

预测水驱油藏中油、水流动问题的快速方法*

孙宪航¹, 徐明海¹, 巩亮¹, 贾欣鑫², 周辉³

- (1. 中国石油大学 储运与建筑工程学院 能源与动力工程系, 山东 青岛 266580;
2. 山东省科学院 海洋仪器仪表研究所, 山东 青岛 266001;
3. 辽河油田供水公司, 辽宁 盘锦 124010)

摘要: 以最佳正交分解(POD)技术为基础提出了一种快速预测油藏中油、水流动问题的方法.采用 POD 技术建立了水驱油藏中油、水两相流动的低阶模型.通过油藏数值模拟方法获得二维水驱油藏模型在时间 0~500 d 内的压力和含水饱和度的 100 个样本,并从样本中提取出一组压力和含水饱和度的 POD 基函数.当注采参数不断变化后,采用已求得的 POD 基函数结合低阶模型对新的物理场进行预测.研究表明:POD 方法能够快速、准确地预测出水驱油藏的压力和含水饱和度场,文中算例给出压力和含水饱和度场的预测误差分别不超过 1.2%与 1.5%,且计算速度比直接进行油藏数值模拟快 50 倍以上.

关键词: 最佳正交分解; 低阶模型; 水驱油藏; 油、水流动

中图分类号: TE319 **文献标志码:** A

doi: 10.3879/j.issn.1000-0887.2015.12.002

引 言

油藏工程中的许多问题,如油藏开发最优控制^[1-2]、历史拟合^[3]、油藏开发动态预测^[4]等需要对包含数百万甚至上千万个网格节点的计算区域进行若干次的油藏数值模拟计算,需要很大的计算资源.以目前的计算机硬件水平,难以满足油藏生产对于计算时间的要求.为了提高油藏数值模拟计算速度以更好地服务于油藏生产,需要寻找在一定条件下能够迅速获得油藏物理场的数学方法.

POD(proper orthogonal decomposition,最佳正交分解)^[5]方法是从已知的物理场(由数值模拟或者实验获得)中提取出一系列的基函数.它与 Galerkin^[6]方法结合可构建控制方程的低阶模型,利用这种低阶模型重构物理场可以大幅度地节省数值模拟计算时间^[7].随着计算机技术的飞速发展,POD 方法已被应用于许多科学与工程领域,如信号分析^[8]、流体流动与传热^[9-10]、工程中的反问题^[11]以及最优控制问题^[12-13]等.笔者将 POD 方法应用于水驱油藏中的油、水两相流动问题中,并以非均质水驱油藏的一注四采井网模型为例证明 POD 方法可以在短时间内较高精度地预测水驱油藏中的油、水流动问题.

* 收稿日期: 2015-06-11; 修订日期: 2015-09-30

基金项目: 国家自然科学基金(51276199);国家科技重大专项(2011ZX05017_004_HZ01)

作者简介: 孙宪航(1987—),男,江苏连云港人,博士生(通讯作者. E-mail: sxh19871124@163.com).

1 POD 方法理论基础

1.1 POD 方法的数学描述

以 $f(\mathbf{x}, t_n) (n = 1, 2, \dots, N)$ 代表由油藏数值模拟获得的压力或者含水饱和度的样本, 其中变量 \mathbf{x} 和 t 分别代表空间和时间变量. POD 方法的最终目的就是 from 样本中提取出一组只与空间变量 \mathbf{x} 有关的基函数 $\{\varphi_k(\mathbf{x}), k = 1, 2, \dots, M\}$, 这些基函数代表了原物理场的动力学特性, 且具有正交性^[5], 即满足式(1). 从而水驱油藏的压力或者含水饱和度可表示为如式(2)所示的级数形式^[5]. 其中, 基函数对应的谱系数 $c_k(t_n)$ 只与时间变量 t 有关, 可由求解低阶模型获得.

$$(\varphi_i(\mathbf{x}), \varphi_j(\mathbf{x})) = \begin{cases} 1, & i = j, \\ 0, & i \neq j, \end{cases} \quad (1)$$

$$f(\mathbf{x}, t_n) = \sum_{k=1}^N c_k(t_n) \varphi_k(\mathbf{x}) \quad (n = 1, 2, \dots, N). \quad (2)$$

1.2 POD 基函数的求解

根据 POD 理论^[5], 求解 POD 基函数的过程等同于求解如下的积分特征值问题:

$$\int_{\Omega} \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N f(\mathbf{x}, t_n) f(\mathbf{x}', t_n) \varphi(\mathbf{x}') d\mathbf{x}' = \lambda \varphi(\mathbf{x}). \quad (3)$$

若直接求解式(3), 由于核 $\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N f(\mathbf{x}, t_n) f(\mathbf{x}', t_n)$ 的维数与网格节点数相同, 远大于样本个数, 需要很大的计算资源, 普通计算机很难完成.

