

含摩擦的多刚体系统碰撞问题的 滑动状态步进法*

姚文莉^{1,2}, 陈 滨³, 刘才山³, 徐 鉴¹

(1. 同济大学 航空航天与力学学院, 上海 200092;

2. 山东科技大学 理学院, 山东 青岛 266510;

3 北京大学 力学与工程科学系, 北京 100871)

(叶庆凯推荐)

摘要: 研究了含铰摩擦的多刚体系统的碰撞动力学问题。在保留了关于处理冲击问题的经典近似假定的基础上, 给出了计算冲击后系统广义速度的滑动模式步进算法。该算法避免了求解变尺度的微分方程的困难, 同时由于考虑了切向模式的复杂性, 从而使计算结果避免了碰撞前后能量的不协调性。算例描述了该算法的实现过程。

关键词: 多刚体系统; 铰摩擦; 滑动状态; 步进法

中图分类号: O313.4 文献标识码: A

引 言

对于理想约束的多刚体系统, 打击前后的广义速度的关系可以通过积分无限小的冲击过程来得到, 关于这方面的文献在一般的分析力学教材^[1]中都可见到。当约束处的摩擦不能忽略, 按照经典的离散系统的冲击动力学的方法来处理问题就出现了困难。

对于含摩擦的多体系统冲击问题的研究一般有两种方法: 1) 基于时间步长水平上的方法; 2) 基于冲量水平上的方法。

前者的主要困难在于选择计算步长以及粘滞与滑动的状态转变点的搜索问题。而 Kane^[2]首次利用第二种方法研究了考虑摩擦的多体系统的碰撞问题, 他应用了经典的碰撞理论及 Whittaker 假定, 但用这种方法的研究中发现了碰撞过程中系统的能量有时会增加的奇怪现象, 即所谓的“Kane 的动力学之谜”。一些学者^[3-4]认为: 这个动力学之谜出现的主要原因之一在于, Whittaker 假定中的切向运动模式过于简单, 在实际的冲击过程中, 接触点切向存在着滑动换向、粘滞等复杂现象, 而这一定会带来摩擦力方向的变化。

在本文中, 我们研究了考虑摩擦的多刚体系统发生碰撞时的动力学问题。在保留了关于处理冲击问题的经典近似假定的基础上, 给出了计算冲击后速度的计算方法, 我们把它称作为

* 收稿日期: 2006-11-20; 修订日期: 2007-09-29

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(10532050); 国家杰出青年基金资助项目(10625211)

作者简介: 姚文莉(1969—), 女, 山东泰安人, 副教授, 博士(联系人, Tel: + 86-532-86057933; E-mail: ywenli1969@sina.com)。

滑动状态步进法。该方法可以避免求解变尺度的微分方程的困难,同时由于考虑了切向模式的复杂性,从而使计算结果避免了碰撞前后能量的不协调性。

1 含铰摩擦的多刚体系统的碰撞动力学方程简化

1.1 碰撞动力学方程

如图 1 示平面多刚体系统与固定面发生非协调接触碰撞,接触点为 A 点,此系统中 m 个铰处的摩擦不能忽略。取空间固定点 O 作为坐标原点, Ox 轴沿接触点 A 处切线方向, Oy 轴沿点 A 点处的法线方向。

应用第一类 Lagrange 方程可得系统的动力学方程

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \left[\frac{\partial T}{\partial \dot{\mathbf{q}}} \right] - \frac{\partial T}{\partial \mathbf{q}} = \\ \mathbf{Q} + \boldsymbol{\varphi}_q^T \boldsymbol{\lambda} + \boldsymbol{\varphi}_q^{(R)T} \mathbf{F}^{(R)}, \\ \boldsymbol{\varphi}(\mathbf{q}, t) = \mathbf{0}, \\ \boldsymbol{\varphi}^{(R)}(\mathbf{q}, t) = \mathbf{0}, \end{cases} \quad (1)$$

