

利用改进的 OPCL 控制实现二连杆机构的同步运动*

韩清凯, 赵雪彦, 闻邦椿

(东北大学 机械工程与自动化学院, 沈阳 110004)

(刘曾荣推荐)

摘要: 研究了一种改进的开闭环控制(OPC控制)方法,将这种方法应用于二连杆机构的同步运动控制,实现了二连杆机构的小幅摆和大回环两种同步运动形式.通过仿真,对比了二连杆机构的同步的不同运动特征,并对不同控制参数对同步过程的影响进行了研究.

关键词: 二连杆机构; 控制同步运动; 改进的 OPCL 控制

中图分类号: O221.2 **文献标识码:** A

引 言

同步是指两个或两个以上对象在运动过程中,达到具有相同的速度、相同的相位和相同或相似的运动轨迹等运动形式或物理形态^[1-2].同步现象广泛存在于自然界、生命、工程技术、甚至经济社会人类活动等许多领域^[3].在机械工程领域,自同步理论即振动同步有许多经典的工程应用实例,得到了充分研究和利用^[4-5].而在非线性科学中,混沌控制及其同步的研究也是十分重要的内容^[6-7].

从控制同步的角度,可以采用不同的控制策略实现机械系统的同步,例如自适应同步控制、神经网络控制等^[8].在文献[9]中,给出了有限自由渡动力学系统控制同步的通用格式,其中包括了常见的各种控制同步形式.开闭环控制(OPCL)方法是一种针对复杂动力学系统的控制策略^[10-11].另外,已经研究表明,采用 OPCL 控制可以较好的克服模型误差和参数误差,实现机械系统的同步轨迹跟踪^[12].

二连杆机构是一种典型的机械结构,其结构简单,是研究机构运动和控制的代表性机构.二连杆机构的小幅摆运动是指上杆绕其固定铰链做往复小幅摆动,下杆与上杆的相对夹角保持为 0.大回环运动则是指上杆绕其固定铰链做圆周旋转运动时,下杆与上杆的相对夹角也保持为 0.二连杆机构的小幅摆和大回环运动可以视为一类控制同步运动^[13].

在本文中,在现有 OPCL 控制方法的基础上提出了改进的 OPCL 控制器,即增加了放大器和非线性限幅器.利用这种新方法实现了二连杆机构的小幅摆动和大回环运动两种形式的控

* 收稿日期: 2008-06-25; 修订日期: 2008-10-06

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(10402008; 50535010); 教育部科学技术研究(重点)资助项目(108037)

作者简介: 韩清凯(1969-),男,山东济宁人,教授,博士(联系人, E-mail: qhan@mail.neu.edu.cn).

制同步. 然后通过仿真研究, 分析了这两种同步运动的特征以及不同参数对它们的影响规律.

1 同步系统的模型建立

首先建立二连杆机构的动力学方程. 然后提出了一种改进的 OPCL 控制器, 给出控制方框图. 并对该控制同步系统的 Liapunov 稳定性进行讨论.

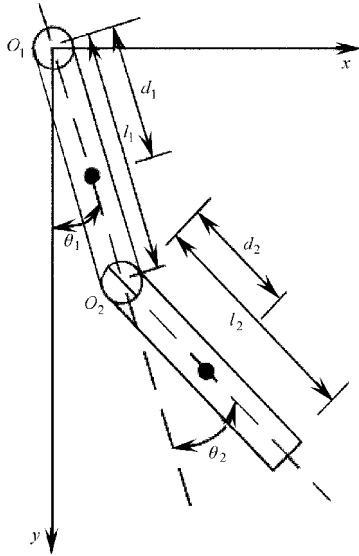


图 1 两连杆机构力学模型

1.1 二连杆机构的动力学方程

平面二连杆机构模型如图 1 所示. 在两个铰接点 O_1 、 O_2 分别驱动. 杆 1 和杆 2 分别可以绕铰接点 O_1 和 O_2 在 $[-180^\circ, 180^\circ]$ 范围内回转. 其中, 铰接点 O_1 为固定点.

