

双向流固耦合作用下狭窄左冠状动脉内 两相血流分析*

刘莹¹, 张伟中¹, 殷艳飞¹, 张智亮², 章德发¹

(1. 南昌大学 机电工程学院, 南昌 330031;
2. 南昌大学第一附属医院 心血管科, 南昌 330006)

摘要: 基于血流与血管壁间双向流固耦合作用,将血液设为两相流体,运用计算流体力学方法对左冠状动脉内血流进行瞬态数值模拟.研究了一个心动周期内典型时刻下左冠状动脉内血流分布特性,并与 Newton(牛顿)血液和两相血液模型对比,分析了两相血液和流固耦合作用对血流特性的影响.结果表明,左冠状动脉左回旋支远段和钝缘支近心端外侧分布了低速涡流区,该区域内壁面切应力和红细胞体积分数均较小,为动脉粥样硬化的形成与发展提供了合适的生理环境.左冠状动脉分叉处管壁形变量较大,引起管壁内膜功能发生紊乱,促进了粥样硬化斑块的形成.3 种血液模型对比可知,红细胞的流动特性对血流速度及壁面切应力等血流动力学特性影响较大,双向流固耦合模型更符合真实的血液流动情况.

关键词: 两相流; 狭窄; 流固耦合; 左冠状动脉; 血液动力学; 红细胞

中图分类号: Q66; O359; R312 **文献标志码:** A

doi: 10.3879/j.issn.1000-0887.2016.05.006

引 言

据不完全统计,目前全国患有心力衰竭疾病患者约 450 万人,近十几年来,引起心力衰竭的主要原因已从风湿性瓣膜性心脏病转为冠心病^[1],而引起冠心病的主要因素为冠状动脉内发生粥样硬化病变.动脉粥样硬化易发于几何结构复杂血管部位,复杂血流分布及壁面剪切力等血流动力学特征参数与粥样硬化等心血管疾病的形成与发展具有密切关系^[2].

杨金有等^[3]采用计算流体力学方法模拟了狭窄后椎动脉内血液两相流动,并与经典 Newton 血流进行对比分析,结果表明,动脉狭窄处出现血细胞聚集,且血流和壁面切应力分布更复杂.刘莹等^[4]数值模拟并分析了人体主动脉弓及分支血管内非 Newton 血液流动,结果表明分支血管外侧壁面存在较大的低速涡流区,促进了动脉粥样硬化斑块形成.Tomaiuolo^[5]研究了红细胞(red blood cell, RBC)在毛细血管内的流动特性对血管病变的影响,发现红细胞在流动过程中产生的变形及切应力分布对管壁细胞受损与血管病变具有密切关系.目前,多数血流动力学研究并未同时考虑红细胞和弹性血管壁对血流特性的影响,在血流瞬态分析过程中,血流中红细胞与管壁发生摩擦和碰撞,血管壁面吸收能量并产生形变,将直接影响血流速度和壁面切

* 收稿日期: 2015-09-09; 修订日期: 2016-01-26

基金项目: 国家自然科学基金(51165031)

作者简介: 刘莹(1957—),女,教授,博士,博士生导师(通讯作者. E-mail: lyngncu@163.com).

应力的分布情况,对血管内血栓的形成与发展具有显著作用^[6].

本文以具有一定狭窄程度的左冠状动脉为研究对象,将血液视为两相流体,采用有限元计算流体力学方法分析了双向流固耦合作用下左冠状动脉内的血液动力学特性,并与 Newton 血液和两相血液模型进行对比,以探索血液流动特性与动脉粥样硬化的形成与发展机理之间的相互作用关系,为心力衰竭等心血管疾病的发病机理提供技术条件和研究方法,为临床诊疗应用提供一定的指导.

