

文章编号: 1000- 0887(2008) 05- 0525- 08

© 应用数学和力学编委会, ISSN 1000- 0887

具有外部扰动的空间刚性机械臂姿态 与末端爪手协调运动的 Terminal 滑模控制算法设计^{*}

郭益深, 陈 力

(福州大学 机械工程及自动化学院, 福州 350002)

(陈立群推荐)

摘要: 讨论了载体位置无控、姿态受控情况下, 具有外部扰动的漂浮基空间刚性机械臂, 载体姿态与末端爪手协调运动的控制算法设计问题。结合系统动量守恒关系及 Lagrange 方法, 建立了漂浮基空间刚性机械臂完全能控形式的系统动力学方程及运动 Jacobi 关系, 并将其转化为状态空间形式的系统控制方程。以此为基础, 根据 Terminal 滑模控制技术, 给出了系统相关 Terminal 滑模面的数学表达式, 在此基础上提出了具有外部扰动情况下漂浮基空间刚性机械臂载体姿态与末端爪手协调运动的 Terminal 滑模控制方案。提出的控制方案不但确保了闭环系统滑模阶段的存在性, 同时通过 Terminal 滑模函数的适当选取, 还保证了输出误差在有限时间内的收敛性。此外, 由于确保了无论何种情况下系统初始状态均在 Terminal 滑模面上, 从而消除了其它滑模控制方法常有的到达阶段, 使得闭环系统具有全局鲁棒性和稳定性。平面两杆空间刚性机械臂的系统数值仿真, 证实了方法的有效性。

关 键 词: 漂浮基空间刚性机械臂; 外部扰动; Terminal 滑模面; 协调运动; Terminal 滑模控制

中图分类号: TP241 文献标识码: A

引 言

作为执行太空任务的一种重要工具, 空间机械臂将在未来代替宇航员完成对远轨道失效卫星的捕捉、维修, 飞船与空间站的交会、对接, 以及空间站的在轨组装等作业任务。因此其相关的运动学、动力学与控制问题引起了国内外专家、学者的广泛注意^[1-14]。考虑到空间环境下液体控制燃料极其宝贵, 使用载体位置、姿态均不受控制的空间机械臂非常必要。但在某些情况下, 如为了保持无线电通讯联络或太阳能帆板持续工作等, 就需要使用载体姿态受控的空间机械臂系统。由于对载体姿态的控制可由太阳能帆板提供电能的反应轮来实现, 而不必消耗宝贵的液体控制燃料, 所以研究载体位置无控、姿态受控情况下空间机械臂的控制问题具有

* 收稿日期: 2008- 01- 02; 修订日期: 2008- 03- 18

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (10372022; 10672040); 福建省自然科学基金资助项目 (E0410008)

作者简介: 郭益深(1978—), 男, 福建人, 博士研究生(联系人. E-mail: gysguoyishen@sina.com).

重要的实际意义.

在空间机械臂所处的环境中, 外部扰动是不可避免的; 如机械臂关节间的摩擦力矩、噪声、液体姿态控制燃料的晃动及质量变化, 以及太阳风、各种粒子射线流等等. 然而由于处理上述问题的复杂性, 在空间机械臂系统控制问题的早期研究中人们都未加以考虑. 由于滑模控制具有对外部扰动的良好鲁棒性, 被认为是解决上述问题的一种有效控制方法. 在普通的滑模控制中, 通常都选择一个线性的滑动超平面, 使系统到达滑动模态后, 跟踪误差渐近地收敛到零, 其中渐近收敛的速度可以通过选择滑模面参数矩阵来任意调节. 尽管如此, 无论何种状态下它们的跟踪误差都不会在有限时间内收敛至零. 近年来, 为了获得更好的收敛性能, 一些学者提出了一种 Terminal 滑模控制策略^[15- 18], 该控制策略在滑动超平面的设计中引入了非线性函数, 从而使得在滑模面上跟踪误差能够在有限时间内收敛到零, 且对外部扰动具有更强的鲁棒性.

