

考虑横向剪切变形时通过层合复合材料圆柱壳的声音传输分析模型^{*}

K·达内什柔, A·努里, R·泰尔毕图第

(伊朗科技大学 机械工程系, 德黑兰 15614, 伊朗)

(郭兴明推荐)

摘要: 由于复合材料结构具有较高的强度-重量比, 经常在航空航天工业中广泛使用. 在空中声音传输意义上研究声音的传输损耗, 通过一个无限层合复合材料圆柱壳体向飞行器内部传输. 壳体浸泡在外部流体介质中, 内部也包含有流体, 气流在外部流体介质中以常速流动. 根据层合复合材料壳体的一阶剪切变形理论(FSDT), 同时求得其精确解和声波方程. 求得其传输损耗的数值解并与其它作者的结果进行了比较. 在一定数值范围内, 研究了结构特性和飞行状态, 特别是 Mach 数、层合的次序及其偏斜角度, 对传输损耗值的影响. 此外, 使用经典薄壳理论(CST)和一阶剪切变形理论(FSDT), 比较了层合各向同性复合材料圆柱壳的传输损耗.

关键词: 平面波; 传输损失; 层合复合材料壳; 一阶

中图分类号: O422; TB533⁺ 3; TB330.1 文献标识码: A

引 言

在各种工程应用领域, 包括航空航天、机械、航海和汽车工程等, 层合复合材料壳的使用范围在逐渐扩大. 对结构的噪音和振动的了解和敏感, 涉及到复合材料壳体振动的研究受到大量的关注. 在现代飞行器飞行巡航期间外部机壳的振动传送到内部, 并在内部机舱产生高强度的噪音. 可是, 这些轻型刚性结构的声学特性, 能够降低飞行器内部正常产生的噪音强度.

很多作者曾经研究过噪音的传播. Smith^[1]对弯曲结构的噪音传播进行过半定量的研究. White^[2]建立了一种一般化的方法, 得到有限闭合圆柱壳的隔声属性. 他使用了平均能量、空间和时间的能量流、以及频段等概念. Koval^[3-4]将飞行器的机身视为一个无限圆柱壳, 研究了某些与内部噪音相关的问题. Pope^[5]建立了一种模型, 预测到真实机身结构中内部噪音的程度. 为了计算扩散声场的传输系数, Blaise 等人^[6]将 Koval 的研究推广到具有两个独立入射角的平面声波的情况. Blaise 和 Lesueur^[7]推导出 2 维正交各向异性、无限多层圆柱壳中的声音传播表达式. Koval^[8]不仅给出复合材料结构噪音传输损失的首个模型, 还对无限单体构造圆柱壳进行了理论研究, Koval 的数学模型是基于壳体模态阻抗. Tang 等人^[9]研究了一个无限圆柱夹层壳体, 受激于两个具有独立入射角的斜平面声波. Lee 和 Kim^[10]对无限圆柱壳的

* 收稿日期: 2007-03-07; 修订日期: 2008-06-22

作者简介: Kamran Daneshjou, 教授(联系人, E-mail: kdaneshjo@iust.ac.ir).

本文原文为英文, 海治译, 张禄坤校.

声音传播特性进行了分析和实验研究. 作者最近应用经典壳体理论, 研究了层合复合材料圆柱壳的声音传输^[11].

在上面列出的大多数参考文献中, 都使用了经典壳体理论(CST)来建立壳体的运动模型. 当半径/厚度比较大时, 该理论够的结果是精确的. 但是, 当周向波数增大时, 对于相对较薄的壳体, 剪切变形和转动惯量产生的效应变得十分显著. 另一方面, 当周向波数增大时, CST 应用于厚壳和相对较薄的壳体时, 会导致严重错误. 此外, 仅使用横向的运动方程描述壳体运动, 也肯定会产生某些错误. 在一些文献中, 通过使用模式的级数展开, 用无穷级数的形式来表示压力和位移项, 但是级数中项数的明显不足, 使得解无法收敛. 文献显示, 从来没有人使用一阶剪切变形理论(FSDT), 来研究层合复合材料圆柱壳声音传播分析模型.

本文研究一个无限层合复合材料圆柱壳的声音传播分析模型, 该壳体浸没在流体介质中, 受激于入射斜平面声波. 当周向波数增大^[12-13]时, 相对薄壁壳体, 剪切变形和转动惯量效应变得十分显著. 在壳体3个方向都不忽略的情况下, 使用FSDT理论, 得到级数形式的精确解. 为了保证分析中含有足够数量的模式, 对解进行收敛性检查. 此外, 对铝壳和复合材料壳的TL值进行了比较. 最后, 研究了结构属性和飞行条件对 W_{TL} 值的影响.

1 计算模型

问题的模型由一个柔性的层合复合材料圆柱壳、外部气流以入射角 γ 斜向射入壳体的平面声波, 以及由入射波产生的反射波和透射波组成(见图1). 这里假设壳体内部的空隙能完全吸声, 这就意味着仅存在向内传的波.

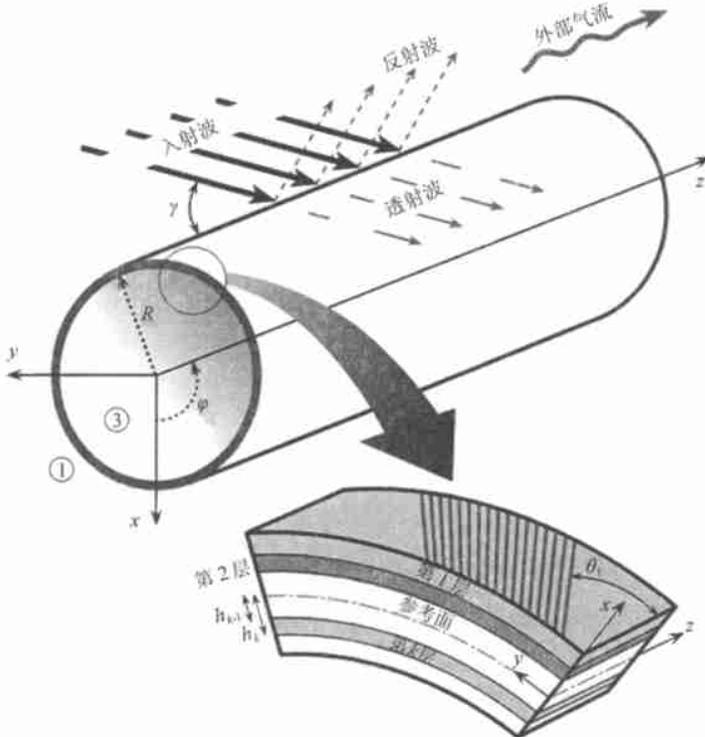


图1 复合材料圆柱壳模型示意图

2 流体的对流波方程

壳体外部和内部空间的流体介质密度和声速分别为 (ρ, ρ_3) 、 (c_1, c_3) 。进一步, 外部空间有: $p_1 = p^I + p_1^R$, 内部空隙有: $p_3 = p_3^T$, 它们均满足对流波方程

