

考虑流固耦合效应的重力坝水力劈裂模拟*

王克峰, 章青, 夏晓舟

(河海大学 力学与材料学院, 南京 210098)

(本刊编委章青来稿)

摘要: 裂缝的高压水力劈裂是混凝土高坝安全评估的重要部分,研究其过程中的流固耦合作用是准确预测在各种情况下裂纹扩展路径和危险程度的关键.该文利用扩展有限元法在模拟裂纹扩展方面的优势,对大坝的裂纹进行水力劈裂模拟研究.裂纹中的水压分布模型采用 Brühwiler 和 Saouma 水力劈裂试验的成果,体现了水压和裂纹宽度的耦合关系,给出了扩展有限元在裂纹面上施加水压力荷载的实施方法,对一典型重力坝裂纹的水力劈裂进行了数值模拟分析.研究结果表明:采用扩展有限元法模拟水力劈裂,克服了常规有限元法存在的缺点,裂纹扩展时不用重新划分网格,裂纹的实时宽度可以由加强节点的附加自由度得到,裂纹面上水压的施加也变得简单易行.当考虑裂纹内的流固耦合效应时,裂纹的扩展路径相比不考虑耦合效应时的扩展路径(均布全水头水压),扩展角变大,扩展距离变短.

关键词: 流固耦合; 重力坝; 水力劈裂; 扩展有限元; 裂纹扩展

中图分类号: O242.21; O346.1 **文献标志码:** A

doi: 10.3879/j.issn.1000-0887.2015.09.008

引 言

水力劈裂是高压水或者其它液体进入已有裂纹,使得裂纹扩展、贯通等现象的统称.水力劈裂过程中存在的渗流-应力耦合效应,是水利工程、石油开采、矿井突水等工程问题中的研究重点^[1].在水利工程中,一般的水工混凝土都是在水下运行的.随着筑坝技术的提高,已经开始修建 200~300 m 的超高坝,混凝土高坝的安全问题成为各国坝工程界十分关注的一个重要研究课题.从大坝受载的整个过程来看,结构损伤裂缝基本会从坝体表面开始,在施工阶段已经产生,蓄水时,水会进入到裂缝当中.因此,对混凝土高坝或超高坝进行安全评估时,考虑高压水力劈裂作用的影响是非常重要的^[2].

针对混凝土水力劈裂的研究已经有少量的文献.Brühwiler 和 Saouma^[3-4]对混凝土试件进行了水力劈裂试验,研究了不同级配的混凝土裂缝内的水压分布变化规律.Slowik 和 Saouma^[5]

* 收稿日期: 2014-11-19; 修订日期: 2015-04-09

基金项目: 国家自然科学基金(51179064; 11132003; 11372099); 中央高校基本科研业务费(2013B32714)

作者简介: 王克峰(1986—),男,山东临沂人,博士生(E-mail: hhuwfk@126.com);
章青(1963—),男,安徽铜陵人,教授,博士生导师(通讯作者. E-mail: lxzhangqing@hhu.edu.cn);
夏晓舟(1976—),男,江西泰和人,副教授,博士(E-mail: xiaxiaozhou@163.com).

在前期试验的基础上,对裂缝边缘张开速度不同时裂缝内水压梯度分布随时间的变化规律进行了研究分析。王建敏^[6]采用大型尺寸楔入式紧凑拉伸试件进行了水力劈裂试验,研究了大坝水工混凝土中裂缝内的水压分布规律及裂缝扩展长度。李宗利等^[7]从流体质量守恒和动量守恒原理出发,假定水力劈裂裂缝形态为半椭圆形,推导了任意时刻缝内水压分布微分方程式。黄云等^[8]考虑裂缝内水压呈矩形、三角形等分布形式时,对裂缝的开展情况和坝体应力特征进行了研究。Barpi 和 Valente^[9]对混凝土坝体和坝基连接处裂纹的水力劈裂进行了模拟研究,讨论了断裂过程区的发展对缝内水压荷载的影响。

在水力劈裂问题的数值分析方面,Hunsweck 等^[10]提出了一种有限元算法来模拟不透水弹性介质中直裂纹的水力劈裂问题,可以反映流体压力和裂纹宽度的非线性耦合关系,并考虑流体的滞后,对流体前锋和裂尖位置分别进行追踪。但是用有限元模拟裂纹扩展时,需要进行网格重构,计算效率和精度降低,而且裂纹只能沿着单元边界扩展。Shimizu 等^[11]考虑流体粘度和颗粒大小分布的影响,利用离散单元法对硬岩的水力劈裂进行了研究,与试验结果相比吻合得较好。颗粒离散元无须划分网格,可以根据颗粒之间连接键的断裂来判断裂纹的扩展,但涉及到断裂判据和参数的确定,对于复杂问题的模拟计算工作量很大。Ganis 等^[12]提出了一种耦合边界元算法对多孔弹性介质中裂纹的水力劈裂进行了研究,可以得到裂纹宽度和流体渗漏率,但同有限元一样,裂纹只能沿单元边界进行扩展。

