

含埋藏椭圆形裂纹的金属构件 脉冲放电瞬间温度场分析*

付宇明, 田振国, 郑丽娟, 李伟

(燕山大学 机械工程学院, 河北 秦皇岛 066004)

(陈正汉推荐)

摘要: 对带有椭圆埋藏裂纹金属构件在脉冲放电瞬间的温度场进行了理论分析. 在带有裂纹问题温度场的理论求解中, 根据相似性原理, 将电流通过带有椭圆面裂纹导体类比为流体流过障碍物的情形, 从而引入了裂纹的边界条件, 得到域内电流密度的分布, 进而得到了放电瞬间埋藏椭圆裂纹尖端的温度场表达式, 为空间裂纹电磁热止裂技术的实际应用提供了理论基础.

关键词: 埋藏裂纹; 止裂; 温度场; 脉冲放电; 电磁热效应

中图分类号: O482.6 文献标识码: A

引 言

电磁热效应裂纹止裂技术不但方法简单、收效迅速, 而且对构件整体不造成破坏, 该技术将会在大型关键结构裂纹止裂中发挥其优势. 对带有裂纹的金属薄板所进行的电磁热止裂理论分析、数值模拟和实验研究均证实了这一结果^[1,2]. 工程实际中遇到的裂纹绝大多数是三维裂纹, 对带有三维裂纹的金属构件进行电磁热止裂分析更具有实际意义. 这些三维裂纹又大多可以简化为圆形或椭圆形裂纹, 根据裂纹的位置又可分为埋藏裂纹、半埋藏裂纹、表面裂纹或角裂纹等^[3]. 本文研究了具有工程实际意义的金属构件中空间埋藏裂纹脉冲放电止裂瞬间的温度场理论解, 将对电磁热裂纹止裂技术的工程应用, 减少和消除由于裂纹而导致的破坏问题提供理论指导. 选择具有代表性的含椭圆形深埋裂纹的圆柱形金属构件为研究对象, 通过与裂纹面垂直的两端面均匀通入强脉冲电流, 求得构件内电流密度分布, 进而得到放电瞬间裂纹尖端的温度场.

1 问题的提出

如图 1 所示, 一个无限长的半径为 R_0 的圆柱形金属构件, 在构件中有一个椭圆形片状埋藏裂纹, 裂纹所在区域的方程为

$$z = 0, \quad \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} \leq 1, \quad (1)$$

* 收稿日期: 2007-11-12; 修订日期: 2008-06-11

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(50675190)

作者简介: 付宇明(1971—), 男, 吉林桃南人, 副教授, 博士(联系人. Tel: + 86-335-8059894; E-mail: me@ysu.edu.cn).

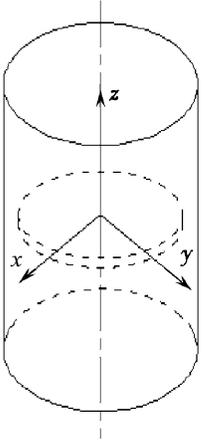


图1 带有深埋椭圆形裂纹的金属构件

其中 a 和 b 分别为椭圆的长、短半轴.

由于实际问题中, 裂纹深度相对构件长度尺寸很小, 相对裂纹深度而言可以将金属构件视为无限大体.

在圆柱形金属构件两端面利用电极均匀通入密度为 J_0 的强脉冲电流. 由于裂纹面的存在, 电流在流经裂纹时, 在椭圆形裂纹尖端将出现强烈的绕流现象, 即在裂尖处电流奇异, 致使裂尖附近电流密度急剧增大, 根据电磁热效应机理, 必然导致在椭圆形裂纹尖端附近的温度急剧升高.

带有裂纹的热弹性问题在理论求解中, 裂纹的边界条件引入是非常困难的. 这里依据相似性理论, 根据导体内电流流动与流体流动特性的相似, 将电流通过带有椭圆面裂纹导体类比为流体流过障碍物的情形, 即在无穷远处处于静止的不可压缩的无限流体中, 有一椭圆盘状的物体以匀速垂直于 xy 平面运动, 这个问题与上述电流绕流问题在数学上是相似的^[4].

