应用数学和力学,第 32 卷 第 6 期
2011 年 6 月 15 日出版

Applied Mathematics and Mechanics
Vol. 32,No. 6,Jun. 15,2011

文章编号:1000-0887(2011)06-0754-07

随机迭代算法的几乎必然 T-稳定性及收敛性*

张石生, 王雄瑞, 刘 敏, 朱浸华

(宜宾学院 数学系, 四川 宜宾 644007)

(我刊编委张石生来稿)

摘要: 目的是在可分 Banach 空间的框架下,研究某些类型的 ϕ-弱压缩型的随机算子的 Ishikawa-型及 Mann-型随机迭代算法的几乎必然 T-稳定性及收敛性. 在适当的条件下,证明了该类随机算子的随机不动点的 Bochner 可积性以及这两类随机迭代算法的几乎必然 T-稳定性及收敛性.

关 键 词: 几乎必然 T-稳定性; 可分 Banach 空间; Bochner 可积性; Ishikawa-型随机迭代程序; Mann-型随机迭代程序

中图分类号: O177.91 **文献标志码:** A

DOI: 10.3879/j.issn.1000-0887.2011.06.013

1 引言及预备知识

本文处处假定 (Ω,ξ,μ) 是一完备的概率测度空间,E 是一可分 Banach 空间 X 中的一非空子集.

定义 1.1[1] 一随机变量 $x(\omega)$ 称为 Bochner 可积,如果 $\|x(\omega)\| \in L^1(\Omega;\xi;\mu)$, 即

$$\int_\Omega \|x(\omega)\| \mathrm{d}\mu(\omega) < \infty. \tag{1}$$

命题 1.1[1] 一随机变量 $x(\omega)$ 是 Bochner 可积的,当且仅当存在一几乎必然地强收敛于 $x(\omega)$ 的随机变量的序列 $\{x_n(\omega)\}_{n=1}^{\infty}$ 使得

$$\lim_{n\to\infty}\int_\Omega \|x_n(\omega) - x(\omega)\| \mathrm{d}\mu(\omega) = 0. \tag{2}$$

定义 1.2 设 (Ω,ξ,μ) 是一完备的概率测度空间,E 是一可分 Banach 空间 X 的一非空子集. 设 $T: \Omega\times E\to E$ 是一随机算子. 用 $F(T)=\{x^*(\omega)\in E: T(\omega, x^*(\omega))=x^*(\omega), \omega\in\Omega\}$ 表 T 的随机不动点的集合. 对任意给定的随机变量 $x_0(\omega)\in E$, 由下式定义一迭代程序 $\{x_n(\omega)\}_{n=0}^{\infty}\subset E$:

$$x_{n+1}(\omega)=f(T;x_n(\omega)), \qquad n=0,1,2,\cdots, \tag{3}$$

其中 f 是某一关于第二变量为可测的函数.

设 $x^*(\omega)$ 是 T 的一随机不动点, 其关于 $\{x_n\}_{n=0}^{\infty}$ 是 Bochner 可积的. 设 $\{y_n(\omega)\}_{n=0}^{\infty}\subset E$ 是任意的随机变量的序列. 记

---

* **收稿日期:** 2010-11-24; **修订日期:** 2011-04-08

作者简介: 张石生(1934—),男,云南曲靖人,教授(联系人. E-mail:changss@yahoo.cn).

$$\varepsilon_n(\omega) = \| y_{n+1}(\omega) - f(T;\ y_n(\omega)) \|, \tag{4}$$

并假定 $\|\varepsilon_n(\omega)\| \in L^1(\Omega, \xi, \mu), n = 0, 1, \cdots$. 则迭代程序(3)称为几乎必然 T- 稳定的(或称迭代程序(3)关于 T 是几乎必然稳定的),如果

$$\lim_{n\to\infty}\int_\Omega \|\varepsilon_n(\omega)\| \mathrm{d}\mu(\omega) = 0,$$

就隐含 $x^*(\omega)$ 关于 $\{y_n(\omega)\}_{n=0}^{\infty}$ 是 Bochner 可积的.