扩展有限元法(XFEM)和数值流形方法(NMM)是两种能够有效模拟裂纹扩展的数值方法。NMM 是 Shi(石根华博士)^[13]在 1991 年提出的一种非连续变形分析方法,它以微分流形和拓扑流形为基础,将有限元网格作为数学覆盖,边界条件、裂缝等作为物理网格,形成材料全域的物理覆盖系统。针对 NMM 在裂纹扩展模拟方面存在的不足,Zheng 等^[14]对采用高阶多项式进行局部近似时引起的刚度矩阵秩亏、裂尖奇异性的消除、折线裂纹的分析和网格独立性问题进行了处理和改进。XFEM 将裂纹和有限元网格分开考虑,解决了裂纹扩展时传统有限元需要网格重构的难题,通过在位移函数中加入扩充项来解决裂纹面的不连续性和裂尖奇异性。它既保留了传统有限元法的所有优点,又克服了传统有限元法模拟裂纹扩展时的缺点,扩展路径不受限制,也避免了在裂纹尖端等高应力区域进行高密度网格剖分所带来的困难。在国内,方修君等^[15]利用 XFEM 对裂隙水压作用下混凝土试件的开裂过程进行了模拟,首次将 XFEM 应用于混凝土水力劈裂研究。董玉文等^[16]利用扩展有限元模拟了坝踵裂纹面存在均布水压荷载作用的裂纹扩展问题。江守燕等^[17]给出了用扩展有限元计算动态应力强度因子的方法,为地震作用下考虑动水压力的水力劈裂提供了基础。曾青冬等^[18]基于扩展有限元建立了求解页岩水力裂缝的扩展模型,分析了水力裂缝逼近天然裂缝的扩展动态。文献[8]和[16]在进行大坝裂缝水力劈裂的研究时,将裂纹内的水压简化为矩形或三角形分布,而实际情况并非如此,此种简化没有考虑裂纹扩展过程中由于水体流动导致裂纹内水压重新分布的情形。由于裂纹内的水压分布对裂尖应力强度因子、裂纹扩展角及裂纹的扩展过程有直接的影响,本文将考虑裂纹内的流固耦合效应,基于扩展有限元法进行混凝土坝水力劈裂问题的数值模拟研究。

1 扩展有限元法的基本原理

扩展有限元法(XFEM)是 Belytschko 等在 1999 年针对不连续变形问题的求解首先提出的一种数值方法^[19]。该方法在单位分解思想的基础上,对常规有限元的形函数进行了改进,保留了常规有限元的优点,克服了模拟裂纹扩展时需要重新划分网格的要求^[20]。

1.1 单位分解法

1996年, Melenk 和 Babuška^[21]提出了单位分解法,其基本思想是任意函数 $\psi(x)$ 都可以在求解域内表示成下面形式:

$$\psi(x) = \sum_I N_I(x) \Phi(x), \quad (1)$$

式中, $N_I(x)$ 是有限元形函数,它满足单位分解,即 $\sum_I N_I(x) = 1$.单位分解法容许在相容的试探空间中增加用户自定义的局部特性,由此,可以在常规有限元位移近似表达式中根据需要对其修改,增加广义节点自由度及相应的附加插值函数,作为额外的插值场来反映不连续面的局部特性,间接地模拟局部不连续特性的存在.

1.2 位移模式的构造

为了在常规有限元位移模式中考虑裂纹的存在对位移的影响,需要对裂纹周围的节点自由度进行加强. Belytschko 等^[19]和 Moës 等^[22]提出了适合于描述含裂纹的近似插值函数,对弹性问题来说,其典型表达式为

$$u = \sum_{I \in \Omega} N_I(x) \left[u_I + \underbrace{H(x) a_I}_{I \in \Omega_r} + \underbrace{\sum_{j=1}^4 \varphi_j(x) b_I^j}_{I \in \Omega_\lambda} \right], \quad (2)$$

式中, Ω 为网格中所有离散节点的集合; Ω_r 为被裂纹穿过单元但排除裂尖单元节点的集合(图1中的方框点); Ω_λ 为裂尖单元节点集合(图1中的实黑点); u_I 为节点位移, a_I 为节点上与附加间断函数有关的加强自由度, b_I^j 为节点上与渐近缝尖函数有关的加强自由度, N_I 为节点形函数; $H(x)$ 为跳跃函数,反映裂纹面的不连续,在裂纹的两侧分别取 1 和 -1,即

$$H(x) = \text{sgn}(\phi(x)) = \begin{cases} 1, & \phi(x) > 0, \\ -1, & \phi(x) < 0. \end{cases} \quad (3)$$

$\varphi(x)$ 是裂尖渐近位移场附加函数,反映裂尖的奇异性,可以是以下函数基的线性组合:

$$\varphi(x) = [r^\lambda \sin(\lambda\theta), r^\lambda \cos(\lambda\theta), r^\lambda \sin(\lambda\theta) \sin\theta, r^\lambda \cos(\lambda\theta) \sin\theta], \quad (4)$$

其中, r 和 θ 是在裂尖极坐标系中定义的位置参数,如图2所示.裂纹内干燥时, $\lambda = 1/2$,即为常规扩展有限元的裂尖加强函数;裂纹内有液体存在时, λ 跟液体粘度、断裂韧度等因素有关^[23],本文假设裂纹内充满水,取 $\lambda = 2/3$.