2 电流密度的分布

欲求解域内电流密度的分布, 可借鉴流体力学中流体绕椭圆盘的绕流问题. 为了便于计算, 这里引入 2 个坐标系, 1 个为以椭圆中心为原点, x 轴沿椭圆面长轴方向, y 轴沿椭圆面短轴方向, z 轴沿圆柱体的轴线方向的正交直交坐标系 x, y, z , 另 1 个为椭球坐标系 ξ, η, ζ , 两坐标系的关系为

$$\begin{cases} a^2(a^2 - b^2)x^2 = (a^2 + \xi)(a^2 + \eta)(a^2 + \zeta), \\ b^2(b^2 - a^2)y^2 = (b^2 + \xi)(b^2 + \eta)(b^2 + \zeta), \\ a^2b^2z^2 = \xi\eta\zeta. \end{cases} \quad (2)$$

当 $\xi = 0$ 为椭圆面 D , 即相当于 $z = 0, (x, y) \in D$; 而当 $\eta = 0$ 为椭圆面 D 以外区域, 即相当于 $z = 0, (x, y) \in (Z - D)$.

不可压缩的完全流体作三维无旋运动时, 其方程为

$$\Delta^2 \Pi = \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \Pi = 0, \quad (3)$$

其中 Π 是速度势, 即

$$v_x = \frac{\partial \Pi}{\partial x}, \quad v_y = \frac{\partial \Pi}{\partial y}, \quad v_z = \frac{\partial \Pi}{\partial z}. \quad (4)$$

而速度势 Π 的表达式为

$$\Pi = \frac{2Az}{ab^2} \left[\frac{\operatorname{sn}(u) \operatorname{dn}(u)}{\operatorname{cn}(u)} - E(u) \right], \quad (5)$$

其中 $\operatorname{sn}, \operatorname{cn}, \operatorname{dn}$ 都是雅氏椭圆函数; (u) 为 Legendre 第一类椭圆积分; $E(u)$ 为 Legendre 第二类椭圆积分.

上式对 z 求一次导数得

$$\frac{\partial \Pi}{\partial z} = A \left\{ \frac{2\sqrt{\xi}[\xi(a^2b^2 - \eta\zeta) - a^2b^2(\eta + \zeta) - (a^2 + b^2)\eta\zeta]}{a^2b^2(\xi - \eta)(\xi - \zeta)\sqrt{(a^2 + \xi)(b^2 + \xi)}} - \frac{2}{ab^2} \left[E(u) - \frac{\operatorname{sn}(u) \operatorname{dn}(u)}{\operatorname{cn}(u)} \right] \right\}, \quad (6)$$

其中 A 为待定常数, 这样就得到了速度在 z 方向的分量.

对于这里要解决的电流密度分布问题, 则可通过类比上式得到. 图 1 所示问题的边界上电流密度的边界条件为

当 $\xi = 0$ 时, $J_z = -J_0$.

并且当 $\xi = 0$, 则 $u = \pi/2$, $E(u) = E(k)$, $(\operatorname{sn}(u) \operatorname{cn}(u))/(\operatorname{dn}(u)) = 0$, 于是可得

$$J_z = \frac{2A}{ab^2} E(k), \quad \xi = 0. \quad (7)$$

所以有

$$A = -ab^2 J_0 / (4E(k)). \quad (8)$$

此时令 $\eta = 0$, 有

$$J_z(x, y, 0) = \frac{J_0}{E(k)} \left\{ \frac{ab^2}{\sqrt{Q(\xi)}} - \left[E(u) - \frac{\operatorname{sn}(u) \operatorname{cn}(u)}{\operatorname{dn}(u)} \right] + 1 \right\}, \quad (x, y) \in (Z - D), \quad (9)$$

其中 J_0 为无穷远处加载的电流密度, a 为椭圆的长轴长, $E(k)$ 第二类完全椭圆积分, k 为椭圆函数的模 $k^2 = (a^2 - b^2)/a^2$.

$$Q(\xi) = \xi(a^2 + \xi)(b^2 + \xi), \quad (10)$$

$$\xi = \frac{2ab}{\sqrt{a^2 \sin^2 \varphi + b^2 \cos^2 \varphi}} r \cos^2 \frac{\theta}{2}, \quad (11)$$

其中 r 为一点到椭圆周界上的距离; θ 为 r 与 xy 面的夹角; φ 为椭圆周界上一点处的极角.