定义 1.3　设 (Ω, ξ, μ) 是一完备的概率测度空间, E 是一可分 Banach 空间 X 之一非空子集. 一随机算子 $T: \Omega \times E \to E$ 称为 ϕ-弱压缩型的,如果存在一连续的不减的函数 $\phi: \mathscr{R}^+ \to \mathscr{R}^+$, $\phi(t) > 0, \forall t \in (0, \infty)$, $\phi(0) = 0$ 使得 $\forall x, y \in E, \omega \in \Omega$,

$$\int_\Omega \|T(\omega, x) - T(\omega, y)\| \mathrm{d}\mu(\omega) \leqslant$$
$$\int_\Omega \|x - y\| \mathrm{d}\mu(\omega) - \phi\left(\int_\Omega \|x - y\| \mathrm{d}\mu(\omega)\right). \tag{5}$$

随机不动点定理是经典不动点定理的随机推广,也是随机方程理论所必需的(见文献[1-2]). 可分度量空间中随机压缩算子的随机不动点定理在 Spacek 的文献[3]和 Hans 的文献[4]中被建立. Itoh[5]把 Spacek 的文献[3]和 Hans 的文献[4]中的结果推广到多值映象的情形. 最近, Chang 等[6]及 Beg 和 Abbas[7]在可分的自反 Banach 空间中,分别对强伪压缩映象和压缩映象的随机 Ishikawa 和随机 Mann 迭代程序,证明了某些强收敛定理.

本文的目的是在可分 Banach 空间 $(E, \|\cdot\|)$ 中,对一类 ϕ-弱压缩型随机算子 $T: \Omega \times E \to E$ 引入如下的两类随机的 Ishikawa-型迭代序列(6)和 Mann-type 迭代序列(7):

$$\begin{cases} x_0(\omega) \in E, \\ x_{n+1}(\omega) = (1 - \alpha_n) x_n(\omega) + \alpha_n T(\omega, z_n(\omega)), \\ z_n(\omega) = (1 - \beta_n) x_n(\omega) + \beta_n T(\omega, x_n(\omega)) \end{cases} \tag{6}$$

及

$$\begin{cases} x_0(\omega) \in E, \\ x_{n+1}(\omega) = (1 - \alpha_n) x_n(\omega) + \alpha_n T(\omega, x_n(\omega)). \end{cases} \tag{7}$$

在适当的条件下,我们证明了这一类随机算子的随机不动点是 Bochner 可积的. 在确定的情形,我们的结果也是 Berinde 的文献[8]和 Rhoades 的文献[9-10]中相应结果的改进和推广. 此外,我们对这两类随机迭代算法也证明了某些稳定性结果. 我们的结果推广和改进了 Berinde 的文献[8, 11]、Olatinwo 的文献[12]及文献[9-10,13-14]中的相应的结果.

引理 1.1[15]　设 $\{\gamma_n\}$ 和 $\{\lambda_n\}$ 是两个非负实数的序列,设 $\{\sigma_n\}$ 是一满足下述条件的正数的序列:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \sigma_n = \infty, \quad \lim_{n\to\infty} \frac{\gamma_n}{\sigma_n} = 0.$$

如果下面的条件被满足:

$$\lambda_{n+1} \leqslant \lambda_n - \sigma_n \phi(\lambda_n) + \gamma_n, \qquad \forall n \geqslant 1,$$

其中 $\phi: \mathscr{R}^+ \to \mathscr{R}^+$ 是一连续的严格增的函数,且 $\phi(0) = 0$. 则当 $n \to \infty$ 时, $\{\lambda_n\}$ 收敛于 0.

