

结构模糊可靠性分析方法的泛灰求解*

刘杰^{1,2}, 卿启湘¹, 张青春^{1,3}, 陈小月^{1,2}

- (1. 汽车车身先进设计制造国家重点实验室(湖南大学), 长沙 410082;
2. 特种装备先进设计与仿真教育部重点实验室(湖南大学), 长沙 410082;
3. 聊城职业技术学院, 山东 聊城 252000)

摘要: 针对现有的基于区间求解结构模糊可靠度方法的缺陷,提出了一种新的求解结构模糊可靠度方法.该方法利用泛灰数描述与结构基本变量概率分布相关的不确定参数,并将这些泛灰数引入到结构模糊可靠度计算中,得出了较为精确的结构可靠度计算结果.数值算例表明,该方法得到的结构可靠度区间更窄,实现了利用较少的信息量得到较精确的可靠度计算结果,相比传统的结构模糊可靠度计算方法能提供更多、更精确的关于结构安全程度的有用信息.

关键词: 区间; 泛灰数; 结构可靠性; 模糊可靠性; 不确定性参数

中图分类号: TB114.3 **文献标志码:** A

doi: 10.3879/j.issn.1000-0887.2015.03.006

引言

不确定性存在于与我们日常生活息息相关的大部分工程结构中,如飞机、船只、汽车等.这些工程结构的可靠性问题越来越引起人们的关注,2009年和2010年在加拿大发生的两起飞机坠毁事故,都是由于飞机发动机结构失效造成的^[1].最早的可靠性分析是基于概率统计,利用随机变量来描述工程问题的不确定性.随着研究的深入,人们逐渐认识到模糊性也是影响结构安全的不确定因素.Kaufmann在1975年首先应用模糊数学处理可靠性问题^[2],在其基础上后来学者做了更深入的研究^[3-6].随机可靠性模型和模糊可靠性模型统一称为概率可靠性模型,它们都已经比较成熟,但还存在一些理论问题没有解决.其中之一就是利用它们进行可靠性分析的前提是需要大量的样本来获取随机变量概率密度函数较精确的分布形式.但是,工程上往往缺乏足够试验数据或者获取试验数据代价昂贵,这样就不得不对变量的随机分布做一定假设,来完成工程结构的可靠性分析.然而,有学者研究发现这些假设对可靠性分析会带来很大的误差,甚至可能导致可靠性分析错误^[7].鉴于此,非概率可靠性分析方法应运而生.Ben-Haim和Elishakoff最早提出非概率可靠性分析方法^[8-9],其中,利用区间数学概念来求解结构可靠性问题是非概率可靠性分析的一种,Du^[10]、郭书祥等^[11]、孙文采等^[12]、孙海龙等^[13]、邱

* 收稿日期: 2014-07-21; 修订日期: 2014-12-21

基金项目: 国家科技支撑计划项目(2012BAH09B02);高等学校博士学科点专项科研基金(20120161130001)

作者简介: 刘杰(1989—),男,山东人,博士生(E-mail: jliu@hnu.edu.cn);
卿启湘(1964—),男,湖南人,副教授,博士生导师(通讯作者. E-mail: qixiangen@163.com).

志平等^[14-16]、王燕萍等^[17]等在此基础上做了突出的研究成果。

在结构的可靠度计算考虑了模糊性以后,与不确定性变量相关的分布密度函数形式的确定就变成了一个瓶颈。尼早等^[18]将参数的不确定性控制在最小的区间范围内,获得模糊可靠度的一个变化范围,较好地解决了这一难题。但是,其没有考虑区间运算缺陷:1) 区间数的乘幂运算会导致区间扩张;2) 区间数在运算时,同一个自变量的运算次序不同,可能得到不同的扩张区间。而泛灰数^[19]不仅具有区间分析功能,而且可以成功避免区间运算存在的缺陷。基于此,本文在文献[18]研究的基础上利用泛灰数解决不确定参数区间估计,提出了一种新的结构模糊区间可靠性分析方法,该方法利用泛灰数对结构不确定参数进行区间估计,克服了区间运算的缺陷,得出比较精确的可靠性计算结果。