如图 1 所示, 建立坐标系 O_1xy , 设 θ_1 为杆 1 相对 y 轴的转角, θ_2 为杆 2 相对杆 1 的相对转角, 取逆时针为正. 二连杆机构的动力学方程如下:

$$\begin{cases} M_{11}\ddot{\theta}_1 + M_{12}\ddot{\theta}_2 + C_1(\theta, \dot{\theta}) + K_1(\theta) = \tau_1, \\ M_{21}\ddot{\theta}_1 + M_{22}\ddot{\theta}_2 + C_2(\theta, \dot{\theta}) + K_2(\theta) = \tau_2, \end{cases} \quad (1)$$

其中

$$M_{11} = m_1d_1^2 + m_2(l_1^2 + d_2^2 + 2l_1d_2\cos\theta_2) + I_1 + I_2,$$

$$M_{21} = m_2(d_2^2 + l_1d_2\cos\theta_2) + I_2,$$

$$M_{12} = m_2(d_2^2 + l_1d_2\cos\theta_2) + I_2,$$

$$M_{22} = m_2d_2^2 + I_2,$$

$$C_1(\theta, \dot{\theta}) = -m_2l_1d_2\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2\sin\theta_2 - 2m_2l_1d_2\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2\sin\theta_2,$$

$$C_2(\theta, \dot{\theta}) = m_2l_1d_2\dot{\theta}_1^2\sin\theta_2,$$

$$K_1(\theta) = (m_1d_1 + m_2l_1)g\sin\theta_1 + m_2d_2g\sin(\theta_1 + \theta_2),$$

$$K_2(\theta) = m_2gd_2\sin(\theta_1 + \theta_2),$$

其中, m_1 和 m_2 分别为杆 1 和杆 2 的质量, I_1 和 I_2 分别为杆 1 和杆 2 对各自质心的转动惯量, d_1 和 d_2 分别为两铰接点到两杆质心的距离, g 为重力加速度.

1.2 OPCL 控制器的基本思想

假设一个被控系统具有如下常见的形式:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{F}(\mathbf{x}, \mathbf{g}, t), \quad (2)$$

其中, $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$. 根据文献[10-11], 引入开闭环控制(OPCL)方法. 定义误差 $e = \mathbf{x} - \mathbf{g}$, \mathbf{g} 为控制目标. 应用 Taylor 展开式将被控系统在目标值邻域内进行线性化, 即

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{F}(\mathbf{g}, \mathbf{g}, t) + (\partial\mathbf{F}(\mathbf{g}, \mathbf{g}, t)/\partial\mathbf{g})\mathbf{e} + (\partial\mathbf{F}(\mathbf{g}, \mathbf{g}, t)/\partial\mathbf{g})\mathbf{e} + o^2(\mathbf{g}, \mathbf{g}) = \mathbf{F}(\mathbf{g}, \mathbf{g}, t) + \mathbf{J}_g\mathbf{e} + \mathbf{J}_g\mathbf{e} + o^2(\mathbf{g}, \mathbf{g}), \quad (3)$$

式中, \mathbf{J}_g 和 \mathbf{J}_g 分别为 $\mathbf{F}(\mathbf{g}, \mathbf{g}, t)$ 对 \mathbf{g} 、 \mathbf{g} 的 Jacobi 矩阵. 设计如下控制项 \mathbf{U} :

$$\mathbf{U} = \ddot{\mathbf{g}} - \mathbf{F}(\mathbf{g}, \mathbf{g}, t) - \mathbf{J}_g\mathbf{e} + \mathbf{J}_g\mathbf{e} + \mathbf{A}\mathbf{e} + \mathbf{B}\mathbf{e}, \quad (4)$$

在这里, 控制项的开环控制部分是 $\ddot{\mathbf{g}} - \mathbf{F}(\mathbf{g}, \mathbf{g}, t)$, 闭环控制部分是 $-\mathbf{J}_g\mathbf{e} + \mathbf{J}_g\mathbf{e} + \mathbf{A}\mathbf{e} + \mathbf{B}\mathbf{e}$. \mathbf{A} 、 \mathbf{B} 为控制项的系数矩阵.

在被控系统式(2)中加入上述控制项 \mathbf{U} , 整理得:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{F}(\mathbf{x}, \mathbf{g}, t) + \mathbf{U} = \ddot{\mathbf{g}} + \mathbf{A}\mathbf{e} + \mathbf{B}\mathbf{e}. \quad (5)$$

得到关于误差的函数

$$\ddot{e} = \ddot{x} - \ddot{g} = A\dot{e} + Be. \tag{6}$$

对于上式, 定义如下形式的 Liapunov 函数 V :

$$V(e) = e_1^2 + e_2^2 + \dots + e_n^2. \tag{7}$$

其一阶微分为

$$\dot{V} = 2e_1\dot{e}_1 + 2e_2\dot{e}_2 + \dots + 2e_n\dot{e}_n = 2e^T Ae. \tag{8}$$

根据 Liapunov 稳定性理论, 可以证明, 当系数矩阵 A 是具有负实部特征值的常数矩阵时, 误差方程式(6)是渐近稳定的, 说明 OPCL 控制下的被控系统是渐进稳定的.