$$\begin{cases} c_1^2 \cdot \nabla^2 (p^I + p_1^R) - \left(\frac{\partial}{\partial t} + V \cdot \nabla \right)^2 (p^I + p_1^R) = 0, \\ c_3^2 \cdot \nabla^2 p_3^T - \frac{\partial^2 p_3^T}{\partial t^2} = 0, \end{cases} \quad (1)$$

其中, p^I 为入射波压力、 p_1^R 为反射波压力、 p_3^T 为透射波压力^[14-15], ∇^2 为圆柱体坐标系中的 Laplace 算子。

3 复合材料壳体动力学

在 FSDT 理论中, 假设变形时与中面垂直的直线始终保持为直线, 但可以不再垂直中面, 位移可由下式给出^[16-17]:

$$\begin{cases} u(\alpha, \beta, \xi) = u_0(\alpha, \beta) + \xi \cdot \phi_\alpha(\alpha, \beta), \\ v(\alpha, \beta, \xi) = v_0(\alpha, \beta) + \xi \cdot \phi_\beta(\alpha, \beta), \\ w(\alpha, \beta, \xi) = w_0(\alpha, \beta), \end{cases} \quad (2)$$

其中, u_0, v_0, w_0 分别为壳体中面沿轴向、周向和径向的位移, ϕ_α, ϕ_β 为相对于未变形中面法向的转动。另外, α 和 β 为表面的曲线坐标, ξ 为离中面的距离。对图 1 中的圆柱壳有 $\beta = R\varphi$ 和 $\alpha = z$, 得到如下中面应变和曲率变更:

$$\begin{cases} \epsilon_{0\alpha} = \frac{\partial u_0}{\partial \alpha}, \quad \epsilon_{0\beta} = \frac{\partial v_0}{\partial \beta} + \frac{w_0}{R}, \quad \epsilon_{0\alpha\beta} = \frac{\partial v_0}{\partial \alpha}, \quad \epsilon_{0\beta\alpha} = \frac{\partial u_0}{\partial \beta}, \\ \gamma_{0\alpha\xi} = \frac{\partial w_0}{\partial \alpha} + \phi_\alpha, \quad \gamma_{0\beta\xi} = \frac{\partial w_0}{\partial \beta} - \frac{v_0}{R} + \phi_\beta, \quad \kappa_\alpha = \frac{\partial \phi_\alpha}{\partial \alpha}, \\ \kappa_\beta = \frac{\partial \phi_\beta}{\partial \beta}, \quad \kappa_{\alpha\beta} = \frac{\partial \phi_\beta}{\partial \alpha}, \quad \kappa_{\beta\alpha} = \frac{\partial \phi_\alpha}{\partial \beta} \end{cases} \quad (3)$$

力 N 、 Q 和力矩 M 表示为

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} N_\alpha \\ N_\beta \\ N_{\alpha\beta} \\ N_{\beta\alpha} \\ M_\alpha \\ M_\beta \\ M_{\alpha\beta} \\ M_{\beta\alpha} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} & B_{16} \\ A_{12} & \hat{A}_{22} & A_{26} & \hat{A}_{26} & B_{12} & \hat{B}_{22} & B_{26} & \hat{B}_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} & B_{66} \\ A_{16} & \hat{A}_{26} & A_{66} & \hat{A}_{66} & B_{16} & \hat{B}_{26} & B_{66} & \hat{B}_{66} \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} & D_{16} \\ B_{12} & \hat{B}_{22} & B_{26} & \hat{B}_{26} & D_{12} & \hat{D}_{22} & D_{26} & \hat{D}_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} & B_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} & D_{66} \\ B_{16} & \hat{B}_{26} & B_{66} & \hat{B}_{66} & D_{16} & \hat{D}_{26} & D_{66} & \hat{D}_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_{0\alpha} \\ \epsilon_{0\beta} \\ \epsilon_{0\alpha\beta} \\ \epsilon_{0\beta\alpha} \\ \kappa_\alpha \\ \kappa_\beta \\ \kappa_{\alpha\beta} \\ \kappa_{\beta\alpha} \end{Bmatrix}, \\ \begin{bmatrix} Q_\alpha \\ Q_\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{55} & A_{45} \\ A_{45} & \hat{A}_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \gamma_{0\alpha\xi} \\ \gamma_{0\beta\xi} \end{bmatrix}, \end{cases} \quad (4)$$

