

转子动力学横向振动基本方程*

吴 锋, 徐小明, 李明武, 高 强, 钟万勰

(大连理工大学 工程力学系; 工业装备结构分析国家重点实验室
(大连理工大学), 辽宁 大连 116024)

(本刊编委钟万勰来稿)

摘要: 针对转子动力学系统横向振动基本方程进行研究,将 Euler(欧拉)角表示引入转子动力学系统,可以建立描述转子的非线性旋转运动的精细数学模型,并将该精细模型线性化,建立了描述转子动力的基本方程,通过数值算例分析验证了该方程的正确性和有效性。

关键词: 转子动力学; Euler角; 涡动

中图分类号: O347.6 **文献标志码:** A

doi: 10.3879/j.issn.1000-0887.2015.10.001

引 言

转轴系统的振动,对于高速旋转机组,例如在汽轮发电机组、工业汽轮机组、喷气发动机等方面,是工程关心的问题.通常采用线性理论研究^[1-4].文献[5]用弹性梁,再加上非线性的陀螺动力学,建立 Lagrange 函数进行动力学积分,得到了考虑多种因素的旋转轴横向振动的解,理论上有着坚实基础,无可争辩.然而随着非线性因素的进入,计算量增加了很多.

虽然非线性动力方程考虑的因素比较全面,但对于转轴系统的振动,将线性问题阐述清楚很重要.因为如临界转速 Ω_{cr} 等理论在线性理论中才能呈现出来.并且,线性近似理论求解快速且简单,进一步可将乘法保辛摄动方法运用于非线性动力问题.转子不能考虑横向线位移几何非线性的振动.若横向位移振幅大,叶片就会蹭到定子,这是不允许的.然而,圆盘转角的振动,却应考虑非线性因素.

工程中高速转动的机组,例如汽轮发电机组等,它们往往采用柔性旋转轴,此时转子在超临界转速下工作(即 $\Omega^2 \gg \Omega_{cr}^2$),其中 Ω 是轴线旋转角速度,而 Ω_{cr} 则是临界转速.一根轴有多个转盘,临界转速 Ω_{cr} 有多个,要认真分析其横向振动.首先应做好线性问题的求解^[6];然后再用保辛乘法摄动^[6-7],以考虑其余因素.转子总是从转速 0,逐步连续提高到工作转速 Ω_n ,因此总要经过若干个低于 Ω_n 的临界转速.首先要将多个转盘的旋转轴振动的线性微分方程推导出来.

* 收稿日期: 2015-06-25; 修订日期: 2015-09-15

基金项目: 国家自然科学基金(面上项目)(11472067)

作者简介: 吴锋(1985—),男,江苏靖江人,博士(通讯作者. E-mail: wufeng_chn@163.com);

徐小明(1986—),男,辽宁东港人,博士生(E-mail: xxm@mail.dlut.edu.cn);

高强(1978—),男,内蒙古赤峰人,副教授,博士(E-mail: qgao@dlut.edu.cn);

钟万勰(1934—),男,浙江德清人,教授,中科院院士(E-mail: zwoffice@dlut.edu.cn).

1 Euler 角表示及其线性近似

从 Euler-Lagrange 动力学变分原理可以导出转轴横向振动的基本方程,文献[5]针对带有 n_p 个质量为 m_i 的转轴振动方程,以 Euler 角 $(\phi_i, \theta_i, \psi_i)$ 为变量(下标 i 代表第 i 号转盘),其中对应的 Lagrange 函数 $L = T - U$ 是动能减势能.但按文献[5]的方法推导出的系统微分方程是非线性的,且计算量大,本文在此基础上将非线性的振动方程进行线性化,得到线性的振动方程,以利于计算.参看图 1,设惯性坐标系为 $O-XYZ$,贴轴坐标系为 $O'-x_p y_p z_p$, z 是旋转轴方向,而 x, y 是横向,贴轴坐标 $O'-x_p y_p z_p$ 是围绕转轴 $O'z$ 旋转的,为相对坐标, q_{xi}, q_{yi} 表示绝对坐标线位移,在文献[5]中得到的非线性转轴振动方程为精细数学模型,是针对贴盘坐标 $O'-x_p y_p z_p$ 分析的.