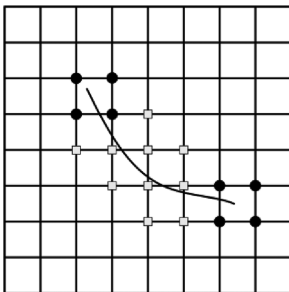


图1 裂纹附加节点

Fig. 1 The additional nodes to the crack

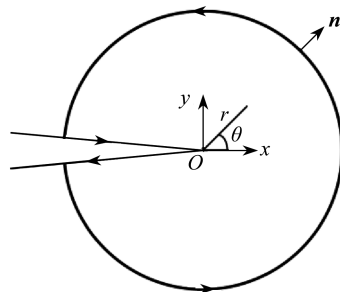


图2 裂尖局部坐标

Fig. 2 The local coordinate system at the crack tip

1.3 支配方程

扩展有限元的支配方程为

$$Kd = F, \quad (5)$$

式中, \mathbf{K} 是整体刚度矩阵, \mathbf{d} 是节点自由度列向量, \mathbf{F} 是外荷载列阵. 整体刚度矩阵和列阵由下面各单元的刚度矩阵 \mathbf{k} 和列阵 \mathbf{f} 组装而成:

$$\left\{ \begin{aligned} \mathbf{k}_{ij}^e &= \begin{bmatrix} \mathbf{k}_{ij}^{uu} & \mathbf{k}_{ij}^{ua} & \mathbf{k}_{ij}^{ub} \\ \mathbf{k}_{ij}^{au} & \mathbf{k}_{ij}^{aa} & \mathbf{k}_{ij}^{ab} \\ \mathbf{k}_{ij}^{bu} & \mathbf{k}_{ij}^{ba} & \mathbf{k}_{ij}^{bb} \end{bmatrix}, \mathbf{f}_i^s = \{ \mathbf{f}_i^u, \mathbf{f}_i^a, \mathbf{f}_i^{b_1}, \mathbf{f}_i^{b_2}, \mathbf{f}_i^{b_3}, \mathbf{f}_i^{b_4} \}^T, \\ \mathbf{d}^e &= \{ \mathbf{u}, \mathbf{a}, \mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \mathbf{b}_3, \mathbf{b}_4 \}^T, \end{aligned} \right. \quad (6)$$

其中, 子矩阵和子列阵分别为

$$\mathbf{k}_{ij}^{rs} = \int_{\Omega} (\mathbf{B}_i^r)^T \mathbf{D} \mathbf{B}_j^s d\Omega, \quad r, s = u, a, b, \quad (7)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \mathbf{f}_i^u &= \int_{\Omega} \mathbf{N}_i \mathbf{f}_b d\Omega + \int_{\Gamma} \mathbf{N}_i \mathbf{f}_t d\Gamma, \\ \mathbf{f}_i^a &= \int_{\Omega} \mathbf{N}_i H \mathbf{f}_b d\Omega + \int_{\Gamma} \mathbf{N}_i H \mathbf{f}_t d\Gamma, \\ \mathbf{f}_i^{b_k} &= \int_{\Omega} \mathbf{N}_i \varphi_k \mathbf{f}_b d\Omega + \int_{\Gamma} \mathbf{N}_i \varphi_k \mathbf{f}_t d\Gamma, \quad k = 1, 2, 3, 4, \end{aligned} \right. \quad (8)$$

$$\mathbf{B}_i^u = \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{N}_i}{\partial x} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \frac{\partial \mathbf{N}_i}{\partial y} \\ \frac{\partial \mathbf{N}_i}{\partial y} & \frac{\partial \mathbf{N}_i}{\partial x} \end{bmatrix}, \mathbf{B}_i^a = \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{N}_i H}{\partial x} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \frac{\partial \mathbf{N}_i H}{\partial y} \\ \frac{\partial \mathbf{N}_i H}{\partial y} & \frac{\partial \mathbf{N}_i H}{\partial x} \end{bmatrix}, \mathbf{B}_i^{b_k} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{N}_i \varphi_k}{\partial x} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \frac{\partial \mathbf{N}_i \varphi_k}{\partial y} \\ \frac{\partial \mathbf{N}_i \varphi_k}{\partial y} & \frac{\partial \mathbf{N}_i \varphi_k}{\partial x} \end{bmatrix}, \quad (9)$$

式中, i, j 为单元节点编号, $\mathbf{B}_i^u, \mathbf{B}_i^a, \mathbf{B}_i^{b_k}$ 分别为常规单元、贯穿单元和裂尖单元的应变矩阵, Ω 为体力作用区域, Γ 为面力作用边界. 进行水力劈裂模拟时, Γ 中包含单元中的裂纹面, 相应的面力 \mathbf{f}_t 中也包含裂纹面水压力. 在每个迭代步中, 找出当前计算单元内的裂纹面, 计算出此裂纹面上的水压分布, 等效到单元节点上, 然后与此单元中体力和单元边上面力产生的等效节点荷载作代数和, 即式(8)中的 $\mathbf{f}_i^a, \mathbf{f}_i^{b_k}$.

2 裂纹扩展准则及应力强度因子的计算

2.1 裂纹扩展准则

本文利用最大周向拉应力准则来判断裂纹扩展. 最大周向拉应力理论是由 Erdogan 和 Sih^[24] 根据树脂玻璃的 I-Ⅱ 复合型断裂试验提出来的, 该理论有两个基本假设:

- 1) 裂纹会沿着最大周向应力的方向扩展;
- 2) 当扩展方向的周向应力达到临界值时, 裂纹开始扩展.

根据线弹性断裂力学理论, 对于平面复合型裂纹问题, 裂尖的周向应力为

$$\sigma_{\theta} = \frac{1}{2\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} [K_{\perp} (1 + \cos \theta) - 3K_{\parallel} \sin \theta], \quad (10)$$

其中, r 和 θ 是在裂尖极坐标系中定义的位置参数, θ 是沿裂尖处裂纹段延长线的逆时针方向计算, σ_{θ} 是裂尖周向应力, K_{\perp} 和 K_{\parallel} 分别是 I 型、II 型裂纹的应力强度因子.