其中, 层合壳的拉伸刚度 A_j 、弯曲-拉伸耦合刚度 B_j 和弯曲刚度 D_j 的定义如下:

$$\left\{ \begin{array}{l} A_{\bar{j}} = \sum_{k=1}^l Q_{\bar{j}}^k (h_k - h_{k-1}) \\ B_{\bar{j}} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^l Q_{\bar{j}}^k (h_k^2 - h_{k-1}^2) \\ D_{ij} = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^l Q_{ij}^k (h_k^3 - h_{k-1}^3) \\ E_{\bar{j}} = \frac{1}{4} \sum_{k=1}^l Q_{\bar{j}}^k (h_k^4 - h_{k-1}^4) \end{array} \right\}, \quad i, j = 1, 2, 6, \quad (5)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} A_{\bar{j}} = \sum_{k=1}^l K_i K_j Q_{ij}^k (h_k - h_{k-1}) \\ B_{\bar{j}} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^l K_i K_j Q_{ij}^k (h_k^2 - h_{k-1}^2) \\ D_{ij} = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^l K_i K_j Q_{ij}^k (h_k^3 - h_{k-1}^3) \end{array} \right\}, \quad i, j = 4, 5, \quad (6)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} A_{\bar{j}} = A_{ij} + \frac{B_{\bar{j}}}{R}, \hat{A}_{\bar{j}} = A_{\bar{j}} - \frac{B_{\bar{j}}}{R}, \\ B_{\bar{j}} = B_{ij} + \frac{D_{ij}}{R}, \hat{B}_{\bar{j}} = B_{\bar{j}} - \frac{D_{ij}}{R}, \\ D_{ij} = D_{ij} + \frac{E_{\bar{j}}}{R}, \hat{D}_{\bar{j}} = D_{\bar{j}} - \frac{E_{ij}}{R}, \end{array} \right\}, \quad i, j = 1, 2, 4, 5, 6, \quad (6)$$

其中, h_{k-1} 和 h_k 分别为从参考面到第 k 层 (见图 1) 上表面和下表面的距离, l 为层数, $K_i = K_j = \sqrt{5/6}$ 为剪切校正系数^[12], Q_{ij} 为变换刚度系数, $Q_{\bar{j}}$ 为材料常数, 可以由正交各向异性层材料属性项定义

$$\left\{ \begin{array}{l} Q_{11} = E_1 \frac{1}{\Delta}, \quad Q_{22} = E_2 \frac{1}{\Delta}, \quad Q_{44} = G_{23}, \quad Q_{55} = G_{13}, \\ Q_{66} = G_{12}, \quad Q_{12} = E_1 \frac{\nu_{21}}{\Delta} = E_2 \frac{\nu_{12}}{\Delta}, \quad \Delta = 1 - \nu_{12} \nu_{21}, \end{array} \right. \quad (7)$$

其中, E_1 和 E_2 分别为方向 1 和方向 2 上的弹性模量, G_{12} 、 G_{13} 和 G_{23} 为剪切刚度模量, ν_{ij} ($i, j = 1, 2; i \neq j$) 为 Poisson 比. 应注意的是, 方向 1 与纤维方向平行, 方向 2 与纤维方向正交.

FSDT 理论中复层合材料壳体的运动方程为

$$\frac{\partial N_{\alpha}}{\partial \alpha} + \frac{\partial N_{\alpha\beta}}{\partial \beta} + q_{\alpha} = (I_1 \dot{u}_0^2 + I_2 \dot{\phi}_{\alpha}^2), \quad (8)$$

$$\frac{\partial N_{\beta}}{\partial \beta} + \frac{\partial N_{\alpha\beta}}{\partial \alpha} + \frac{Q_{\beta}}{R} + q_{\beta} = (I_1 \dot{v}_0^2 + I_2 \dot{\phi}_{\beta}^2), \quad (9)$$

$$-\frac{N_{\beta}}{R} + \frac{\partial Q_{\alpha}}{\partial \alpha} + \frac{\partial Q_{\beta}}{\partial \beta} + q_{\xi} = (I_1 \dot{w}_0^2), \quad (10)$$

$$\frac{\partial M_{\alpha}}{\partial \alpha} + \frac{\partial N_{\beta\alpha}}{\partial \beta} - Q_{\alpha} + m_{\alpha} = (I_2 \dot{u}_0^2 + I_3 \dot{\phi}_{\alpha}^2), \quad (11)$$

$$\frac{\partial M_{\beta}}{\partial \beta} + \frac{\partial N_{\alpha\beta}}{\partial \alpha} - Q_{\beta} + m_{\beta} = (I_2 \dot{v}_0^2 + I_3 \dot{\phi}_{\beta}^2), \quad (12)$$

其中, 方程 (8)~(10) 为平动方程, 方程 (11) 和 (12) 为转动方程. 在以上方程中, Q_{α} 和 Q_{β} 为横向剪切力矩阵, q_{α} 、 q_{β} 和 q_{ξ} 分别为 α 、 β 、 ξ 方向上单位面积上的外力, m_{α} 和 m_{β} 表示壳中面单位长度上的分布力偶, 上标的两点表示对时间的二阶导数, 并有

$$\begin{cases} I_i = \left[I_i + \frac{I_{i+1}}{R} \right], & i = 1, 2, 3, \\ I_i = \sum_{k=1}^N \int_{\xi_{k-1}}^{\xi_k} \rho^k \xi^{i-1} d\xi, & i = 1, 2, 3, 4, \end{cases} \quad (13)$$

其中, I_i 为质量惯性矩, ρ^k 为壳体每单位中面面积上第 k 层的质量密度.

以位移形式表示的运动方程为

$$L\mathbf{u} + M\dot{\mathbf{u}} = \mathbf{q}, \quad (14)$$

其中

$$\begin{cases} \mathbf{u} = [u_0, v_0, w_0, \phi_z, \phi_\varphi]^T, \\ \mathbf{q} = [0, 0, (p_1^I + p_1^R) - p_3^T, 0, 0]^T, \end{cases} \quad (15)$$

式中, L 和 M 可在参考文献[16]和[17]中找到.

4 边界条件

通过壳体表面内力和外力的平衡, 对方程进行重整, 可以得到如下方程式:

$$\begin{cases} \left. \frac{\partial(p_1^I + p_1^R)}{\partial r} \right|_{r=R} = -\rho_1 \left(\frac{\partial}{\partial t} + V \cdot \nabla \right)^2 w, \\ \left. \frac{\partial p_3^T}{\partial r} \right|_{r=R} = -\rho_3 \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0, \end{cases} \quad (16)$$

这些方程被称作 Euler 方程, 表明边界处流体粒子的加速度与壳体振动加速度相等.