3 脉冲放电瞬间温度场分布

上节得到了通电过程中电流密度的分布, 通过电流密度的表达式可见, 在椭圆面周边上电流密度急剧增加, 由于电磁热效应, 整个域内都会有温升, 而在椭圆周界上的电磁热效应愈加明显, 并且较其它处高出很多. 因此, 可将此问题视为在圆柱体内作用了一个椭圆线状内热源^[5]. 同时, 由于加载电流时间非常短, 所以可按瞬时问题求解. 对于本文所讨论的问题中, 一方面椭圆片比圆柱体半径要小得多, 另一方面裂尖温度最高, 故本文只考虑裂尖温度, 热源在裂纹面上, 综上所述, 该问题可看作在一无限大体内瞬时作用一个椭圆线热源的温度问题.

若考虑在点 (x_1, y_1, z_1) 处放置一个强度为 Q_T 的点热源, 该热源所引起的温度分布为

$$T = T_0 + T^*, \quad (12)$$

式中 T_0 为无裂纹时平面点热源作用下的温度场, T^* 为裂纹对温度场的扰动.

$$T_0(x, y, z, \tau) = \frac{b_1}{(2\sqrt{\pi a_T \tau})^3} \exp \left[-\frac{(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2 + (z-z_1)^2}{4a_T \tau} \right], \quad (13)$$

其中 $b_1 = Q_T / (\rho c_p)$, a_T 为导温系数, ρ 的物质密度, c_p 为比热容.

由于这里研究的裂纹是绝热的, 即电流不能穿过裂纹. 此时, 可以得到以下热边界条件:

$$\lambda \left(\frac{\partial T(t)}{\partial n} \right) = 0, \quad t \in L. \quad (14)$$

由式(12)和式(14)有

$$\lambda \left(\frac{\partial T^*(t)}{\partial n} \right) = -\lambda \left(\frac{\partial T_0(t)}{\partial n} \right). \quad (15)$$

由式(13)得到

$$\left. \frac{\partial T_0(t)}{\partial n} \right|_{t \in L} = 0, \quad (16)$$

所以有

$$\left. \frac{\partial T^*(t)}{\partial n} \right|_{t \in L} = 0. \quad (17)$$

本问题设定椭圆线裂纹的宽度为0, 裂纹对温度没有扰动, 即 $T^* = 0$. 由此得到本问题中温度场的解为

$$T(x, y, z, \tau) = \frac{b_1}{(2\sqrt{\pi ar \tau})^3} \exp\left[-\frac{(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2 + (z-z_1)^2}{4ar\tau}\right]. \quad (18)$$

那么本文所考虑的问题, 在一个椭圆线热源作用下的温度分布, 可以看作是无穷多个点热源作用的叠加.

$$T(x, y, z, \tau) = \frac{1}{(2\sqrt{\pi ar \tau})^3} \oint_s \frac{Q_T(x_1, y_1)}{\rho_p} \times \exp\left[-\frac{(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2 + (z-z_1)^2}{4ar\tau}\right] ds \quad (19)$$

或

$$T(r, \varphi, z, \tau) = \frac{1}{(2\sqrt{\pi ar \tau})^3} \int_0^{\pi/2} \frac{Q_T(r, \varphi)}{\rho_p} a \sqrt{1-k^2 \cos^2 \varphi} \times \exp\left[-\frac{(x-a \cos \varphi)^2 + (y-b \sin \varphi)^2 + z^2}{4ar\tau}\right] d\varphi, \quad (20)$$