本文基于 Terminal 滑模控制技术, 讨论了具有外部扰动情况下, 漂浮基空间刚性机械臂载体姿态与末端爪手协调运动的控制问题. 结合系统动量守恒关系及 Lagrange 第二类方法, 分析、建立了漂浮基空间刚性机械臂完全能控形式的系统动力学方程及运动 Jacobi 关系, 并将其动力学方程转化为状态空间形式的系统控制方程. 以此为基础, 根据 Terminal 滑模控制技术, 给出了系统相关 Terminal 滑模面的数学表达式. 在此基础上提出了具有外部扰动情况下, 漂浮基空间刚性机械臂载体姿态与末端爪手协调运动的 Terminal 滑模控制算法. 提出的控制算法不但确保了闭环系统滑模阶段的存在性, 同时通过 Terminal 滑模函数的适当选取, 还保证了输出误差在有限时间内的收敛性. 此外, 由于确保无论何种情况下系统初始状态均在 Terminal 滑模面上, 从而消除了其它滑模控制方法常有的到达阶段, 使得闭环系统具有全局鲁棒和稳定性. 一个平面两杆漂浮基空间刚性机械臂的系统数值仿真, 证实了方法的有效性.

1 系统描述

不失一般性, 考虑如图 1 所示作平面运动的自由漂浮空间刚性机械臂系统. 设系统由自由漂浮位置不受控制、姿态受控的载体 B_0 及刚性机械臂 B_1 、 B_2 各分体组成. 建立平动的惯性坐标系 ($O - XY$), 以及各分体 B_i 的主轴连体坐标系 ($O_i - xy_i$) ($i = 0, 1, 2$), 其中 O_0 与 B_0 的质心 O_{c0} 重合, O_1 、 O_2 分别为联结 B_0 与 B_1 、 B_1 与 B_2 的圆柱铰中心, x_i ($i = 1, 2$) 分别为各分体 B_i 的对称轴.

设 O_0 沿 x_0 轴与 O_1 的距离为 d_0 , B_i ($i = 1, 2$) 沿 x_i 轴的长度为 l_i , 质心 O_i 沿 x_i 轴与 O_i 的距离为 d_i ($i = 1, 2$), 各分体的质量和中心惯量张量分别为 m_i 、 J_i ($i = 0, 1, 2$); C 为系统的总质心; r_C 、 r_p 分别为系统总质心与末端爪手相对于惯性坐标系原点的位置向量.

忽略微弱的重力梯度, 载体位置无控、姿态受控的自由漂浮空间刚性机械臂系统为无外力作用的无根多体系统. 系统满足动量守恒关系. 不失一般性, 设系统的初始动量为零. 若将载体相对于惯性坐标系 Y 轴的姿态转角 θ_0 , 机械臂各杆的相对转角 θ_i ($i = 1, 2$) 取为系统广义坐标 $q = (\theta_0, \theta_1, \theta_2)^T$, 则由系统动量守恒关系及 Lagrange 第二类方程, 可以得到载体位置无控、姿态受控自由漂浮空间刚

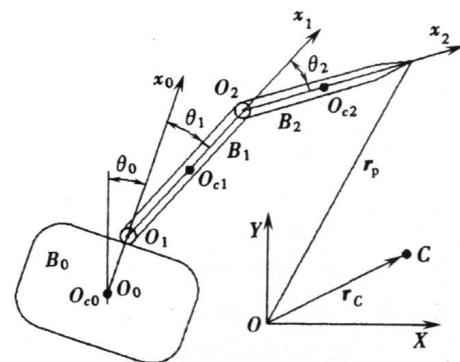


图 1 自由漂浮空间刚性机械臂系统

性机械臂系统, 如下形式的二阶系统动力学方程

$$D(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{h}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} = (\boldsymbol{\tau}_0 - \boldsymbol{\tau}^T)^T + \mathbf{f}(t), \quad (1)$$

式中, $D(\mathbf{q}) \in R^{3 \times 3}$ 为系统对称、正定质量矩阵, $\mathbf{h}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \dot{\mathbf{q}} \in R^{3 \times 1}$ 为包含科氏力、离心力的列阵, $\boldsymbol{\tau}_0$ 为载体姿态控制力矩, $\boldsymbol{\tau} = (\boldsymbol{\tau}_1, \boldsymbol{\tau}_2)^T$ 为机械臂关节铰控制力矩组成的二阶列阵, $\mathbf{f}(t) \in R^{3 \times 1}$ 为外部干扰信号, 如关节间摩擦力矩、噪声及系统姿态控制燃料的质量变化等。 $\mathbf{f}(t)$ 满足下面的条件:

$$|f_i| \leq F_i \quad (i = 1, 2, 3), \quad (2)$$

其中, f_i 为 $\mathbf{f}(t)$ 的元素; F_i 为非负函数, 且为列向量 $\mathbf{F} \in R^{3 \times 1}$ 的元素。设空间刚性机械臂末端爪手在惯性坐标系($O-XY$)的位置坐标为 $X_p = (x_p, y_p)^T$, 则由系统位置几何关系及系统动量守恒关系, 可以将系统运动 Jacobi 关系写为如下形式:

$$\dot{\mathbf{X}}_p = \mathbf{J}_1(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}}, \quad (3)$$