1.3 改进的 OPCL 控制器的设计

为了实现二连杆机构的小幅摆动和大回环转动这两种形式的同步运动, 还需要在上述 OPCL 控制器的基础上增加加入放大器和限幅器环节, 构成一种改进的 OPCL 控制器.

这个放大器的输入设为二连杆机构的杆 1 相

对 y 轴的夹角 θ_1 , 放大器的输出定义为:

$$y_{out} = H\theta_1. \tag{9}$$

设计限幅器具有如下形式:

$$y'_{out} = \begin{cases} -\pi & (y_{out} < -\pi), \\ y_{out} & (-\pi \leq y_{out} \leq \pi), \\ \pi & (y_{out} > \pi). \end{cases} \tag{10}$$

采用改进的 OPCL 控制器的二连杆机构同步控制系统方框图如图 2 所示.

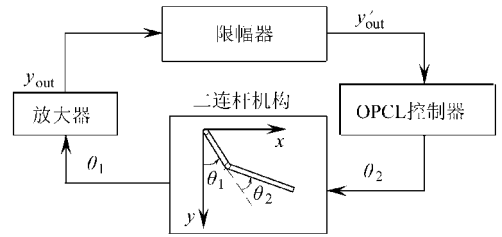


图 2 利用改进的 OPCL 控制器的二连杆机构同步控制方框图

2 二连杆机构同步运动的仿真

进行仿真计算时, 二连杆机构的无量纲的结构参数分别取为

$$m_1 = 1, m_2 = 1, I_1 = 0.083, I_2 = 0.33, \\ l_{c1} = 0.5, l_{c2} = 1, l_1 = 1, l_2 = 2, g = 9.8.$$