其中热源强度 Q_T 可利用前面求得的电流密度得到

$$Q_T = \frac{J_0^2}{\sigma E(k)^2} \left\{ \frac{ab^2}{\sqrt{Q(r, \varphi)}} - \left[E(u) - \frac{\operatorname{sn}(u) \operatorname{cn}(u)}{\operatorname{dn}(u)} \right] + 1 \right\}^2, \quad (21)$$

$$Q(r, \varphi) = \frac{2abr}{\sqrt{a^2 \sin^2 \varphi + b^2 \cos^2 \varphi}} \left(a^2 + \frac{2abr}{\sqrt{a^2 \sin^2 \varphi + b^2 \cos^2 \varphi}} \right) \times \left(b^2 + \frac{2abr}{\sqrt{a^2 \sin^2 \varphi + b^2 \cos^2 \varphi}} \right). \quad (22)$$

至此可得温度场为

$$T(r, \varphi, z, \tau) = \frac{1}{(2\sqrt{\pi ar \tau})^3} \frac{J_0^2}{\rho_p \sigma E(k)^2} \int_0^{\pi/2} \left\{ \frac{ab^2 (a^2 \sin^2 \varphi + b^2 \cos^2 \varphi)^{1/4}}{\sqrt{2abr}} \times \frac{1}{\sqrt{\left(a^2 + \frac{2abr}{\sqrt{a^2 \sin^2 \varphi + b^2 \cos^2 \varphi}} \right) \left(b^2 + \frac{2abr}{\sqrt{a^2 \sin^2 \varphi + b^2 \cos^2 \varphi}} \right)}} \right\} \times \left[E(u) - \frac{\operatorname{sn}(u) \operatorname{cn}(u)}{\operatorname{dn}(u)} \right]^2 a \sqrt{1-k^2 \cos^2 \varphi} \times \exp\left[-\frac{(x-a \cos \varphi)^2 + (y-b \sin \varphi)^2 + z^2}{4ar\tau}\right] d\varphi, \quad (23)$$

其中 σ 为材料的电导率.

由于曲线上给定的函数在裂尖邻域内满足 H (Di Rychly 条件), 则积分从左到右皆可连续延展于该曲线上, 此积分有确定的意义^[6,7].

4 算 例

4.1 基本参数

Cr12MoV 冷作模具钢圆柱状冲头, 模型尺寸如图 2 所示: 半径 $R_0 = 40$ mm, 模具长 $l = 500$ mm. 在冲头长度一半处有长半轴 $a = 30$ mm 和短半轴 $b = 25$ mm 的深埋椭圆形裂纹. 给定常温下材料的物理参数为: 熔点为 1 783 K, 线胀系数 $\alpha = 15.4 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}$, 比热容 $c_p = 0.473 \text{ J}/(\text{g}\cdot\text{K})$, 电导率 $\sigma = 1.3 \times 10^7 /(\Omega\cdot\text{m})^{-1}$, 磁导率 $\mu = 1.0 \times 10^{-3} \text{ H}/\text{m}$, 导温系数 $a_T = 1.1 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$, 热传导系数 $\lambda = 28.8 \text{ W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$, 表面热扩散系数 $\alpha_0 = 40 \text{ W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$. 在冲头上下表面均匀加载脉冲电流 $J_0 = 1.2 \times 10^{11} \text{ A}/\text{m}^2$, 脉冲电流垂直裂纹面通入, 分析冲头内温度场分布情况.