其中, $\mathbf{J}_1(\mathbf{q}) \in R^{2 \times 3}$ 为系统的广义运动 Jacobi 矩阵。

由于本文考虑的是, 空间刚性机械臂载体姿态与机械臂末端爪手, 惯性空间轨迹协调运动的控制问题, 因此我们扩展定义系统的控制输出为 $\mathbf{Y} = (\theta_0 \ X_p^T)^T$, 由(3)式可得

$$\dot{\mathbf{Y}} = [I_1^T \ J_1^T(\mathbf{q})]^T \dot{\mathbf{q}} = \mathbf{J}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}}, \quad (4)$$

其中 $\mathbf{J}(\mathbf{q}) = [I_1^T \ J_1^T(\mathbf{q})]^T \in R^{3 \times 3}$, $I_1 = [1 \ 0 \ 0]$.

若 $\mathbf{J}(\mathbf{q})$ 非奇异, 由(4)式可得

$$\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{J}^{-1}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{Y}}, \quad \ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{J}^{-1}(\mathbf{q})[\ddot{\mathbf{Y}} - \mathbf{J}(\mathbf{q})\mathbf{f}]. \quad (5)$$

则由(5)式, 可将空间刚性机械臂(1)式形式的关节空间系统动力学方程, 化为如下惯性空间形式的系统动力学方程

$$D_x(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{Y}} + \mathbf{h}_x(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{Y}} = \mathbf{U}_x + \mathbf{f}_x, \quad (6)$$

式中

$$\begin{aligned} D_x(\mathbf{q}) &= \mathbf{J}^{-T}(\mathbf{q})D(\mathbf{q})\mathbf{J}^{-1}(\mathbf{q}), \\ \mathbf{h}_x(\mathbf{q}) &= \mathbf{J}^{-T}(\mathbf{q})(\mathbf{h}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) - D(\mathbf{q})\mathbf{J}^{-1}(\mathbf{q})\mathbf{J}(\mathbf{q}))\mathbf{J}^{-1}(\mathbf{q}), \\ \mathbf{f}_x &= \mathbf{J}^{-T}(\mathbf{q})\mathbf{f}(t), \quad \mathbf{U}_x = \mathbf{J}^{-T}(\mathbf{q}) \begin{bmatrix} \boldsymbol{\tau}_0 \\ \boldsymbol{\tau} \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

式(6)的系统动力学方程也可变化写为

$$\ddot{\mathbf{Y}} = D_x^{-1}(\mathbf{q}) \left\{ -\mathbf{h}_x(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{Y}} + \mathbf{f}_x + \mathbf{U}_x \right\}, \quad (7)$$

(7)式显然是 1 个二阶的多输入多输出非线性系统。为了方便系统控制器设计, 我们令 $x_1 = Y$, $x_2 = \dot{Y}$, 并同时定义系统的状态变量为 $X = [x_1^T \ x_2^T]^T$; 则(7)式可写为如下状态空间形式:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = D_x^{-1}(\mathbf{q}) \left\{ -\mathbf{h}_x(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})x_2 + \mathbf{f}_x + \mathbf{U}_x \right\}. \end{cases} \quad (8)$$

2 Terminal 滑模控制器设计

Terminal 滑模控制是通过设计一种动态、非线性滑模面方程来实现的, 即在保证滑模控制稳定性的基础上, 使系统状态在指定的有限时间内达到对期望状态的完全跟踪。本节将采用 Terminal 滑模控制技术, 通过设计适当的控制律, 使(8)式表达的自由漂浮空间刚性机械臂的系统状态 $X = [x_1^T \ x_2^T]^T$, 在有限时间内实现对期望状态 $X_d = [x_{1d}^T \ x_{2d}^T]^T$ 的跟踪。

2.1 滑模面的设计

为此, 定义系统误差向量

$$\mathbf{E} = \mathbf{X} - \mathbf{X}_d = [\mathbf{e}^T \quad \dot{\mathbf{e}}^T]^T, \quad (9)$$

其中, $\mathbf{e} = \mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_{1d} = \mathbf{Y} - \mathbf{Y}_d \in R^{3 \times 1}$; $\mathbf{Y}_d = (\theta_{0d}, x_{pd}, y_{pd})^T$ 为空间刚性机械臂载体姿态转角及机末端爪手在惯性空间的期望运动轨迹, $\dot{\mathbf{e}}$ 为 \mathbf{e} 的相应导数; 则 $\mathbf{E} \in R^{6 \times 1}$ 为空间刚性机械臂载体姿态转角及末端爪手在惯性空间的位置及速度误差.