1987 年, Sirovich 提出的“快照”(snapshot)方法成功地解决了这一问题. Sirovich 等将基函数表示为样本的线性叠加^[14], 即

$$\varphi_k(\mathbf{x}) = \sum_{n=1}^N \alpha_n^k f(\mathbf{x}, t_n). \quad (4)$$

将式(4)代入式(3)并整理得

$$\sum_{i=1}^N \left[\sum_{j=1}^N \frac{1}{N} \int_{\Omega} f(\mathbf{x}', t_i) f(\mathbf{x}', t_j) d\mathbf{x}' \alpha_j \right] \alpha_i = \lambda \sum_{i=1}^N \alpha_i f(\mathbf{x}, t_i). \quad (5)$$

这样不难看出, 式(4)中的系数 $\alpha_n^k (n = 1, 2, \dots, N)$ 为一个 N 阶矩阵 \mathbf{C} 的特征向量, 如式(6)所示:

$$\mathbf{C} \boldsymbol{\alpha}^{(n)} = \lambda_n \boldsymbol{\alpha}^{(n)} \quad (n = 1, 2, \dots, N), \quad (6)$$

其中 λ_n 为矩阵 \mathbf{C} 的特征值, $\boldsymbol{\alpha}^{(n)} = [\alpha_n^1 \quad \alpha_n^2 \quad \dots \quad \alpha_n^N]$ 为对应的特征向量.

对照式(5), 矩阵 \mathbf{C} 的元素即为

$$C_{i,j} = \frac{1}{N} \int_{\Omega} f(\mathbf{x}', t_i) f(\mathbf{x}', t_j) d\mathbf{x}'. \quad (7)$$

不难发现, 矩阵 \mathbf{C} 为一个 N 阶的对称矩阵, 这也降低了求解矩阵 \mathbf{C} 的特征值和特征向量的难度.

因此, 根据快照方法的原理, 求解原物理问题 POD 基函数的过程便转化为求解一个 N 阶对称矩阵 \mathbf{C} 的特征值和特征向量的问题, 大大降低了计算资源及求解难度.

1.3 POD 基函数的能量最优性

矩阵 \mathbf{C} 的特征值 λ_n 的大小代表了相应的 POD 基函数从原物理场所捕获的能量的大小, 这里的能量大小代表了相应的 POD 基函数对构成原物理场的贡献程度. 定义如下两个参数:

$$\xi_n = \lambda_n / \sum_{n=1}^N \lambda_n, \quad \eta_M = \sum_{n=1}^M \lambda_n / \sum_{n=1}^N \lambda_n, \quad M \leq N. \quad (8)$$

由特征值所代表的物理意义不难发现,参数 ξ_n 表示第 n 组 POD 基函数对于总体能量的贡献程度,而 η_M 则表示前 M 组 POD 基函数对于总体能量的贡献程度。

根据 POD 基函数的能量最优性原理,按特征值的数值由大到小排列,仅前 M ($M \ll N$) 个特征值所对应的 POD 基函数便能捕捉到原物理场的绝大多数能量,这里的 M 为截断自由度。正是 POD 基函数的这种能量最优性,使重构公式(2)仅使用较少的 POD 基函数便可较高精度地重构出原物理场。

1.4 水驱油藏低阶模型的生成

求得 POD 基函数 $\{\varphi_k(\mathbf{x}), k = 1, 2, \dots, M\}$ 后,为了利用式(2)预测水驱油藏的压力或者含水饱和度,必须建立起描述谱系数 c 演化的控制方程,即低阶模型,这可通过 Galerkin 投影方法获得。

假设油藏岩石和油、水均不可压缩,且忽略重力和毛细管压力的影响,则水驱油藏中油、水流动的控制方程^[15]可表示为

油相

$$\nabla \cdot \left(\frac{\mathbf{k}k_{ro}}{\mu_o} \nabla p_o \right) + q_{ov} = \phi \frac{\partial S_o}{\partial t}; \quad (9a)$$

水相

$$\nabla \cdot \left(\frac{\mathbf{k}k_{rw}}{\mu_w} \nabla p_w \right) + q_{wv} = \phi \frac{\partial S_w}{\partial t}; \quad (9b)$$

$$S_o + S_w = 1. \quad (9c)$$

式中, \mathbf{k} 为岩石渗透率, m^2 ; k_{ro} 和 k_{rw} 分别为油、水的相对渗透率,无因次; μ_o 和 μ_w 分别为油、水的粘度, $\text{Pa}\cdot\text{s}$; p_o 和 p_w 分别为油、水的压力, Pa , 由于忽略了毛细管压力的影响,因此 $p_o = p_w$, 设 $p_o = p_w = p$; q_{ov} 和 q_{wv} 分别为油、水在单位时间、单位油藏体积内的体积, m^3/s ; S_o 和 S_w 分别为油、水饱和度,无因次; ϕ 为岩石孔隙度,无因次。