2　可分 Banach 空间的某些收敛性结果

定理 2.1　设 $(E, \|\cdot\|)$ 是一可分的 Banach 空间, $T: \Omega \times E \to E$ 是一 ϕ-弱压缩型的随

机算子且 $F(T) \neq \emptyset$. 设 $x^*(\omega)$ 是 T 之一随机不动点. 设 $\{x_n(\omega)\}$ 是由式(6)定义的 Ishikawa-型的随机迭代序列, 其中 $\{\alpha_n\}$ 和 $\{\beta_n\}$ 均为(0, 1)中的实序列,使得 $\sum_{n=1}^{\infty}\alpha_n\beta_n=\infty$. 则 T 的随机不动点 $x^*(\omega)$ 是 Bochner 可积的.

证明 只要证明

$$\lim_{n\to\infty}\int_\Omega \|x_n(\omega)-x^*(\omega)\|\,\mathrm{d}\mu(\omega)=0 \tag{8}$$

即足. 事实上,由式(6)和(5)知,对任一 $n\geq 1$, 我们有

$$\begin{aligned}
&\int_\Omega \|x_{n+1}(\omega)-x^*(\omega)\|\,\mathrm{d}\mu(\omega)\leq \\
&\quad(1-\alpha_n)\int_\Omega \|x_n(\omega)-x^*(\omega)\|\,\mathrm{d}\mu(\omega)+ \\
&\quad\alpha_n\int_\Omega \|T(\omega,z_n(\omega))-x^*(\omega)\|\,\mathrm{d}\mu(\omega)\leq \\
&\quad(1-\alpha_n)\int_\Omega \|x_n(\omega)-x^*(\omega)\|\,\mathrm{d}\mu(\omega)+ \\
&\quad\alpha_n\left\{\int_\Omega \|z_n(\omega)-x^*(\omega)\|\,\mathrm{d}\mu(\omega)-\right. \\
&\quad\left.\phi\left(\int_\Omega \|z_n(\omega)-x^*(\omega)\|\,\mathrm{d}\mu(\omega)\right)\right\}\leq \\
&\quad(1-\alpha_n)\int_\Omega \|x_n(\omega)-x^*(\omega)\|\,\mathrm{d}\mu(\omega)+ \\
&\quad\alpha_n\int_\Omega \|z_n(\omega)-x^*(\omega)\|\,\mathrm{d}\mu(\omega),
\end{aligned} \tag{9}$$

且

$$\begin{aligned}
&\int_\Omega \|z_n(\omega)-x^*(\omega)\|\,\mathrm{d}\mu(\omega)\leq \\
&\quad(1-\beta_n)\int_\Omega \|x_n(\omega)-x^*(\omega)\|\,\mathrm{d}\mu(\omega)+ \\
&\quad\beta_n\int_\Omega \|T(\omega,x_n(\omega))-x^*(\omega)\|\,\mathrm{d}\mu(\omega)\leq \\
&\quad(1-\beta_n)\int_\Omega \|x_n(\omega)-x^*(\omega)\|\,\mathrm{d}\mu(\omega)+ \\
&\quad\beta_n\left\{\int_\Omega \|x_n(\omega)-x^*(\omega)\|\,\mathrm{d}\mu(\omega)-\right. \\
&\quad\left.\phi\left(\int_\Omega \|x_n(\omega)-x^*(\omega)\|\,\mathrm{d}\mu(\omega)\right)\right\}= \\
&\quad\int_\Omega \|x_n(\omega)-x^*(\omega)\|\,\mathrm{d}\mu(\omega)-\beta_n\phi\left(\int_\Omega \|x_n(\omega)-x^*(\omega)\|\,\mathrm{d}\mu(\omega)\right).
\end{aligned} \tag{10}$$

把式(10)代人式(9),简化后,即得

$$\begin{aligned}
&\int_\Omega \|x_{n+1}(\omega)-x^*(\omega)\|\,\mathrm{d}\mu(\omega)\leq \\
&\quad\int_\Omega \|x_n(\omega)-x^*(\omega)\|\,\mathrm{d}\mu(\omega)- \\
&\quad\alpha_n\beta_n\phi\left(\int_\Omega \|x_n(\omega)-x^*(\omega)\|\,\mathrm{d}\mu(\omega)\right).
\end{aligned} \tag{11}$$

在引理 1.1 中取

$$\lambda_n = \int_\Omega \| x_n(\omega) - x^*(\omega) \| \mathrm{d}\mu(\omega), \ \sigma_n = \alpha_n \beta_n, \ \gamma_n = 0,$$

再由定理 2.1 的假定,得知引理 1.1 的所有条件被满足. 于是有

$$\lim_{n\to\infty}\int_\Omega \| x_n(\omega) - x^*(\omega) \| \mathrm{d}\mu(\omega) = 0.$$

定理 2.1 得证.