1 结构模糊区间可靠度

1.1 分布参数为模糊变量的结构可靠度

传统的结构可靠性干涉模型定义功能函数为

$$Z = R - S, \quad (1)$$

式中, S 是施加在结构上的直接作用或引起结构外加变形或约束变形的间接作用下引起的结构或构件的内力、变形等,称为“广义应力”; R 是结构或构件承受“广义应力”的能力,称为“广义强度”。

在机构可靠性分析过程中,结构广义应力和广义强度一般是不确定参数(数量为 n 个)的函数,即 $R = R(\mathbf{X})$, $S = S(\mathbf{X})$, $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_n)$, 因此结构的工作状态方程 Z 亦是 \mathbf{X} 的函数:

$$Z = g(\mathbf{X}) = (R(\mathbf{X}) - S(\mathbf{X})) \begin{cases} < 0, & \text{failure state,} \\ = 0, & \text{limit state,} \\ > 0, & \text{safe state.} \end{cases} \quad (2)$$

式中, $g(\cdot)$ 为描述结构工作状态的函数。

由式(2)可知,结构的状态有3种:失效状态、极限状态和安全状态,结构从安全到失效是以突变的方式发生的。而结构可靠度分析过程中,考虑不确定参数分布的模糊性更符合工程实际。此时,功能函数 $Z = g(\mathbf{X})$ 的值只是反映了结构适用性程度的大小,其变化表示了结构适用性的损益。 $Z < 0$ 不意味着结构完全失效, $Z > 0$ 不表示结构完全处于可靠状态, $Z = 0$ 也不是结构可靠和失效状态的界限。即结构从安全到失效很难给出一个明确的界限,在可靠和失效之间有一个中间过渡状态存在,是一个模糊范围,见图1。

记结构工作状态方程为

$$\tilde{Z} = \tilde{R} - \tilde{S}. \quad (3)$$

此时,结构的极限状态就变成了模糊极限状态,设结构处于安全状态为一模糊事件 \tilde{B} , 利用状态变量 \tilde{Z} 对 \tilde{B} 的隶属度来表征模糊事件 \tilde{B} :

$$\tilde{\mu}_B(z) = \begin{cases} 1, & \text{safe state,} \\ F(z), & \text{fuzzy limit state,} \\ 0, & \text{failure state.} \end{cases} \quad (4)$$

式中, $F(z)$ 的值域为 $(0, 1)$ 。

那么,结构的可靠度即为模糊事件 \tilde{B} 发生的概率:

$$P_r = P(\tilde{B}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{\mu}_B(z) p(z) dz, \quad (5)$$

上式中, $p(z)$ 为可靠性分析模型中状态变量 Z 的分布密度函数, Z 的值域是模糊安全事件的论域。

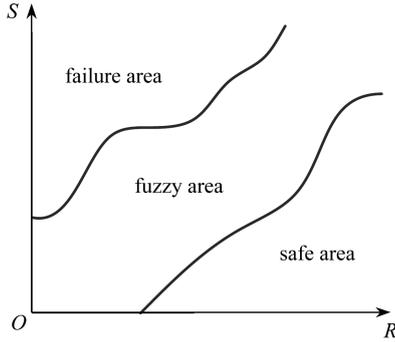


图1 模糊极限状态方程
Fig. 1 The fuzzy limit state

1.2 结构的模糊区间可靠度

当考虑不确定参数的模糊性后,需要知道式(5)中可靠性模型中状态变量 Z 的分布密度函数 $p(z)$,它是不确定参数 $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_n)$ 的函数,而这些不确定参数通常情况下很难精确得到,有可能是任一分布形式.文献[18]指出,利用区间估计方法将这些不确定参数的取值变化范围确定下来,这种方法是简单可行的.设状态变量 Z 服从参数为 $b_i = b_1, b_2, \dots, b_n (i = 1, 2, \dots, n)$ 的某种分布,认为 b_i 的取值范围在区间 b_i^1 内,即 $b_i \in b_i^1 = [\underline{b}_i, \bar{b}_i]$, \underline{b}_i 为 b_i 取值下限, \bar{b}_i 为 b_i 取值上限.那么 Z 的分布密度函数 $p(z)$ 以区间形式表示为