利用式(2)将压力与含水饱和度表示为由各自的 POD 基函数与谱系数的线性叠加形式:

$$p(\mathbf{x}, t) = \sum_{k=1}^{M_p} c_k^p(t) \varphi_k^p(\mathbf{x}), \quad (10)$$

$$S_w(\mathbf{x}, t) = \sum_{k=1}^{M_w} c_k^{S_w}(t) \varphi_k^{S_w}(\mathbf{x}), \quad (11)$$

式中, $\varphi_k^p(\mathbf{x})$ 和 $\varphi_k^{S_w}(\mathbf{x})$ 分别为压力和含水饱和度的 POD 基函数; $c_k^p(t)$ 和 $c_k^{S_w}(t)$ 分别为压力和含水饱和度的 POD 基函数对应的谱系数; M_p 和 M_w 分别为压力和含水饱和度的截断自由度。

由式(9a)加式(9b),并利用式(9c)与 $p_o = p_w = p$ 得

$$\nabla \cdot \left(\left(\frac{\mathbf{k}k_{ro}}{\mu_o} + \frac{\mathbf{k}k_{rw}}{\mu_w} \right) \nabla p \right) + (q_{ov} + q_{wv}) = 0. \quad (12)$$

将式(10)代入式(12)得

$$\nabla \cdot \left(\left(\frac{\mathbf{k}k_{ro}}{\mu_o} + \frac{\mathbf{k}k_{rw}}{\mu_w} \right) \sum_{k=1}^{M_p} c_k^p(t) \nabla \varphi_k^p(\mathbf{x}) \right) + (q_{ov} + q_{wv}) = 0. \quad (13)$$

将式(10)与式(11)代入式(9b)得

$$\nabla \cdot \left(\frac{\mathbf{k}k_{rw}}{\mu_w} \sum_{k=1}^{M_w} c_k^{S_w}(t) \nabla \varphi_k^{S_w}(\mathbf{x}) \right) + q_{wv} = \phi \frac{\partial}{\partial t} \left(\sum_{k=1}^{M_w} c_k^{S_w}(t) \varphi_k^{S_w}(\mathbf{x}) \right). \quad (14)$$

将 $\varphi_i^p(\mathbf{x})$ 和 $\varphi_i^{S_w}(\mathbf{x})$ 分别对式(13)和式(14)的两边作 Galerkin 投影并利用式(1)所示 POD 基函数的正交性可得到最终的水驱油藏低阶模型为

$$\left(\nabla \cdot \left\{ \left(\frac{\mathbf{k}k_{ro}}{\mu_o} + \frac{\mathbf{k}k_{rw}}{\mu_w} \right) \sum_{k=1}^{M_p} c_k^p(t) \nabla \varphi_k^p(\mathbf{x}) \right\}, \varphi_i^p(\mathbf{x}) \right) + ((q_{ov} + q_{wv}), \varphi_i^p(\mathbf{x})) = 0 \quad (i = 1, 2, \dots, M_p), \tag{15a}$$

$$\left(\nabla \cdot \left\{ \frac{\mathbf{k}k_{rw}}{\mu_w} \sum_{k=1}^{M_w} c_k^{S_w}(t) \nabla \varphi_k^{S_w}(\mathbf{x}) \right\}, \varphi_i^{S_w}(\mathbf{x}) \right) + (q_{wv}, \varphi_i^{S_w}(\mathbf{x})) = \phi \frac{dc_i^{S_w}(t)}{dt} \quad (i = 1, 2, \dots, M_w). \tag{15b}$$

将初始油藏压力 $p(\mathbf{x}, 0)$ 和含水饱和度 $S_w(\mathbf{x}, 0)$ 分别对式(10)和式(11)的两边做 Galerkin 投影可得低阶模型的初始条件为

$$\begin{cases} c_i^p(t=0) = (p(\mathbf{x}, 0), \varphi_i^p(\mathbf{x})) & (i = 1, 2, \dots, M_p), \\ c_i^{S_w}(t=0) = (S_w(\mathbf{x}, 0), \varphi_i^{S_w}(\mathbf{x})) & (i = 1, 2, \dots, M_w). \end{cases} \tag{15c}$$

采用 100×100 的网格系统求解二维水驱油藏中的油、水两相流动问题,若采用有限差分法,则需要在每个时间步联立求解 10 000 个代数方程才能得到相应的物理场分布^[13].而采用低阶模型,在每个时间步只需求解 $M_p + M_w$ (M_p 和 M_w 通常不超过 10) 个代数方程.这样原问题的自由度便从 10 000 降低为 $M_p + M_w$, 大大降低了计算成本.