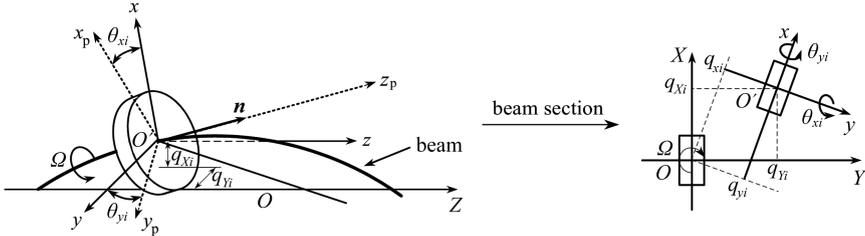


图 1 单转子系统

Fig. 1 A single rotor system

在贴轴坐标 $O'-x_p y_p z_p$ 中,传统的线性齐次无阻尼振动方程可以表示为

$$\mathbf{M}_i \ddot{\mathbf{q}}_i + \mathbf{G}_i \dot{\mathbf{q}}_i + \mathbf{K}_{s,i} \mathbf{q}_i = \mathbf{0}, \quad (1)$$

其中每个盘 i 的位移向量 \mathbf{q}_i 由 2 个横向线位移 q_{xi}, q_{yi} 和圆盘法线 θ_{xi}, θ_{yi} (在贴轴相对坐标中) 组成, $\mathbf{q}_i = \{q_{xi} \ q_{yi} \ \theta_{xi} \ \theta_{yi}\}^T$, 而转角究竟是贴轴坐标的还是贴盘坐标的,则不再区分.轴向转动已经由 Ω 给出,不包含在 \mathbf{q}_i 中;认为轴向线位移 $q_{zi} = 0$.这种组合是线性理论所需要的,也是许多教材选用的位移向量.如果只考虑一个圆盘, $i = 1$, 不必再加下标.不失一般性,在后续讨论中,均不加下标.

文献[5]是精细数学模型,利用 Lagrange 函数,并运用时间有限元积分进行非线性积分.对应的线性理论当然也可从其 Lagrange 函数推出,这样线性近似与非线性的差别就能呈现.推导可用单盘问题进行,很容易就能推广到多盘问题.考虑只有一个盘,其动能可表示为

$$T(\mathbf{q}) = T(q_x, q_y, \psi, \theta, \phi; \dot{q}_x, \dot{q}_y, \dot{\psi}, \dot{\theta}, \dot{\phi}) = T_E + T_q, \quad (2)$$

其中 T_E, T_q 分别是角变位和线变位提供的动能.根据文献[5], Euler 角 (ϕ, θ, ψ) 表示的角速度 $\boldsymbol{\omega} = \{\omega_x, \omega_y, \omega_z\}^T$ 为

$$\begin{cases} \omega_x = \dot{\phi} \sin \theta \sin \psi + \dot{\theta} \cos \psi, \\ \omega_y = \dot{\phi} \sin \theta \cos \psi - \dot{\theta} \sin \psi, \\ \omega_z = \dot{\phi} \cos \theta + \dot{\psi}. \end{cases} \quad (3)$$

圆盘旋转的动能 T_E 为

$$\begin{aligned} T_E &= \frac{1}{2} [I_x \omega_x^2 + I_y \omega_y^2 + I_z \omega_z^2] = \frac{1}{2} [I_2 (\omega_x^2 + \omega_y^2) + I_1 \omega_z^2] = \\ &= \frac{1}{2} I_1 (\dot{\phi} \cos \theta + \dot{\psi})^2 + \frac{1}{2} I_2 \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} I_2 \dot{\phi}^2 \sin^2 \theta. \end{aligned} \quad (4)$$

以上公式是严格的非线性,其具体推导可见文献[5].

