应用数学和力学编委会编
重 庆 出 版 社 出 版

文章编号: 1000_0887(2003) 12_1217_06

重建极性连续统理论的基本定律和原理(Ⅶ) ——增率型*

戴天民

(辽宁大学 数学系和数学应用中心, 沈阳 110036)

(我刊原编委戴天民来稿)

摘要: 目的是建立微极连续统增率型的较为完整的运动方程, 边界条件和能率方程• 为此, 先给出较为完整的变形梯度及其逆的定义• 接着推导出各种应力率和偶应力率间的新关系式• 最后, 作为一种特殊情形得到连续统力学的耦合的增率型运动方程、边界条件和能率方程•

关 键 词: 耦合的; 运动方程; 边界条件; 能率; 增率型; 微极连续统
中图分类号: O33 文献标识码: A

引 言

匡震邦在[1] 中已对经典连续统力学的增率型各种应力张量间的关系式, 运动方程和边界条件进行了系统的研究•

我们在[2] 中已经推导出极性连续统的 Cauchy 形式, Piola 形式和 Kirchhoff 形式的增率型各种偶应力张量间的关系式, 运动方程和边界条件•

在[3] 中我们曾提出局部和非局部微极连续统力学的新的增率型功率和能率原理, 并从此推导出与[2] 相同的增率型运动方程和边界条件以及新的能率方程•

最近, 我们建立起微极连续统力学的耦合型能量守恒定律, 并由此可以自然地推导出耦合型的局部和非局部运动方程, 请参阅文献[4] •

本文将根据我们在[4] 中提出的新模型来建立微极连续统力学的增率型的耦合能量守恒定律和运动方程以及边界条件•

为方便起见, 除另作说明外, 我们引用[1~ 4] 中的记法和符号• 在推导中将采用卡氏和欧拉角坐标, 而把最后结果写成对所有坐标系均适用的符号记法•

本文是我们前期工作[2~ 7] 的直接延续•

---

* 收稿日期: 2002_09_06; 修订日期: 2003_06_27
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(10072024) ; 辽宁省教育委员会基础研究基金资助项目(99011 1001)
作者简介: 戴天民(1931—) , 男, 满族, 辽宁开原人, 教授, 博士, 博士生导师, 已发表专著译著 12 部和论文 60 余篇(E_mail: tianmin_dai@ yahoo. com. cn) •

1 各种关系式

1.1 变形梯度率

令

$$\boldsymbol{F} = F_{kK}\boldsymbol{g}_k\boldsymbol{g}_K = x_{k,K}\boldsymbol{g}_k\boldsymbol{g}_K, \tag{1}$$

$$\boldsymbol{F}^{-1} = F^{-1}_{kK}\boldsymbol{g}_k\boldsymbol{g}_K = X_{K,k}\boldsymbol{g}_k\boldsymbol{g}_K \tag{2}$$

为变形梯度及其逆, 则它们的率为

$$(x_{k,K})^{\cdot} = \underline{v}_{k,l}x_{l,K},\quad \dot{\boldsymbol{F}} = \underline{\boldsymbol{G}}\cdot\boldsymbol{F}, \tag{3}$$

$$(X_{K,k})^{\cdot} = -X_{K,l}\underline{v}_{l,k},\quad \dot{\boldsymbol{F}}^{-1} = -\boldsymbol{F}^{-1}\cdot\underline{\boldsymbol{G}}, \tag{4}$$

这里 $\underline{v}_k = v_k + \varepsilon_{k\theta i}\omega_\theta x_i$ 和 $\underline{\boldsymbol{G}} = \underline{v}_{k,l}\boldsymbol{g}_k\boldsymbol{g}_l$ 分别为速度矢量和速度梯度张量。

1.2 角度形梯度率

令

$$\Psi = \Psi_{\theta,\Theta}\boldsymbol{g}_\theta\boldsymbol{g}_\Theta = \varphi_{\theta,\Theta}\boldsymbol{g}_\theta\boldsymbol{g}_\Theta, \tag{5}$$

$$\Psi^{-1} = \Psi^{-1}_{\theta,\Theta}\boldsymbol{g}_\theta\boldsymbol{g}_\Theta = \Phi_{\Theta,\theta}\boldsymbol{g}_\theta\boldsymbol{g}_\Theta \tag{6}$$

为角变形梯度及其逆, 则它们的率为

$$(\varphi_{\theta,\Theta})^{\cdot} = \omega_{\theta,\alpha}\varphi_{\alpha,\Theta},\quad \dot{\Psi} = \Omega\cdot\Psi, \tag{7}$$

$$(\Phi_{\Theta,\theta})^{\cdot} = -\Phi_{\Theta,\alpha}\omega_{\alpha,\theta},\quad (\Psi^{-1})^{\cdot} = -\Psi^{-1}\cdot\Omega, \tag{8}$$