2 应用实例

2.1 物理模型

考虑一个水驱油藏的一注四采井网模型^[2].该模型的网格为 $40 \times 40 \times 1$, 网格大小为 $10 \text{ m} \times 10 \text{ m} \times 10 \text{ m}$; 岩石孔隙度为 0.25, 且不可压缩; x 和 y 方向的岩石渗透率相等, 渗透率场如图 1 所示, 其中渗透率 k 的单位以 $10^{-3} \mu\text{m}^2$ 表示; 油、水相对渗透率曲线如图 2 所示; 束缚水饱和度为 0.2, 原始含油饱和度为 0.8, 残余油饱和度为 0.2, 原始地层压力为 5 MPa; 油、水粘度分别为 $5 \text{ mPa}\cdot\text{s}$ 与 $1 \text{ mPa}\cdot\text{s}$; 油、水密度分别为 $830 \text{ kg}/\text{m}^3$ 与 $1\ 000 \text{ kg}/\text{m}^3$, 且油、水均不可压缩; 注水井注水速率为 $300 \text{ m}^3/\text{d}$, 各生产井井底流压都为 1.0 MPa, 且注采平衡; 注水井注入指数为 $10\ 000 \times 10^{-3} \mu\text{m}^2 \cdot \text{m}$, 各生产井生产指数都为 $5\ 000 \times 10^{-3} \mu\text{m}^2 \cdot \text{m}$.

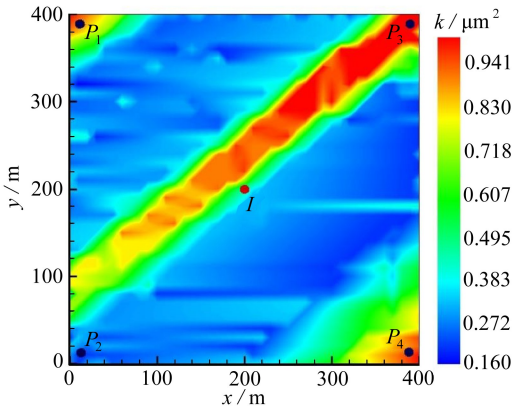


图 1 水驱油藏模型渗透率场

Fig. 1 Permeability field of the water driving reservoir model

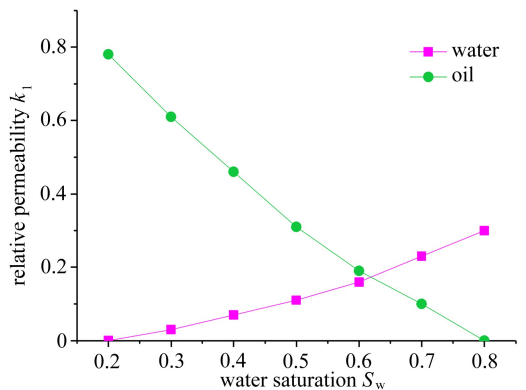


图 2 油、水相对渗透率曲线

Fig. 2 Relative permeability curves of oil and water

2.2 POD 基函数的求解

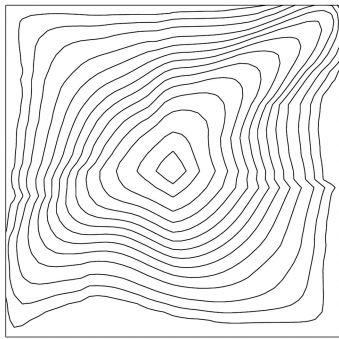
采用 CMG 软件模拟上述问题,时间步长为 1 d,总的模拟时间为 500 d.每隔 5 d 选取一次样本,分别得到 100 个压力和含水饱和度样本.采用“快照”方法对样本实施最佳正交分解,分别得到 100 个压力和含水饱和度的 POD 基函数以及对应的特征值.表 1 给出了前 5 个特征值及其相应的能量分布情况.

由表 1 可明显地看出 POD 基函数的能量最优特性,压力和含水饱和度的第一个特征值便捕捉到了系统的绝大多数能量份额,仅前 5 个基函数便捕捉到了系统 99% 以上的能量份额.