其中 T 为系统动能, $\mathbf{q} \in R^n$ (n 为广义坐标个数) 为系统的广义坐标矢量, $\boldsymbol{\varphi}(\mathbf{q}, t) \in R^m$ 代表考虑摩擦的双面约束处接触点的法向相对距离矢量; $\boldsymbol{\varphi}^{(R)}(\mathbf{q}, t) \in R^k$ 代表 m 个接触点中的 k 个粘滞约束中的切向相对位移矢量; $\mathbf{Q} = \mathbf{Q}^{(r)} + \mathbf{Q}^{(f)} + \mathbf{Q}^{(A)}$, $\mathbf{Q}^{(r)}$ 为常规作用力的广义力矢量, $\mathbf{Q}^{(f)}$ 为摩擦力所对应的广义力矢量; 令 $\mathbf{r}^{(A)}$ 代表碰撞接触点 A 的矢径; x_A, y_A 分别为沿 A 点切向及法向坐标; F_τ, F_n 分别为接触力切向与法向部分, 则

$$Q_i^{(A)} = \mathbf{F}^{(A)} \cdot \frac{\partial \mathbf{r}^{(A)}}{\partial q_i} = \frac{\partial y_A}{\partial q_i} F_n + \frac{\partial x_A}{\partial q_i} F_\tau,$$

$\boldsymbol{\lambda}, \mathbf{F}^{(R)}$ 分别对应考虑摩擦的双面约束处的法向约束反力以及粘滞约束处的切向约束力矢量。

1.2 动力学方程简化

在冲击的任何时间间隔 (dt) 内, 我们采用经典近似碰撞假设: ①系统的位形在碰撞中不发生改变; ②所有的常规作用力被忽略。

则碰撞过程中简化的动力学方程为

$$\begin{cases} d\mathbf{q} = \mathbf{M}_1 \mathbf{R}^{(S)} \mathbf{u}^{(S)} | \boldsymbol{\lambda}^{(S)} dt + \mathbf{M}_1 \left[\frac{\partial y_A}{\partial \mathbf{q}} dP_n + \frac{\partial x_A}{\partial \mathbf{q}} dP_\tau \right], \\ \boldsymbol{\lambda}^{(S)} dt = \mathbf{M}_3 \mathbf{R}^{(S)} \mathbf{u}^{(S)} | \boldsymbol{\lambda}^{(S)} dt + \mathbf{M}_3 \left[\frac{\partial y_A}{\partial \mathbf{q}} dP_n + \frac{\partial x_A}{\partial \mathbf{q}} dP_\tau \right], \\ \boldsymbol{\lambda}^{(R)} dt = \mathbf{M}_5 \mathbf{R}^{(S)} \mathbf{u}^{(S)} | \boldsymbol{\lambda}^{(S)} dt + \mathbf{M}_5 \left[\frac{\partial y_A}{\partial \mathbf{q}} dP_n + \frac{\partial x_A}{\partial \mathbf{q}} dP_\tau \right], \\ \mathbf{F}^{(R)} dt = \mathbf{M}_7 \mathbf{R}^{(S)} \mathbf{u}^{(S)} | \boldsymbol{\lambda}^{(S)} dt + \mathbf{M}_7 \left[\frac{\partial y_A}{\partial \mathbf{q}} dP_n + \frac{\partial x_A}{\partial \mathbf{q}} dP_\tau \right], \end{cases} \quad (2)$$

其中, $\boldsymbol{\lambda}^{(R)}$ 为相应的粘滞约束中的法向约束力矢量, $\boldsymbol{\lambda}^{(S)} = [\lambda_1^{(S)} \dots \lambda_{m-k}^{(S)}]^T$ 为滑动接触点的法向约束力矢量

$$\begin{cases} dP_n = F_n dt, \\ dP_\tau = F_\tau dt, \end{cases} \quad \mathbf{R}^{(S)} = [r_{ij}]_{n \times (m-k)},$$