最大周向应力及其方向可由式(5)取极值得到

$$\theta_0 = 2\arctan \left[\frac{1}{4} \left(\frac{K_I}{K_{II}} \pm \sqrt{\frac{K_I^2}{K_{II}^2} + 8} \right) \right], \quad (11)$$

$$(\sigma_\theta)_{\max} = \frac{1}{2\sqrt{2\pi r_0}} \cos \frac{\theta_0}{2} [K_I (1 + \cos \theta_0) - 3K_{II} \sin \theta_0], \quad (12)$$

式中, $(\sigma_\theta)_{\max}$ 是最大周向应力, r_0 是距离裂尖的一段微小距离, θ_0 即是裂纹的扩展角. 若 $K_{II} = 0$, 则 $\theta_0 = 0$; 若 $K_{II} < 0$, 则 $\theta_0 < 0$; 若 $K_{II} > 0$, 则 $\theta_0 > 0$.

根据最大周向拉应力理论建立的裂纹扩展准则为

$$K_{\text{eq}} = \frac{1}{2} \cos \frac{\theta_0}{2} [K_I (1 + \cos \theta_0) - 3K_{II} \sin \theta_0] \geq K_{\text{IC}}, \quad (13)$$

其中, K_{eq} 是等效应力强度因子, K_{IC} 是 I 型裂纹的断裂韧性, 由材料属性决定, 与应力应变状态无关.

此外, 合理地选取裂纹扩展步长是很重要的, 过大会影响计算精度, 过小会带来很大的计算量. 本文取 $0.15a$ (a 为初始裂纹长度) 作为裂纹扩展步长进行数值模拟.

2.2 应力强度因子的计算

计算裂尖应力强度因子的方法一般有以下几种: 虚拟裂纹闭合法、虚拟裂纹扩展法、位移外推法和相互作用积分法等. Nagashima 等的研究表明相互作用积分法的精度最高^[25].

相互作用积分法是由 Yau 等提出的, 用来计算 I - II 混合型裂纹的应力强度因子^[26]. 其原理是在裂尖周围引入一个辅助场, 此时存在两个平衡状态: 状态 1, $(\sigma_{ij}^{(1)}, \varepsilon_{ij}^{(1)}, u_i^{(1)})$ 为真实状态; 状态 2, $(\sigma_{ij}^{(2)}, \varepsilon_{ij}^{(2)}, u_i^{(2)})$ 为辅助状态. 两个状态叠加后的 J 积分可写为

$$\begin{aligned} J^{(1+2)} &= \int_{\Gamma} \left[\frac{1}{2} (\sigma_{ij}^{(1)} + \sigma_{ij}^{(2)}) (\varepsilon_{ij}^{(1)} + \varepsilon_{ij}^{(2)}) \delta_{lj} - \right. \\ &\quad \left. (\sigma_{ij}^{(1)} + \sigma_{ij}^{(2)}) \frac{\partial (u_i^{(1)} + u_i^{(2)})}{\partial x_1} \right] \mathbf{n}_j d\Gamma = \\ &= J^{(1)} + J^{(2)} + I^{(1,2)}, \end{aligned} \quad (14)$$

式中, $J^{(1)}$, $J^{(2)}$, $J^{(1+2)}$ 分别为状态 1、状态 2 和叠加状态的 J 积分; $I^{(1,2)}$ 为状态 1、2 的相互作用积分. 积分项乘以一个光滑的权函数并应用散度定理, 最终可将相互作用积分写为下述的面积分:

$$I^{(1,2)} = \int_A \left[\sigma_{ij}^{(1)} \frac{\partial u_i^{(2)}}{\partial x_1} + \sigma_{ij}^{(2)} \frac{\partial u_i^{(1)}}{\partial x_1} - W^{(1,2)} \delta_{lj} \right] \frac{\partial q}{\partial x_j} dA, \quad (15)$$

其中, $W^{(1,2)} = \sigma_{ij}^{(1)} \varepsilon_{ij}^{(2)} = \sigma_{ij}^{(2)} \varepsilon_{ij}^{(1)}$ 为相互作用应变能密度; 积分区域如图 3, 其边界为 $\partial A = C^+ \cup C^- \cup \Gamma \cup C_0$, \mathbf{m}_j , \mathbf{n}_j 为区域 A 的单位法线向量 (在边界 Γ 上方向相反, 其余边界上方向相同); q 为权函数, 其取值如图 4.

对于二维问题, 能量释放率可表示为

$$J = \frac{K_I^2 + K_{II}^2}{E^*}, \quad (16)$$

式中, $E^* = E$ (平面应力问题), $E^* = E/(1 - \nu^2)$ (平面应变问题).

两个平衡状态的能量释放率叠加可得到

$$J^{(1+2)} = J^{(1)} + J^{(2)} + \frac{2}{E^*} (K_I^{(1)} K_I^{(2)} + K_{II}^{(1)} K_{II}^{(2)}). \quad (17)$$

对比式(14)和(17)可知

$$I^{(1,2)} = \frac{2}{E^*} (K_I^{(1)} K_I^{(2)} + K_{II}^{(1)} K_{II}^{(2)}), \quad (18)$$

式中,分别选取状态 2 为纯 I 型 ($K_I^{(2)} = 1, K_{II}^{(2)} = 0$) 和纯 II 型 ($K_I^{(2)} = 0, K_{II}^{(2)} = 1$) 的渐近场, 可得

$$K_I^{(1)} = \frac{E^*}{2} I^{(1, \text{mode I})}, K_{II}^{(1)} = \frac{E^*}{2} I^{(1, \text{mode II})}. \quad (19)$$