势能本来就适用线性理论,而式(4)中的旋转动能 T_E 是非线性的,对应于贴盘的转角速度向量,当归化到线性理论时,这里采用绝对坐标 $O-XYZ$ 下的线位移向量 q_x, q_y, q_z , 以及 Euler 角作为未知变量.转动能量计算需要贴盘坐标的转速 $\boldsymbol{\omega}_p = \{\omega_{xp}, \omega_{yp}, \omega_{zp}\}^T$, 如果忽略转轴的扭转变形,则必然有 $\boldsymbol{\omega}_{zp} = \boldsymbol{\Omega}$, 其中 $\boldsymbol{\Omega}$ 是轴的给定转速,即可以得到一个非完整的约束条件:

$$\dot{\phi} \cos \theta + \dot{\psi} = \boldsymbol{\Omega}. \quad (5)$$

上式表明,3个 Euler 角中,只有2个是真正独立的,事实上可以调整自转角 ψ , 从而满足约束条件(5).非完整约束的动力学积分,文献[8-9]提供了离散的基于祖冲之类算法的求解.

转轴振动时,章动角 θ 很小.Euler 角 (ϕ, θ, ψ) 只涉及绝对坐标与贴盘坐标,没有贴轴坐标之说;贴轴坐标对于线位移向量的描述有用,但不是为了转动而设的.文献[5]将贴轴坐标的线位移以及 Euler 角 (ϕ, θ, ψ) 作为未知数建立了精细的数值模型,其数值结果可以说是无可置疑的.这里进行线性化,取 (ϕ, θ) 为圆盘转动的两个基本未知数,则贴盘坐标的横向转角为

$$\begin{cases} \theta_{xp}(t) = \theta(t) \cos \phi(t), \\ \theta_{yp}(t) = \theta(t) \sin \phi(t), \\ \theta^2(t) = \theta_{xp}^2(t) + \theta_{yp}^2(t), \end{cases} \quad (6)$$

其中 θ_{xp}, θ_{yp} 的下标分别记为贴盘坐标在绝对坐标下的两个法线转角.引入向量表示

$$\boldsymbol{\theta}_p = \begin{Bmatrix} \theta_{xp}(t) \\ \theta_{yp}(t) \end{Bmatrix} = \theta(t) \boldsymbol{e}, \quad \boldsymbol{e} = \begin{Bmatrix} \cos \phi(t) \\ \sin \phi(t) \end{Bmatrix}, \quad \boldsymbol{\theta}_p^T \boldsymbol{\theta}_p = \theta^2, \quad (7)$$

微商之

$$\begin{cases} \dot{\theta}_{xp}(t) = \dot{\theta}(t) \cos \phi(t) - \theta \sin \phi(t) \cdot \dot{\phi}, \\ \dot{\theta}_{yp}(t) = \dot{\theta}(t) \sin \phi(t) + \theta \cos \phi(t) \cdot \dot{\phi}, \\ \dot{\theta}^2(t) = \dot{\theta}_{xp}^2(t) + \dot{\theta}_{yp}^2(t) - \theta^2 \dot{\phi}^2. \end{cases} \quad (8)$$

文献[5]的一系列例题结果表明,章动角 θ 很小.于是有非完整约束条件(5),对应地有 Lagrange 乘子 λ_c .式(4)的旋转动能与约束条件(5)可取线性化近似: $\cos \theta \approx 1 - \theta^2/2$, $\sin \theta \approx \theta$, 和 $\alpha(t) = \phi + \psi$.代数运算给出