$$p^1(z) = f(z, b_1^1, b_2^1, \dots, b_n^1). \tag{6}$$

将式(6)代入式(5)中,得到结构模糊区间可靠度:

$$P_r^1 = P(\tilde{B}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{\mu}_B(z) p^1(z) dz. \tag{7}$$

利用区间数学理论处理式(7),可以得到模糊区间可靠度上下界,分别为

$$\bar{P}_r = P(\tilde{B}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{\mu}_B(z) \overline{p(z)} dz, \tag{8}$$

$$P_r = P(\tilde{B}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{\mu}_B(z) \underline{p(z)} dz. \tag{9}$$

需要指出的是,在求解式(8)和式(9)时,隶属度函数和密度分布函数本身就是在一个事件中,即是相容的,所以,可以直接进行求解。

2 基于泛灰数的模糊区间可靠度

2.1 泛灰数学^[14]理论

2.1.1 泛灰数简介

为了介绍泛灰数,首先给出两个定义。

定义1 设论域 $U = \mathbf{R}$ (实数集),则称 \mathbf{R} 上的泛灰数为泛灰数集 $g(\mathbf{R})$,且称 $g(\mathbf{R})$ 中的元素为泛灰数,记作

$$g = (x, [\underline{\mu}, \bar{\mu}]), \quad x \in \mathbf{R}, \underline{\mu}, \bar{\mu} \in \mathbf{R}, \tag{10}$$

式中, x 为观测值, $[\underline{\mu}, \bar{\mu}]$ 为 x 的灰信息部. $g^{(0)} = (0, [0, 0])$ 与 $g^{(1)} = (1, [1, 1])$ 分别成为

$g(\mathbf{R})$ 中的零元和单位元.把观测部记为 0 , 而灰信息部不为 0 的泛灰数记为 $g^{(0)}$, 并称为亚零元, 把零元和亚零元统称为泛零元, 记为 $g^{(0)}$.

定义 2 $\forall g = (x, [\underline{\mu}, \bar{\mu}]) \in g(\mathbf{R})$, 称 $-g = (-x, [\underline{\mu}, \bar{\mu}])$ 为 $g(\mathbf{R})$ 中关于 g 的负元, 称 $g^{-1} = (x^{-1}, [\underline{\mu}^{-1}, \bar{\mu}^{-1}])$ 为 $g(\mathbf{R})$ 中关于 g 的逆元.

在定义 1 和定义 2 的基础上, 定义了泛灰数的四则运算. 其中泛灰加法具有封闭性, 满足结合律和交换律; 泛灰乘法运算满足封闭性、结合律与交换律等. 泛灰数的四则运算为

$$g_1 + g_2 = \left(x_1 + x_2, \left[\frac{x_1 \underline{\mu}_1 + x_2 \underline{\mu}_2}{x_1 + x_2}, \frac{x_1 \bar{\mu}_1 + x_2 \bar{\mu}_2}{x_1 + x_2} \right] \right), \tag{11}$$

$$g_1 - g_2 = \left(x_1 - x_2, \left[\frac{x_1 \underline{\mu}_1 - x_2 \underline{\mu}_2}{x_1 - x_2}, \frac{x_1 \bar{\mu}_1 - x_2 \bar{\mu}_2}{x_1 - x_2} \right] \right), \tag{12}$$

$$g_1 \times g_2 = (x_1 x_2, [\underline{\mu}_1 \underline{\mu}_2, \bar{\mu}_1 \bar{\mu}_2]), \tag{13}$$

$$g_1 / g_2 = (x_1 / x_2, [\underline{\mu}_1 / \underline{\mu}_2, \bar{\mu}_1 / \bar{\mu}_2]) \quad (g_2 \neq g^{(0)}). \tag{14}$$