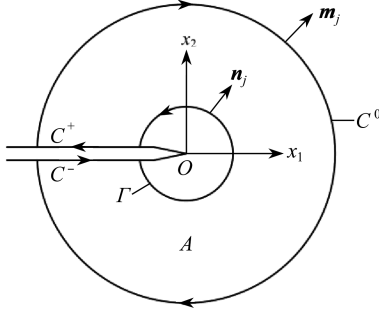


图 3 应力强度因子的计算区域

Fig. 3 The domain for stress intensity factor calculation

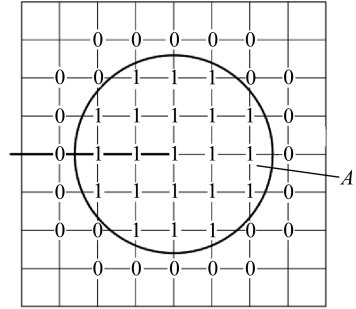


图 4 权函数 q 的定义

Fig. 4 The definition of weight function q

式(15)是假设均质材料、直裂纹且裂纹面上无面力作用的情况下推导出来的, Dolbow 等^[27]给出了裂纹面上有面力作用时的相互作用积分

$$I^{(1,2)} = \int_A \left[\sigma_{ij}^{(1)} \frac{\partial u_i^{(2)}}{\partial x_1} + \sigma_{ij}^{(2)} \frac{\partial u_i^{(1)}}{\partial x_1} - W^{(1,2)} \delta_{lj} \right] \frac{\partial q}{\partial x_j} dA - \int_{C^+ + C^-} \left[\sigma_{i2}^{(1)} \frac{\partial u_i^{(2)}}{\partial x_1} + \sigma_{i2}^{(2)} \frac{\partial u_i^{(1)}}{\partial x_1} \right] q m_2 dC. \quad (20)$$

3 裂缝内水压分布模型与程序实施

裂缝间的流体和结构之间的相互作用是一种典型的流固耦合问题.一方面,裂缝流体施加压力荷载于裂缝面,引起结构与之相应的变形或导致裂纹进一步扩展;另一方面,裂缝面的变形或者长度的改变又引起裂缝流体边界的变化,进而影响流体在裂缝内的压力分布.

3.1 裂缝内的水压分布模型

国外学者 Brühwiler 和 Saouma 进行了一系列的试验,针对混凝土试件在裂缝内水压力和荷载共同作用下的响应进行了研究分析^[4].他们认为当裂缝的张开宽度 d 超过了临界张开宽度 d_{w0} 时,水压增大到全水头水压;小于临界宽度时,水压即为裂缝张开宽度的函数.根据试验中测定的结果,给出了水压分布的 2 次曲线模型:

$$\frac{\sigma_w}{\sigma_{w0}} = 2 \frac{d}{d_{w0}} - \left(\frac{d}{d_{w0}} \right)^2, \quad (21)$$

式中, σ_w 为当前裂缝宽度 d 所对应的水压值, σ_{w0} 为外界全水头对应的水压值.不同的外界水压所对应的临界裂缝宽度 d_{w0} 如下:

$$\begin{cases} d_{w0} = 0.126 - 0.255\sigma_{w0}, & 0.1 \text{ MPa} < \sigma_{w0} < 0.3 \text{ MPa}, \\ d_{w0} = 0.10657 - 0.055\sigma_{w0}, & 0.3 \text{ MPa} < \sigma_{w0} < 0.9 \text{ MPa}, \\ d_{w0} = 0.0293 - 0.0146\sigma_{w0}, & 0.9 \text{ MPa} < \sigma_{w0} < 2.0 \text{ MPa}. \end{cases} \quad (22)$$

上述模型体现了裂缝扩展过程中水压的分布和裂纹宽度之间的关系,也在一定程度上反映了流固耦合效应。

3.2 程序实现

裂缝内的静水压力作为一种面力施加到裂缝面上,随着裂缝的张开和不断向前扩展,缝内的水压也在不断地变化,需要在计算过程中对水压力信息进行实时更新。

水压力的施加是针对每一个裂纹段进行的,根据裂缝内的水压分布,等效到裂纹段两侧含附加自由度的节点上,具体过程如下:

- 1) 对整条裂纹中的裂纹段循环,搜索每条裂纹段两侧的附加自由度节点;
- 2) 对裂纹段两侧的附加自由度节点进行循环,并分别向裂纹面进行投影,根据其投影位置和裂纹内水压分布,计算出对应位置的水压值;
- 3) 根据静力等效原理和裂纹面外法线方向,将裂纹面水压等效施加到节点上。

4 典型重力坝水力劈裂的数值模拟分析

考虑某典型混凝土重力坝,坝顶宽、坝底宽和坝高分别为 9 m, 76 m 和 96 m,上游坡面垂直,下游坡面坡度为 1:0.7,坝体混凝土的弹性模量为 2.5×10^{10} Pa, Poisson (泊松) 比为 0.167, 抗拉强度为 3.6 MPa, 断裂韧度为 $K_C = 675\ 314 \text{ Pa} \cdot \text{m}^{1/2}$, 密度为 $2\ 400 \text{ kg/m}^3$; 坝基岩体的弹性模量为 2.4×10^{10} Pa, Poisson 比为 0.25, 密度为 $2\ 700 \text{ kg/m}^3$ 。假定坝体上游面距坝踵 20 m 处有一条水平裂纹, 长度为 8 m, 如图 5 所示。

考虑大坝受重力和上游水荷载,先施加自重荷载,再施加上游水压力,并假定水位按每增量步 2.5 m 的方式逐级增加到坝顶水位,在此过程中,预设裂纹会发生扩展,然后再逐级减少至裂纹扩展停止。坝基的计算范围为向上游、下游和基岩深度方向各取 1 倍坝高,坝基下部为竖向约束,左右边界为水平约束。假设坝体与坝基是完全接触的,网格的划分不考虑裂纹的影响,采用 4 节点等参单元,共 2 276 个单元和 2 392 个节点。