用与定理 2.1 中的相同方法, 可证下面的定理成立.

定理 2.2　设 $(E, \|\cdot\|)$ 是一可分的 Banach 空间,而 $T: \Omega \times E \to E$ 是一 ϕ-弱压缩型的随机算子, 且 $F(T) \neq \emptyset$. 设 $x^*(\omega)$ 是 T 之一随机不动点. 设 $\{x_n(\omega)\}$ 是由式(7)定义的 Mann-型随机迭代序列,其中 $\{\alpha_n\}$ 是(0,1) 中的一实序列,使得 $\sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n = \infty$. 则 T 的随机不动点 $x^*(\omega)$ 是 Bochner 可积的.

3　某些稳定性结果

定理 3.1　设 $(E, \|\cdot\|)$ 是一可分的 Banach 空间, $T: \Omega \times E \to E$ 是一 ϕ-弱压缩型的随机算子,且 $F(T) \neq \emptyset$. 设 $x^*(\omega)$ 是 T 之一随机不动点. 设 $\{x_n(\omega)\}_{n=0}^{\infty}$ 是由式(6)定义的 Ishikawa-型的随机迭代序列,其几乎必然地强收敛于 $x^*(\omega)$, 其中 $\{\alpha_n\}$ 和 $\{\beta_n\}$ 是(0, 1) 中的序列,使得 $0 < \alpha \leqslant \alpha_n$ 且 $0 < \beta \leqslant \beta_n, n \geqslant 1$. 则 $\{x_n\}_{n=0}^{\infty}$ 是几乎必然 T- 稳定的.

证明　设 $\{y_n(\omega)\}_{n=0}^{\infty}$ 是 E 中的任意的随机变量的序列,且

$$\| \varepsilon_n(\omega) \| = \| y_{n+1}(\omega) - (1-\alpha_n) y_n(\omega) - \alpha_n T(\omega, k_n(\omega)) \|, \quad n = 0, 1, \cdots, \tag{12}$$

其中

$$k_n(\omega) = (1-\beta_n) y_n(\omega) + \beta_n T(\omega, y_n(\omega)),$$

而且

$$\lim_{n\to\infty}\int_\Omega \| \varepsilon_n(\omega) \| \mathrm{d}\mu(\omega) = 0.$$

现在我们证明 $x^*(\omega)$ 关于序列 $\{y_n(\omega)\}_{n=0}^{\infty}$ 是 Bochner 可积的. 事实上,由式(12)可得

$$\begin{aligned}
&\int_\Omega \| y_{n+1}(\omega) - x^*(\omega) \| \mathrm{d}\mu(\omega) \leqslant \\
&\quad \int_\Omega \| y_{n+1}(\omega) - (1-\alpha_n) y_n(\omega) - \alpha_n T(\omega, k_n(\omega)) \| \mathrm{d}\mu(\omega) + \\
&\quad (1-\alpha_n) \int_\Omega \| y_n(\omega) - x^*(\omega) \| \mathrm{d}\mu(\omega) \| + \\
&\quad \alpha_n \int_\Omega \| T(\omega, k_n(\omega)) - x^*(\omega) \| \mathrm{d}\mu(\omega) = \\
&\quad \int_\Omega \| \varepsilon_n(\omega) \| \mathrm{d}\mu(\omega) + (1-\alpha_n) \int_\Omega \| y_n(\omega) - x^*(\omega) \| \mathrm{d}\mu(\omega) + \\
&\quad \alpha_n \int_\Omega \| T(\omega, k_n(\omega)) - x^*(\omega) \| \mathrm{d}\mu(\omega).
\end{aligned} \tag{13}$$

