical model of sound transmission through orthotropic double walled cylindrical shells[J]. *CSME Transaction*, 2007, **32**(1): 43-66.
- [11] Daneshjou K, Nouri A, Talebitooti R. Analytical model of sound transmission through orthotropic cylindrical shells with subsonic external flow[J]. *Aerospace Science and Technology*, 2009, **13**(1): 18-26.
- [12] Allard J F. *Propagation of Sound in Porous Media: Modeling Sound Absorbing Materials* [M]. Elsevier Science Publishers LTD, 1993.
- [13] Qatu M S. *Vibration of Laminated Shells and Plates* [M]. Amsterdam: Elsevier Academic, 2004.
- [14] Leissa A W. *Vibration of shells* [R]. Scientific and Technical Information Center, NASA, Washington D C, 1973.
- [15] Pierce A D. *Acoustics* [M]. New York: McGraw-Hill, 1981.

Wave Transmission Through Laminated Composite Double-Walled Cylindrical Shell Lined With Porous Materials

K. Daneshjou¹, H. Ramezani¹, R. Talebitooti²

(1. *Department of Mechanical Engineering, Iran University of Science and Technology, Tehran, Iran;*

2. *Department of Automotive Engineering, Iran University of Science and Technology, Tehran, Iran)*

Abstract: A study on free harmonic wave propagation in a double-walled cylindrical shell whose walls sandwich a layer of porous material was presented within the framework of the classic theory for laminated composite shells. The most effective component of the wave propagation through porous core was estimated by the aid of a flat panel with the same geometrical properties. Through considering the effective wave component, the porous layer was modeled as a fluid with equivalent properties. Thus, the model was simplified as a double-walled cylindrical shell trapping the fluid media. Finally, the transmission loss (TL) of the structure was estimated in a broadband frequency and then, the results were compared.

Key words: transmission losses; porous media; cylindrical laminated composite shell