2.1.2 泛灰数与区间数相互转化

由泛灰数的定义, 泛灰数 $(x, [\underline{\mu}, \bar{\mu}])$ 中的 $\underline{\mu}, \bar{\mu}$ 可以分别看作对 x 的最低和最高信任程度. 因此, 当 $\underline{\mu}, \bar{\mu} \in [-1, 1]$ 时, 任一泛灰数的区间形式为

$$(x, [\underline{\mu}, \bar{\mu}]) = (\underline{\mu}x, \bar{\mu}x). \tag{15}$$

当然, $\forall [a, b] \in I(\mathbf{R})$ (区间数集, 且 $a/b, b/a \in [-1, 1]$), 都可以用一个泛灰数 $(x, [\underline{\mu}, \bar{\mu}])$ 表示:

- 1) 当 $a > 0$ 时, $[a, b] = (b, [a/b, 1])$;
- 2) 当 $ab < 0$, 且 $\max\{a, b\} = b$ 时, $[a, b] = (b, [a/b, 1])$;
- 3) 当 $ab < 0$, 且 $\max\{a, b\} = a$ 时, $[a, b] = (a, [b/a, 1])$;
- 4) 当 $b < 0$ 时, $[a, b] = (a, [b/a, 1])$.

2.1.3 泛灰数的优势

泛灰数具有区间分析的功能, 而且还可以有效地避免区间计算的缺陷. 在泛灰数与区间数相互转化理论的基础上, 给出一个数学算例证明泛灰数的优势.

例 1 证明 $f(x) = x(x - 7) - 6 - 1/(x(x - 4) - 30)$ 在区间 $[8, 10]$ 上没有根.

利用区间数学计算出

$$f([8, 10]) = \left[1 \frac{1}{2}, 23 \frac{29}{30} \right],$$

区间内不包含 0 , 即证明了函数在区间 $[8, 10]$ 没有根. 但是一个有理函数由于运算顺序不同, 可以有不同的区间扩张函数, 若将上例中函数写成 $f(x) = x^2 - 7x - 6 - 1/(x^2 - 4x - 30)$, 再计算 $f([8, 10])$, 其结果就不一样. 如果改成其它形式, 再计算结果又不同, 甚至无法计算.

而泛灰数可以克服这个缺点. 先将区间 $[8, 10]$ 转化成泛灰数, $[8, 10] = (10, [0.8, 1])$, $a = (a, [1, 1])$. 此时,

$$f([8, 10]) = (10, [0.8, 1])((10, [0.8, 1]) - 7) - 6 - 1/((10, [0.8, 1])((10, [0.8, 1]) - 4) - 30) = \left[1 \frac{1}{2}, 23 \frac{29}{30} \right].$$

将函数写成 $f(x) = x^2 - 7x - 6 - 1/(x^2 - 4x - 30)$ 利用泛灰数计算,

$$f([8, 10]) = (10, [0.8, 1])^2 - 7(10, [0.8, 1]) - 6 - 1/((10, [0.8, 1])^2 - 4(10, [0.8, 1]) - 30) = \left[1 \frac{1}{2}, 23 \frac{29}{30} \right].$$