1 模型与方法

1.1 模型

采用 Pro/E5.0 建立了基于人体左冠状动脉造影图相同几何参数的非完全对称左冠状动脉模型,包括左回旋支近段(LCX1)、左回旋支远段(LCX2)和钝缘支(obtuse marginal, OM)血管,其中, k_1, k_2 分别为 LCX1 和 LCX2 管腔中心一点, k_3, k_4, k_6 分别为 LCX 外侧壁面上一点, k_5 为狭窄处斑块内侧壁面上一点, k_7, k_8 分别为 OM 内侧和外侧壁面上一点, k_9 为分叉处外侧壁面上一点,如图 1 所示.LCX1 入口、LCX2 和 OM 出口处内径分别为 4.1 mm、3.1 mm 和 3.2 mm,锥度角分别为 3.62°, 2.11° 和 1.68°,取血管壁厚度均为 0.3 mm.动脉狭窄斑块设在 LCX2 的近心端,斑块采用环形对称狭窄方法建立几何模型,所有几何建模过程中均以样条曲线连接;狭窄程度取医学 II 级狭窄 δ 为 40%^[7],其狭窄率 δ 定义为

$$\delta = \frac{D^2 - d^2}{D^2} \times 100\%, \tag{1}$$

其中,狭窄处动脉血管内径 D 为 3.52 mm,狭窄处动脉血管最小内径 d 为 2.73 mm.

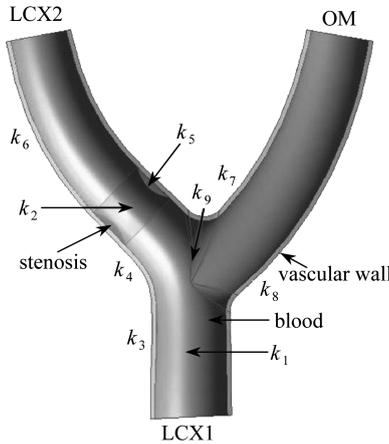


图 1 左冠状动脉模型及特征点位置

Fig. 1 The left coronary artery model and the mark points

1.2 数值模拟

采用实验测得的左冠状动脉血流速度作为模型血流入口速度,如图 2 所示,血浆和红细胞采用相同的入口速度,设置出口相对压力为 0^[8].动脉血管中 Reynolds (雷诺) 数为 $Re = 2\rho Q / (\pi R\mu)$ ^[9].其中,取正常人平均每次心跳输出血量 Q 为每次 70 ml,心率为每秒 1.25 次,获得 3 种血液模型的 Re 均小于 2 300^[9],故血流为层流.两相血流采用 Euler-Lagrange (欧拉-拉格朗日)模型,其连续方程为

$$\frac{\partial(\rho_m)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_m \mathbf{v}_m) = 0, \tag{2}$$

其中, ρ_m 为血浆密度; v_m 为血浆流动速度, t 为时间。

血浆(液相)采用 Euler 模型,其动量方程为

$$\frac{\partial(\rho_m v_m)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_m v_m v_m) = \rho_m g - \nabla p + \nabla \cdot \left[\mu_m (\nabla v_m + \nabla v_m^T) - \frac{2}{3} \nabla \cdot v_m \mathbf{I} \right] + \mathbf{F}, \quad (3)$$

其中, g 为重力, p 为压强, μ_m 为血浆粘度系数, v_m^T 为速度修正, \mathbf{I} 为单位张量, \mathbf{F} 为体积力。

血流中红细胞(固相)流动采用 Lagrange 模型,其流动过程中受到的作用力有流动阻力、Basset 力和重力,其动量方程^[10]为

$$m_r \frac{dv_r}{dt} = 3\pi\mu_r d_r (v_m - v_r) + \frac{3}{2} d_r^2 \sqrt{\pi\mu_r \rho_r} \int_{t_0}^t \frac{d(v_m - v_r)}{d\tau} \cdot \frac{1}{\sqrt{t - \tau}} \cdot d\tau + m_r g, \quad (4)$$

其中, m_r 为红细胞质量, v_r 为红细胞流动速度, ρ_r 为红细胞密度, μ_r 为红细胞粘度系数, τ 为切应力。

应用 ANSYS-ICEM 对左冠状动脉几何模型进行体网格划分,为提高边界层的计算精度,流固耦合接触面采用逐渐加密的三棱柱网格划分。取正常人的心动周期 T 为 0.8 s,步长为 10 ms,采用 ANSYS-CFX 对模型进行两个心动周期的迭代运算,设置求解精度 1×10^{-5} 。