5 振动声学方程

在圆柱体几何学中, 以图 1 所示方向入射的简谐平面波 p^I 可表示为^[6,9]:

$$p^I(r, z, \theta, t) = P_0 \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n (-j)^n J_n(k_1 r) \exp[j(\omega t - k_{1z} z - n\varphi)], \quad (17)$$

其中, ε_n 为 Neumann 因子

$$\varepsilon_n = \begin{cases} 1 & (N = 0) \\ 2 & (n \geq 1) \end{cases}, \quad k_{1z} = k_1 \cos \gamma, \quad k_{1r} = k_1 \sin \gamma, \quad (18)$$

这里, k_1 为移动介质的波数, J_n 为整数阶 n 的第一类 Bessel 函数, P_0 为入射波振幅, $j = \sqrt{-1}$ ($n = 0, 1, 2, 3$), ω 为角频率. 移动介质的波数可表示为

$$k_1 = \frac{\omega}{c_1} \left(\frac{1}{1 + Ma_1 \cos \gamma} \right), \quad (19)$$

其中, $Ma_1 = (V/c_1)$ 为外部流体的 Mach 数. 由于声学介质的行波和壳内的行波均由入射行波驱动, 因此 z 方向上的波数应与整个系统一致, 从而 $k_{3z} = k_{1z}$

$$k_{3r} = \sqrt{k_3^2 - k_{3z}^2}, \quad k_3 = \frac{\omega}{c_3}. \quad (20)$$

波由壳上辐射到壳外和壳内空隙中, 可以表示为

$$p_1^R(r, z, \theta, t) = \sum_{n=0}^{\infty} p_{1n}^R H_n^2(k_1 r) \exp[j(\omega t - k_{1z} z - n\varphi)], \quad (21)$$

$$p_3^T(r, z, \theta, t) = \sum_{n=0}^{\infty} p_{3n}^T H_n^1(k_3 r) \exp[j(\omega t - k_{3z} z - n\varphi)], \quad (22)$$

其中, H_n^1 和 H_n^2 分别为 n 阶的第一类和第二类 Hankel 函数. 中面的位移和转动为

$$\begin{Bmatrix} u_0 \\ v_0 \\ w_0 \\ \phi_{0z} \\ \phi_{0\theta} \end{Bmatrix} = \sum_{n=0}^{\infty} \begin{Bmatrix} jU_n \\ jV_n \\ W_n \\ j\phi_{zn} \\ j\phi_{\theta n} \end{Bmatrix} \exp[j(\omega t - k_{1z}z - n\varphi)]. \quad (23)$$

将方程(17)和方程(21)~(23)代入壳体方程(14)和边界条件方程(16),得到了含有8个变量的7个方程. 因此,方程的解可以用其中一个变量和其他变量的比的形式给出,该变量可选择入射波的压力振幅. 因而,对每个周向模态数可以得到如下的7个方程:

$$\begin{cases} \left\{ A_{11}k_{1z}^2 + 2A_{16}\frac{k_{1z}n}{R} + \hat{A}_{66}\frac{n^2}{R^2} - I_1\omega^2 \right\} U_n + \left\{ A_{16}k_{1z}^2 + (A_{12} + A_{66})\frac{k_{1z}n}{R} + \hat{A}_{26}\frac{n^2}{R^2} \right\} V_n + \\ \left\{ A_{12}\frac{k_{1z}}{R} + \hat{A}_{26}\frac{n}{R} \right\} W_n + \left\{ B_{11}k_{1z}^2 + 2B_{16}\frac{k_{1z}n}{R} + \hat{B}_{66}\frac{n^2}{R^2} - I_2\omega^2 \right\} \phi_{zn} + \\ \left\{ B_{16}k_{1z}^2 + (B_{12} + B_{66})\frac{k_{1z}n}{R} + \hat{B}_{26}\frac{n^2}{R^2} \right\} \phi_{\theta n} = 0, \end{cases} \quad (24)$$

$$\begin{cases} \left\{ A_{16}k_{1z}^2 + (A_{12} + A_{66})\frac{k_{1z}n}{R} + \hat{A}_{26}\frac{n^2}{R^2} \right\} U_n + \left\{ A_{66}k_{1z}^2 + 2A_{26}\frac{k_{1z}n}{R} + \right. \\ \left. \frac{\hat{A}_{22}n^2 + \hat{A}_{44}}{R^2} - I_1\omega^2 \right\} V_n + \left\{ (A_{26} + A_{45})\frac{k_{1z}}{R} + (\hat{A}_{22} + \hat{A}_{44})\frac{n}{R} \right\} W_n + \\ \left\{ B_{16}k_{1z}^2 + (B_{12} + B_{66})\frac{k_{1z}n}{R} + \hat{B}_{26}\frac{n^2}{R^2} - \frac{A_{45}}{R} \right\} \phi_{zn} + \\ \left\{ B_{66}k_{1z}^2 + 2B_{26}\frac{k_{1z}n}{R} + \hat{B}_{22}\frac{n^2}{R^2} - \frac{\hat{A}_{44}}{R^2} - I_2\omega^2 \right\} \phi_{\theta n} = 0, \end{cases} \quad (25)$$

$$\begin{cases} \left\{ A_{12}\frac{k_{1z}}{R} + \hat{A}_{26}\frac{n}{R} \right\} U_n + \left\{ (A_{26} + A_{45})\frac{k_{1z}}{R} + (\hat{A}_{22} + \hat{A}_{44})\frac{n}{R} \right\} V_n + \\ \left\{ A_{55}k_{1z}^2 + 2A_{45}\frac{nk_{1z}}{R} + \hat{A}_{44}\frac{n^2}{R^2} + \frac{\hat{A}_{22}}{R^2} - I_1\omega^2 \right\} W_n + \left\{ \left[\frac{B_{12}}{R} - A_{55} \right] k_{1z} + \right. \\ \left. \left[\frac{\hat{B}_{26}}{R} - A_{45} \right] \frac{n}{R} \right\} \phi_{zn} + \left\{ \left[\frac{B_{26}}{R} - A_{45} \right] k_{1z} + \left[\frac{\hat{B}_{22}}{R} - \hat{A}_{44} \right] \frac{n}{R} \right\} \phi_{\theta n} - \\ \left\{ H_n^2(k_{1z}R) \right\} p_{1n}^R + \left\{ H_n^1(k_{3z}R) \right\} p_{2n}^T = P_0 \varepsilon_n (-j)^n J_n(k_{1z}R), \end{cases} \quad (26)$$