再将函数写成 $f(x) = (x^4 - 11x^3 - 8x^2 + 234x + 179)/(x^2 - 4x - 30)$, 则仍有

$$f([8, 10]) = \left[1 \frac{1}{2}, 23 \frac{29}{30} \right].$$

由此,可以看出泛灰数相对于区间数的优势,下面我们将泛灰数这一优点运用到结构的模糊可靠性分析中。

2.2 引入泛灰数的新的可靠度计算方法

利用泛灰数相对于区间数运算的优势,在考虑结构不确定参数分布的模糊性计算结构可靠度时,我们首先将区间数转化成泛灰数,然后再进行结构可靠性计算,可以得到较准确的计算结果,具体步骤如下:

a) 给出不确定参数的区间数 $b_i \in b_i^I = [\underline{b}_i, \overline{b}_i]$, 而这个往往容易得到;

b) 将不确定参数的区间数转化成泛灰数 $[\underline{b}_i, \overline{b}_i] = (\overline{b}_i, [\underline{b}_i/\overline{b}_i, 1])$, 这里仅考虑 $\underline{b}_i > 0$ 的情形,其他情形见 2.1.2 小节;

c) 得到 Z 的分布密度函数 $p(z)$ 的泛灰数形式

$$p^B(z) = f(z, (\overline{b}_1, [\underline{b}_1/\overline{b}_1, 1]), (\overline{b}_2, [\underline{b}_2/\overline{b}_2, 1]), \dots, (\overline{b}_n, [\underline{b}_n/\overline{b}_n, 1]));$$

d) 求出结构模糊区间可靠度

$$P_r^B = \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{\mu}_B(z) p^B(z) dz.$$

这里需要指出的是,在利用本文方法求解结构可靠度问题,特别处理一些复杂的工程问题时,结构的功能函数往往无法显式表达,这里就需要利用样本点试验得出结构功能函数的近似模型,进而利用本文方法进行结构可靠度计算。

3 数值算例

一承受均布载荷的简支梁^[18](见图2),其长度 $l = 4\ 000$ mm,截面宽度 $b = 120$ mm,截面高度 $h = 240$ mm,载荷 q 为随机变量并服从参数 μ_1 和 σ_1 的正态分布,即 $q \sim N(\mu_1, \sigma_1^2)$ N/mm,参数 μ_1 和 σ_1 的区间数分别为 $[216.3, 218.9]$ 和 $[18.6, 20.4]$.梁的材料为 45 钢,其强度 R 服从参数为 μ_2 和 σ_2 的正态分布,即 $R \sim N(\mu_2, \sigma_2^2)$ N/mm,参数 μ_2 和 σ_2 的区间数分别为 $[460.7, 466.3]$ 和 $[34.8, 36.2]$.

模糊安全状态 \tilde{B} 的隶属函数取为

$$\tilde{\mu}_B(z) = \begin{cases} 0, & z < -75, \\ \frac{z+75}{150}, & -75 \leq z \leq 75, \\ 1, & z > 75. \end{cases} \quad (16)$$

由材料力学计算出该简支梁最大应力为

$$S = \frac{0.75ql^2}{bh^2}. \quad (17)$$

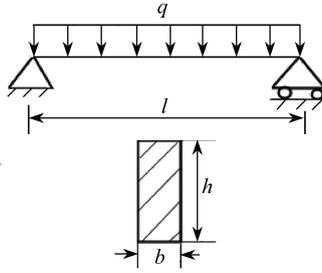


图2 简支梁受力图

Fig. 2 The force diagram of a simple beam

利用本文所提方法,对算例简支梁可靠性进行计算,算例中不确定参数区间数为

$$\mu_1 = [216.3, 218.9], \sigma_1 = [18.6, 20.4], \mu_2 = [460.7, 466.3], \sigma_2 = [34.8, 36.2].$$

分别转化成泛灰数为

$$g_1 = \left(218.9, \left[\frac{216.3}{218.9}, 1 \right] \right), g_2 = \left(20.4, \left[\frac{18.6}{20.4}, 1 \right] \right),$$

$$g_3 = \left(466.3, \left[\frac{460.7}{466.3}, 1 \right] \right), g_4 = \left(36.2, \left[\frac{34.8}{36.2}, 1 \right] \right).$$