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{e}} = \dot{\phi} \boldsymbol{J} \boldsymbol{e}, \quad \dot{\boldsymbol{\theta}}_p = (\dot{\theta} \boldsymbol{I} - \theta \dot{\phi} \boldsymbol{J}) \boldsymbol{e}, \quad \boldsymbol{e}^T \boldsymbol{e} = 1, \quad \boldsymbol{e}^T \dot{\boldsymbol{e}} = 0, \\ \boldsymbol{\theta}_p^T \boldsymbol{J} \dot{\boldsymbol{\theta}}_p = \theta(t) \boldsymbol{e}^T \boldsymbol{J} \cdot (\dot{\theta} \boldsymbol{I} - \theta \dot{\phi} \boldsymbol{J}) \boldsymbol{e} = \theta^2 \dot{\phi}, \\ \dot{\boldsymbol{\theta}}_p^T \dot{\boldsymbol{\theta}}_p = \dot{\theta}^2 - \theta^2 \dot{\phi}^2. \end{cases} \quad (9)$$

于是线性化的动能(未知数的二次式)可近似为

$$\begin{aligned} T_E &= \frac{1}{2} I_1 (\dot{\phi} \cos \theta + \dot{\psi})^2 + \frac{1}{2} I_2 \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} I_2 \dot{\phi}^2 \sin^2 \theta = T_{E1} + T_{Ea} \approx \\ T_{E1} &= \frac{1}{2} I_1 (\dot{\phi} - \dot{\phi} \theta^2/2 + \dot{\psi})^2 + \frac{1}{2} I_2 \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} I_2 \dot{\phi}^2 \theta^2 = \\ &= \frac{1}{2} I_1 [\dot{\alpha}(t) - \boldsymbol{\theta}_p^T \boldsymbol{J} \dot{\boldsymbol{\theta}}_p/2]^2 + \frac{1}{2} I_2 [\dot{\boldsymbol{\theta}}_p^T \dot{\boldsymbol{\theta}}_p], \quad \alpha(t) = \phi + \psi, \end{aligned} \quad (10)$$

其中 $I_2 [\dot{\boldsymbol{\theta}}_p^T \dot{\boldsymbol{\theta}}_p]/2$ 是正定动能,等式 $\dot{\boldsymbol{\theta}}_p^T \dot{\boldsymbol{\theta}}_p = \dot{\theta}^2 - \theta^2 \dot{\phi}^2$ 表明了选择 $\boldsymbol{\theta}_p(t)$ 为基本未知数以代替转轴坐标的转角的意义; T_{Ea} 是高阶项.线性化项 T_{E1} 已经改换为以 $\boldsymbol{\theta}_p(t)$ 为基本未知数的函数.而

线性化的约束成为

$$\dot{\alpha} - \dot{\phi}\theta^2/2 = \dot{\alpha} - \theta_p^T \mathbf{J} \dot{\theta}_p / 2 = \Omega \Rightarrow \dot{\alpha} = \Omega, \quad (11)$$

即函数 $\alpha(t)$ 可用于调整满足约束条件,其余因素可在乘法保辛摄动时加以考虑.

线性化下的振动主要是 $\theta_p(t)$ 以及绝对坐标线位移 q_X, q_Y 的变化,而进动 $\phi(t)$ 虽然是 360° 旋转,根据 $\theta_p(t)$, 可计算 $\phi(t), \theta(t)$. 从文献[5] 的精细求解知道,总体来说 $\alpha(t)$ 基本上是直线变化的.这样,原来的 Euler 角 (ϕ, θ, ψ) 转换为 $\theta_p(t), \alpha(t)$ 的 3 个角变位了.