若令 $\boldsymbol{\tau}_j$ 令代表沿第 j 个约束处动滑动摩擦力方向的单位向量, $\mathbf{r}_j^{(r)}$ 代表该摩擦力作用点的相对

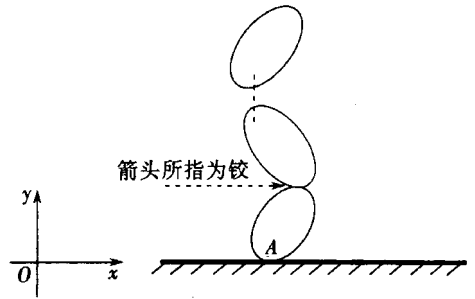


图 1 多刚体系统与固定面发生接触碰撞

位移矢量, 则

$$r_{\bar{j}} = \tau_{\bar{j}} \cdot \frac{\partial r_j^{(i)}}{\partial q_i}; \quad u^{(S)} = [\mu_{\bar{j}}]_{(m-k) \times (m-k)},$$

其中当 $i = j$ 时, $\mu_{\bar{j}} = \mu_i$ (μ_i 为约束 i 处的动滑动摩擦系数); 当 $i \neq j$ 时, $\mu_{\bar{j}} = 0$;

$$M = \begin{bmatrix} M_1 & M_2 & M_9 & M_{10} \\ M_3 & M_4 & M_{11} & M_{12} \\ M_5 & M_6 & M_{13} & M_{14} \\ M_7 & M_8 & M_{15} & M_{16} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M & -\varphi_q^T & -\varphi_q^{(NR)T} & -\varphi_q^{(R)T} \\ \varphi_q^{(NS)} & 0 & 0 & 0 \\ \varphi_q^{(NR)} & 0 & 0 & 0 \\ \varphi_q^{(R)} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^{-1},$$

其中 M 为系统的质量矩阵, M_i ($i = 1, 2, \dots, 16$) 的维数与等式右端矩阵中相应位置处的矩阵维数相同, $\varphi_q^{(NR)}$ 对应粘滞约束中的接触点的法向位移的 $k \times n$ 阶 Jacobian 矩阵, $\varphi_q^{(NS)}$ 对应滑动约束中接触点的法向位移的 $(m-k) \times n$ 阶 Jacobian 矩阵。

2 含摩擦的多刚体系统碰撞问题的滑动状态步进算法

2.1 计算的一般步骤

在本文中, 我们用来处理含摩擦的多刚体系统冲击动力学的方法, 被称作滑动状态步进法。该方法的本质要点在于: 在一个计算步中只含各个摩擦作用点的一种滑动状态, 即或者滑动或者粘滞, 且一种滑动状态只含在一个计算步中。

我们可以由方程组(2) 得到在计算步 i 与 $i-1$ 之间状态的步进关系:

$$\dot{q}^{(i)} = \dot{q}^{(i-1)} + M_1 R^{(S)} u^{(S)} | \Delta P^{(S)} | + M_1 \begin{pmatrix} \frac{\partial \gamma_A}{\partial q} \Delta P_n + \frac{\partial x_A}{\partial q} \Delta P_\tau \end{pmatrix}, \quad (3)$$

其中 $\Delta P^{(S)} = [\lambda^{(S)} \Delta t \quad \dots \quad \lambda_{n-m}^{(S)} \Delta t]^T$ 。

下面给出滑动状态步进算法的一般步骤:

I. 根据冲击的初始条件, 计算各个平面较处摩擦力作用点的相对滑动速度, 以确定方程组(3)中的各项;

II. 确定滑动接触点处的滑动摩擦冲量 $\Delta P^{(S)}$;

III. 确定打击冲量步长: 当各个较处摩擦力作用点状态改变时所计算得到的最小打击冲量, 作为本次计算步的步长;

IV. 继续计算, 直至所有的冲量步长之和超过或等于碰撞冲量中的最大值, 其中最后一步的步长值为打击冲量中的最大值减去前一步之前的冲量总和, 计算得到冲击后的广义速度响应。

2.2 算法实现中的难点问题

① 方程组(3)中含有未知力的绝对值, 增加了确定滑动接触点处的滑动摩擦冲量的难度, 本文中解决此问题的关键, 在于引入了关于滑动摩擦冲量的线性互补性方程;