$$\begin{cases} \left\{ B_{11}k_{1z}^2 + 2B_{16}\frac{k_{1z}n}{R} + \hat{B}_{66}\frac{n^2}{R^2} - I_2\omega^2 \right\} U_n + \left\{ B_{16}k_{1z}^2 + (B_{12} + B_{66})\frac{k_{1z}n}{R} + \right. \\ \left. \hat{B}_{26}\frac{n^2}{R^2} - \frac{A_{45}}{R} \right\} V_n + \left\{ \left[\frac{B_{12}}{R} - A_{55} \right] k_{1z} + \left[\frac{\hat{B}_{26}}{R} - A_{45} \right] \frac{n}{R} \right\} W_n + \\ \left\{ A_{55} + D_{11}k_{1z}^2 + \frac{2D_{16}}{R}nk_{1z} + \hat{D}_{66}\frac{n^2}{R^2} - I_3\omega^2 \right\} \phi_{zn} + \\ \left\{ A_{45} + D_{16}k_{1z}^2 + (D_{12} + D_{66})\frac{nk_{1z}}{R} + \hat{D}_{26}\frac{n^2}{R^2} \right\} \phi_{\theta n} = 0, \end{cases} \quad (27)$$

$$\begin{cases} \left\{ B_{16}k_{1z}^2 + (B_{12} + B_{66})\frac{k_{1z}n}{R} + \hat{B}_{26}\frac{n^2}{R^2} \right\} U_n + \left\{ B_{66}k_{1z}^2 + 2B_{26}\frac{k_{1z}n}{R} + \hat{B}_{22}\frac{n^2}{R^2} - \right. \\ \left. \frac{\hat{A}_{44}}{R^2} - I_2\omega^2 \right\} V_n + \left\{ \left[\frac{B_{26}}{R} - A_{45} \right] k_{1z} + \left[\frac{\hat{B}_{22}}{R} - \hat{A}_{44} \right] \frac{n}{R} \right\} W_n + \end{cases}$$

$$\begin{cases} A_{45} + D_{16}k_{1z}^2 + (D_{12} + D_{66})\frac{nk_{1z}}{R} + \hat{D}_{26}\frac{n^2}{R^2} \Big\} \phi_{zn} + \\ \hat{A}_{44} + D_{66}k_{1z}^2 + 2D_{26}\frac{nk_{1z}}{R} + \hat{D}_{22}\frac{n^2}{R^2} - I_3\omega^2 \Big\} \phi_{\varphi n} = 0, \end{cases} \quad (28)$$

$$p_{1n}^R H_n^2(k_{1r}R) k_{1r} - (\rho_1 \omega^2 + \rho_1 v^2 k_{1z}^2 + 2v\omega k_{1z}) W_n = -P_0 \varepsilon_n (-j)^n J_n(k_{1r}R) k_{1r}, \quad (29)$$

$$p_{3n}^R H_n^1(k_{3r}R) k_{3r} - \rho_3 \omega^2 W_n = 0. \quad (30)$$

通过求解这7个方程,可以得到以 P_0 表示的7个未知量 $p_{1n}^R, p_{3n}^T, U_n, V_n, W_n, \phi_{zn}$ 和 $\phi_{\varphi n}$.

6 传输损耗

壳体传输损耗定义为,壳体轴截面上每单位长度的传输功率 W^T 和入射功率 W^I 的比

$$W_{TL} = 10 \lg \frac{W^T}{W^I}, \quad (31)$$

其中

$$W^I = \frac{\cos \forall P_0^2}{\rho_1 c_1} \times R, \quad W^T = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left\{ \int_0^{2\pi} p_3^T \frac{\partial}{\partial t} + (w_0)^* r d\varphi \right\}, \quad r = R, \quad (32)$$

其中, $\operatorname{Re}\{\cdot\}$ 和上标* 分别表示参数的实部及其共轭的虚部. 将方程(22)和(23)中的 p_3^T, w_0 代入到上面的方程(32),得到 W_n^T 组成的表达式

$$\begin{aligned} W^T &= \sum_{n=0}^{\infty} W_n^T = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left\{ p_{3n}^T H_n^1(k_{3r}R) \cdot (j\omega W_n)^* \right\} \int_0^{2\pi} \cos[n\varphi] R d\varphi = \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\pi R}{\varepsilon_n} \times \operatorname{Re} \left\{ p_{3n}^T H_n^1(k_{3r}R) \cdot (j\omega W_n)^* \right\}, \quad r = R. \end{aligned} \quad (33)$$

最后,将方程(32)和(33)代入到方程(31),可得到传输损耗

$$W_{TL} = -10 \lg \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\operatorname{Re} \left\{ p_{3n}^T \times H_n^1(k_{3r}R) \times (j\omega W_n)^* \right\} \times \rho_1 c_1 \pi}{\varepsilon_n \cos \forall P_0^2}. \quad (34)$$

7 收敛算法

从方程(17)、(21)~(23)可得级数形式解. 当计算中用到的模态数量不足时,会导致 W_{TL} 值估计过高. Tang等曾在文献[9]中论述了,相关薄壁壳的 W_{TL} 值过高,显然是由这样一个不收敛解造成的. 由于使用数量无限的模态是不可能的,因此分析中使用收敛性检查,确保足够数量的模态. 在最高的频段,进行最多次数的迭代计算. 这是基于这样一个事实:一旦在某一给定频率时解是收敛的,则在低于该频率的所有频率时的解均收敛. 因而,对每个频率建立一个迭代过程,并考虑最大的迭代次数. 一旦收敛条件满足,循环中止. 图2给出了1 KHz时, W_{TL} 值随着模态数量增加的变化情况,其中复合材料壳的参数列于表1.