横向振动选择 $\mathbf{q}_a = \{q_X, q_Y\}^T$ 以及 $\theta_p(t)$ 为独立未知数.因 T_E 只是转动动能,还需要加上绝对线速度的

$$T_q(\dot{\mathbf{q}}_a) = m[\dot{q}_X^2 + \dot{q}_Y^2]/2 = m\dot{\mathbf{q}}_a^T \dot{\mathbf{q}}_a / 2,$$

得到总动能

$$T(\mathbf{q}_a, \dot{\mathbf{q}}_a; \theta_p, \dot{\theta}_p) = T_q(\dot{\mathbf{q}}_a) + T_E(\theta_p, \dot{\theta}_p). \quad (12)$$

Lagrange 函数 $L = T - U$ 还有变形能 $U(\mathbf{q}_a; \theta_p)$ 要确定,可认为线性化的 $U_l(\mathbf{q}_a; \theta_p)$ 按结构力学 Euler-Bernoulli 梁或 Timoshenko 梁理论,已经给出.

圆盘位移与变形能当然有关联, Euler 角 (ϕ, θ, ψ) 是表示圆盘角变位的,在绝对坐标的任一向量 \mathbf{d} 转换到贴盘坐标的向量是 $\mathbf{T} \cdot \mathbf{d}$, 根据文献[5], \mathbf{T} 可以表示为

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \cos \psi \cos \phi - \cos \theta \sin \phi \sin \psi & \cos \psi \sin \phi + \cos \theta \cos \phi \sin \psi & \sin \psi \sin \theta \\ -\sin \psi \cos \phi - \cos \theta \sin \phi \cos \psi & -\sin \psi \sin \phi + \cos \theta \cos \phi \cos \psi & \cos \psi \sin \theta \\ \sin \theta \sin \phi & -\sin \theta \cos \phi & \cos \theta \end{bmatrix}. \quad (13)$$

上式第 3 行中

$$T_{31} = \sin \theta \sin \phi, T_{32} = -\sin \theta \cos \phi, T_{33} = \cos \theta \quad (14)$$

是贴轴坐标的法线与绝对坐标 Z 轴之间的方向余弦.其中进动角 ϕ 只是表明了轴弯曲的方位.在轴的变形能 $U(\mathbf{q}_a; \theta_p)$ 中出现有 $\cos \phi, \sin \phi$, 也是小非线性因素,以后可以在保辛摄动时处理.

这样,动能和势能皆已经明确,给出转速参数 $\Omega(t)$, 其 Lagrange 函数 $L = T - U$ 也就确定了.不过, $\Omega(t)$ 是时间的函数,相对于横向振动的变化速率是很慢的.将几个概念讲清楚:

1) 如果转轴上安装有 n_p 个转盘,则一般至少有 n_p 个临界转速 $\Omega_{cr,k}, k = 1, 2, \dots, n_p$, 工作转速不可在临界转速附近.

2) 相对于横向振动频率 ω_l , 临界转速本身是很快的,但转速变化 $\dot{\Omega}$ 比较慢.

3) 横向振动时,伴随有比较慢的圆盘进动.

既然临界转速 $\Omega_{cr,k}$ 附近是不能用作工作转速的,则在设计时一定要将临界转速计算清楚.并且还要考虑到,开始时转速 $\Omega(0) = 0$ 逐步增加到工作转速,例如发电机是 $\Omega = 3\,000$ r/min, 而发动机往往是 $\Omega = 10\,000$ r/min 左右,这些是超过若干个临界转速 $\Omega_{cr,k}$ 的.转速从低端增加一定要经过这些临界转速,此时会产生短时间的共振而发生较大的振幅.这些过渡历程必须高度关注,用数值计算来预测过渡历程是必须进行的,然后进行的试验才有把握.这方面有许多文献做了研究^[10-11].

长时间线性动力方程可用本征向量展开法求解.初始条件的影响在很小阻尼的作用下,将不起多少作用.对于多个转盘轴系振动的重要因素是不可避免的偏心 $\mathbf{e}_i, i = 1, 2, \dots, n_p$.虽然加

工十分精细而偏心很小,且还有细心的动平衡调整;然而扭转变形的作用,对于高速转子偏心 e_i 仍会产生横向振动的激励作用,只是由于扭转变形,偏心的相位不同了.虽然各个盘偏心激励的相位有所变化,但激励的相位变化不会使本征值发生偏离.