从而计算出简支梁最大应力的均值 μ_5 和标准差 σ_5 的泛灰数分别为

$$g_5 = \left(380, \left[\frac{375.5}{380}, 1 \right] \right), g_6 = \left(35.4, \left[\frac{32.3}{35.4}, 1 \right] \right).$$

此时,状态变量 $Z = R - S$ 的均值 μ_Z 和标准差 σ_Z 的泛灰数分别为

$$g_7 = g_3 - g_5 = \left(86.3, \left[\frac{85.2}{86.3}, 1 \right] \right), g_8 = \sqrt{g_4^2 + g_6^2} = \left(50.6, \left[\frac{47.5}{50.6}, 1 \right] \right),$$

此时, Z 表示为 $Z^B \sim N(g_7, g_8^2)$ N/mm. 利用文献[13]的思路可以得到状态变量 Z^B 的上界密度函数 $\overline{p^B(z)}$ 和下界密度函数 $\underline{p^B(z)}$ 分别为

$$\overline{p^B(z)} = \begin{cases} 0.0079 e^{-(z-85.2)^2/5120.7}, & -\infty < z \leq 36.2, \\ 0.0084 e^{-(z-85.2)^2/4512.5}, & 36.2 < z \leq 85.2, \\ 0.0084, & 85.2 < z \leq 86.2, \\ 0.0084 e^{-(z-86.3)^2/4512.5}, & 86.2 < z \leq 135.3, \\ 0.0079 e^{-(z-86.3)^2/5120.7}, & 135.3 < z < +\infty, \end{cases} \quad (18)$$

$$\underline{p^B(z)} = \begin{cases} 0.0084 e^{-(z-86.3)^2/4512.5}, & -\infty < z \leq 37.3, \\ 0.0079 e^{-(z-86.3)^2/5120.7}, & 37.3 < z \leq 85.75, \\ 0.0079 e^{-(z-85.2)^2/5120.7}, & 85.75 < z \leq 134.2, \\ 0.0084 e^{-(z-85.2)^2/4512.5}, & 134.2 < z < +\infty. \end{cases} \quad (19)$$

那么,该简支梁的结构可靠度上下界分别为

$$\overline{P_r^B} = \int_{-75}^{36.2} \frac{z+75}{19025} e^{-(z-85.2)^2/5120.7} dz + \int_{36.2}^{75} \frac{z+75}{17860} e^{-(z-85.2)^2/4512.5} dz +$$

$$\int_{75}^{85.2} \frac{z+75}{17860} e^{-(z-85.2)^2/4512.5} dz + \int_{85.2}^{86.2} 0.0084 dz + \int_{86.2}^{135.3} 0.0084 e^{-(z-86.3)^2/4512.5} dz +$$

$$\int_{135.3}^{+\infty} 0.0079 e^{-(z-86.3)^2/5120.7} dz = 0.9599,$$

$$\begin{aligned} \underline{P}_r^B = & \int_{-75}^{37.3} \frac{z+75}{17860} e^{-(z-86.3)^2/4 \cdot 512.5} dz + \int_{37.3}^{75} \frac{z+75}{19025} e^{-(z-86.3)^2/5 \cdot 120.7} dz + \\ & \int_{75}^{85.75} 0.0079 e^{-(z-86.3)^2/5 \cdot 120.7} dz + \int_{85.75}^{134.2} 0.0079 e^{-(z-85.2)^2/5 \cdot 120.7} dz + \\ & \int_{134.2}^{+\infty} 0.0084 e^{-(z-85.2)^2/4 \cdot 512.5} dz = 0.8702. \end{aligned}$$

从而,该简支梁的模糊可靠度范围为[0.8702, 0.9599],而文献[18]求解出的可靠度范围为[0.8099, 0.9979].对于传统的结构模糊可靠度计算需要知道结构不确定参数的准确值,当 μ_1 和 σ_1 分别取近似值217.6和19.5, μ_2 和 σ_2 分别取463.5和35.5时,可以求得结构的模糊可靠度为0.9023 \in [0.8702, 0.9599] \subset [0.8099, 0.9979].显然本文方法得到简支梁可靠度区间更窄,也可以理解为得出的可靠度范围更为精确.