设计如下滑模面方程:

$$S(\mathbf{X}, t) = \mathbf{Z}\mathbf{E} - \mathbf{W}(t), \quad (10)$$

式中, $\mathbf{Z} = [\mathbf{Z}_1 \quad \mathbf{Z}_2] \in R^{3 \times 6}$, $\mathbf{Z}_i = \text{diag}(z_{i1} \ z_{i2} \ z_{i3})$, z_{ij} ($i = 1, 2; j = 1, 2, 3$) 是给定正常数; $\mathbf{W}(t) = \mathbf{Z}\mathbf{P}(t)$, $\mathbf{P}(t) = [\mathbf{p}(t)^T \quad \dot{\mathbf{p}}(t)^T]^T \in R^{6 \times 1}$. 令 $\mathbf{p}(t) = [p_1(t) \ p_2(t) \ p_3(t)]^T \in R^{3 \times 1}$, 且 $p_i(t)$ ($i = 1, 2, 3$), 满足下面的假设:

假设 $p_i(t): \mathbf{R}_+ \rightarrow \mathbf{R}$, $p_i(t) \in C^2[0, \infty)$, $\dot{p}_i(t), \ddot{p}_i(t) \in L^\infty$. 对于某个常数 $T > 0$, $p_i(t)$ 是在时间段 $[0, T]$ 上有界的, 并且 $p_i(0) = e_i(0)$, $\dot{p}_i(0) = \dot{e}_i(0)$, $\ddot{p}_i(0) = \ddot{e}_i(0)$. 此处, $C^2[0, \infty)$ 表示定义在 $[0, \infty)$ 的所有二阶可微的连续函数, e_i ($i = 1, 2, 3$) 为 \mathbf{e} 的元素.

则由上面关于函数 $p_i(t)$ 的假设, $p_i(t)$ 可选取为如下形式:

$$p_i(t) = \begin{cases} e_i(0) + \dot{e}_i(0)t + \frac{1}{2}\ddot{e}_i(0)t^2 + \left[\frac{a_{00}}{T^3}e_i(0) + \frac{a_{01}}{T^2}\dot{e}_i(0) + \frac{a_{02}}{T}\ddot{e}_i(0) \right]t^3 + \\ \left[\frac{a_{10}}{T^4}e_i(0) + \frac{a_{11}}{T^3}\dot{e}_i(0) + \frac{a_{12}}{T^2}\ddot{e}_i(0) \right]t^4 + \\ \left[\frac{a_{20}}{T^5}e_i(0) + \frac{a_{21}}{T^4}\dot{e}_i(0) + \frac{a_{22}}{T^3}\ddot{e}_i(0) \right]t^5, & \text{当 } 0 \leq t \leq T, \\ 0, & \text{当 } T \leq t, \end{cases} \quad (11)$$

其中, 参数 a_{il} ($i = 0, 1, 2; l = 0, 1, 2$) 可通过假设中的条件求得. 首先, 由(11)式可得 $\dot{p}_i(t)$ 、 $\ddot{p}_i(t)$ 的表达式. 再根据假设, 函数 $p_i(t)$ 是一个在 $t = T$ 时刻二阶可微的连续函数, 当 $t = T$ 时, 函数 $p_i(t)$ 、 $\dot{p}_i(t)$ 和 $\ddot{p}_i(t)$ 的值均为零. 因此我们可以得到如下 3 个三元一次方程组:

$$\begin{cases} a_{00} + a_{10} + a_{20} = -1, \\ 3a_{00} + 4a_{10} + 5a_{20} = 0, \\ 6a_{00} + 12a_{10} + 20a_{20} = 0, \\ a_{02} + a_{12} + a_{22} = -0.5, \\ 3a_{02} + 4a_{12} + 5a_{22} = -1, \\ 6a_{02} + 12a_{12} + 20a_{22} = -1. \end{cases} \quad \begin{cases} a_{01} + a_{11} + a_{21} = -1, \\ 3a_{01} + 4a_{11} + 5a_{21} = -1, \\ 6a_{01} + 12a_{11} + 20a_{21} = 0, \end{cases}$$

最终, 由上述 3 个方程组可解出

$$\begin{cases} a_{00} = -10, \\ a_{10} = 15, \\ a_{20} = -6, \end{cases} \quad \begin{cases} a_{01} = -6, \\ a_{11} = 8, \\ a_{21} = -3, \end{cases} \quad \begin{cases} a_{02} = -1.5, \\ a_{12} = 1.5, \\ a_{22} = -0.5. \end{cases}$$

从而就确定了上述二阶系统的 Terminal 滑模面.