轴线的变形能可采用线性梁的变形能,可以用 Euler-Bernoulli 梁理论,也可用 Timoshenko 梁理论,以后者为好.变形能 $U(q_x, q_y; \theta_p)$ 的生成没有困难.

本文导出的转轴横向振动方程为常系数的线性方程,这样可求解本征向量,在此基础上还可用乘法摄动修正高阶项.

2 算 例

考虑图 2 所示模型,其中长度方向坐标是 Z . $Z = 0$ 的根部为固支,即横向位移与转角给定,梁长为 $l = 0.2$ m,梁的直径为 $d = 0.01$ m.梁的惯性矩为 $I_{xz} = I_{yz} = \pi d^4 / 64$,弹性模量为 $E = 210$ GPa;圆盘的质量为 $m = 10$ kg,径向转动惯量为 $I_2 = 0.72$ kg·m²,轴向转动惯量 $I_1 = 2I_2$.原来状态是没有振动的沿 Z 的高速旋转 $\Omega = 314$ rad/s.考虑在初始时刻 $t = 0$ 时,在 $Z = 0$ 的轴根部给出绝对坐标 (X, Z) 面内的小初始转角 $\psi_x(0, t) = \vartheta_0 = \pi / 180$ rad,在 $t > 0$ 就发生振动及涡动.该算例在文献[5]中曾经采用精细数学模型计算过,本文采用同样的模型计算,以比较本文线性化模型的有效性.图 3,4 给出了采用本文模型计算涡动得到的数值模拟结果.

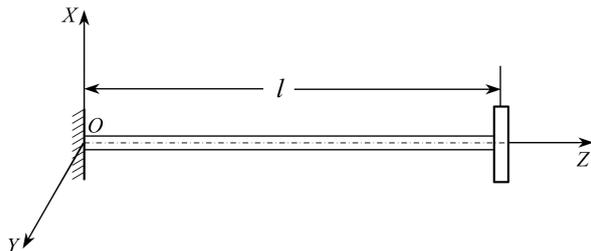


图 2 悬臂梁-圆盘转子模型

Fig. 2 The cantilever-disc rotor model

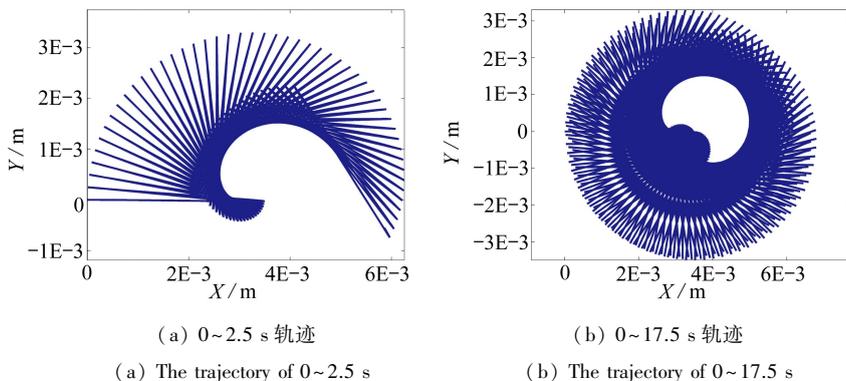


图 3 质心轨迹在 XOY 平面投影

Fig. 3 The mass centre trajectory projection on plane XOY

图 3 给出了在左端施加一转角扰动后圆盘质心的涡动轨迹在 XOY 平面上的投影.由于扰动的出现,质心从静止逐渐振动起来,并在整体上圆周运动,也就是涡动.图 4 给出了质心 X, Y 轴坐标随时间变化规律.图 5,6 是从文献[5]中摘取的.将图 3,4 与图 5,6 进行比较,可以看

到,本文线性化模型计算结果与精细数学模型的结果是吻合的,这说明在一定程度上,本文的线性化模型可以适用于转子动力学的分析.但必须说明的是,当转速变化,或者是高速转动时,非线性作用不再可以忽略,此时则必须采用精细模型.