由上述可知,将泛灰数引入可靠性计算中,用泛灰数描述结构不确定参数的变化范围,成功地克服了区间运算存在的缺陷,实现了利用较少的信息量得到较精确的可靠度计算结果,比传统的结构模糊可靠度的计算方法能提供更多、更精确的关于结构安全程度的有用信息.

4 结 论

基于传统结构模糊可靠性分析模型和泛灰数学理论,本文提出了一种新的求解结构模糊可靠度的方法.该方法利用泛灰数描述与结构基本变量概率分布相关不确定参数的变化范围,克服了区间运算产生扩张或缩小的缺点,得出了较为准确的结构模糊可靠度变化范围.通过算例表明,本文方法得到的结构可靠度区间更窄,实现了利用较少的信息量得到较精确的可靠度计算结果,比传统的结构模糊可靠度的计算方法能提供更多、更精确的关于结构安全程度的有用信息.但是,本文方法还存在一定缺陷,如当随机变量数目增多(这也是实际工程问题的必然)时,很有可能存在组合爆炸的问题,这也是作者将来的研究方向,望能进一步完善本文方法,以能满足于实际工程需求.

致谢 作者衷心感谢汽车车身先进设计制造国家重点实验室(湖南大学)自主课题基金(71275003)对本文的资助.

参考文献(References):

- [1] Krstic B, Rasuo B, Trifkovic D, Radisavljevic I, Rajic Z, Dinulovic M. Failure analysis of an aircraft engine cylinder head[J]. *Engineering Failure Analysis*, 2013, **32**: 1-15.
- [2] Kaufmann A. *Introduction to the Theory of Fuzzy Subsets*[M]. New York: Academic Press, 1975.
- [3] Tanaka H, Fan L T, Lai F S, Toguchi K. Fault-tree analysis by fuzzy probability[J]. *IEEE Transactions on Reliability*, 1983, **32**(5): 453-457.
- [4] Singer D. Fault tree analysis based on fuzzy logic[J]. *Computers & Chemical Engineering*, 1990, **14**(3): 259-266.
- [5] WANG Zhong-lai, HUANG Hong-zhong, LI Yan-feng, PANG Yu, XIAO Ning-cong. An approach to system reliability analysis with fuzzy random variables[J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2012, **52**: 35-46.
- [6] Wong C N, HUANG Hong-zhong, LI Nan. Fourier series based reliability analysis of aero-engine turbine blade under linear fuzzy safety state[J]. *Engineering Failure Analysis*, 2013,