2.2 Terminal 滑模控制器设计

在 Terminal 滑模控制中, 控制输入应该使系统所有的状态轨迹都收敛到 $S(\mathbf{X}, t) = \mathbf{0}$ 的滑模面上, 即控制律应该保证误差从任意初始状态收敛到零. 因此, 我们设计如下 Terminal 滑

模控制律, 以保证 $S(X, t)$ 在有限时间 T 趋近于零,

$$U_x = -D_x(\mathbf{q}) \left\{ [-D_x^{-1}(\mathbf{q}) h_x(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) x_2 - \ddot{x}_{1d} - \ddot{p}(t) + Z_2^{-1} Z_1(\mathbf{e} - p(t))] + (Z_2^T S / \|Z_2^T S\|)(\|\mathbf{H}_x F\| + K) \right\}, \quad (12)$$

式中, K 为正常数; $\mathbf{H}_x \in R^{3 \times 3}$, 且其元素为 $H_{xij} = |B_{xij}|$ ($i = 1, 2, 3; j = 1, 2, 3$); 而其中 B_{xij} 为矩阵 $\mathbf{B}_x = D_x^{-1}(\mathbf{q}) J^T(\mathbf{q})$ 的元素.

稳定性分析 选择如下正定函数 V 为准 Lyapunov 函数

$$V = \frac{1}{2} S^T S. \quad (13)$$

计算 V 的全导数 \dot{V} , 并利用(8)和(10)式, 得到

$$\begin{aligned} \dot{V} &= S^T S = S^T \left\{ ZE - ZP(t) \right\} = S^T \left\{ Z_2 [\ddot{e} - \ddot{p}(t)] + Z_1 [\mathbf{e} - p(t)] \right\} = \\ &S^T \left\{ Z_2 [\ddot{x}_1 - \ddot{x}_{1d} - \ddot{p}(t)] + Z_1 [\mathbf{e} - p(t)] \right\} = \\ &S^T \left\{ Z_2 [\ddot{x}_2 - \ddot{x}_{1d} - \ddot{p}(t)] + Z_1 [\mathbf{e} - p(t)] \right\} = \\ &S^T \left\{ Z_2 [D_x^{-1}(\mathbf{q}) \left\{ -h_x(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) x_2 + f_x + U_x \right\} - \right. \\ &\left. \ddot{x}_{1d} - \ddot{p}(t)] + Z_1 [\mathbf{e} - p(t)] \right\} \leqslant \\ &S^T Z_2 \left\{ -D_x^{-1}(\mathbf{q}) h_x(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) x_2 - \ddot{x}_{1d} - \ddot{p}(t) + Z_2^{-1} Z_1 [\mathbf{e} - p(t)] \right\} + \\ &S^T Z_2 D_x^{-1}(\mathbf{q}) U_x + \|S^T Z_2\| \|D_x^{-1}(\mathbf{q}) f_x\|. \end{aligned} \quad (14)$$

将控制输入(12)式代入(14)式, 可得

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leqslant \|S^T Z_2\| \|D_x^{-1}(\mathbf{q}) J^T(\mathbf{q}) f(t)\| - \\ &(S^T Z_2 Z_2^T S / \|Z_2^T S\|) \left\{ \|\mathbf{H}_x F\| + K \right\}. \end{aligned} \quad (15)$$

由于 $S^T Z_2 Z_2^T S = \|Z_2^T S\|^2$, 则有

$$\dot{V} \leqslant \|Z_2^T S\| \|D_x^{-1}(\mathbf{q}) J^T(\mathbf{q}) f(t)\| - \|Z_2^T S\| \left\{ \|\mathbf{H}_x F\| + K \right\}. \quad (16)$$