1) Newton 血液模型(N)

血液设为绝热的、不可压缩的黏性 Newton 流体。血液密度为 $1\,050 \text{ kg/m}^3$, 粘度为 $0.004 \text{ Pa}\cdot\text{s}$ ^[11];假设血管壁面刚性无滑移,忽略血管壁的影响。

2) 两相血液模型(T)

血液设为由血浆和红细胞组成的两相流体,其中血浆为液相(连续相),体积百分比为 55%;红细胞为固相(离散相),体积百分比为 45%^[12],红细胞采用球形红细胞模型,取最小直径为 $6 \mu\text{m}$,最大直径 $9 \mu\text{m}$,平均直径 $8 \mu\text{m}$,标准差 $1 \mu\text{m}$ 。取血浆密度为 $1\,030 \text{ kg/m}^3$,粘度为 $0.003\,5 \text{ Pa}\cdot\text{s}$,红细胞密度为 $1\,090 \text{ kg/m}^3$,粘度为 $0.017\,5 \text{ Pa}\cdot\text{s}$ ^[13]。将血液流动过程中红细胞与血管壁产生的碰撞视为完全弹性碰撞;忽略红细胞与血液的自身重力作用。

3) 双向流固耦合模型(B)

血液设为两相流体,血液物理参数与 T 模型相同。假设血管壁和斑块均为线性、各向同性且不可压缩的线弹性材料,取血管壁密度为 $1\,062 \text{ kg/m}^3$,弹性模量为 500 kPa ,Poisson(泊松)比为 0.45;斑块密度为 $1\,000 \text{ kg/m}^3$,弹性模量为 300 kPa ,Poisson 比为 0.3^[14];假设斑块与血管壁完全贴合,认为血液流动状态与弹性血管壁及斑块的运动状态是完全耦合的,其耦合方程为^[15]

$$u(x, R(x), t) = \frac{\partial X(x, t)}{\partial t}, \quad (5)$$

$$v(x, R(x), t) = \frac{\partial R(x, t)}{\partial t}, \quad (6)$$

其中, X, R 分别为血管壁(或斑块)的轴向与径向位移。

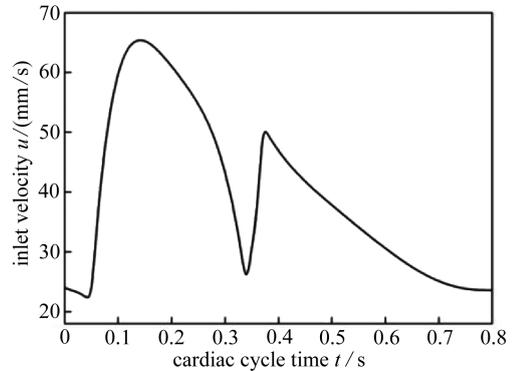


图2 入口速度

Fig. 2 The inlet velocity

2 结果与分析

提取第二个心动周期的计算结果并进行分析。

2.1 血流速度

图3为B模型心动周期内各典型时刻的血流速度流线分布图.由图可知,在收缩峰值期(0.14 s),LCX1(k_1)及动脉狭窄处(k_2)的血流速度较大,方向与管壁平行;LCX分叉处外侧(k_4)和OM近心端外侧(k_8)的血流速度相对较小.在血流减速期(0.26 s),血流速度不断减小,LCX2和OM近心端的血流速度极大值偏向动脉分叉内侧,其外侧(k_4, k_8)存在小面积的血流停滞区,且存在较小的血液回流现象.在心动收缩末期(0.34 s),心动收缩结束,血流速度到达最小值,在LCX2和OM近心端外侧(k_4, k_8)出现大量的血液回流现象,形成面积较大的低速涡流区,该区域内血流速度极低,造成血流动力不足,血流中复合糖类及脂质发生沉积,诱发血小板活性被激活,促进了LCX2中狭窄斑块的发展,为OM近心端早期动脉粥样硬化斑块的形成提供了有利条件^[16].在舒张峰值期(0.38 s),心脏处于舒张状态,血流速度达到舒张期最大值,LCX1(k_1)及动脉狭窄处(k_2)的血流速度较大,LCX2和OM近心端外侧(k_4, k_8)的血流速度较小,无明显的血液回流现象,血流分布较均匀.与心动舒张期相比,心动收缩期内血流速度变化较明显,在LCX2和OM近心端外侧(k_4, k_8)出现低速涡流区更大,血流分布更复杂,对动脉粥样硬化形成与发展的影响更大。