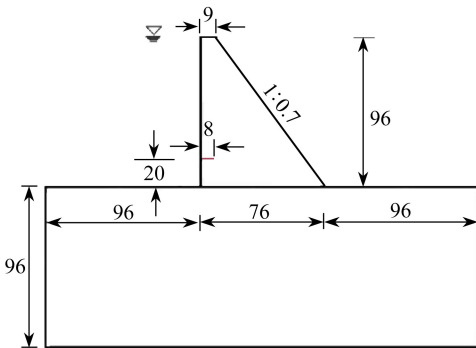


图 5 模型尺寸(单位:m)

Fig. 5 The geometry of the model(unit: m)

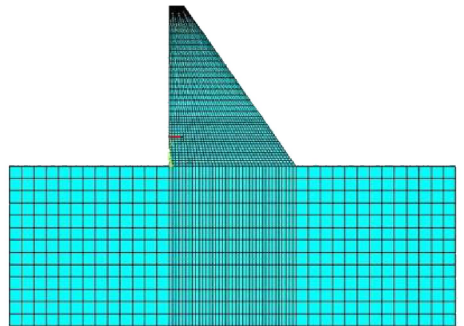


图 6 网格划分

Fig. 6 The mesh of the model

本文在计算裂纹内水压分布时,假设水流前锋可以直接到达裂纹尖端处。计算结果表明:当上游水位为 67.5 m 时,预设的裂纹开始起裂,并随着水位的上升,裂纹不断扩展;当水位降至 62.5 m 时,裂纹停止扩展。图 7 是水位为 75 m 时不同位置的裂纹宽度,图 8 是该水位下整条裂纹内的水压分布曲线图。从中可以看出,随着位置靠近裂尖,裂纹宽度和水压大小均呈递减趋势。这个规律与文献[4]基于有限元法计算含缝重力坝所得的缝内水压分布特征相一致。

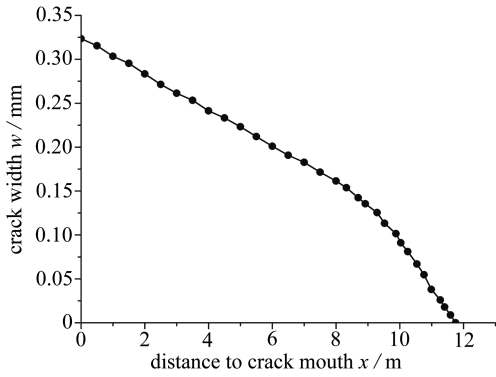


图 7 裂纹宽度分布曲线

Fig. 7 The crack width distribution

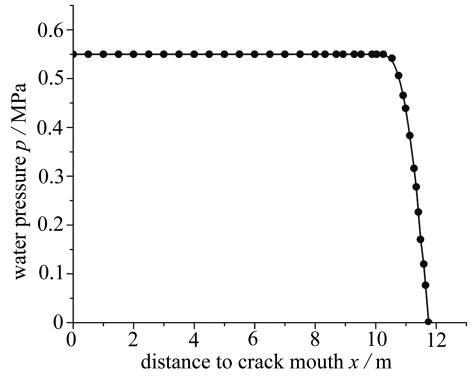


图 8 裂纹内水压分布曲线

Fig. 8 The water pressure distribution in the crack

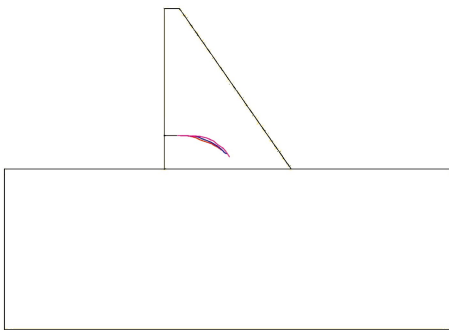


图 9 裂纹扩展路径示意图

Fig. 9 The schematic of crack propagation

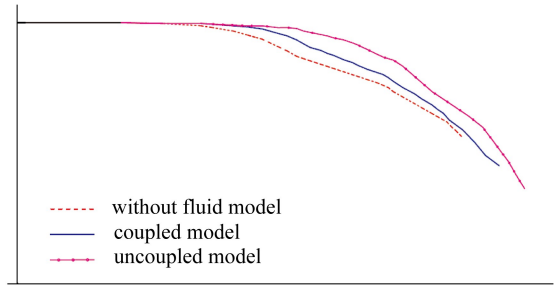


图 10 3种情况的裂纹扩展路径(放大6倍)

Fig. 10 The crack growth paths of the 3 models (6 times magnification)