这里 $\omega_\theta = \dot{\varphi}_\theta$ 和 $\Omega = \omega_{\theta,\alpha}\boldsymbol{g}_\theta\boldsymbol{g}_\alpha$ 分别为角速度矢量和角速度梯度张量。

1.3 各种应力率张量间的关系式

令 $\tau = \tau_{Kl}\boldsymbol{g}_K\boldsymbol{g}_l$, $\boldsymbol{t} = t_{kl}\boldsymbol{g}_k\boldsymbol{g}_l$ 和 $\boldsymbol{T} = T_{KL}\boldsymbol{g}_K\boldsymbol{g}_L$ 为 Piola、Cauchy 和 Kirchhoff 应力张量, 则有下列 $\dot{\tau}$, $\dot{\boldsymbol{t}}$ 和 $\dot{\boldsymbol{T}}$ 间的关系式:

1) $$\dot{\tau}_{Kl} = (T_{KL}x_{l,L})^{\cdot} = \dot{T}_{KL}x_{l,L} + T_{KL}x_{m,L}\underline{v}_{l,m} = (jX_{K,k}t_{kl})^{\cdot} =$$
$$jX_{K,k}(\dot{t}_{kl} - \underline{v}_{k,p}t_{pl} + \underline{v}_{p,p}t_{kl}), \tag{9a}$$

$$\dot{\tau} = \dot{\boldsymbol{T}}\cdot\boldsymbol{F}^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{T}\cdot\boldsymbol{F}^{\mathrm{T}}\cdot\underline{\boldsymbol{G}}^{\mathrm{T}} = j\boldsymbol{F}^{-1}\cdot[\dot{\boldsymbol{t}} - \underline{\boldsymbol{G}}\cdot\boldsymbol{t} + (\nabla\cdot\underline{\boldsymbol{v}})\boldsymbol{t}]; \tag{9b}$$

2) $$\dot{T}_{KL} = (X_{L,l}\tau_{Kl})^{\cdot} = X_{L,l}(\dot{\tau}_{Kl} - \tau_{Kp}\underline{v}_{l,p}) = (jX_{K,k}t_{kl}X_{L,l})^{\cdot} =$$
$$jX_{K,k}(\dot{t}_{kl} - \underline{v}_{k,p}t_{pl} - \underline{v}_{l,p}t_{kp} + \underline{v}_{p,p}t_{kl})X_{L,l}, \tag{10a}$$

$$\dot{\boldsymbol{T}} = (\dot{\tau} - \tau\cdot\boldsymbol{G}^{\mathrm{T}})\cdot\boldsymbol{F}^{-\mathrm{T}} =$$
$$j\boldsymbol{F}^{-1}\cdot[\dot{\boldsymbol{t}} - \underline{\boldsymbol{G}}\cdot\boldsymbol{t} - \boldsymbol{t}\cdot\underline{\boldsymbol{G}}^{\mathrm{T}} + (\nabla\cdot\underline{\boldsymbol{v}})\boldsymbol{t}]\cdot\boldsymbol{F}^{-\mathrm{T}}; \tag{10b}$$

3) $$\dot{t}_{kl} = (Jx_{k,K}\tau_{Kl})^{\cdot} = J(x_{k,K}\dot{\tau}_{Kl} + \underline{v}_{k,K}\tau_{Kl} - \underline{v}_{p,p}x_{k,K}\tau_{Kl}) = (Jx_{k,K}T_{KL}x_{l,L})^{\cdot} =$$
$$J(x_{k,K}x_{l,L}\dot{T}_{KL} + \underline{v}_{k,K}x_{l,L}T_{KL} + \underline{v}_{l,L}x_{k,K}T_{KL} - x_{k,K}x_{l,L}\underline{v}_{p,p}T_{KL}), \tag{11a}$$

$$\dot{\boldsymbol{t}} = J\left\{\boldsymbol{F}\cdot\dot{\tau} + [\dot{\boldsymbol{F}} - (\nabla\cdot\underline{\boldsymbol{v}})\boldsymbol{F}]\cdot\tau\right\} =$$
$$J\boldsymbol{F}\cdot[\dot{\boldsymbol{T}} + \boldsymbol{F}^{-1}\cdot\dot{\boldsymbol{F}}\cdot\boldsymbol{T} + \boldsymbol{T}\cdot\dot{\boldsymbol{F}}^{\mathrm{T}}\cdot\boldsymbol{F}^{-\mathrm{T}} - (\nabla\cdot\underline{\boldsymbol{v}})\boldsymbol{T}]\cdot\boldsymbol{F}^{\mathrm{T}}. \tag{11b}$$