② 冲量步长的计算如何实现, 步长的计算方法是本算法中的关键所在;

③ 碰撞的最终冲量如何计算。

在算例中我们详细描述了, 滑动状态步进算法在含摩擦的多刚体系统冲击问题中的具体实现过程及解决难点的方法。

3 算例

3.1 算例 1 含有单自由度滑动副的刚体系统与地面的碰撞问题

如图 2 示, 套筒 B 沿固定杆滑动, 均质连杆 AB 在随套筒运动过程中与固定平面碰撞. AB 质量为 m , 长度为 $2l$, 套筒 B 质量不计. 求碰撞后系统的状态.

3.1.1 计算过程

系统广义坐标取为 $\mathbf{q} = [q_1 \ q_2 \ q_3]^T = [x_C \ y_C \ \theta]^T$, 其中 (x_C, y_C) 为质心 C 的坐标, θ 为连杆 AB 与铅直线之间的夹角. 则

系统约束方程为 $\varphi = q_1 - l \sin q_3 = 0$; 系统动能为

$$T = \frac{1}{2}m(\dot{q}_1^2 + \dot{q}_2^2) + \frac{1}{6}ml^2\dot{q}_3^2.$$

下面详细描述从状态 $i-1$ 到状态 i 的一个状态步中的计算过程:

① 确定广义速度变化量与法向碰撞冲量增量的关系

计算 $\dot{y}_B^{(i-1)}$ 的值, 如果 $\dot{y}_B^{(i-1)} \neq 0$, 则判断是否存在求解 B 处约束反力的奇异性问题. 若为奇异位置, 则使 B 点保持粘滞, 直至碰撞结束, 否则有 $\dot{\mathbf{q}}^{(i)} = \dot{\mathbf{q}}^{(i-1)} + \mathbf{g}^{(i)} \Delta P_n^{(i)}$, 其中

$$\mathbf{g}^{(i)} = \frac{\mathbf{M}_1 \mathbf{R}^{(S)} \mathbf{u}^{(S)} h}{1 - \mathbf{M}_3 \mathbf{R}^{(S)} \text{sgn} h} \text{sgn} h + \mathbf{M}_1 \left[\frac{\partial y_C}{\partial \mathbf{q}} + u_1 \frac{\partial x_C}{\partial \mathbf{q}} \right], \quad u_1 = \frac{dP_\tau}{dP_n},$$

$$h = \mathbf{M}_3 \left[\frac{\partial y_C}{\partial \mathbf{q}} + u_1 \frac{\partial x_C}{\partial \mathbf{q}} \right].$$

如果 $\dot{y}_B^{(i-1)} = 0$, 则 $\dot{\mathbf{q}}^{(i)} = \dot{\mathbf{q}}^{(i-1)} + \mathbf{g}^{(i)} \Delta P_n$, 其中 $\mathbf{g}^{(i)} = \mathbf{M}_1 \left[\partial y_C / \partial \mathbf{q} + u_1 \partial x_C / \partial \mathbf{q} \right]$.