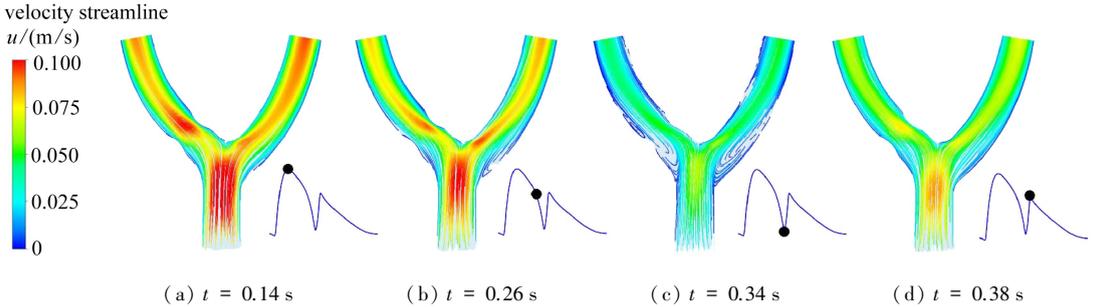


图3 血流速度场流线图

Fig. 3 The blood flow velocity streamlines

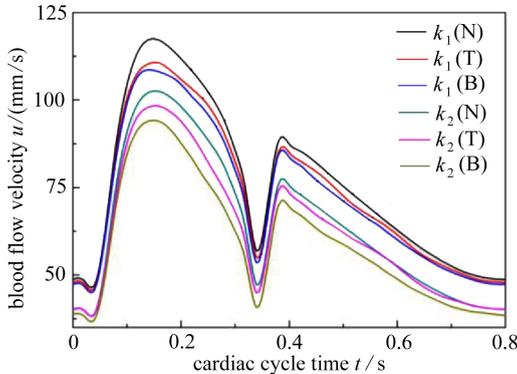


图4 心动周期内血流速度曲线

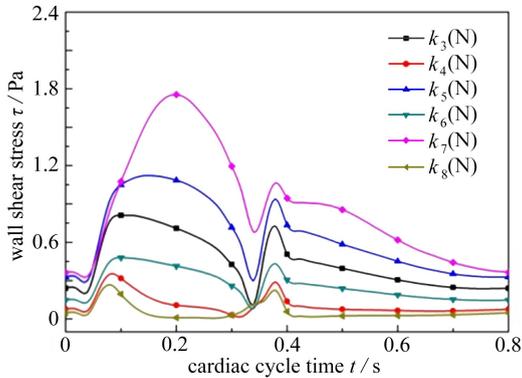
Fig. 4 The curves of blood flow velocities in a cardiac cycle

图4为心动周期内N, T和B模型中特征点 k_1 和 k_2 的血流速度曲线.由图可知,3种模型中血流速度变化趋势一致,LCX1(k_1)中的血流速度略大于LCX2狭窄处(k_2)血流速度.在

LCX1(k_1) 中, N 模型的血流速度最大, T 和 B 模型的血流速度相近. 在 LCX2 狭窄处 (k_2), N 模型血流速度最大, T 模型次之, B 模型血流速度最小; 其原因为心动周期内, 血流经历着心脏的收缩与舒张过程, 血流与血管壁之间的流固耦合作用使血管壁发生形变, 血液流体域变大, 血流速度减小.