表 1 压力及含水饱和度的前 5 个特征值及对应的能量分布

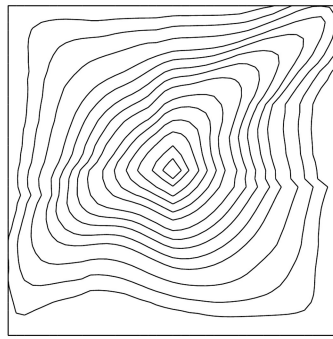
Table 1 The first 5 eigenvalues and corresponding energy distributions of pressure and water saturation

n		1	2	3	4	5
λ_n	pressure	14 650.268	28.185	3.952	0.495	0.109
	water saturation	295.204	5.257	2.282	0.305	0.201
$\xi_n / \%$	pressure	99.757	0.192	0.006 8	0.003 4	0.000 74
	water saturation	96.709	1.722	0.748	0.100	0.066
$\eta_n / \%$	pressure	99.757	99.949	99.956	99.959	99.959 7
	water saturation	96.709	98.431	99.179	99.279	99.345



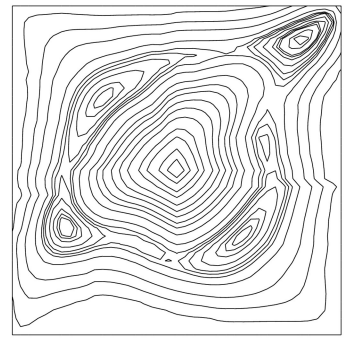
(a) 平均含水饱和度场

(a) The average water saturation field



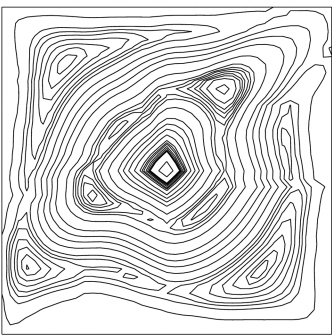
(b) 第 1 个基函数

(b) The 1st POD basis function



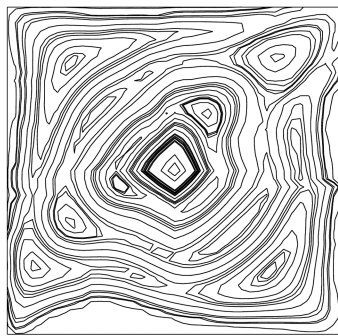
(c) 第 2 个基函数

(c) The 2nd POD basis function



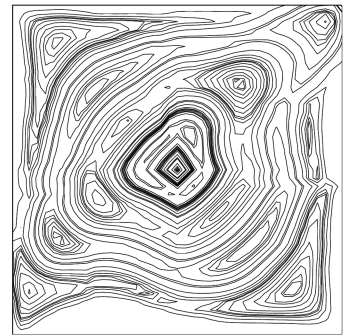
(d) 第 3 个基函数

(d) The 3rd POD basis function



(e) 第 4 个基函数

(e) The 4th POD basis function



(f) 第 5 个基函数

(f) The 5th POD basis function

图 3 平均含水饱和度场及前 5 个含水饱和度的 POD 基函数

Fig. 3 The average water saturation field and the first 5 water saturation POD basis functions

图 3(a) 给出了含水饱和度样本的平均值,图 3(b)~(f) 给出了含水饱和度的前 5 个 POD

基函数的等值线图.对比可发现,特征值越大的基函数越能代表物理场中大尺度的结构,其中第一个 POD 基函数由于捕捉到了原系统最大的能量份额,最能代表样本的平均结构,而特征值越小的基函数则包含了越来越多的小尺度结构,因此,随后的 POD 基函数越来越偏离样本的平均结构.

2.3 物理场的重构

求解出 POD 基函数之后,将 POD 基函数对式(2)两端作 Galerkin 投影可得到任意时刻所有 POD 基函数所对应的谱系数,即

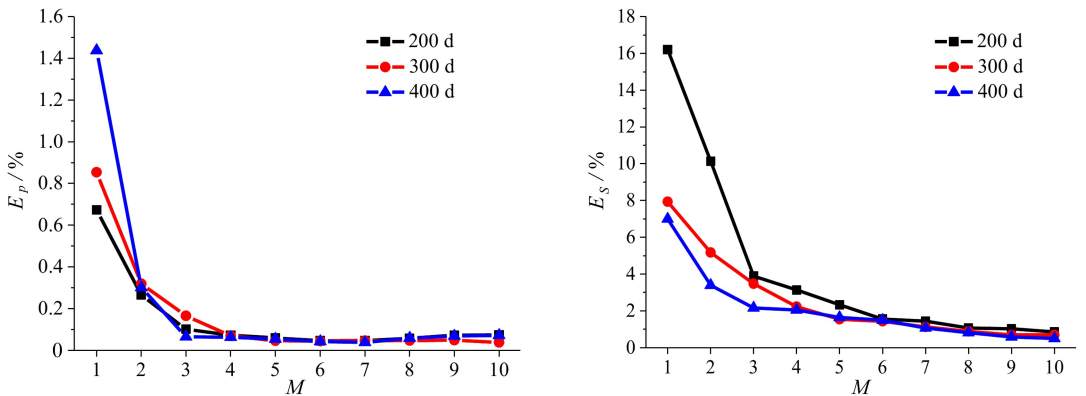
$$c_k(t_n) = (f(\mathbf{x}, t_n), \varphi_k(\mathbf{x})) \quad (k = 1, 2, \dots, N; n = 1, 2, \dots, N). \quad (16)$$

再利用式(10)与式(11)即可重构出压力和含水饱和度场.为了定量地检验通过 POD 方法重构的物理场的精确度,定义相对误差 E 为

$$E = \frac{\|f - f_M\|}{\|f\|} \times 100\%, \quad (17)$$

其中, f 代表数值求解的结果, f_M 代表由 POD 方法重构的结果.