由条件(5),可得

$$\begin{aligned}
&\int_\Omega \| T(\omega, k_n(\omega)) - x^*(\omega) \| \mathrm{d}\mu(\omega) \leqslant \\
&\quad \int_\Omega \| k_n(\omega) - x^*(\omega) \| \mathrm{d}\mu(\omega) - \phi\left(\int_\Omega \| k_n(\omega) - x^*(\omega) \| \mathrm{d}\mu(\omega) \right) \leqslant
\end{aligned}$$

$$\int_\Omega \| k_n(\omega) - x^*(\omega) \| \mathrm{d}\mu(\omega) \leqslant$$
$$(1-\beta_n)\int_\Omega \| y_n(\omega) - x^*(\omega) \| \mathrm{d}\mu(\omega) +$$
$$\beta_n\int_\Omega \| T(\omega, y_n(\omega)) - x^*(\omega) \| \mathrm{d}\mu(\omega) \leqslant$$
$$(1-\beta_n)\int_\Omega \| y_n(\omega) - x^*(\omega) \| \mathrm{d}\mu(\omega) +$$
$$\beta_n\int_\Omega \| y_n(\omega) - x^*(\omega) \| \mathrm{d}\mu(\omega) - \beta_n\phi\left(\int_\Omega \| y_n(\omega) - x^*(\omega) \| \mathrm{d}\mu(\omega)\right) =$$
$$\int_\Omega \| y_n(\omega) - x^*(\omega) \| \mathrm{d}\mu(\omega) - \beta_n\phi\left(\int_\Omega \| y_n(\omega) - x^*(\omega) \| \mathrm{d}\mu(\omega)\right). \quad (14)$$

把式(14)代入式(13)并简化之,即得

$$\int_\Omega \| y_{n+1}(\omega) - x^*(\omega) \| \mathrm{d}\mu(\omega) \leqslant$$
$$\int_\Omega \| \varepsilon_n(\omega) \| \mathrm{d}\mu(\omega) + \int_\Omega \| y_n(\omega) - x^*(\omega) \| \mathrm{d}\mu(\omega) -$$
$$\alpha_n\beta_n\phi\left(\int_\Omega \| y_n(\omega) - x^*(\omega) \| \mathrm{d}\mu(\omega)\right).$$

由假定

$$\lim_{n\to\infty}\int_\Omega \| \varepsilon_n(\omega) \| \mathrm{d}\mu(\omega) = 0,$$

且 $0 < \beta \leqslant \beta_n$, $0 < \alpha \leqslant \alpha_n$, $\forall n \geqslant 1$, 故有

$$\lim_{n\to\infty}\left(\int_\Omega \| \varepsilon_n(\omega) \| \mathrm{d}\mu(\omega) \Big/ (\alpha_n\beta_n)\right) \leqslant \lim_{n\to\infty}\left(\int_\Omega \| \varepsilon_n(\omega) \| \mathrm{d}\mu(\omega) \Big/ (\alpha\beta)\right) = 0.$$

在引理 1.1 中取

$$\lambda_n = \int_\Omega \| y_n(\omega) - x^*(\omega) \| \mathrm{d}\mu(\omega),\ \sigma_n = \alpha_n\beta_n,\ \gamma_n = \int_\Omega \| \varepsilon_n(\omega) \| \mathrm{d}\mu(\omega),$$

得知引理 1.1 中的所有条件被满足. 故有

$$\lim_{n\to\infty}\int_\Omega \| y_n(\omega) - x^*(\omega) \| \mathrm{d}\mu(\omega) = 0.$$