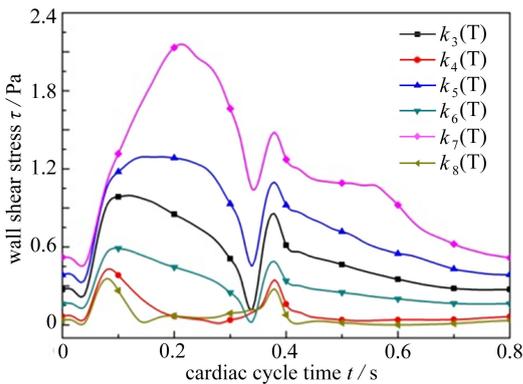
2.2 壁面切应力

图 5 为 3 种模型的壁面切应力随时间变化曲线. 由图可知, 心动周期内, 在 OM 近心端内侧和外侧 (k_7, k_8) 壁面切应力变化幅度较大, 壁面剪切率较大, 该特点易于引起血管内膜结构和功能发生改变, 增大血管内膜增生的概率, 易发生动脉粥样硬化病变. 在 LCX2 近心端外侧 (k_4) 壁面切应力均较小 (小于 0.5 Pa), 该区域管壁内皮细胞吸收血液中边流的致动脉粥样硬化因子增多, 为 LCX2 中粥样硬化斑块的发展提供了合适的生理环境. 在 LCX2 狭窄处 (k_5), 壁面切应力相对未狭窄处 (k_3, k_6) 较大, 在心动收缩峰值期壁面切应力较大, 且变化平缓, 该特点易造成血栓斑块的撕裂并释放栓子, 诱发血流中凝血与纤溶系统被激活, 进而促进了动脉粥样硬化的发展^[17].



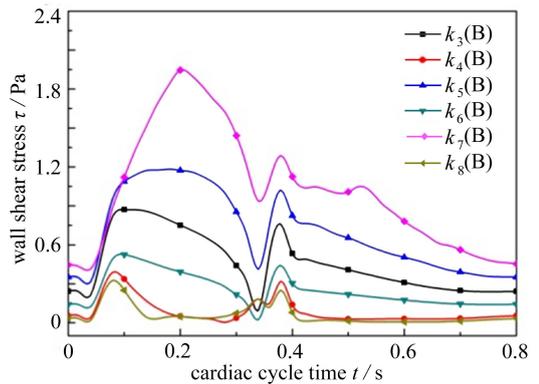
(a) Newton 血液模型

(a) The Newtonian blood model



(b) 两相血液模型

(b) The 2-phase blood model



(c) 双向流固耦合模型

(c) The bidirectional coupling model

图 5 心动周期内壁面切应力曲线

Fig. 5 The curves of wall shear stresses in a cardiac cycle

3 种模型相互对比, N 和 T 模型的壁面切应力变化规律一致, T 模型的壁面切应力比 N 模型大, 其原因为 T 模型血流中存在动力学粘度较大的红细胞, 其流动过程中与管壁摩擦作用

产生了较大壁面切应力.与 N,T 模型相比,B 模型的壁面切应力略小于 T 模型.B 模型中,在心动收缩末期,LCX2 和 OM 近心端外侧 (k_4, k_8) 存在壁面切应力突变现象;在心动舒张中期,OM 近心端内侧 (k_7) 处壁面切应力出现微小波动;其原因在于 B 模型中出现低速涡流区,且在 OM 近心端出现内外侧血流速度变化较大,血流中红细胞不断与管壁摩擦作用,并伴随着管壁的形变,导致壁面切应力出现波动现象.

2.3 红细胞运动与壁面位移

2.3.1 红细胞运动

图 6 为 B 模型血管腔中间截面及各横截面的红细胞平均粒子率云图.由图可知,LCX1 中红细胞的流动主要集中于管腔中心轴线区域,即血流速度较大区域.LCX2 和 OM 近心端中,红细胞的流动偏向于分叉内侧,其外侧红细胞流动数量较少,与血流速度分布规律一致,该分布特点易造成外侧内皮细胞缺氧或缺血,血管壁的通透性增加并引起血管内膜损伤,血小板活性被激活并发生凝血,为动脉粥样硬化的形成与发展提供了有利的条件^[18].LCX2 狭窄处红细胞流动偏向于内侧,红细胞流动过程中,不断与管壁产生摩擦与碰撞,使内侧壁面切应力较大.