设计二连杆机构的同步运动期望轨迹为

$$\theta_1(t) = R(kt, 2\pi), \theta_2(t) = 0, \tag{11}$$

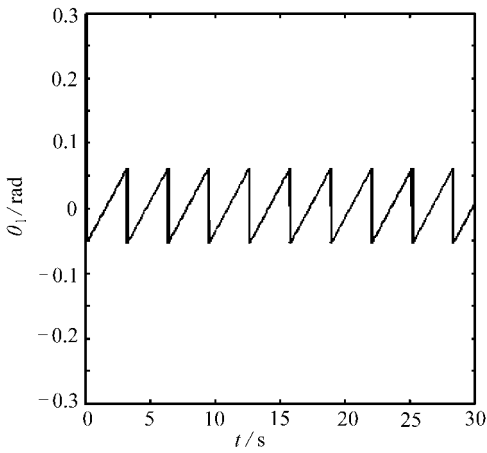
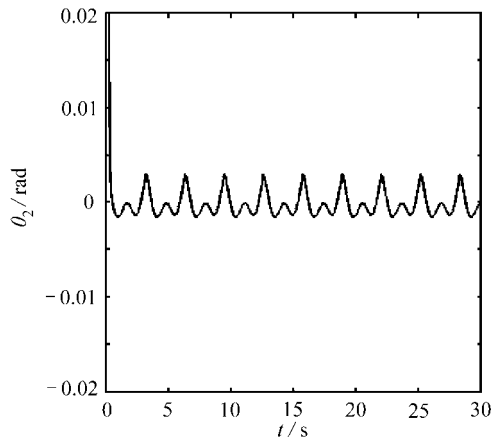
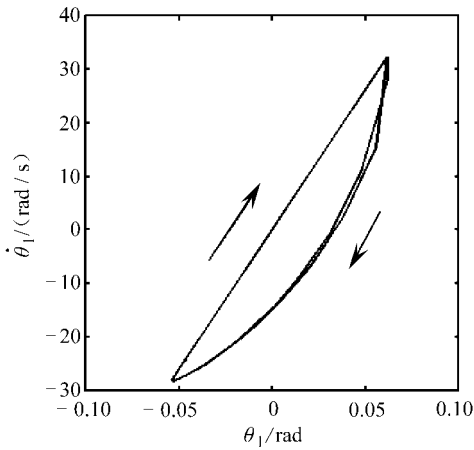
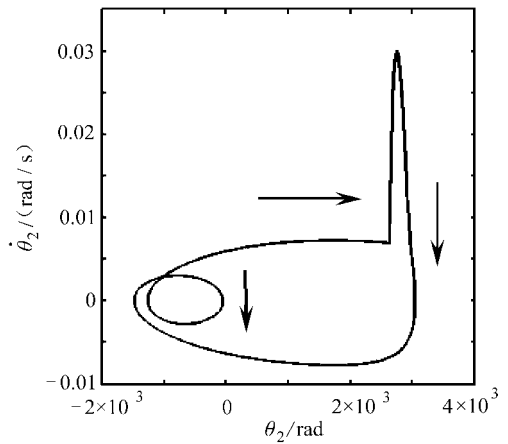
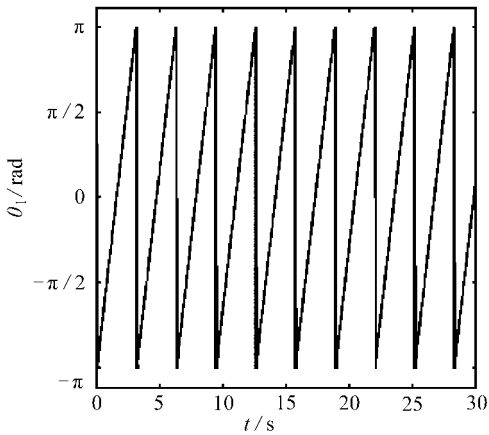
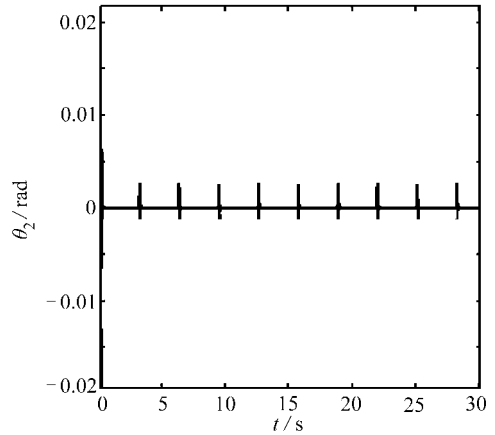
其中, 函数 $R(a, b)$ 是指 a 除以 b 后再取余数. k 是期望轨迹的直线斜率, 在这里 $k = 2$.

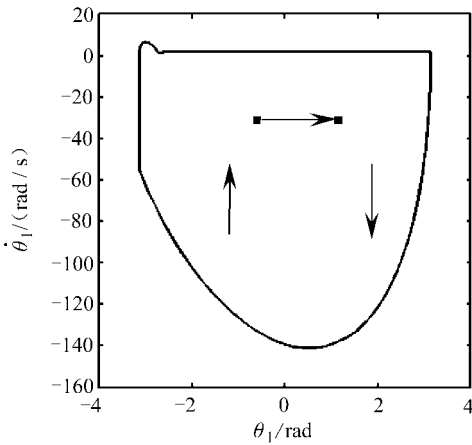
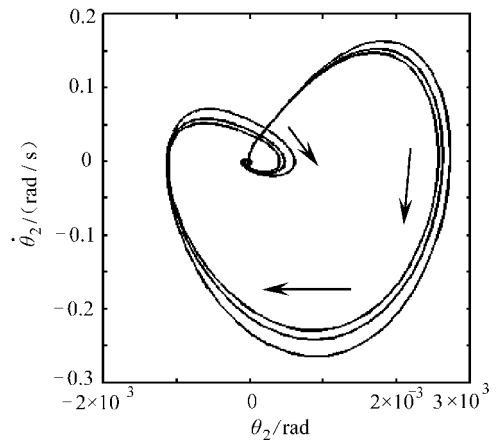
调节控制项的参数 A 、 B 、 H , 二连杆机构可以实现前文中所述的两种不同形式的同步运动.

2.1 小幅摆动

当 $A = \text{diag}(-400, -400)$, $B = \text{diag}(-4000, -4000)$, $H = 0.9$ 时, 可以实现二连杆机构的小幅摆动. 如图 3 所示的仿真曲线, 是初始条件取作 $\theta_1 = 1, \dot{\theta}_1 = 0, \theta_2 = 1, \dot{\theta}_2 = 0$ 时的结果.