由(2)式及矩阵 \mathbf{H}_x 的定义可知 $\|D_x^{-1}(\mathbf{q}) J^T(\mathbf{q}) f(t)\| \leqslant \|\mathbf{H}_x F\|$, 因此由(16)式得到

$$\dot{V} \leqslant K \|Z_2^T S\| < 0 \quad (\|S\| \neq 0). \quad (17)$$

最终, 根据假设及 Terminal 滑模面方程(10), 得到

$$\begin{aligned} S(X, 0) &= ZE(0) - W(0) = Z[E(0) - P(0)] = \\ &Z \left\{ [\mathbf{e}(0)^T \quad \mathbf{e}(0)^T]^T - [\mathbf{p}(0)^T \quad \mathbf{p}(0)^T]^T \right\} = \mathbf{0}. \end{aligned} \quad (18)$$

即: 对于系统的任何初始状态, 其均在滑模面上, 而无一般滑模控制的到达阶段, 因此相应的闭环控制系统具有全局鲁棒性和稳定性.

由于系统具有全局鲁棒性, 即 $S(X, t) = \mathbf{0}$ 或 $E(t) = P(t)$, 故通过合理选择 Terminal 滑模面中的函数 $P(T) = \mathbf{0}$, 即可实现 $E(T) = \mathbf{0}$, 从而保证系统跟踪误差可在有限时间 T 内收敛至零.

为了降低上述控制过程中的抖动, 我们可以采用连续的向量函数 S_δ 代替 $Z_2^T S / \|Z_2^T S\|$, 即

$$S_\delta = \frac{Z_2^T S}{\|Z_2^T S\| + \delta}, \quad \delta = \delta_0 + \delta_1 \|\mathbf{e}\|, \quad (19)$$

其中, δ_0, δ_1 为 2 个正常数.

3 仿 真 算 例

以作平面运动的自由漂浮两杆空间刚性机械臂系统为例, 如图 1 所示. 系统的真实模型

参数分别为: $m_0 = 200.0 \text{ kg}$, $m_1 = 6.0 \text{ kg}$, $m_2 = 6.0 \text{ kg}$; $d_0 = 1.0 \text{ m}$, $d_1 = 1.0 \text{ m}$, $d_2 = 1.0 \text{ m}$; $l_1 = 2.0 \text{ m}$, $l_2 = 2.0 \text{ m}$; $J_0 = 100.0 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$, $J_1 = 3.0 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$, $J_2 = 3.0 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$. 利用上面的滑模面方程(10)和Terminal滑模控制律(12), 进行系统控制仿真.

仿真过程中, 设空间刚性机械臂载体姿态的期望运动规律为(单位: rad)

$$\theta_{0d} = 0.3\pi - 0.3\cos(\pi t/5),$$

同时, 机械臂末端爪手在惯性空间的期望运动轨迹为(单位: rad)

$$x_{pd} = 3.9 + 0.6\sin(\pi t/5), \quad y_{pd} = 0.9 + 0.6\cos(\pi t/5),$$

系统的外部扰动(单位: N·m)

$$f(t) = [10.0(\sin(\pi t/4) - \cos(\pi t/4)), 10.0\cos(\pi t/4), 10.0\sin(\pi t/4)]^T.$$

控制器的相应参数选为

$$K = 500.0, \quad F = [30.0, 30.0, 30.0]^T, \quad \delta_0 = 0.03, \quad \delta_1 = 20.0,$$

$$Z_1 = \text{diag}[600.0, 600.0, 600.0], \quad Z_2 = \text{diag}[2.0, 2.0, 2.0].$$

系统运动的初始值为 $\theta_0(0) = \pi/6$, $\theta_1(0) = \pi/6$, $\theta_2(0) = \pi/6$, 单位均为(rad). 仿真过程全部耗时 $t = 9.8 \text{ s}$.

算例 1 令 $T = 2.0$, 其它控制参数如前所设, 进行系统仿真.

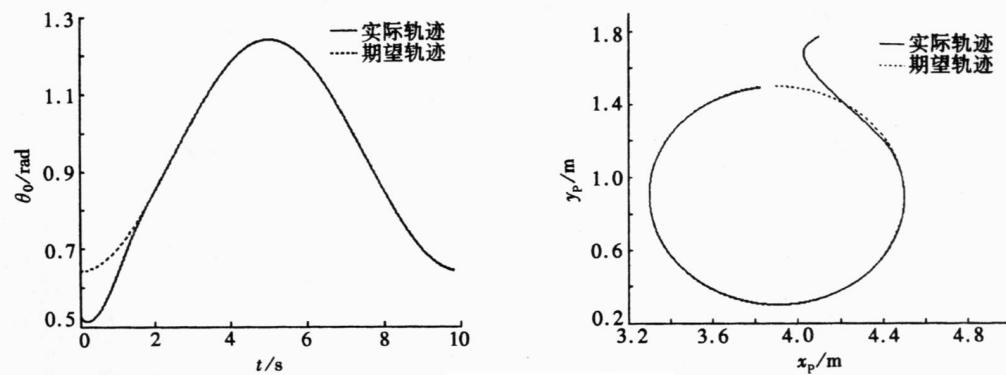


图 2 载体姿态角的跟踪
轨迹图 ($T = 2.0$)