反之, 如果 $x^*(\omega)$ 关于序列 $\{y_n(\omega)\}_{n=1}^\infty$ 是 Bochner 可积的, 则有

$$\int_\Omega \| \varepsilon_n(\omega) \| \mathrm{d}\mu(\omega) =$$
$$\int_\Omega \| y_{n+1}(\omega) - (1-\alpha_n)(y_n(\omega)) - \alpha_n T(\omega, k_n(\omega)) \| \mathrm{d}\mu(\omega) \leqslant$$
$$\int_\Omega \| y_{n+1}(\omega) - x^*(\omega) \| \mathrm{d}\mu(\omega) +$$
$$(1-\alpha_n)\int_\Omega \| x^*(\omega) - y_n(\omega) \| \mathrm{d}\mu(\omega) +$$
$$\alpha_n\int_\Omega \| x^*(\omega) - T(\omega, k_n(\omega)) \| \mathrm{d}\mu(\omega). \quad (15)$$

由式(5)即得

$$\int_\Omega \| x^*(\omega) - T(\omega, k_n(\omega)) \| \mathrm{d}\mu(\omega) =$$
$$\int_\Omega \| T(\omega, x^*(\omega)) - T(\omega, k_n(\omega)) \| \mathrm{d}\mu(\omega) \leqslant$$

$$\int_{\Omega}\|x^*(\omega)-k_n(\omega)\|\,d\mu(\omega)-$$
$$\phi\left(\int_{\Omega}\|x^*(\omega)-k_n(\omega)\|\,d\mu(\omega)\right)\leqslant$$
$$\int_{\Omega}\|x^*(\omega)-k_n(\omega)\|\,d\mu(\omega)\leqslant$$
$$(1-\beta_n)\int_{\Omega}\|x^*(\omega)-y_n(\omega)\|\,d\mu(\omega)+$$
$$\beta_n\int_{\Omega}\|T(\omega,x^*(\omega))-T(\omega,y_n(\omega))\|\,d\mu(\omega)\leqslant$$
$$(1-\beta_n)\int_{\Omega}\|x^*(\omega)-y_n(\omega)\|\,d\mu(\omega)+$$
$$\beta_n\int_{\Omega}\|x^*(\omega)-y_n(\omega)\|\,d\mu(\omega)-$$
$$\beta_n\phi\left(\int_{\Omega}\|x^*(\omega)-y_n(\omega)\|\,d\mu(\omega)\right)=$$
$$\int_{\Omega}\|x^*(\omega)-y_n(\omega)\|\,d\mu(\omega)-$$
$$\beta_n\phi\left(\int_{\Omega}\|x^*(\omega)-y_n(\omega)\|\,d\mu(\omega)\right).\tag{16}$$

把式(16)代入式(15)，简化后即得

$$\int_{\Omega}\|\varepsilon_n(\omega)\|\,d\mu(\omega)\leqslant$$
$$\int_{\Omega}\|y_{n+1}(\omega)-x^*(\omega)\|\,d\mu(\omega)+\int_{\Omega}\|x^*(\omega)-y_n(\omega)\|\,d\mu(\omega)-$$
$$\alpha_n\beta_n\phi\left(\int_{\Omega}\|x^*(\omega)-y_n(\omega)\|\,d\mu(\omega)\right),\tag{17}$$

于是我们有

$$\lim_{n\to\infty}\int_{\Omega}\|\varepsilon_n(\omega)\|\,d\mu(\omega)=0.$$

这就证明了随机 Ishikawa 迭代序列是几乎必然 T- 稳定的.

定理 3.1 的结论被证明.

用与定理 3.1 中相同的方法，我们可以证明下面的定理 3.2.

定理 3.2　设 $(E,\|\cdot\|)$ 是一可分的 Banach 空间，设 $T:\Omega\times E\to E$ 是一 ϕ-弱压缩型的随机算子，且 $F(T)\neq\varnothing$. 设 $x^*(\omega)$ 是 T 之一随机不动点. 对任意给定的的随机变量 $x_0(\omega)\in E$，设 $\{x_n(\omega)\}_{n=0}^{\infty}$ 是由式(7)定义的且几乎必然地强收敛于 $x^*(\omega)$ 的 Mann-型的随机迭代程序，其中 $\{\alpha_n\}$ 是 $(0,1)$ 中的一序列，使得 $0<\alpha\leqslant\alpha_n$，$\forall n\geqslant 1$. 则这一 Mann-型随机迭代序列 $\{x_n\}$ 是几乎必然 T- 稳定的.