由图 3(a)、图 3(b) 可知, 杆 1 绕铰接点 O_1 做小幅摆动, 杆 2 相对杆 1 小幅摆动. θ_1 的角度值在 $[-0.15, 0.15]$ 之间变化, θ_2 的角度值在 0 附近变化. 在这种情况下, 二连杆机构处于小幅摆动的同步状态. 由图 3(c)、图 3(d) 可知, 系统做小幅摆运动时, θ_1 、 θ_2 的相轨迹图具有稳定不变的形态, 即小幅摆同步运动处于稳定状态.

(a) θ_1 的轨迹图(b) θ_2 的轨迹图(c) θ_1 的相轨迹(d) θ_2 的相轨迹图3 小幅摆动时 θ_1 、 θ_2 的轨迹图和相轨迹图(a) θ_1 的轨迹图(b) θ_2 的轨迹图

(c) θ_1 的相轨迹(d) θ_2 的相轨迹图4 大回环时 θ_1 、 θ_2 的轨迹图和相轨迹图

2.2 大回环运动

当 $A = \text{diag}(-50, -50)$, $B = \text{diag}(-3000, -3000)$, $H = 1.0001$ 时, 可以实现二连杆机构的大回环运动. 如图4所示仿真曲线, 是初始条件取作 $\theta_1 = 1$ 、 $\theta_1 = 0$ 、 $\theta_2 = 1$ 、 $\theta_2 = 0$ 时的结果.

由图4(a)、图4(b)可知, 杆1绕铰接点 O_1 持续回转. 杆2相对于杆1保持共线, 绕其铰接点 O_2 仅有微小的角度变动. θ_1 的角度值在 $[-\pi, \pi]$ 之间变化, θ_2 的角度值在0附近变化. 此时二连杆机构处于大回环同步运动状态. 由图4(c)、图4(d)可知, θ_1 、 θ_2 的相轨迹图稳定, 大回环同步运动也处于稳定状态. 对比图3和图4, 可以看出小幅摆动与大回环运动具有完全不同的同步特征.

3 小幅摆动和大回环运动之间的转变过程的仿真

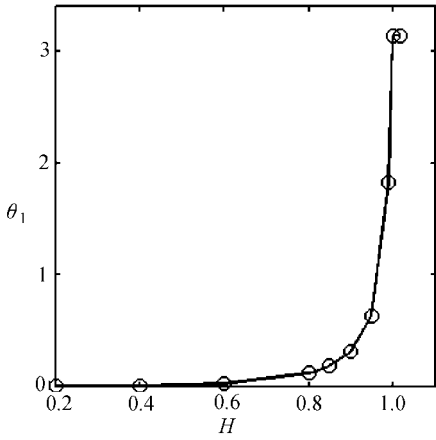
在 OPCL 控制过程中, 快速切换控制器参数 A 、 B 、 H , 可以实现小幅摆动和大回环运动之间的转换. 下面通过数值仿真来分析几种典型的瞬态变换过程.

3.1 不同控制器参数对同步运动形式的影响

当 $A = \text{diag}(-400, -400)$, $B = \text{diag}(-4000, -4000)$, 初始条件为 $\theta_1 = 1$ 、 $\theta_1 = 0$ 、 $\theta_2 = 1$ 、 $\theta_2 = 0$ 时, 如图5所示是 θ_1 角的幅值随 H 取不同值的变化情况. 图中圆圈标记所对应的 H 值分别是 0.2、0.4、0.6、0.8、0.85、0.9、0.95、0.99、1、1.018.

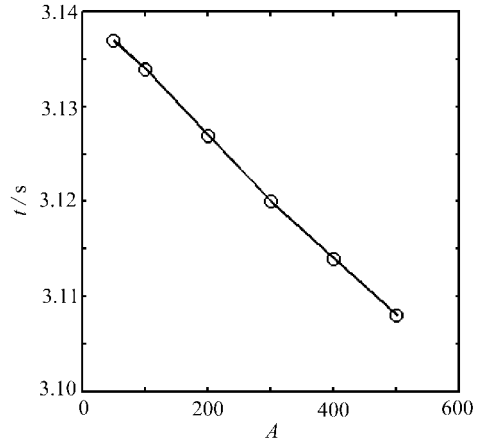
由图5可知, H 参数决定了角度 θ_1 的幅值. H 越大, θ_1 的变化幅度就越大. 其中 $H = 1$ 是一个临界值. 当 $H \in (0, 1)$ 时, θ_1 的变化幅度小于 π , 此时二连杆机构做往复摆动. 当 $H \in [1, 1.018)$ 时, θ_1 的变化幅度等于 π , 二连杆机构可以做大回环运动. 即调整 H 参数可以实现小幅摆动和大回环运动之间的转换.