图 4 给出了由 POD 方法重构的压力与含水饱和度的相对误差.由图 4 可以看出,物理场的相对误差 E 随着截断自由度 M 的增加而迅速减小,并趋近于一个定值.对于压力场,当 $M = 5$ 时, E 的值已降至 0.05% 左右;对于含水饱和度场,当 $M = 10$ 时, E 的值已降至 0.25%.因此, POD 方法能够以较少的 POD 基函数较高精度地重构出原物理场.



(a) 压力的重构误差 (b) 含水饱和度的重构误差
 (a) The reconstruction errors of pressure fields (b) The reconstruction errors of water saturation fields

图 4 压力与含水饱和度场的重构误差

Fig. 4 The reconstruction errors of pressure and water saturation fields

2.4 物理场的预测

为了检验 POD 方法预测物理场的有效性,采用上述已求得的 POD 基函数来预测水驱油藏模型注采参数不断变化后的物理场,其中 POD 基函数所对应的谱系数由求解低阶模型获得.注采参数变化模式如图 5 所示.根据上述物理场重构结果,压力和含水饱和度的截断自由度分别取 5 和 10.

图 6 给出了 500 d 时采用 POD 方法预测的含水饱和度场与数值求解结果的比较.对比可以发现 POD 方法的预测结果与数值求解所得结果在定性上几乎完全一致.

图 7 给出了不同时刻 POD 方法的预测结果与数值求解结果之间的相对误差.由图 7 可以发现,在初始阶段,POD 预测解的误差迅速减小,之后随着时间增大而缓慢增加,这是因为随

着注采参数不断变化,物理场中出现了一些新的原先 POD 基函数不包含的动力学特征,但 POD 方法仍然能给出较高精度的预测结果,在 500 d 内,对于压力,相对误差未超过 1.2%,对于含水饱和度,未超过 1.5%,说明原来求得的 POD 基函数跨越了原问题较大范围的解所处的空间,可多次重复使用。

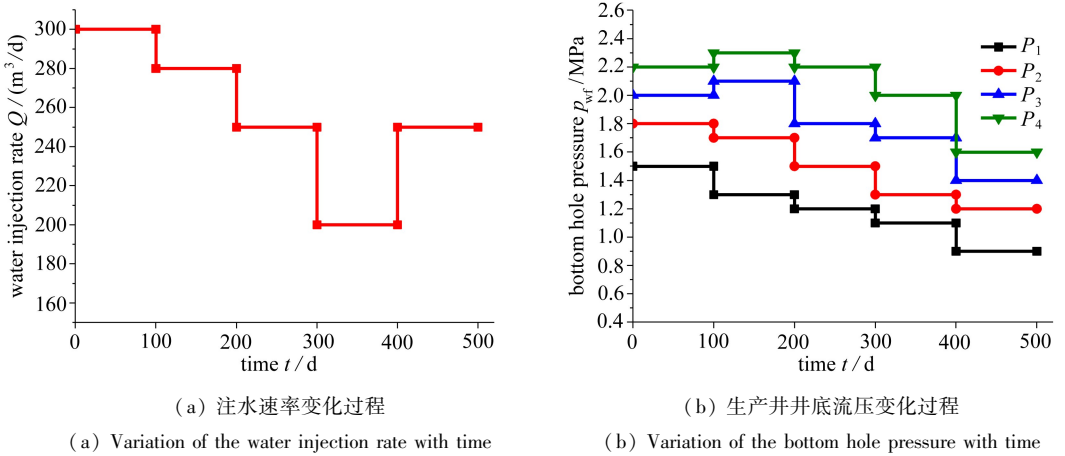


图 5 水驱油藏模型注采参数变化过程

Fig. 5 The injection and production parameters variation process of water driving reservoir model