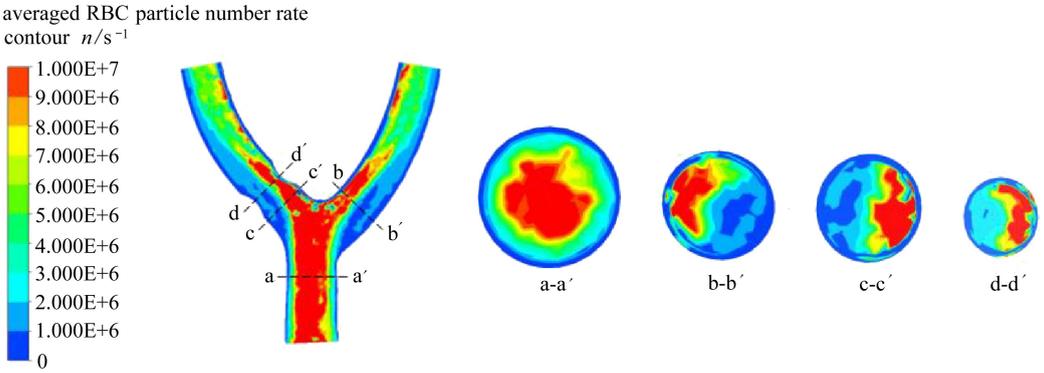


图 6 红细胞平均粒子率

Fig. 6 The averaged RBC particle number rate

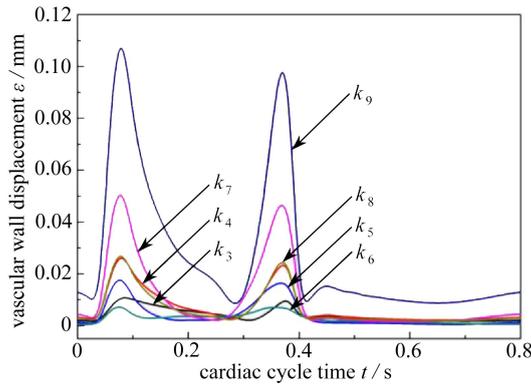


图 7 心动周期内血管壁面位移曲线

Fig. 7 The curves of vascular wall displacements in a cardiac cycle

2.3.2 壁面位移

图 7 为心动周期内 B 模型中各特征点的壁面形变曲线.由图可知,各特征点的位移变化趋势一致,各特征点壁面形变量峰值均出现在心动收缩和舒张早期,其原因为收缩与舒张早期是心脏的收缩与舒张的转换结束阶段,血流与血管壁的流固耦合作用发生了大量能量交换,导致

壁面形变较大,动脉分叉处(k_7, k_9)壁面位移最大,壁面形变量幅度最大,该特点易造成分叉处血流紊乱,引起管壁内膜功能紊乱,内膜发生增生与损伤,内膜基质中的胶原和组织因子易暴露于血流中,诱发新的血栓斑块形成.LCX2和OM近心端外侧(k_4, k_8)壁面形变量相近,LCX1近心端(k_3)和LCX2远心端(k_6)的壁面形变量最小,LCX2狭窄处(k_5)壁面形变量相对较小,不易造成血栓斑块的脱落。

3 结 论

1) 左冠状动脉中,LCX2和OM近心端外侧出现的低速涡流区,其壁面切应力和红细胞体积分数均较小,血流流态复杂,易造成血管内皮细胞缺氧或缺血,内膜局部致炎性细胞因子增多,管壁内膜细胞的结构形态与功能发生改变,凝血与纤溶系统被激活,易诱发左冠状动脉粥样硬化病变。

2) 一个心动周期内,在心动收缩与舒张早期血管壁面形变量出现极大值,其中,左冠状动脉分叉处壁面形变量较大,易造成管壁内膜功能发生紊乱,血小板被激活并发生凝聚,促使粥样斑块形成;血流中红细胞的流动主要集中于血流速度较大区域,LCX2和OM近心端红细胞流动偏向血管腔内侧,且平均红细胞体积分数较大。