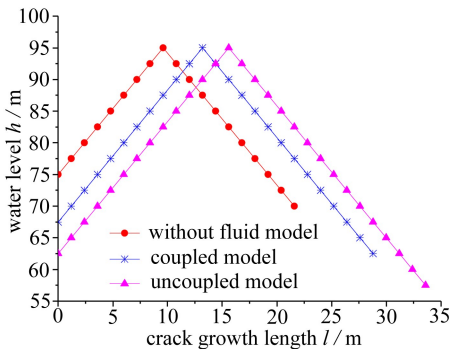


图 11 裂纹扩展长度曲线

Fig. 11 The crack growth length curves

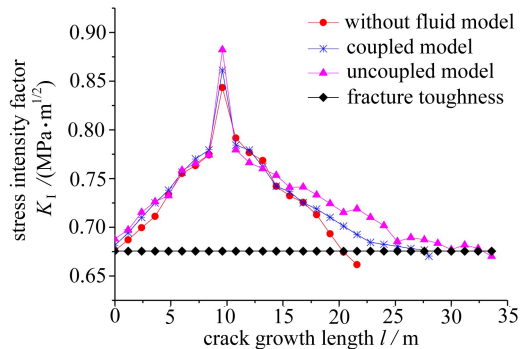


图 12 应力强度因子随裂纹扩展长度的变化规律

Fig. 12 The stress intensity factors vs. the crack growth length

图 9、10 分别给出裂纹在其内部无水压、考虑流固耦合效应和不考虑耦合效应(水压为外部全水头)3种情况下的扩展路径,图 11 是随着坝体上游水位的增减,裂纹扩展长度的变化曲线,图 12 是裂尖应力强度因子随裂纹扩展长度的变化规律。从中不难看出,裂纹内有水时的扩展角要小于无水时的结果,且考虑流固耦合效应对应的扩展角大于不考虑流固耦合效应对应的情况,与文献[28]得到的结果相一致;有水时的扩展距离要大于无水时的情况,这是因为裂纹面上施加了外法线方向的水压力,相当于增大了 I 型裂纹扩展的驱动力,应力强度因子也相应增大,此外,考虑流固耦合效应得到的扩展距离要小于不考虑流固耦合效应相应的结果。综

合来看,考虑流固耦合效应得到的结果介于无水和有水且不考虑流固耦合效应之间。

5 结 论

本文基于扩展有限元法并考虑流固耦合效应,进行了混凝土坝水力劈裂问题的数值模拟研究。采用 Brühwiler 和 Saouma 的试验成果描述裂纹中的水压分布,以反映水压和裂纹宽度的耦合关系,给出了扩展有限元法在裂纹面上施加水压力荷载的实施方法,得到了各种情况下裂纹内不同位置的裂纹宽度、水压大小、应力强度因子以及裂纹的扩展路径等成果。研究结果表明,在水力劈裂过程中,裂纹宽度和水压越接近裂尖位置越小,裂纹内流固耦合效应的考虑与否对裂纹的扩展路径和距离有一定的影响,相比于不考虑耦合效应时的扩展路径,当考虑裂纹内的流固耦合效应时,扩展角变大,扩展距离变短。

由于裂纹内水的运动极为复杂,为了准确预测裂纹的扩展路径,使之更符合实际情况,需要更深入全面地研究裂纹内水的运动规律,发展相应的流固耦合模型,目前这方面的工作正在进行中。

参考文献(References):

- [1] Murdoch L C. Forms of hydraulic fractures created during a field test in fine-grained glacial drift[J]. *Quarterly Journal Engineering Geology*, 1995, **28**(1): 23-25.
- [2] 贾金生, 李新宇, 郑瑾莹. 特高重力坝考虑高压水劈裂影响的初步研究[J]. 水利学报, 2006, **37**(12): 1509-1515. (JIA Jin-sheng, LI Xin-yu, ZHENG Cui-ying. Studies on problem of high gravity dams higher than 200 m with consideration of hydraulic fracturing under water pressure[J]. *Journal of Hydraulic Engineering*, 2006, **37**(12): 1509-1515. (in Chinese))
- [3] Brühwiler E, Saouma V E. Water fracture interaction in concrete—part I: fracture properties [J]. *ACI Materials Journal*, 1995, **92**(3): 296-303.
- [4] Brühwiler E, Saouma V E. Water fracture interaction in concrete—part II: hydrostatic pressure in cracks[J]. *ACI Materials Journal*, 1995, **92**(4): 383-390.
- [5] Slowik V, Saouma V E. Water pressure in propagating concrete cracks[J]. *Journal of Structural Engineering*, 2000, **126**(3): 235-242.
- [6] 王建敏. 静水压力环境下混凝土裂缝扩展与双 K 断裂参数试验研究[D]. 博士学位论文. 大连: 大连理工大学, 2008. (WANG Jian-min. Experimental study on crack propagation and fracture parameters of concrete dams on hydrostatic pressure circumstance[D]. PhD Thesis. Dalian: Dalian University of Technology, 2008. (in Chinese))
- [7] 李宗利, 任青文, 王亚红. 岩石与混凝土水力劈裂缝内水压分布的计算[J]. 水利学报, 2005, **36**(6): 656-661. (LI Zong-li, REN Qing-wen, WANG Ya-hong. Formula for water pressure distribution in rock or concrete fractures formed by hydraulic fracturing[J]. *Journal of Hydraulic Engineering*, 2005, **36**(6): 656-661. (in Chinese))
- [8] 黄云, 金峰, 王光纶, 张楚汉. 高拱坝上游坝踵裂缝稳定性及其扩展[J]. 清华大学学报(自然科学版), 2002, **42**(4): 555-559. (HUANG Yun, JIN Feng, WANG Guang-lun, ZHANG Chu-han. Stability and propagation of cracks at the heel of high arch dams[J]. *Journal of Tsinghua University(Science and Technology)*, 2002, **42**(4): 555-559. (in Chinese))
- [9] Barpi F, Valente S. Modeling water penetration at dam-foundation joint[J]. *Engineering Fracture Mechanics*, 2007, **75**(3): 629-642.
- [10] Hunsweck M J, Shen Y X, Lew A J. A finite element approach to simulation of hydraulic frac-