② 确定状态冲量步长 $\Delta P_n^{(i)}$ 及碰撞总冲量 P_n^f

$$\text{令 } \Delta P_1 = - \frac{\dot{y}_B^{(i-1)}}{\mathbf{Y}_q^B \mathbf{g}^{(i)}}, \quad \Delta P_2 = - \frac{\dot{x}_A^{(i-1)}}{\mathbf{X}_q \mathbf{g}^{(i)}},$$

$$\text{其中 } \mathbf{X}_q = \left[\frac{\partial x_A}{\partial q_1} \quad \cdots \quad \frac{\partial x_A}{\partial q_n} \right]^T, \quad \mathbf{Y}_q^B = \left[\frac{\partial y_B}{\partial q_1} \quad \cdots \quad \frac{\partial y_B}{\partial q_n} \right]^T.$$

如果 $\dot{y}_B^{(i-1)} \neq 0$ 且 $\dot{x}_A^{(i-1)} \neq 0$, 则 $\Delta P_n^{(i)} = \min(\Delta P_1, \Delta P_2)$;

如果 $\dot{y}_B^{(i-1)} \neq 0$ 且 $\dot{x}_A^{(i-1)} = 0$, 则 $\Delta P_n^{(i)} = \Delta P_1$;

如果 $\dot{y}_B^{(i-1)} = 0$ 且 $\dot{x}_A^{(i-1)} \neq 0$, 则 $\Delta P_n^{(i)} = \Delta P_2$.

因此, 我们按下式计算: $\dot{\mathbf{y}}_A^{(i)} = \mathbf{Y}_q^B (\dot{\mathbf{q}}^{(i-1)} + \mathbf{g}^{(i)} \Delta P_n^{(i)})$.

若 $\text{sgn}(\dot{y}_A^{(i)}) = 0$, 则压缩阶段法向冲量 $P_n^c = \sum_{k=1}^i \Delta P_n^{(k)}$; 若 $\text{sgn}(\dot{y}_A^{(i)}) = 1$, 则 $\Delta P_n^{(i)} = - \dot{y}_A^{(i-1)} / (\mathbf{Y}_q^B \mathbf{g}^{(i)})$, 压缩阶段法向冲量为 $P_n^c = \sum_{k=1}^i \Delta P_n^{(k)}$.

如果 $\dot{y}_B^{(i-1)} = 0$ 且 $\dot{x}_A^{(i-1)} = 0$, 则 $\Delta P_n^{(i)} = - \dot{y}_A^{(i-1)} / (\mathbf{Y}_q^B \mathbf{g}^{(i)})$, 压缩阶段法向冲量为 $P_n^c = \sum_{k=1}^i \Delta P_n^{(k)}$.

本文采用 Poisson 恢复系数, 则总法向冲量为 $P_n^f = (1 + e_p) P_n^c$.

③ 计算状态 i 的广义速度

$$\dot{\mathbf{q}}^{(i)} = \dot{\mathbf{q}}^{(i-1)} + \mathbf{g}^{(i)} \Delta P_n^{(i)}.$$

④ 判断计算结束点

若 $\sum_{k=1}^i \Delta P_n^{(k)} \geq P_n^f$, 则冲击后的广义速度矢量为

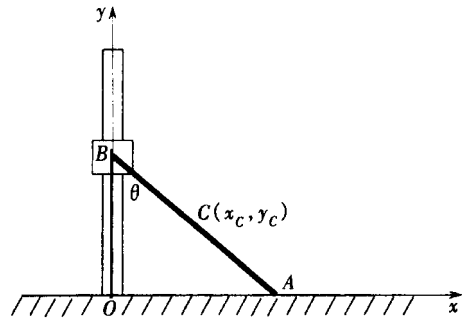


图 2 套筒连杆机构与地面的碰撞

$$\dot{q}^f = \dot{q}^{(i-1)} + g^{(i)} \left(P_n^f - \sum_{k=1}^{i-1} \Delta P_n^{(k)} \right),$$

标志计算结束; 否则继续按前面的步骤计算状态 $i + 1$ 所对应的系统的广义速度。

说明 因法向碰撞力总为正值, 所以总有碰撞冲量 $\Delta P_n^{(i)} \geq 0$, 即随着 i 的增加, $\sum_{k=1}^i \Delta P_n^{(k)}$ 是递增的, 故计算结束条件总可以实现。

3.1.2 计算结果

在计算中选取以下初始条件:

初始速度: $\dot{x}_C^0 = 1 \text{ m/s}$, $\dot{y}_C^0 = 1 \text{ m/s}$, $\dot{\theta}^0 = 0.5774 \text{ rad/s}$; 初始位形: $x_C^0 = 1 \text{ m}$, $y_C^0 = 3 \text{ m}$, $\theta^0 = \pi/6$ 。

则按前述过程计算可以得到计算结果如表 1(表中 μ_1 、 μ_2 分别代表 A 点、B 点处的摩擦因数; e_P 为所选择的 Poisson 碰撞恢复系数; 上标 f 代表碰撞后状态, T_f/T_0 表示碰撞后与碰撞前动能之比)。

表 1 套筒连杆机构碰撞问题计算结果

μ_1	μ_2	e_P	$\dot{x}_C^f / (\text{m/s})$	$\dot{y}_C^f / (\text{m/s})$	$\dot{\theta}^f / (\text{rad/s})$	T_f/T_0
0	0	1.0	1.274 5	-0.313 2	0.735 8	1
0.1	0.4	1.0	0.638 3	1.330 5	0.368 5	0.965 0
0.2	0.4	1.0	0.643 9	1.286 1	0.371 8	0.921 6
0.3	0.4	1.0	0.650 7	1.242 2	0.375 7	0.881 4
0.6	0.4	1.0	0.677 9	1.108 2	0.391 4	0.774 0
0.9	0.4	1.0	0.718 8	0.956 4	0.415 0	0.679 5
0.4	0.4	1.0	0.658 5	1.198 4	0.380 2	0.843 7
0.4	0.5	1.0	0.355 5	1.204 4	0.205 2	0.668 1
0.4	0.6	1.0	0.033 7	1.240 6	0.019 4	0.630 7
0.4	0.7	1.0	0.151 6	0.498 9	0.087 5	0.115 4
0.4	0.4	0.9	0.677 3	1.043 4	0.391 1	0.716 5
0.4	0.4	0.7	0.715 0	0.733 6	0.412 8	0.522 3
0.4	0.4	0.5	0.753 6	0.421 4	0.435 1	0.408 6
0.4	0.4	0.3	0.819 6	0.040 7	0.473 2	0.397 6

3.2 算例 2 含单自由度转动铰的刚体系统与固定面的碰撞问题

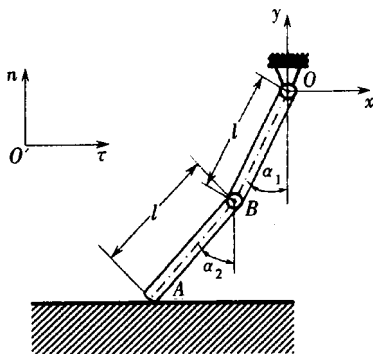


图 3 双摆与固定平面的碰撞

如图 3 示, 两个均质杆 OB 及 BA 在 B 点铰接构成双摆, 杆 OB 的另外一端悬挂在如图所示的 O 点。当杆 AB 的自由端与粗糙的半平面相碰撞, 杆与垂直线的夹角分别为 α_1 及 α_2 , 角速度分别为 $\dot{\alpha}_1$ 及 $\dot{\alpha}_2$, 设铰 B 处的摩擦因数为 μ_1 , 杆与半平面之间的摩擦因数为 μ_2 , 铰 B 为圆柱铰, 假定运动是平面的。

计算的过程与算例 1 相近, 在此给出计算结果如表 2 示。

表 2

考虑铰摩擦的双摆碰撞问题解

μ_1	μ_2	e_p	$\dot{\alpha}_1^0 / (\text{rad/s})$	$\dot{\alpha}_2^0 / (\text{rad/s})$	T_f/T_0
0	0	1.0	- 0.273 0	0.431 0	1
0.4	0.9	0.7	0.237 4	0.485 6	0.886 5
0.4	0.7	0.7	- 0.243 6	0.491 1	0.919 0
0.4	0.5	0.7	- 0.251 8	0.498 5	0.964 8
0.1	0.3	0.5	- 0.243 4	0.401 9	0.803 4
0.5	0.3	0.5	- 0.235 8	0.391 6	0.755 8
0.9	0.3	0.5	- 0.228 0	0.381 6	0.708 4
0	0.3	0	- 0.174 0	0.107 0	0.560 0
0.1	0.3	0	- 0.132 6	- 0.066 3	0.558 5
0.5	0.3	0	- 0.134 2	- 0.067 1	0.552 3
0.9	0.3	0	- 0.135 6	- 0.067 8	0.543 5