3) 3种血流模型的血流速度和切应力变化趋势一致;与N模型相比,T模型血流速度较小,壁面切应力较大;与N,T模型相比,B模型血流速度最小,壁面切应力出现局部波动现象.3种血液模型对比可知,T和B模型中红细胞的流动特性对血流速度及壁面切应力分布等流体力学特性影响较大,B模型更符合真实情况的血液流动。

参考文献(References):

- [1] 陈伟伟,高润霖,刘力生,朱曼璐,王文,王拥军,吴兆苏,胡盛寿.中国心血管病报告2013概要[J].中国循环杂志,2014,7(29):487-491.(CHEN Wei-wei, GAO Run-lin, LIU Li-sheng, ZHU Man-lu, WANG Wen, WANG Yong-jun, WU Zhao-su, HU Sheng-shou. Summary of report on cardiovascular diseases in China 2013[J]. *Chinese Circulation Journal*, 2014, 7(29): 487-491.(in Chinese))
- [2] Nixon A M, Gunel M, Sumpio B E. The critical role of hemodynamics in the development of cerebral vascular disease: a review[J]. *Journal of Neurosurgery*, 2010, 112(6): 1240-1253.
- [3] 杨金有,俞航,刘静,洪洋.椎动脉狭窄内血液两相流动数值模拟分析[J].现代生物医学进展,2014,14(18):3410-3413.(YANG Jin-you, YU Hang, LIU Jing, HONG Yang. Numerical simulation in two-phase blood flow in stenosis of vertebral artery[J]. *Progress in Modern Biomedicine*, 2014, 14(18): 3410-3413.(in Chinese))
- [4] 刘莹,章德发,毕勇强,王梦洪.主动脉弓及分支血管内非稳态血流分析[J].应用数学和力学,2015,36(4):432-439.(LIU Ying, ZHANG De-fa, BI Yong-qiang, WANG Meng-hong. Analysis of unsteady blood flow in the human aortic bifurcation[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2015, 36(4): 432-439.(in Chinese))
- [5] Tomaiuolo G. Biomechanical properties of red blood cells in health and disease towards microfluidics[J]. *Biomicrofluidics*, 2014, 8(5): 051501-1-051501-19.
- [6] Filipovic N, TENG Zhong-zhao, Radovic M, Saveljic I, Fotiadis D, Parodi O. Computer simulation of three-dimensional plaque formation and progression in the carotid artery[J]. *Medical*

- & *Biological Engineering & Computing*, 2013, **51**(6): 607-616.
- [7] 杨关林, 王凤荣. 冠心病[M]. 北京: 中国中医药出版社, 2010.(YANG Guan-lin, WANG Feng-rong. *Coronary Heart Disease*[M]. Beijing: China Press of Traditional Chinese Medicine, 2010.(in Chinese))
- [8] Cebra J R, Mut F, Sforza D, Löhner R, Scrivano E, Lylyk P, Putman C. Clinical application of image-based CFD for cerebral aneurysms[J]. *International Journal for Numerical Methods in Biomedical Engineering*, 2011, **27**(7): 977-992.
- [9] 周俊波, 刘洋. FLUENT6.3 流场分析从入门到精通[M]. 北京: 机械工业出版社, 2012.(ZHOU Jun-bo, LIU Yang. *FLUENT6.3 Analysis of Flow Field From Entry to the Master*[M]. Beijing: China Machine Press, 2012.(in Chinese))
- [10] 李映. 离心泵内部固液两相流动数值模拟与磨损特性研究[D]. 杭州: 浙江理工大学, 2014.(LI Yi. The research on numerical simulation and abrasion property of solid-liquid two-phase-flow centrifugal pump[D]. PhD Thesis. Hangzhou: Zhejiang Sci-Tech University, 2014.(in Chinese))
- [11] LIU Bi-yue. The influences of stenosis on the downstream flow pattern in curved arteries[J]. *Medical Engineering & Physics*, 2007, **29**(8): 868-876.
- [12] WU Wei-tao, Aubry N, Massoudi M. On the coefficients of the interaction forces in a two-phase flow of a fluid infused with particles[J]. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 2014, **59**: 76-82.
- [13] SUN An-qiang, FAN Yu-bo, DENG Xiao-yan. Numerical study of hemodynamics at coronary bifurcation with and without swirling flow[C]//*Proceedings of 6th World Congress of Biomechanics*. Singapore, 2010: 1428-1430.
- [14] Amblard A, Walter-Le Berre H, Bou-Saïd B, Brunet M. Analysis of type I endoleaks in a stented abdominal aortic aneurysm[J]. *Medical Engineering & Physics*, 2009, **31**(1): 27-33.
- [15] 刘纯, 白象忠, 李小宝. 狭窄血管处管壁的变形与应力分析[J]. 工程力学, 2013, **30**(2): 464-469.(LIU Chun, BAI Xiang-zhong, LI Xiao-bao. Deformation and stress analysis of stenosed vessels[J]. *Engineering Mechanics*, 2013, **30**(2): 464-469.(in Chinese))
- [16] Jung J, Lyczkowski R W, Panchal C B, Hassanein A. Multiphase hemodynamic simulation of pulsatile flow in a coronary artery[J]. *Journal of Biomechanics*, 2006, **39**(11): 2064-2073.
- [17] HOU Yun-long, Wischgoll T, Kassab G S. Flow patterns in three-dimensional porcine epicardial coronary arterial tree[J]. *American Journal of Physiology—Heart and Circulatory Physiology*, 2007, **293**(5): 2959-2970.
- [18] 宋江湖, 陈国定, 任延平. 考虑流固耦合作用的主动脉弓血液流动分析[J]. 中国生物医学工程学报, 2008, **27**(3): 405-409.(SONG Jiang-hu, CHEN Guo-ding, REN Yan-ping. Blood flow analysis in aortic arch with fluid-structure interaction[J]. *Chinese Journal of Biomedical Engineering*, 2008, **27**(3): 405-409.(in Chinese))