调节 A 、 B 可以改变二连杆机构达到稳定运动状态的时间. A 、 B 越大, 达到稳定运动所需的过渡过程的时间越短. 设 $H = 1.001$, $B = \text{diag}(-4000, -4000)$, 初始条件为 $\theta_1 = 1$ 、 $\theta_1 = 0$ 、 $\theta_2 = 1$ 、 $\theta_2 = 0$, 如果 A 取不同的参数值, 系统达到稳定状态所需时间如图6所示. 图中的圆圈标记了 A 的值分别是 50、100、200、300、400、500 的情况.



H 的不同取值

图 5 θ_1 幅值随 H 的变化



A 的不同取值

图 6 达到稳定时所需时间随 A 取值的变化

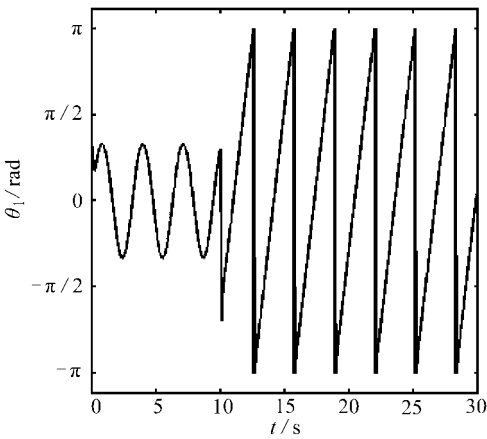
3.2 不同期望轨迹对同步运动形式的影响

以上讨论的小幅摆动和大回环运动，它们的期望轨迹公式如式(11)所示。两者之间的切换由控制器的增益 H 的变化来实现。在这里，设计两种期望轨迹与这两种形式的同步运动相对应。小幅摆动时的期望轨迹设为具有如下谐波形式： $\theta_1(t) = \sin(t)$, $\theta_2(t) = 0$ 。大回环运动时的期望轨迹与前面相同。写成统一的方程是

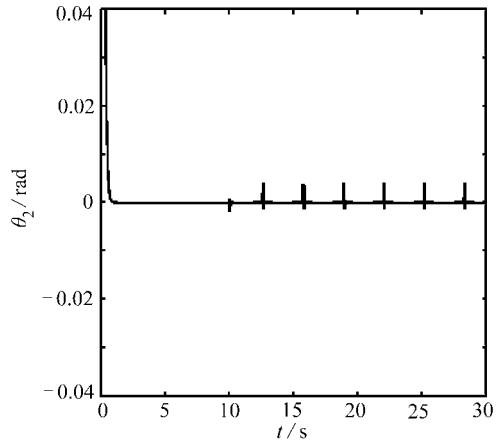
$$\begin{cases} \theta_1(t) = \sin(t), \theta_2(t) = 0, & t_0 > t > 0, \\ \theta_1(t) = R(kt, 2\pi) - 2\pi, \theta_2(t) = 0, & t \geq t_0. \end{cases} \quad (12)$$

在进行数值仿真时，式(12)所示的两个不同的期望轨迹会在时刻 t_0 进行切换。得到的结果如图 7 所示。此时取 $H = 1$, $t_0 = 10$ s。

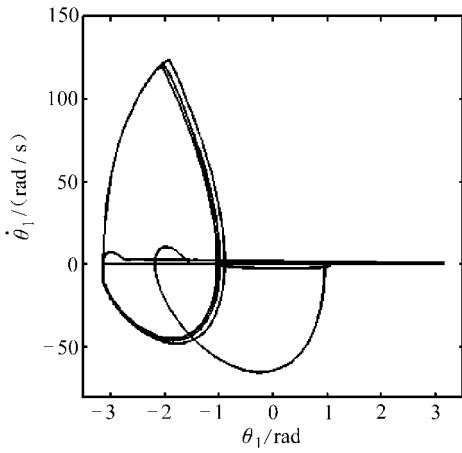
由图 7(a)、图 7(b)可知，当 $0 < t < 10$ s 时，二连杆机构做小幅摆动。 θ_1 的角度变化范围是 $[-1, 1]$, θ_2 在 0 附近轻微波动。当 $t \geq 10$ s 时，二连杆机构做大回环运动。 θ_1 的角度变化范围为 $[-\pi, \pi]$, θ_2 也是在 0 附近波动。图 7(c)、图 7(d) 所示的 θ_1 、 θ_2 的相轨迹图表达了上述切换过程。