图 3 末端爪手的跟踪轨迹图
($T = 2.0$)

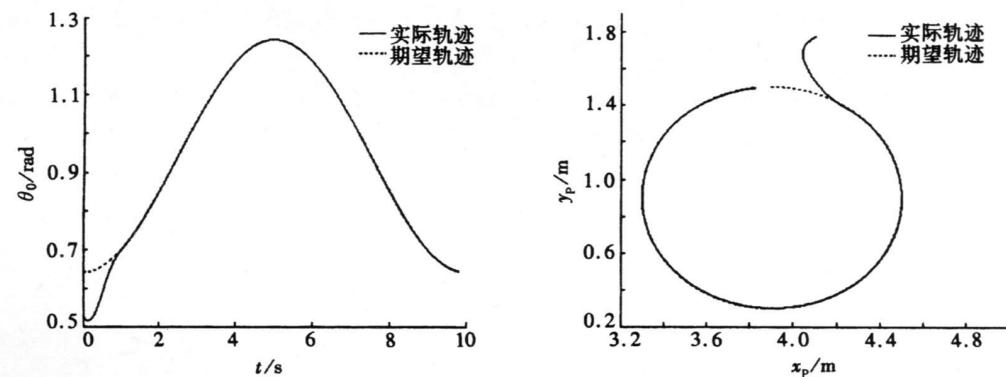


图 4 载体姿态角的跟踪
轨迹图 ($T = 1.0$)

图 5 末端爪手的跟踪轨迹图
($T = 1.0$)

图2和图3分别为采用上述滑模面方程(10)和Terminal滑模控制律(12), 得到的空间刚

性机械臂载体姿态角及末端爪手, 在惯性空间的实际运动轨迹(虚线)与期望运动轨迹(实线)的比较.

算例 2 令 $T = 1.0$, 其它控制参数如前所设, 进行系统仿真.

图 4 和图 5 分别为采用上述滑模面方程(10) 和 Terminal 滑模控制律(12), 得到的空间刚性机械臂载体姿态角及末端爪手, 在惯性空间的实际运动轨迹(虚线)与期望运动轨迹(实线)的比较.

在算例 1 中, 空间刚性机械臂载体姿态与末端爪手的跟踪误差在 $t = 2.0$ s 时基本收敛至零; 而在算例 2 中, 载体姿态与末端爪手的跟踪误差在 $t = 1.0$ s 时基本收敛至零. 可以看出, 若参数的取值较小, 则系统的收敛速度较快, 反之亦然. 因此, 我们可以根据空间刚性机械臂系统的实际需要, 设定适当的参数 T 值来调整系统的收敛速度, 进而提高空间刚性机械臂完成空间作业的工作效率. 仿真结果表明, 本文所采用的 Terminal 滑模控制方案可有效地控制空间刚性机械臂的载体姿态与末端爪手, 在有限的时间内协调地完成期望运动.

4 结语

本文采用 Terminal 滑模控制技术, 对具有外部扰动的漂浮基空间刚性机械臂, 载体姿态与机械臂末端爪手协调运动的控制问题进行了研究. Terminal 滑模函数的选取及控制律的设计, 使得提到的控制方案消除了惯常滑模控制的到达阶段, 令闭环控制系统具有全局鲁棒性和稳定性, 还保证了输出误差在有限时间内的收敛性. 系统数值仿真, 证实了方法的有效性. 此外, 虽然本文针对的是平面二维情况, 但经简单的矢量运算推演, 上述控制方法可以很容易地推广到三维一般情况.