3.3 结果分析

由表 1 及表 2 中我们可以得出如下结论:

1) 碰撞后系统的动能没有增加;

2) 铰 B 处的摩擦因数及碰撞接触点 A 处的摩擦因数的增加, 均使得系统的动能减少, 但 A 处摩擦因数的变化对系统动能的影响更大;

3) 碰撞恢复系数的增加使系统的动能增加;

4) 当摩擦因数均为零以及恢复系数为 1 时, 系统的动能守恒。说明系统动能减少的原因是摩擦与碰撞接触点处的塑性吸收造成的。

4 结束语

在本文中, 我们研究了受到任意打击的考虑铰摩擦的平面多刚体系统的动力学问题。在保留了关于处理冲击问题的经典近似假定的基础上, 引入了计算冲击后速度的切向滑动模式步进法。该算法避免了求解变尺度的微分方程的困难, 同时由于考虑了切向模式的复杂性, 从而使计算结果避免了碰撞前后能量的不协调性。

本文的方法适用于平面多刚体系统的碰撞问题, 对于考虑空间铰摩擦的情形, 还有待于进一步研究。

致谢 本文作者感谢山东科技大学科学发展基金(05g017)的资助。

[参 考 文 献]

- [1] 黄昭度, 钟奉娥. 工程系统分析力学[M]. 北京: 高等教育出版社, 1992.
- [2] Kane T R, Levinson D A. Dynamics: Theory and Applications [M]. New York: McGraw-Hill, 1985, 150-180.
- [3] Lotstedt P. Coulomb friction in two-dimensional rigid systems[J]. Z Angew Math Mech, 1981, 61: 605-615.
- [4] Stronge W J. Generalized impulse and momentum applied to multibody impact with friction[J]. Mechanics of Structures and Machines, 2001, 29(2): 239-260.
- [5] 赵振, 刘才山, 陈滨. 步进冲量法[J]. 北京大学学报自然科学版, 2006, 42(1): 41-46.

- [6] Pfeiffer F. Multibody systems with unilateral constraints[J]. J Appl Math Mech, 2001, **65**(4): 665-670.
- [7] YAO Wen-li, CHEN Bin, LIU Cai-shan. Energetic coefficient of restitution for planar impact in multi-rigid-body systems with friction[J]. International Journal of Impact Engineering, 2005, **31**(3): 255-265.

Sliding State Stepping Algorithm Solving Impact Problems of Multi-Rigid-Body System With Joint Friction

YAO Wen-li^{1,2}, CHEN Bin³, LIU Cai-shan³, XU Jian¹

(1. School of Aerospace Engineering and Applied Mechanics, Tongji University, Shanghai 200092, P. R. China;

2. College of Science, Shandong University of Science and Technology, Qingdao, Shandong 266510, P. R. China;

3. Department of Mechanics and Engineering, Peking University, Beijing 100871, P. R. China)

Abstract: Impact dynamics of multi-rigid-body systems with joint friction was considered. Based on traditional approximate assumption dealing with impact problem, a general numerical method called sliding state stepping algorithm was introduced. This method can avoid the difficulties in solving differential equations with variable scale and the result can avoid the energy inconsistency before and after impact due to considering the complex of the tangential sliding mode. An example was given to describe the concrete details dealing with these difficulties.

Key words: multi-rigid-body system; joint friction; sliding state; stepping algorithm