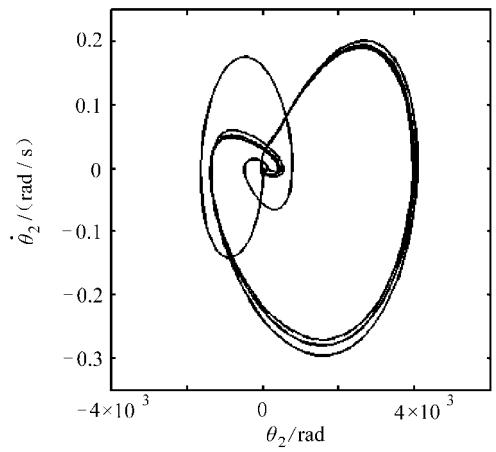
(a) θ_1 的轨迹图



(b) θ_2 的轨迹图

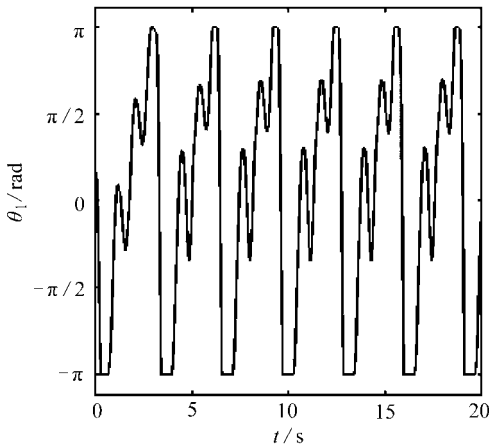


(c) θ_1 的相轨迹

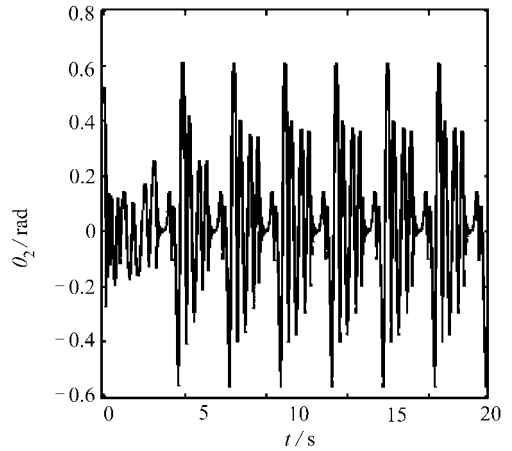


(d) θ_2 的相轨迹

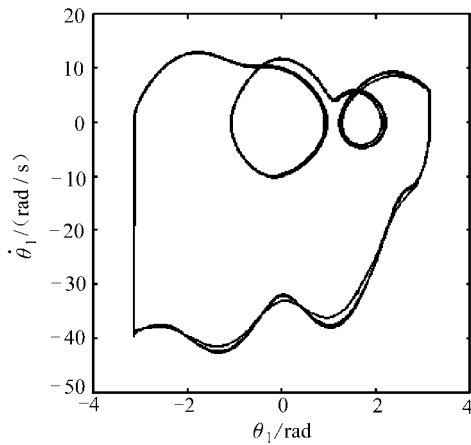
图 7 期望轨迹切换时的同步仿真结果



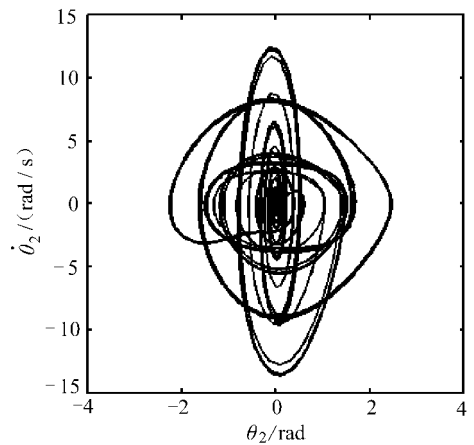
(a) θ_1 的轨迹图



(b) θ_2 的轨迹图



(c) θ_1 的相轨迹



(d) θ_2 的相轨迹

图 8 复杂运动时 θ_1 、 θ_2 的轨迹图和相轨迹图

3.3 复杂运动的仿真结果

在某些特殊情况下,受到 OPCL 控制作用的二连杆机构可以实现更为复杂的运动形式.而在没有受到控制的情况下,根据经典动力学理论,二连杆机构不会产生类似的复杂运动.例如,当控制器参数取为 $A = \text{diag}(-0.705, -0.705)$ 、 $B = \text{diag}(-50, -50)$ 、 $H = 1$, 以及初始条件取为 $\theta_1 = \pi/6$ 、 $\dot{\theta}_1 = 0.3$ 时,如图 8 所示是一组典型的仿真结果.此时的二连杆机构的运动不是周期性的,出现了复杂的涨落特征,且不再具备同步运动.