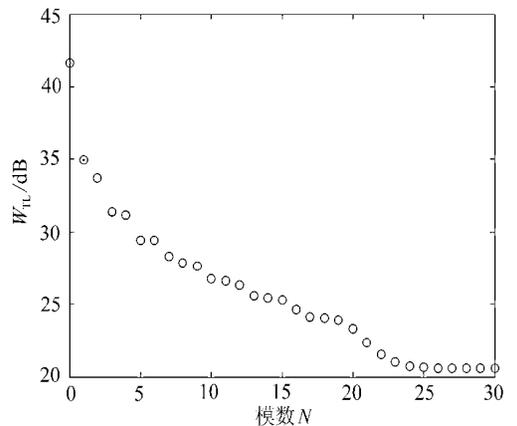


图2 1KHz时10层复合壳的模态数收敛图

表 1 壳的材料和环境属性

参数	壳体		空隙	环境
	材料(流体)	石墨/环氧树脂	铝	空气
密度 $\rho / (\text{kg}/\text{m}^3)$		1 600	2 760	1.21
弹性模量 E_1 / GPa		138	71	-
弹性模量 E_2 / GPa		8.9	71	-
剪切模量 G_{12} / GPa		7.1	27.69	-
剪切模量 G_{23} / GPa		6.2	27.69	-
Poisson 比 ν_{12}		0.3	0.3	-
声速 $c / (\text{m}/\text{s})$		5 622	5 316	343

8 数值解

给出半径 $R = 1.83 \text{ m}$ 、总厚度 $h = 1.59 \text{ mm}$ 的层状复合圆柱壳体的数值解。内部流体和外部流体均以海平面条件为准,除特别标明,本文假设外部流体 Mach 数为 $Ma_1 = 0$ 、入射角 $\gamma = 45^\circ$ 。复合材料壳的每一层均为石墨/环氧树脂,材料属性见表 1^[16]。按 $[0, 90, 45, -45, 0]_s$ 模式排列。

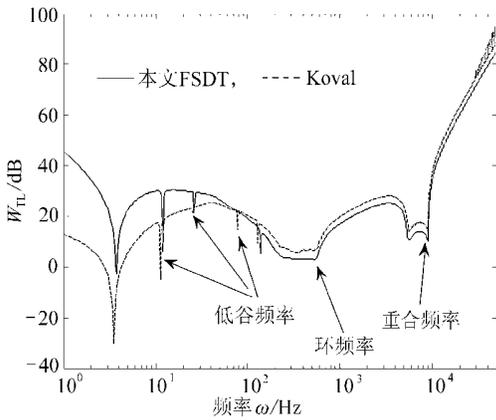


图 3 对 10 层复合材料壳,本文 FSDT 理论和 Koval 方法的比较

图 3 给出了对本文方法的良好验证。图中对 10 层复合材料壳,使用本文方法和 Koval 提出的“模态阻抗法”的比较,比较发现,两种方法其的高频段很相符。如图所示,在某些下沉频率段,壳体将产生共振。另外还有两种重要的下沉频率段:环频率(当壳体中的纵波波长与圆周相等时)和重合频率(当声波的跟踪速度与壳壁中弯曲波速度相等时)。壳体的基本尺寸和模拟条件在表 1 中

给出。

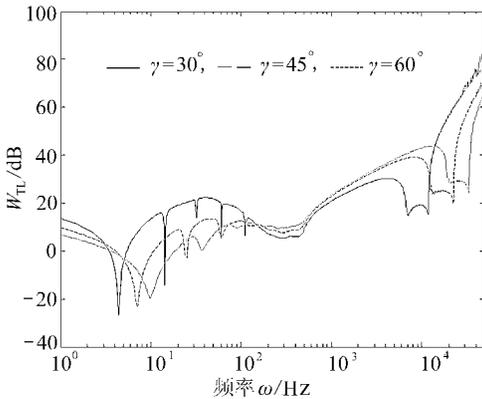


图 4 入射角对 W_{TL} 的影响

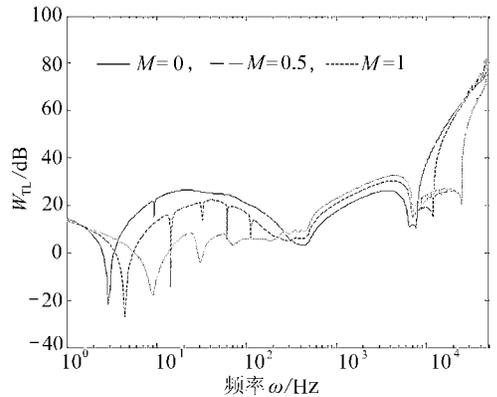


图 5 轴向流对 W_{TL} 的影响

图 4 给出了入射角的影响,从图中可以看出,随着入射角 γ 的增加,刚度控制区(低于环频

率) 圆柱壳的 W_{TL} 值增强, 同时重合频率向下移动.

外部流能够影响轴向和径向的波数. 图 5 表明 Mach 数分别取 $Ma = 0, 0.5$ 和 1.0 时对 W_{TL} 值的影响. 随着 Mach 数的增加, 刚度控制区的 W_{TL} 值在下降, 同时质量控制区(环形频率和重合频率之间)的 W_{TL} 值在上升. 另外, 随着 Mach 数增加, 重合频率向上移动.

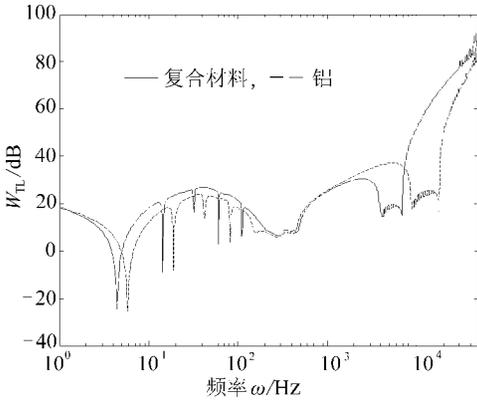


图 6 具有相同重量和半径时, 铝壳与 10 层复合材料壳的比较

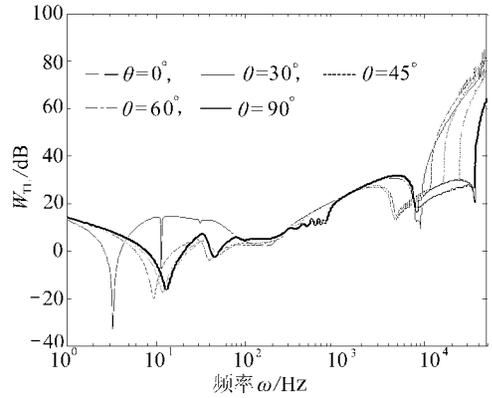


图 7 10 层复合材料壳纤维方向的影响

图 6 对具有相同重量和半径的铝壳和 10 层复合材料壳的 W_{TL} 值进行比较. W_{TL} 曲线表明, 复合材料壳体的环频率较高, 环频率以下的 W_{TL} 值在增加. 但是在质量控制区, 由于复合材料的低密度性, 并不比铝壳有效. 在高于重合频率的区域, W_{TL} 的变化趋势与刚度控制区很相似.