2-Phase Hemodynamic Analysis Under Bidirectional Fluid-Structure Interaction in the Left Coronary Artery With Stenosis

LIU Ying¹, ZHANG Wei-zhong¹, YIN Yan-fei¹,

ZHANG Zhi-liang², ZHANG De-fa¹

(1. School of Mechanical and Electrical Engineering, Nanchang University,
Nanchang 330031, P.R.China;

2. Department of Cardiology, the First Affiliated Hospital of Nanchang University,
Nanchang 330006, P.R.China)

Abstract: Treated as a 2-phase flow, the blood flow in the left coronary artery with stenosis was transiently simulated with the method of computational fluid mechanics, under the bidirectional fluid-structure interaction between the blood flow and the vascular wall. The blood flow distribution characteristics in the left coronary artery was analyzed at typical moments within a cardiac cycle, and the effects of the 2-phase blood model plus the fluid-structure interaction on the hemodynamics were studied in comparison with those of the Newtonian blood model and the 2-phase blood model. The results show that, in the proximal outside of the obtuse marginal and the distal part of the left circumflex branch there appear low-speed eddy zones where both the wall shear stress and the red blood cells' volume fraction are relatively small, resulting in a suitable physical environment for the formation and development of atherosclerosis. The wall displacement at the left coronary artery bifurcation is rather large, making a possible cause for the disfunctions of the vascular wall intima, which also prompts the formation of the atherosclerotic plaques. The comparison between different blood models shows, the flow characteristics of red blood cells have considerable influences on the hemodynamics of blood flow velocity and wall shear stress, and the bidirectional fluid-structure interaction model is more consistent with the true situation of the blood flow.

Key words: 2-phase blood flow; stenosis; fluid-structure interaction; left coronary artery; hemodynamics; red blood cell

Foundation item: The National Natural Science Foundation of China(51165031)

引用本文/Cite this paper:

刘莹, 张伟中, 殷艳飞, 张智亮, 章德发. 双向流固耦合作用下狭窄左冠状动脉内两相血流分析[J]. 应用数学和力学, 2016, 37(5): 501-509.

LIU Ying, ZHANG Wei-zhong, YIN Yan-fei, ZHANG Zhi-liang, ZHANG De-fa. 2-phase hemodynamic analysis under bidirectional fluid-structure interaction in the left coronary artery with stenosis[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2016, 37(5): 501-509.