1.4 各种偶应力率张量间的关系式

令 $\mu = \mu_{K\theta}\boldsymbol{g}_K\boldsymbol{g}_\theta$、$\boldsymbol{m} = m_{k\theta}\boldsymbol{g}_k\boldsymbol{g}_\theta$ 和 $\boldsymbol{M} = M_{K\Theta}\boldsymbol{g}_K\boldsymbol{g}_\Theta$ 为 Piola、Cauchy 和 Kirchhoff 偶应力张量, 则有下列 $\dot{\mu}$、$\dot{\boldsymbol{m}}$ 和 $\dot{\boldsymbol{M}}$ 间的关系式:

1) $$\dot\mu_{K\theta} = (M_{K\Theta}\varphi_{\theta,\Theta})^{\cdot} = \dot M_{K\Theta}\varphi_{\theta,\Theta} + M_{K\Theta}\omega_{\theta,\alpha}\varphi_{\alpha,\Theta} = (jX_{K,k}m_{k\theta})^{\cdot} = jX_{K,k}(\dot m_{k\theta} - \underline{v}_{k,p}m_{p\theta} + \underline{v}_{p,p}m_{k\theta}), \tag{12a}$$

$$\dot{\mu} = \dot{\boldsymbol M}\cdot\Psi^{\mathrm T} + \boldsymbol M\cdot\Psi^{\mathrm T}\cdot\Omega^{\mathrm T} = j\boldsymbol F^{-1}\cdot[\dot{\boldsymbol m} - \underline{\boldsymbol G}\cdot\boldsymbol m + (\therefore\cdot\underline{\boldsymbol v}))\boldsymbol m]; \tag{12b}$$

2) $$\dot M_{K\Theta} = (\mu_{K\theta}\Phi_{\Theta,\theta})^{\cdot} = \dot\mu_{K\theta}\Phi_{\Theta,\theta} - \mu_{K\theta}\omega_{\alpha,\theta}\Phi_{\Theta,\alpha} = (jX_{K,k}m_{k\theta}\Phi_{\Theta,\theta})^{\cdot} = jX_{K,k}[(\dot m_{k\theta} - \underline v_{k,p}m_{p,\theta} + \underline v_{p,p}m_{k\theta})\Phi_{\Theta\theta} - m_{k\theta}\omega_{\alpha,\theta}\Phi_{\Theta,\alpha}], \tag{13a}$$

$$\dot{\boldsymbol M} = (\dot\mu - \mu\cdot\Omega^{\mathrm T})\cdot\Psi^{\mathrm T} = j\boldsymbol F^{-1}\cdot[\dot{\boldsymbol m} - \underline{\boldsymbol G}\cdot\boldsymbol m - \boldsymbol m\cdot\Omega^{\mathrm T} + (\therefore\cdot\underline{\boldsymbol v})\boldsymbol m]\cdot\Psi^{-\mathrm T}; \tag{13b}$$

3) $$\dot m_{k\theta} = (Jx_{k,K}\mu_{K\theta})^{\cdot} = J(x_{k,K}\dot\mu_{K\theta} + \underline v_{k,K}\mu_{K\theta} - \underline v_{p,p}x_{k,K}\mu_{K\theta}) = (Jx_{k,K}M_{K\theta}\varphi_{\theta,\Theta})^{\cdot} = J(x_{k,K}\varphi_{\theta,\Theta}\dot M_{K\Theta} + \underline v_{k,K}M_{K\Theta}\varphi_{\theta,\Theta} + x_{k,K}M_{K\Theta}\varphi_{\theta,\Theta} - \underline v_{p,p}x_{k,K}M_{K\Theta}\varphi_{\theta,\Theta}), \tag{14a}$$

$$\dot{\boldsymbol m} = J\{\dot{\boldsymbol F}\cdot\dot\mu + [\dot{\boldsymbol F} - (\therefore\cdot\underline{\boldsymbol v})]\cdot\mu\} = J\boldsymbol F\cdot\{\dot{\boldsymbol M} + \boldsymbol F^{-1}\cdot\dot{\boldsymbol F}\cdot\boldsymbol M + \boldsymbol M\cdot\dot\Psi^{\mathrm T}\cdot\Psi^{-\mathrm T} - (\therefore\cdot\underline{\boldsymbol v})\boldsymbol M\}\cdot\Psi^{\mathrm T}. \tag{14b}$$

2 增率型运动方程

2.1 增率型动量方程

藉助于我们的工作[2, 3, 4]可得以 Piola, Kirchhoff 和 Cauchy 形式表示的耦合的增率型动量方程如下:

1) $$\dot\tau_{Kl,K} + \rho_0(\dot f_l - \ddot{\underline v}_l) = 0, \tag{15a}$$

$$\square\cdot\dot\tau + \rho_0(\dot{\boldsymbol f} - \ddot{\underline{\boldsymbol v}}) = \boldsymbol 0; \tag{15b}$$