假设复合材料结构是由多个单向薄板叠合而成, 每个薄板的主材料方向与共同设置的参考轴之间有着相同的角度. 这个角度常被称为复合材料壳体单层的偏斜角, 图 7 给出了偏斜角对 W_{TL} 的影响. 值得注意的是, θ (偏斜角) 可以直接影响到变换刚度系数 Q_j . 图中不同的偏斜角 θ 为 $0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ 对应着不同的 W_{TL} 曲线. 偏斜角对复合材料壳噪音的传播相当敏感, 建议可能时, 对复合材料壳进行适当的裁剪. 对噪音的衰减, 这正是复合材料壳比之铝壳的一个优点.

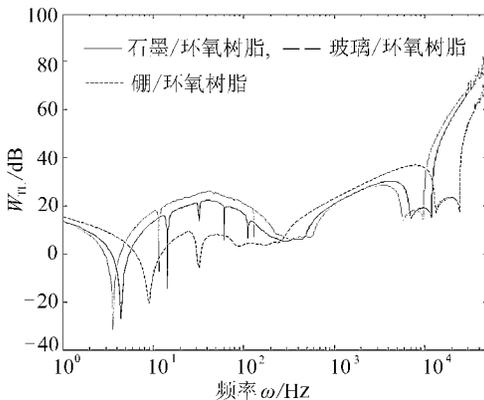


图 8 不同类型的正交各向异性材料对 W_{TL} 的影响

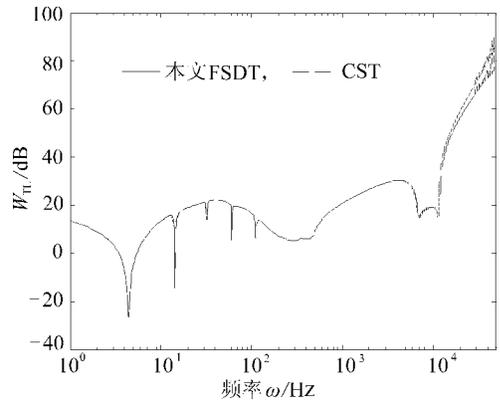


图 9 对壳厚 $h = 1.59$ mm 的 10 层层合壳, CST 与 FSDT 的比较

表 2 复合材料属性

材料	属性						
	$\rho / (\text{kg} / \text{m}^3)$	E / GPa	E_z / GPa	G_{12} / GPa	G_{13} / GPa	G_{23} / GPa	ν_{12}
石墨/环氧树脂	1 600	138	8.9	7.1	7.1	6.2	0.3
玻璃/环氧树脂	1 900	38.6	8.2	4.2	4.2	3.45	0.26
硼/环氧树脂	1 600	20.6	20.6	6.89	6.89	4.1	0.3

图 8 给出了复合材料对 W_{TL} 值的影响. 表 2 中给出了比较用的复合材料: 石墨/环氧树脂、玻璃/环氧树脂和硼/环氧树脂. 图示说明选用的材料必须能在刚度控制区适当增加 W_{TL} 值, 采用石墨/环氧树脂的壳结果最佳, 它代表了刚度控制区 W_{TL} 值的理想水平, 高频段看来也合适, 在质量控制区, 玻璃/环氧树脂材料比其他材料的 W_{TL} 值大.

对壳厚 1.59mm 的复合材料壳, 图 9 给出了薄壳理论与一阶壳体理论的比较. 在低频段, 剪切和转动效应对 W_{TL} 的影响可以忽略, 但在高频范围, 剪切波通过壳体的声音透射, 导致 W_{TL} 的减少. 注意到, 经典层合薄壳方程可以在参考文献[17]中找到.

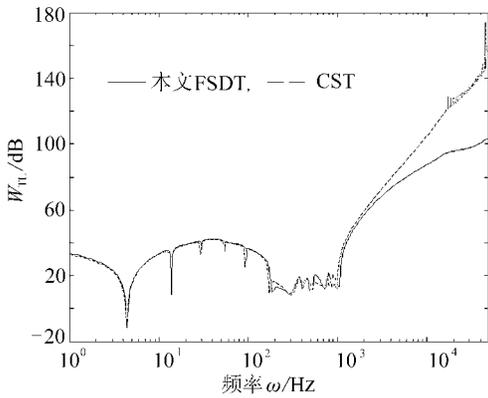


图 10 对壳厚 $h = 15.9 \text{ mm}$ 的 10 层层合壳体, CST 与 FSDT 的比较

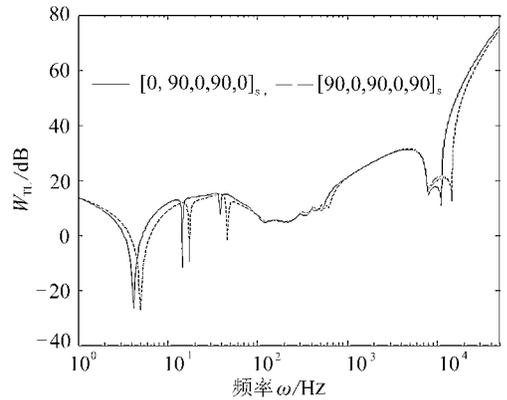


图 11 10 层复合材料壳的叠合顺序对 W_{TL} 的影响

图 10 显示, 随着壳体厚度的增加, CST 与 FSDT 之间的差距在高频范围显著增大. 尤其当波长足够短时, 声音传输的剪切变形影响增加.