[参考文献]

- [1] Parlaktuna O, Ozkan M. Adaptive control of free- floating space manipulators using dynamically equivalent manipulator model[J]. Robotics and Autonomous Systems, 2004, 46(3): 185– 193.
- [2] Dubowsky S, Papadopoulos E. The kinematics, dynamics, and control of free- flying and free-floating space robotic systems[J]. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 1993, 9(5): 531 – 543.
- [3] Papadopoulos E, Dudowsky S. On the nature of control algorithms for free- floating space manipulators[J]. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 1991, 7(6): 750– 758.
- [4] Abiko S, Hirzinger G. An adaptive control for free- floating space robot by using inverted chain approach[A]. In: Proceedings of the 2007 IEEE/ RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems [C]. San Diego, CA, USA: IEEE Press, 2007, 2236– 2241.
- [5] Papadopoulos E, Tortopidis I, Nanos K. Smooth planning for free- floating space robots using polynomials[A]. In: Proceedings of the 2005 IEEE International Conference on Robotics and Automation [C]. Barcelona, Spain: IEEE Press, 2005, 4272– 4277.
- [6] FENG Bao- min, MA Guang- cheng, WEN Qi- yong, et al. Adaptive robust control of space robot in task space[A]. In: Proceedings of the 2006 IEEE International Conference on Mechatronics and Automation [C]. Luoyang, Henan, P R China: IEEE Press, 2006, 1571– 1576.
- [7] CHU Zhong- yi, SUN Fu- chun. Disturbance- observer- based motion control of free- floating space robot[A]. In: IMACS Multiconference on “ Computational Engineering in Systems Applications” (CESA) [C]. Beijing, : Henan, P R China: IEEE Press, 2006, 733– 738.
- [8] 刘延柱. 航天器姿态动力学: : IEEE Press[M]. 北京: 国防工业出版社, 1995.

- [9] 李俊峰, 王照林. 带空间机械臂的充液航天器姿态动力学研究 [J]. 宇航学报, 1999, 20(2): 81– 86.
- [10] 戈新生, 孙鹏伟. 自由漂浮空间机械臂非完整运动规划的粒子群优化算法 [J]. 机械工程学报, 2007, 43(4): 34– 38.
- [11] CHEN Li, LIU Yan-zhu. The robust control scheme for free- floating space manipulator to track the desired trajectory in jointspace [J]. Acta Mechanica Solida Sinica (English Edition), 2001, 14 (2): 183– 188.
- [12] 陈力. 带滑移铰空间机器人惯性空间轨迹跟踪的鲁棒混合自适应控制方案 [J]. 工程力学, 2004, 21 (3): 174– 179.
- [13] GUO Yi-shen, CHEN Li. Robust control of dual- arm space robot systems with two objects in inertial space [A]. In: Proceedings of 2006 IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics, Taipei, Taiwan, China: IEEE Press, 2006, 6, 4552– 4556.
- [14] 郭益深, 陈力. 滑移铰空间机器人基于分级 Lyapunov 方法的避障碍非完整运动规划 [J]. 空间科学学报, 2005, 25(2): 154– 160.
- [15] Feng Y, Yu X H, Man Z H. Non- singular terminal sliding mode control of rigid manipulators [J]. Automatica, 2002, 38(12): 2159– 2167.
- [16] Yu X H, Man Z H. Model reference adaptive control systems with terminal sliding modes [J]. International Journal of Control, 1996, 64(6): 1165– 1176.
- [17] 胡剑波, 时满宏, 庄开宇, 等. 一类非线性系统的 Terminal 滑模控制 [J]. 控制理论与应用, 2005, 22(3): 495– 498.
- [18] 刘金琨. 滑模变结构控制 MATLAB 仿真 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2005.

Terminal Sliding Mode Control for Coordinated Motion of Space Rigid Manipulator With External Disturbance

GUO Yi- shen, CHEN Li

(College of Mechanical Engineering, Fuzhou University, Fuzhou 350002, P. R. China)

Abstract: The control problem of coordinated motion of free- floating space rigid manipulator with external disturbance is discussed. With the relationship of the linear momentum conversation and the Lagrangian approach, the full- controlled dynamic equation and the Jacobian relation of free- floating space rigid manipulator were established and then inverted to the state equation for control design. Based on the terminal sliding mode control (SMC) technique, a mathematical expression of the terminal sliding surface was proposed, and then the terminal SMC scheme was developed for coordinated motion between the base's attitude and the end- effector of free- floating space manipulator with external disturbance. This proposed control scheme not only guarantees that the sliding phase of the closed- loop system exists, but also ensures that the output tracking error converges to zero in finite time. In addition, since the initial state of system is always at the terminal sliding surface, the control scheme can eliminate the reaching phase of the SMC and guarantee the global robustness and stability of the closed- loop system. A planar free- floating space rigid manipulator is simulated to verify the feasibility of the proposed control scheme.

Key words: free- floating space rigid manipulator; external disturbance; terminal sliding surface; coordinated motion; terminal sliding mode control