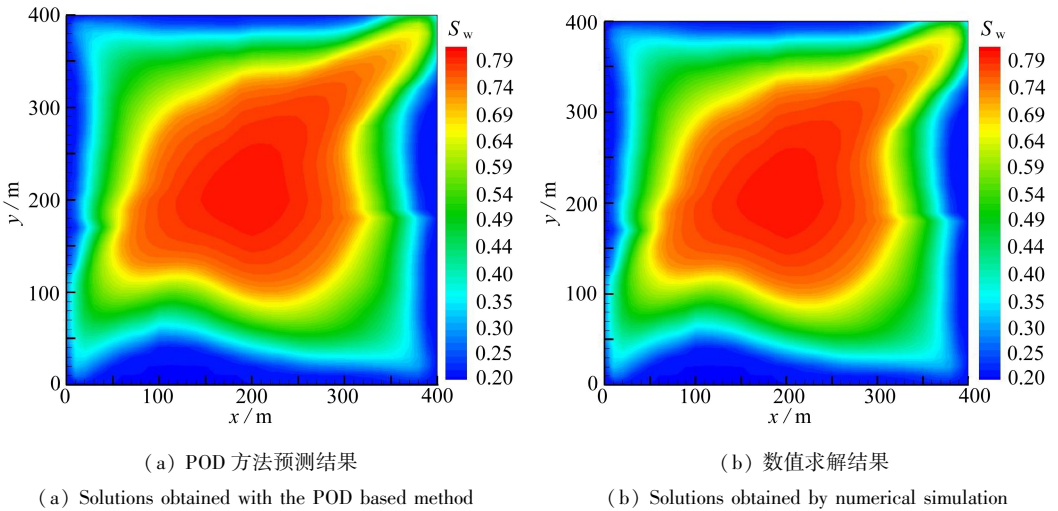


图 6 500 d 时含水饱和度场的结果比较

Fig. 6 The comparison of water saturation solutions on the 500th d

表 2 给出了 POD 方法与直接进行数值求解所需计算时间的比较,计算所采用计算机的 CPU 频率为 3.30 GHz,内存为 8.00 G。由表 2 可以明显地发现 POD 方法的优势,比直接进行油藏数值模拟快 50 倍以上,且计算的时间步数越多,节省的计算时间越多。

表 2 计算时间比较

Table 2 Comparison of computational time

method	<i>t</i> / s				
	100 d	200 d	300 d	400 d	500 d
numerical simulation	14.526	29.784	37.636	45.088	60.766
POD method	0.292	0.585	0.761	0.901	1.216

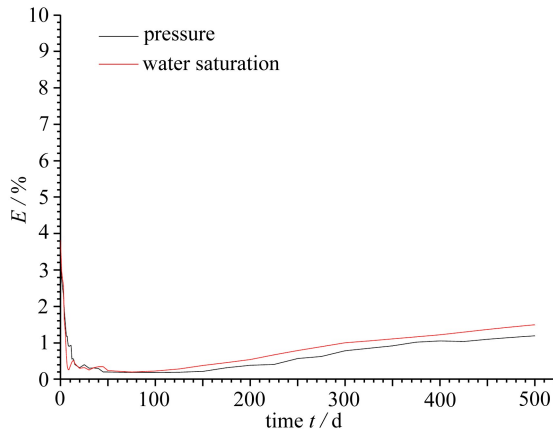


图7 不同时刻 POD 方法的预测误差

Fig. 7 Prediction errors of the POD method at different time

值得指出的是,这里的计算时间不包括样本采集及 POD 基函数的求解过程.尽管这些过程需消耗较多时间,但对于需要进行多次油藏数值模拟计算的问题,这些过程只需进行一次,当注采参数改变后,POD 方法只需直接调用基函数而无需重新求解,因此这些过程可归结为前期准备工作.

3 结 论

本文将 POD 方法应用于预测水驱油藏中油、水两相流动问题,并以一注四采井网模型为应用实例检验了 POD 方法的求解精度与计算速度,结果表明:

- 1) 采用 POD 方法能够以较少的基函数较高精度地重构出原物理场.本文中,当截断自由度 $M = 5$ 时,压力场的重构误差已降至 0.05%,当 $M = 10$ 时,含水饱和度场的重构误差降至 0.25%;
- 2) 当注采参数不断变化后,POD 方法仍然能够较高精度地预测出新的物理场,本文中的压力和含水饱和度场的预测误差分别不超过 1.2%与 1.5%;
- 3) 相对于直接进行油藏数值模拟计算,POD 方法的计算速度快 50 倍以上.

参考文献 (References):

- [1] Brouwer D R, Jansen J D. Dynamic optimization of water flooding with smart wells using optimal control theory[J]. *SPE Journal*, 2004, **9**(4): 391-402.
- [2] 张凯, 李阳, 姚军, 刘均荣, 闫霞. 油藏生产优化理论研究[J]. 石油学报, 2010, **31**(1): 78-82. (ZHANG Kai, LI Yang, YAO Jun, LIU Jun-rong, YAN Xia. Theoretical research on production optimization of oil reservoirs[J]. *Acta Petrolei Sinica*, 2010, **31**(1): 78-82. (in Chinese))
- [3] ZHU Yan, XIE Jin-zhuang, YANG Wei-hua, HOU Lian-hua. Method for improving history matching precision of reservoir numerical simulation[J]. *Petroleum Exploration and Development*, 2008, **35**(2): 225-229.
- [4] Marcé R, Moreno-Ostos E, García-Barcina J M, Armengol J. Tailoring dam structures to water quality predictions in new reservoir projects: assisting decision-making using numerical modeling[J]. *Journal of Environmental Management*, 2010, **91**(6): 1255-1267.