图 11 给出了叠合顺序的影响, 图中定义了两种层板叠合模式: $[0, 90, 0, 90, 0]_s$ 和 $[90, 0, 90, 0, 90]_s$. 由于第一种模式中包含较多的 0° 层, 并远离参考面, 导致较高的轴向延伸性和抗弯刚度, W_{TL} 值较为理想.

表 3 对复合材料壳和铝壳, CST 与 FSDT 的比较

		频率 ω / Hz	10	100	1 000	10 000	20 000	40 000	50 000
W_{TL}	复合材料壳	FSDT	13.29	16.89	20.65	19.18	56.56	75.51	76.52
		CST	13.29	16.89	20.65	18.95	59.08	81.51	85.05
	铝壳	FSDT	12.17	18.32	25.51	22.24	50.02	76.96	82.74
		CST	12.17	18.32	25.51	20.37	51.50	78.60	85.03

对具有相同厚度和半径的 10 层复合材料壳和单层铝壳, 表 3 给出了 CST 与 FSDT 的比较. 结果显示了 CST 和 FSDT 之间的差别, 复合材料壳明显大于铝壳, 因此, 特别是对薄壁的复合材料, 高频段应使用 FSDT 理论.

9 结 论

本文研究了无限层合复合材料圆柱壳的声音传播,推导出包含外部气流效应的 W_{TL} 计算表达式.从数值解的分析中可以得到以下结论:

- 1) 随着 Mach 数的增加,刚度控制区的 W_{TL} 值下降,而重合频率上移;
- 2) 和铝壳相比,在低于环频率的区域,复合材料壳体的 W_{TL} 表现较好,在质量控制区,复合材料壳体并不比铝壳更有效;
- 3) 层体的偏斜角度对复合材料壳噪音的衰减相当敏感;
- 4) 在低频范围内,正交各向异性壳的剪切和转动,对 W_{TL} 的影响几乎可以忽略不计.但在高频段,声音的剪切波传输,造成 W_{TL} 值的下降;
- 5) 对复合材料壳,强烈推荐 FSDT 理论得到的 W_{TL} 值,尤其是在高频范围.

[参 考 文 献]

- [1] Smith P W. Sound transmission through thin cylindrical shells[J]. Journal of the Acoustical Society of America, 1957, **29**(6): 721– 729.
- [2] White P. Sound transmission through a finite, closed, cylindrical shell[J]. Journal of Acoustical Society of America, 1966, **40**(5): 1124– 1130.
- [3] Koval L R. On sound transmission into a thin cylindrical shell under flight conditions[J]. Journal of Sound and Vibration, 1976, **48**(2): 265– 275.
- [4] Koval L R. On sound transmission into an orthotropic shell[J]. Journal of Sound and Vibration, 1979, **63**(1): 51– 59.
- [5] Pope L D, Rennison D C, Willis C M, et al. Development and validation of preliminary analytical models for aircraft interior noise prediction[J]. Journal of Sound and Vibration, 1982, **82**: 541– 575.
- [6] Blaise A, Lesueur C, Gptteland M, et al. On sound transmission into an orthotropic infinite shell: comparison with Koval result and understanding the phenomena[J]. Journal of Sound and Vibration, 1991, **150**(2): 233– 243.
- [7] Blaise A, Lesueur C. Acoustic transmission through a 2– D orthotropic multi– layers infinite Shell [J]. Journal of Sound and Vibration, 1992, **155**(1): 95– 109.
- [8] Koval L R. Sound transmission into a laminated composite cylindrical shell [J]. Journal of Sound and Vibration, 1980, **71**(4): 523– 530.
- [9] Tang Y Y, Robinson J H, Silcox R J. Sound transmission through a cylindrical sandwich shell with honeycomb core[A]. In: 34th AIAA Aerospace Science Meeting and Exhibit (AIAA– 96– 0877)[C]. Vol 1. Reno, Nevada, USA: 1996, 877– 886.
- [10] Lee J H, Kim J. Study on sound transmission characteristics of a cylindrical shell using analytical and experimental models[J]. Applied Acoustic, 2003, **64**(6): 611– 632.
- [11] Daneshjou K, Nouri A, Talebitooti R. Sound transmission through laminated composite cylindrical shells using analytical model[J]. Archive of Applied Mechanics, 2007, **77**: 363– 379.
- [12] Leissa W A. Vibration of Shells[M]. NASA SP– 288, Washington D C: NASA, 1973, 292– 293.
- [13] Soedel W. Vibrations of Shells and Plates[M]. New York: Marcel Dekker Inc, 1993, 108– 152.
- [14] Howe M. S. Acoustics of Fluid – Structure Interactions [M]. New York: Cambridge University Press, 2000, 33.
- [15] Fahy F. Sound and Structural Vibration: Radiation, Transmission and Response[M]. New York:

Academic Press, 1985, 6.

- [16] Reddy J. N. Mechanics of Laminated Composite Plates and Shells, Theory and Analysis [M]. 2nd Ed. Boca Raton : CRC Press, 2004, 456– 475.
- [17] Qatu M S. Vibration of Laminated Shells and Plates [M]. Amsterdam Elsevier Academic Press, 2004, 256– 297.

Analytical Model of Sound Transmission Through Laminated Composite Cylindrical Shells Considering Transverse Shear Deformation

Kamran Daneshjou, Ali Nouri, Roohollah Talebitooti

(Department of Mechanical Engineering , Iran University of Science and Technology , Tehran , Iran)

Abstract: Composite structures are often used in aerospace industries because of advantages offered by a high strength to weight ratio. Sound transmission through an infinite laminated composite cylindrical shell is studied in the context of the transmission of airborne sound into aircraft interior. The shell is immersed in external fluid medium and contains internal fluid, and airflow in external fluid medium is moving with a constant velocity. An exact solution was obtained by solving the first- order shear deformation theory(FSDT) of laminated composite shell and acoustic wave equations simultaneously. Transmission losses(TL) obtained from numerical solution were compared with those of other authors. The effects of structural properties and flight conditions on TL were studied for a range of values, especially, Mach number, stack sequences and angle of warp. Additionally, comparison of the transmission loss was made among classical thin shell theory(CST) and FSDT for laminated composite and isotropic cylindrical shells.

Key words: plane wave; transmission loss; laminated composite shell; first- order