致谢　作者对审稿人为改进本文所提出的的宝贵意见表示衷心感谢；并且对宜宾学院自然科学基金(2011Z03)的资助表示衷心感谢.

参考文献：

[1] Joshi M C, Bose R K. *Some Topics in Nonlinear Functional Analysis*[M]. New York: Wiley Eastern Limited, 1985.

[2] 张石生. 不动点理论及应用[M]. 重庆:重庆出版社,1984.(ZHANG Shi-sheng. *Fixed Point Theory and Applications*[M]. Chongqing: Chongqing Publishing Press, 1984. (in Chinese))

[3] Spacek A. Zufallige gleichungen[J]. *Czechoslovak Math J*, 1995, **5**: 462-466.

[4] Hans O. Random operator equations[C]//*Proceedings of 4th Berkeley Sympos Math Statist and Prob*. Vol Ⅱ, part Ⅰ. California: University of California Press, 1961: 185- 202.

[5] Itoh S. Random fixed point theorems with an application to random differential equations in banach spaces[J]. *J Math Anal Appl*, 1979, **67**(2): 261-273.

[6] Chang S S, Cho Y J, Kim J K, Zhou H Y. Random Ishikawa iterative sequence with applications[J]. *Stochastic Anal and Appl*, 2005, **23**(1): 69-77.

[7] Beg I, Abbas M. Equivalence and stability of random fixed point iterative procedures[J]. *J Appl Math Stoch Anal*, 2006, **2006**: 1-19, Article ID 23297.

[8] Berinde V. On the convergence of the Ishikawa iteration in the class of quasi-contractive operators[J]. *Acta Math Univ Comenianae*, **68**(1), 2004, 119-126.

[9] Rhoades B E. Fixed point iterations using infinite matrices[J]. *Trans Amer Math Soc*, 1974, **196**: 161-176.

[10] Rhoades B E. Some theorems on weakly contractive maps[J]. *Nonlinear Anal*, 2001, **47**(4): 2683-2693.

[11] Berinde V. On the stability of some fixed point procedures[J]. *Bul Stiint Univ Baia Mare, Ser. B, Matematica-Informatica*, 2002,**18**(1): 7-14.

[12] Olatinwo M O. Some stability results for two hybrid fixed point iterative algorithms of Kirk-Ishikawa and Kirk-Mann type[J]. *J Adv Math Studies*, 2008, **1**(1): 5-14.

[13] Rhoades B E. Fixed point theorems and stability results for fixed point iteration procedures [J]. *Indian J Pure Appl Math*, 1990, **21**(1): 1-9.

[14] Rhoades B E. Fixed point theorems and stability results for fixed point iteration procedures Ⅱ[J]. *Indian J Pure Appl Math*, 1993, **24**(11): 691-703.

[15] Alber Ya I, Guerre-Delabriere S. Principles of weakly contractive maps in Hilbert spaces [C]//Gohberg Yu Lyubich. *New Result in Operator Theory,Advances and Appl*, Vol 198. Basel, Switzerland: Birkhauser, 1997: 7-22.

Almost Surely T- Stability and Convergence for Random Iterative Algorithms

ZHANG Shi-sheng, WANG Xiong-rui, LIU Min, ZHU Jin-hua

(*Department of Mathematics*, *Yibin University*, *Yibin*, *Sichuan* 644007, *P. R. China*)

Abstract: The purpose was to study the almost surely T- stability and convergence of Ishikawa-type and Mann-type random iterative algorithms for some kind of ϕ-weakly contractive type random operators in a separable Banach space. Under suitable conditions the Bochner integrability of random fixed points for this kind of random operators and the almost surely T- stability and convergence for these two kinds of random iterative algorithms were proved.

Key words: almost surely T- stability; separable Banach space; Bochner integrability; Ishikawa type random iterative scheme; Mann-type random iterative scheme