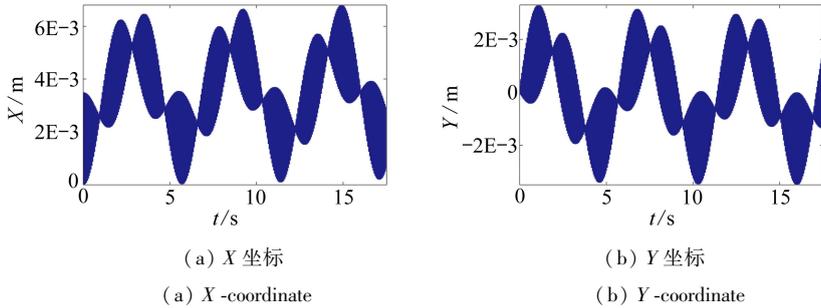


图 4 质心坐标随时间变化曲线

Fig. 4 The mass centre coordinate curves vs. time

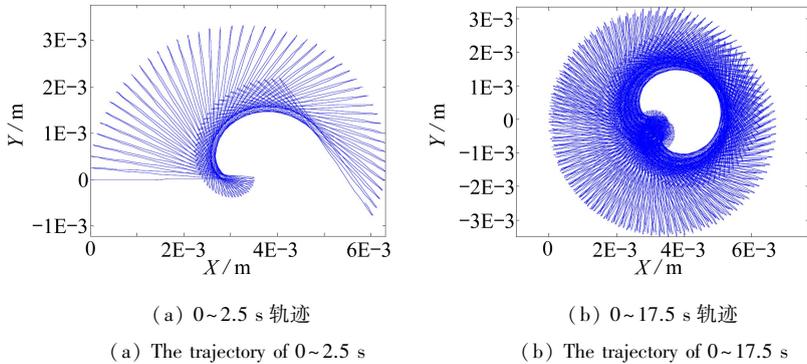


图 5 质心轨迹在 XOY 平面投影(摘自文献[5])

Fig. 5 The mass centre trajectory projection on plane XOY (cited from reference[5])

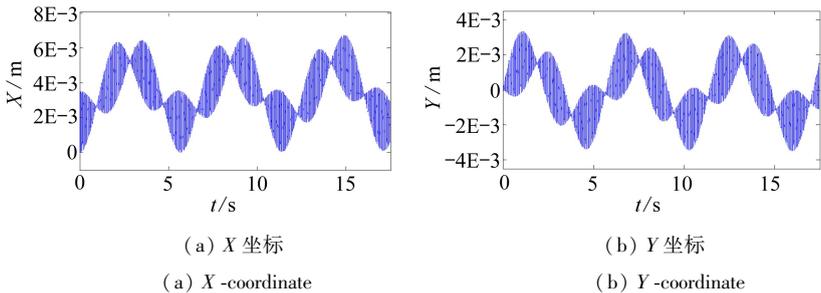


图 6 质心坐标随时间变化曲线(摘自文献[5])

Fig. 6 The mass centre coordinate curves vs. time(cited from reference[5])

3 结 论

基于 Euler 角描述的转子动力学系统的保辛数值求解已经在文献[5]中提出,本文将文献[5]中建立的非线性转子动力系统线性化,建立了描述转子动力学的线性基本方程.在此基础上,本文研究了单圆盘-悬臂梁系统的涡动行为.该算例来自文献[5],本文采用线性方程计算,并与文献[5]中的结果进行比较.结果表明本文线性方程的计算结果与文献[5]中的计算结果吻合,说明了本文提出的线性横向振动方程的正确性和有效性.