- 31: 268-280.
- [7] Kreinovich V, Xiang G, Starks S A, Longpré L, Ceberio M, Araiza R, Beck J, Kandathi R, Nayak A, Torres R, Hajagos J G. Towards combining probabilistic and interval uncertainty in engineering calculations[J]. *Reliable Computing*, 2006, **12**(6): 471-501.
- [8] Ben-Haim Y. A non-probabilistic concept of reliability[J]. *Structural Safety*, 1994, **14**(4): 227-245.
- [9] Elishakoff I. Discussion on: a non-probabilistic concept of reliability[J]. *Structural Safety*, 1995, **17**(3): 195-199.
- [10] DU Xiao-ping. Reliability-based design optimization with dependent interval variables[J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2012, **91**(2): 218-228.
- [11] 郭书祥, 吕震宙, 冯元生. 基于区间分析的结构非概率可靠性模型[J]. 计算力学学报, 2001, **18**(1): 56-60.(GUO Shu-xiang, LÜ Zhen-zhou, FENG Yuan-sheng. A non-probabilistic model of structural reliability based on interval analysis[J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2001, **18**(1): 56-60.(in Chinese))
- [12] 孙文采, 杨自春. 含缺陷结构非概率可靠性分析方法研究[J]. 航空工程进展, 2011, **2**(1): 89-92.(SUN Wen-cai, YANG Zi-chun. Non-probabilistic reliability analysis of defect structure[J]. *Advances in Aeronautical Science and Engineering*, 2011, **2**(1): 89-92.(in Chinese))
- [13] 孙海龙, 姚卫星. 结构区间可靠性分析的可能度法[J]. 中国机械工程, 2008, **19**(12): 1483-1488.(SUN Hai-long, YAO Wei-xing. Possibility degree method for structural interval reliability analysis[J]. *China Mechanical Engineering*, 2008, **19**(12): 1483-1488.(in Chinese))
- [14] Qiu Z P, Mueller P C, Frommer A. The new non-probabilistic criterion of failure for dynamical systems based on convex models[J]. *Mathematical and Computer Modeling*, 2004, **40**(1/2): 201-215.
- [15] 王晓军, 邱志平, 武哲. 结构非概率集合可靠性模型[J]. 力学学报, 2007, **39**(5): 641-646.(WANG Xiao-jun, QIU Zhi-ping, WU Zhe. Non-probability set-based model for structural reliability[J]. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2007, **39**(5): 641-646.(in Chinese))
- [16] 王睿星, 王晓军, 王磊, 邱志平. 几种结构非概率可靠性模型比较[J]. 应用数学和力学, 2013, **34**(8): 871-880.(WANG Rui-xing, WANG Xiao-jun, WANG Lei, QIU Zhi-ping. Comparisons of several non-probabilistic models for structural reliability[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2013, **34**(8): 871-880.(in Chinese))
- [17] 王燕萍, 吕震宙, 岳珠峰. 隐式极限状态方程可靠性研究[J]. 应用数学和力学, 2005, **26**(9): 1055-1060.(WANG Yan-ping, LÜ Zhen-zhou, YUE Zhu-feng. Reliability analysis for implicit limit state equation[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2005, **26**(9): 1055-1060.(in Chinese))
- [18] 尼早, 邱志平. 结构模糊区间可靠性分析方法[J]. 计算力学学报, 2009, **26**(4): 489-493.(NI Zao, QIU Zhi-ping. Structural fuzzy interval reliability analysis method[J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2009, **26**(4): 489-493.(in Chinese))
- [19] 王清印. 灰色数学基础[M]. 武汉: 华中理工大学出版社, 1996.(WANG Qin-yin. *Foundation of Grey Mathematics*[M]. Wuhan: Huazhong University of Science & Technology Press, 1996.(in Chinese))

Solving of the Structural Fuzzy Reliability Analysis Method With Universal Grey Numbers

LIU Jie^{1,2}, QING Qi-xiang¹, ZHANG Qing-chun^{1,3}, CHEN Xiao-yue^{1,2}

(1. *State Key Laboratory of Advanced Design and Manufacturing for Vehicle Body (Hunan University), Changsha 410082, P.R.China;*

2. *Key Laboratory of Advanced Design and Simulation Techniques for Special Equipment of Ministry of Education (Hunan University), Changsha 410082, P.R.China;*

3. *Liaocheng Vocational & Technical College, Liaocheng, Shandong 252000, P.R.China)*

Abstract: To overcome the defects in the existing interval solving of the structural fuzzy reliability analysis method, a new method was proposed. Universal grey numbers were used to describe the basic uncertain parameters related to the probability distributions of the variables, and then these numbers were introduced into analysis of the fuzzy reliability of structures, to give more accurate results. The numerical example shows that the proposed method gets narrower intervals of structural reliability, and achieves more accurate reliability calculation results with less input information. What's more, in comparison with the traditional fuzzy reliability calculation procedures, the proposed method provides more available and more accurate information about the safety degree of the related structure.

Key words: interval; universal grey number; structural reliability; fuzzy reliability; uncertain parameter

Foundation item: The National Key Technology R & D Program of China(2012BAH09B02)