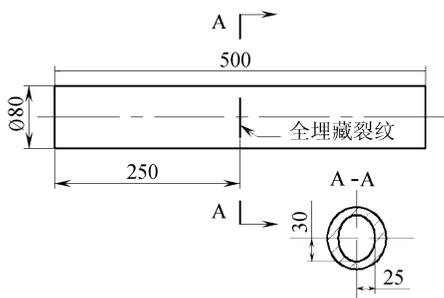


图 2 试件尺寸图(单位: mm)

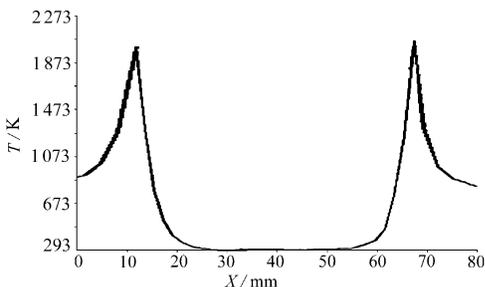


图 3 A-A 剖面内沿长轴方向的温度分布曲线

4.2 计算结果与分析

将已知条件代入推导出的温度表达式, 通过 FORTRAN 语言编制计算程序, 并绘制曲线. 图 3 给出了 A-A 剖面内沿长轴方向的温度分布. 由图中可以看出, 由于电流的绕流作用, 热量主要集中在椭圆形裂纹尖端附近, 即两个裂纹尖端温升很大, 达到 1 973 K 以上, 超过试件的熔点. 裂纹裂缝处的温度最低, 接近室温, 而试件其他部分温度低于 873 K, 故本文只考虑裂尖热源的影响. 在研究中还发现, 沿着椭圆形裂纹尖端各点温度是不同的, 最高温度点发生在椭圆长半轴附近. 短轴尖端温度略低于长轴尖端. 合适的脉冲电流可以使整个全埋藏椭圆形裂纹尖端瞬间温升均超过金属熔点.

5 结 论

根据相似性原理, 将电磁热埋藏裂纹止裂瞬间, 电流通过带有椭圆面裂纹导体类比为流体流过障碍物的情形, 引入了裂纹的边界条件, 进而得到了放电瞬间埋藏椭圆裂纹尖端的温度场表达式, 并通过算例给出了放电瞬间带有全埋藏椭圆裂纹的冲头内温度场分布. 空间裂纹止裂瞬间温度场问题的逐步研究解决, 对电磁热裂纹止裂技术的实际应用具有重要的理论意义.

[参 考 文 献]

- [1] 付宇明, 白象忠, 郑丽娟. 金属模具电磁热裂纹止裂研究的新进展[J]. 燕山大学学报, 2007, 31(2): 95-103.
- [2] FU Yu-ming, BAI Xiang-zhong, HU Yu-da. Technique for producing crack arrest by electromagnetic heating[J]. Materials Science and Technology, 2001, 17(12): 1653-1656.
- [3] 范天佑. 断裂理论基础[M]. 北京: 科学出版社, 2003, 113-181.

- [4] 许维德. 流体力学[M]. 北京: 国防工业出版社, 1979, 25-69.
- [5] 埃克特 E R G, 德雷克 K M. 传热与传质分析[M]. 航青 译. 北京: 科学出版社, 1983, 3-29, 103-215.
- [6] 数学弹性力学的几个基本问题[M]. 赵惠元 译. 北京: 科学出版社, 1958, 199-203.
- [7] 付宇明, 郑丽娟. 轴对称金属模具电磁热裂纹止裂温度场的分析[J]. 工程力学, 2006, 23(7): 180-184.

Analysis on Temperature Field at the Time of Pulse Current Discharge in Metal Structure With Elliptical Embedding Crack

FU Yu-ming, TIAN Zhen-guo, ZHENG Li-juan, LI Wei
(College of Mechanical Engineering, Yanshan University,
Qinhuangdao, Hebei 066004, P. R. China)

Abstract: Temperature field at the time of pulse current discharge in metal structure with elliptical embedding crack was theoretically analyzed. In the progress of getting the temperature field, the current flows past an elliptical embedding crack is similar to the fluid flows past a barrier according to similarity principle. The boundary condition deriving from this theory was introduced so that the distribution of the current density and the temperature field expressions are gotten. The basic theoretical study for the actual application of spatial crack arrest is carried on by electromagnetic heating.

Key words: embedding crack; crack arrest; temperature field; pulse current discharge; electromagnetic heating effect