参考文献(References):

- [1] Rao J S. *Rotor Dynamics*[M]. John Wiley & Sons Inc, 1983.
- [2] 虞烈, 刘恒. 轴承-转子系统动力学[M]. 西安: 西安交通大学出版社, 2000.(YU Lie, LIU Heng. *Bearing-Rotor Dynamics*[M]. Xi'an: Xi'an Jiaotong University Press, 2000.(in Chinese))
- [3] 袁惠清. 转子动力学基础[M]. 北京: 冶金工业出版社, 2013.(YUAN Hui-qing. *Rotor Dynamics* [M]. Beijing: Metallurgical Industry Press, 2013.(in Chinese))
- [4] 张文. 转子动力学理论基础[M]. 北京: 科学出版社, 1990.(ZHANG Wen. *Basic Theory of Rotor Dynamics*[M]. Beijing: Science Press, 1990.(in Chinese))
- [5] 徐小明, 钟万勰. 转子动力学的非线性数值求解[J]. 应用数学和力学, 2015, **36**(7): 677-685. (XU Xiao-ming, ZHONG Wan-xie. Nonlinear numerical simulation for rotor dynamics[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2015, **36**(7): 677-685.(in Chinese))
- [6] 钟万勰. 应用力学的辛数学方法[M]. 北京: 高等教育出版社, 2006.(ZHONG Wan-xie. *Symplectic Solution Methodology in Applied Mechanics* [M]. Beijing: Higher Education Press, 2006.(in Chinese))
- [7] 钟万勰, 高强, 彭海军. 经典力学——辛讲[M]. 大连: 大连理工大学出版社, 2013.(ZHONG Wan-xie, GAO Qiang, PENG Hai-jun. *Classical Mechanics—Its Symplectic Description*[M]. Dalian: Dalian University of Technology Press, 2013.(in Chinese))
- [8] 钟万勰, 姚征. 时间有限元与保辛[J]. 机械强度, 2005, **27**(2): 178-183.(ZHONG Wan-xie, YAO Zheng. Time domain FEM and symplectic conservation [J]. *Journal of Mechanical Strength*, 2005, **27**(2): 178-183.(in Chinese))
- [9] 高强, 钟万勰. 非完整约束动力系统的离散积分方法[J]. 动力学与控制学报, 2012, **10**(3): 193-198. (GAO Qiang, ZHONG Wan-xie. Numerical algorithms for dynamic system with non-holonomic constrains[J]. *Journal of Dynamics and Control*, 2012, **10**(3): 193-198.(in Chinese))
- [10] 岳聪, 任兴民, 邓旺群. 柔性转子加速过临界瞬态响应特征分析[J]. 机械科学与技术, 2013, **32**(3): 395-398.(YUE Cong, REN Xing-min, DENG Wang-qun. Analyzing transient response of flexible rotor across critical speeds[J]. *Mechanical Science and Technology for Aerospace Engineering*, 2013, **32**(3): 395-398.(in Chinese))
- [11] Gasch R, Markert R, Pfützner H. Acceleration of unbalanced flexible rotors through the critical speeds[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 1979, **63**(3): 393-409.

The Basic Equation of Transverse Vibration for Rotor Dynamics

WU Feng, XU Xiao-ming, LI Ming-wu, GAO Qiang, ZHONG Wan-xie

(State Key Laboratory of Structural Analysis for Industrial Equipment

(Dalian University of Technology); Department of Engineering Mechanics,

Dalian University of Technology, Dalian, Liaoning 116024, P.R.China)

(Contributed by ZHONG Wan-xie, M. AMM Editorial Board)

Abstract: The basic equation of transverse vibration for rotor systems was investigated. First the previous precise nonlinear mathematical model for rotor dynamics, which had been built through the introduction of the Euler angle representation to describe the nonlinear motions of rotors, was discussed. Then a linearized model for rotor dynamics based on the precise nonlinear mathematical model was developed. Results of the numerical tests verify the correctness and validity of the proposed linear basic equation.

Key words: rotor dynamics; Euler angle; swirling motion

Foundation item: The National Natural Science Foundation of China (General Program)
(11472067)