- tures with lag[J]. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 2013, **37**(9): 993-1015.
- [11] Shimizu H, Murata S, Ishida T. The distinct element analysis for hydraulic fracturing in hard rock considering fluid viscosity and particle size distribution[J]. *International Journal for Rock Mechanics and Mining Sciences*, 2011, **48**(5): 712-727.
- [12] Ganis B, Mear M E, Sakhaee-Pour A, Wheeler M F, Wick T. Modeling fluid injection in fractures with a reservoir simulator coupled to a boundary element method[J]. *Computational Geosciences*, 2014, **18**(5): 613-624.
- [13] Shi G H. Manifold method of material analysis[R]. Transactions of the 9th Army Conference on Applied Mathematics and Computing. Report No 92-1. Minneapolis, MN: US Army Research Office, 1991: 57-76.
- [14] Zheng H, Xu D D. New strategies for some issues of numerical manifold method in simulation of crack propagation[J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2014, **97**(13): 986-1010.
- [15] 方修君, 金峰. 裂隙水流与混凝土开裂相互作用的耦合模型[J]. 水利学报, 2007, **38**(12): 1466-1474.(FANG Xiu-jun, JIN Feng. Coupling model for interaction between fissure water and cracking in concrete[J]. *Journal of Hydraulic Engineering*, 2007, **38**(12): 1466-1474. (in Chinese))
- [16] 董玉文, 任青文. 重力坝水力劈裂分析的扩展有限元法[J]. 水利学报, 2011, **42**(11): 1361-1367.(DONG Yu-wen, REN Qing-wen. An extended finite element method for modeling hydraulic fracturing in gravity dam[J]. *Journal of Hydraulic Engineering*, 2011, **42**(11): 1361-1367. (in Chinese))
- [17] 江守燕, 杜成斌. 动载下缝端应力强度因子计算的扩展有限元法[J]. 应用数学和力学, 2013, **34**(6): 586-597.(JIANG Shou-yan, DU Cheng-bin. Evaluation on stress intensity factors at the crack tip under dynamic loads using extended finite element methods[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2013, **34**(6): 586-597. (in Chinese))
- [18] 曾青冬, 姚军. 基于扩展有限元的页岩水力压裂数值模拟[J]. 应用数学和力学, 2014, **35**(11): 1239-1248.(ZENG Qing-dong, YAO Jun. Numerical simulation of shale hydraulic fracturing based on the extended finite element method[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2014, **35**(11): 1239-1248. (in Chinese))
- [19] Belytschko T, Black T. Elastic crack growth in finite elements with minimal remeshing[J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 1999, **45**(5): 601-620.
- [20] Karihaloo B L, Xiao Q Z. Modeling of stationary and growing cracks in FE framework without remeshing: a state-of-the-art review[J]. *Computers and Structures*, 2003, **81**(3): 119-129.
- [21] Melenk J M, Babuška I. The partition of unity finite element method: basic theory and applications[J]. *Computer Methods in Applied Mechanics & Engineering*, 1996, **139**(1/4): 289-314.
- [22] Moës N, Dolbow J, Belytschko T. A finite element method for crack growth without remeshing[J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 1999, **46**(1): 131-150.
- [23] Lecampion B. An extended finite element method for hydraulic fracture problems[J]. *Communications in Numerical Methods in Engineering*, 2009, **25**(2): 121-133.
- [24] Erdogan F, Sih G C. On the crack extension in plates under plane loading and transverse shear[J]. *Journal of Basic Engineering*, 1963, **85**(4): 519-527.
- [25] Nagashima T, Omoto Y, Tani S. Stress intensity factor analysis of interface cracks using X-

- FEM[J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2003, **56**(8): 1151-1173.
- [26] Yau J F, Wang S S. An analysis of interface cracks between dissimilar isotropic materials using conservation integral in elasticity[J]. *Engineering Fracture Mechanics*, 1984, **20**(3): 423-432.
- [27] Dolbow J, Moës N, Belytschko T. An extended finite element method for modeling crack growth with frictional contact[J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2001, **190**(51/52): 6825-6846.
- [28] 董玉文. 基于扩展有限元法的混凝土结构开裂数值分析研究[D]. 博士学位论文. 南京: 河海大学, 2008. (DONG Yu-wen. Numerical analysis of concrete structure cracking based on extended finite element method[D]. PhD Thesis. Nanjing: Hohai University, 2008. (in Chinese))

Modelling of Hydraulic Fracturing for Concrete Gravity Dams Under Fluid-Structure Interaction

WANG Ke-feng, ZHANG Qing, XIA Xiao-zhou
(College of Mechanics and Materials, Hohai University,
Nanjing 210098, P.R.China)
(Contributed by ZHANG Qing, M. AMM Editorial Board)

Abstract: High-pressure hydraulic fracturing (HF) is an important part of the safety assessment of high concrete dams. Fluid-structure interaction during the fracturing process is the key-point to accurately predict the crack growth path and the risk level. The extended finite element method (XFEM) was used in the numerical simulation of HF for concrete gravity dams. The water pressure distribution model was built based on the experimental results of hydraulic fracturing tests carried out by Brühwiler and Saouma, which embodied the coupling relationship between water pressure and crack width. The method of applying water pressure on to crack surfaces was also given in the XFEM program and then the hydraulic fracturing of gravity dams was simulated. The results show that the XFEM is a very convenient and effective tool to simulate hydraulic crack propagation. For the XFEM, the crack in simulation propagates without re-meshing and the crack width is easily determined with the additional DOFs. When the fluid-structure interaction is in consideration, the extension angle will be bigger and the crack growth length be shorter than those in the condition without fluid-structure interaction.

Key words: fluid-structure interaction; gravity dam; hydraulic fracture; XFEM; crack propagation

Foundation item: The National Natural Science Foundation of China (51179064; 11132003; 11372099)