- [5] Berkooz G, Holmes P, Lumley J L. The proper orthogonal decomposition in the analysis of turbulent flows[J]. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 1993, **25**(1): 539-575.
- [6] Singh S J, Chatterjee A. Galerkin projections and finite elements for fractional order derivatives[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2006, **45**(1/2): 183-206.
- [7] Maître O P, Mathelin L. Equation-free model reduction for complex dynamical systems[J]. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 2010, **63**(2): 163-184.
- [8] di Mare F, Knapstein R. Statistical analysis of the flow characteristics and cyclic variability using proper orthogonal decomposition of highly resolved LES in internal combustion engines [J]. *Computers & Fluids*, 2014, **105**: 101-112.
- [9] Weller J, Lombardi E, Bergmann M, Iollo A. Numerical methods for low-order modeling of fluid flows based on POD[J]. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 2010, **63**(2): 249-268.
- [10] 腾飞, 罗振东. 非饱和土壤水流问题的降阶外推仿真模型[J]. 应用数学和力学, 2014, **35**(2): 148-161. (TENG Fei, LUO Zhen-dong. A reduced-order and extrapolation simulation model for unsaturated soil water flow equation[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2014, **35**(2): 148-161. (in Chinese))
- [11] 丁鹏, 陶文铨. 求解对流换热反问题的低阶模型[J]. 西安交通大学学报, 2009, **43**(3): 14-16. (DING Peng, TAO Wen-quan. Reduced order model based algorithm for inverse convection heat transfer problem[J]. *Journal of Xi'an Jiaotong University*, 2009, **43**(3): 14-16. (in Chinese))
- [12] Van Doren J F M, Markovinić R, Jansen J D. Reduced-order optimal control of water flooding using proper orthogonal decomposition[J]. *Computational Geosciences*, 2006, **10**(1): 137-158.
- [13] Ly H V, Tran H T. Modeling and control of physical processes using proper orthogonal decomposition[J]. *Mathematical and Computer Modelling*, 2001, **33**(1): 223-236.
- [14] Sirovich L. Turbulence and the dynamics of coherent structures: I—coherent structures; II—symmetries and transformations; III—dynamics and scaling[J]. *Quarterly of Applied Mathematics*, 1987, **45**(1): 561-571.
- [15] 李淑霞, 谷建伟. 油藏数值模拟基础[M]. 山东: 中国石油大学出版社, 2008: 178-179. (LI Shu-xia, GU Jian-wei. *Basis of Numerical Reservoir Simulation*[M]. Shandong: China University of Petroleum Press, 2008: 178-179. (in Chinese))

A Fast POD-Based Method for Predicting Oil and Water Flow in Water-Drive Reservoir

SUN Xian-hang¹, XU Ming-hai¹, GONG Liang¹, JIA Xin-xin², ZHOU Hui³

(1. *Department of Thermal Energy and Power Engineering, College of Pipeline and Civil Engineering, China University of Petroleum, Qingdao, Shandong 266580, P.R.China;*

2. *Institute of Oceanographic Instrumentation, Shandong Academy of Sciences, Qingdao, Shandong 266001, P.R.China;*

3. *Water Supply Company of Liaohe Oilfield, Panjin, Liaoning 124010, P.R.China)*

Abstract: A fast method based on the proper orthogonal decomposition (POD) technique for predicting oil and water flow in water-drive reservoir was proposed. The reduced order model of oil and water flow in water-drive reservoir was generated with the POD. An ensemble of 100 samples of pressure and water saturation snapshots in the time range of [0 d, 500 d] with an interval step of 5 d for the 2D water-drive reservoir model was obtained through numerical reservoir simulation, and the POD was applied to extract a reduced set of POD basis functions from these snapshots. After the injection and production parameters were changed continuously, the obtained POD basis functions combined with the reduced order model were used to predict the new physical fields. The research results show that fast and accurate predictions can be achieved with the proposed POD-based method, for the given example, the prediction errors of pressure and water saturation are less than 1.2% and 1.5%, respectively. What's more, this POD-based method is 50 times faster in calculation than the traditional numerical reservoir simulation.

Key words: proper orthogonal decomposition; reduced order model; water-drive reservoir; oil and water flow

Foundation item: The National Natural Science Foundation of China(51276199); The National Science and Technology Major Project of China(2011ZX05017_004_HZ01)