4 结 论

提出了针对二连杆机构实现小幅摆动和大回环运动两种同步运动模式的改进型 OPCL 控制方案,即在传统 OPLC 控制器的基础上增加放大器和限幅器环节.在给定参数条件下,受控机构具有 Liapunov 意义下的渐进稳定性.

利用数值仿真考察了在上述改进的 OPLC 控制器下的二连杆机构的小幅摆和大回环两种同步运动.

进一步的仿真研究表明,不同控制参数对上述同步运动有着明显的影响.其中,控制器增益 H 的不同取值会影响到小幅摆动和大回环运动两种同步模式的转换.控制器的系数矩阵 A 、 B 可以影响过渡过程的时间.设置不同形式的期望轨迹也可以进行两种同步模式的切换.在特定参数取值和初始条件下,二连杆机构出现了复杂的、非同步的运动形式.

[参 考 文 献]

- [1] Blekhnman I I, Fradkov A L, Tomchina O P, *et al.* Self- synchronization and controlled synchronization: general definition and example design[J]. *Mathematics and Computers in Simulation*, 2002, **58**(4/6): 367-384.
- [2] Pikovsky A, Rosenblum M, Kurths J. *Synchronization, a Universal Concept in Nonlinear Sciences*[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2001.
- [3] Rosenblum M, Pikovsky A. Synchronization: from pendulum clocks to chaotic lasers and chemical oscillators [J]. *Contemporary Physics*, 2003, **44**(5): 401- 416.
- [4] Blekhnman I I. *Synchronization in Science and Technology*[M]. New York: ASME Press, 1988.
- [5] 闻邦椿,赵春雨,苏东海,等.机械系统的振动同步与控制同步[M].北京:科学出版社,2003.
- [6] Pecora L M, Carroll T L. Synchronization in chaotic systems[J]. *Physical Review Letters*, 1990, **64**(8): 821-824.
- [7] Chen G, Dong X. *From Chaos to Order Method Theologies, Perspectives, and Applications*[M]. Singapore: World Scientific, 1998.
- [8] Alejandro Rodriguez A. Synchronization of mechanical systems[D]. Doctoral dissertation. Eindhoven: Technische Universiteit Eindhoven, 2002.
- [9] CHEN Li- qun. A general formalism for synchronization in finite dimensional dynamical systems[J]. *Chaos, Solitons and Fractals*, 2003, **19**(2004): 1239- 1242.
- [10] Jackson E. An open- plus- closed- loop (OPCL) control of complex dynamic systems[J]. *Physica D*, 1995, **85**(1/2): 1- 9.
- [11] CHEN Li- qun, LIU Yan- zhu. A modified open- plus- closed- loop control of chaos in nonlinear oscillations[J]. *Physics Letters A*, 1998, **245**(1/2): 87- 90.
- [12] 杨晓光. 机器人机械动力学系统的广义同步研究[D]. 硕士学位论文. 沈阳: 东北大学, 2007.
- [13] HAN Qing- kai, QIN Zhao- ye, YANG Xiao- guang, *et al.* Rhythmic swing motions of a two- link robot

with a neural controller[J]. *International Journal of Innovative Computing, Information & Control*, 2007, 3(2): 335– 342.

Synchronization Motions of a Two– Link Mechanism With an Improved OPCL Method

HAN Qing– kai, ZHAO Xue– yan, WEN Bang– chun
(School of Mechanical Engineering and Automation, Northeastern University,
Shenyang 110004, P. R. China)

Abstract: An improved OPCL method was developed and applied to both the small swing and the giant rotation synchronization of a two– link mechanism. Transition processes of the two kinds of synchronization were also discussed. Comparisons of different motion characteristics of the two– link synchronizations and the effects of different control parameters on the synchronous processes were investigated through numerical simulations.

Key words: two– link mechanism; controlled synchronization motions; improved OPCL method