2) $$(\dot T_{KL}x_{l,L} + T_{KL}\underline v_{l,L})_{,K} + \rho_0(\dot f_l - \ddot{\underline v}_l) = 0, \tag{16a}$$

$$\square\cdot(\dot{\boldsymbol T}\cdot\boldsymbol F^{\mathrm T} + \boldsymbol T\cdot\underline{\boldsymbol G}^{\mathrm T}) + \rho_0(\dot{\boldsymbol f} - \ddot{\underline{\boldsymbol v}}) = \boldsymbol 0; \tag{16b}$$

3) $$(\dot t_{kl} - \underline v_{k,p}t_{pl} + \underline v_{p,p}t_{kl})_{,k} + \rho(\dot f_l - \ddot{\underline v}_l) = 0, \tag{17a}$$

$$\therefore\cdot[\dot{\boldsymbol t} - \underline{\boldsymbol G}\cdot\boldsymbol t + (\therefore\cdot\underline{\boldsymbol v})\boldsymbol t] + \rho(\dot{\boldsymbol f} - \ddot{\underline{\boldsymbol v}}) = \boldsymbol 0. \tag{17b}$$

2.2 增率型角动量方程

以 Piola, Kirchhoff 和 Cauchy 形式表示的耦合的增率型角动量方程可写成

1) $$\dot\mu_{K\theta,K} + \varepsilon_{\theta kl}(\underline v_{k,K}\tau_{Kl} + x_{k,K}\dot\tau_{Kl}) + \rho_0(\dot l_\theta - \ddot\sigma_\theta) = 0, \tag{18a}$$

$$\square\cdot\dot\mu + \varepsilon:(\underline{\boldsymbol G}\cdot\tau + \boldsymbol F\cdot\dot\tau) + \rho_0(\dot{\boldsymbol l} - \ddot\sigma) = \boldsymbol 0; \tag{18b}$$

2) $$(\dot M_{K\Theta}\varphi_{\theta,\Theta} + M_{K\Theta}\dot\varphi_{\theta,\Theta})_{,K} + \varepsilon_{\theta kl}[(\underline v_{k,K}x_{l,L} + x_{k,K}\underline v_{l,L})T_{KL} + x_{k,K}x_{l,L}\dot T_{KL}] + \rho_0(\dot l_\theta - \ddot{\underline\sigma}_\theta) = 0, \tag{19a}$$

$$\square\cdot(\dot{\boldsymbol M}\cdot\Psi^{\mathrm T} + \boldsymbol M\cdot\dot\Psi^{\mathrm T}) + \varepsilon:[(\underline{\boldsymbol G}\boldsymbol F + \boldsymbol F\underline{\boldsymbol G}):\boldsymbol T + (\boldsymbol F\boldsymbol F):\dot{\boldsymbol T}] + \rho_0(\dot{\boldsymbol l} - \ddot\sigma) = \boldsymbol 0; \tag{19b}$$

3) $$(\dot m_{k\theta} - \underline v_{k,l}m_{l\theta} + \underline v_{p,p}m_{k\theta})_{,k} + \varepsilon_{k\theta l}(\dot t_{kl} - \underline v_{p,p}t_{kl}) + \rho(\dot l_\theta - \ddot{\underline\sigma}_\theta) = 0, \tag{20a}$$

$$\therefore\cdot[\dot{\boldsymbol m} - \underline{\boldsymbol G}\cdot\boldsymbol m + (\therefore\cdot\underline{\boldsymbol v})\boldsymbol m] + \varepsilon:[\dot{\boldsymbol t} - (\therefore\cdot\underline{\boldsymbol v})\boldsymbol t] + \rho(\dot{\boldsymbol l} - \ddot\sigma) = \boldsymbol 0. \tag{20b}$$

方程(15)、(18),(16)、(19)和(17)、(20)便是以 Piola，Kirchhoff 和 Cauchy 形式表示的微极连续统力学的耦合的增率型运动方程•

3　边界条件

我们在(7)中曾推导出考虑由于角速度引起的附加速度影响的法线率应为

$$\dot{n}_k = (\underline{v}_{p,l}n_l n_k - \underline{v}_{p,k})n_p, \tag{21a}$$

$$\dot{\boldsymbol{n}} = [\boldsymbol{n}\cdot(\underline{\boldsymbol{G}}\cdot\boldsymbol{n})]\boldsymbol{n} - \underline{\boldsymbol{G}}^{\mathrm{T}}\cdot\boldsymbol{n}• \tag{21b}$$

3.1　应力率边界条件

应力率边界条件可以写成

1) $$\overset{\div}{P}{}_l^{(N)} = N_K\dot{\tau}_{Kl}, \tag{22a}$$

$$\overset{\div}{\boldsymbol{P}}{}^{(N)} = \boldsymbol{N}\cdot\dot{\boldsymbol{\tau}}; \tag{22b}$$

2) $$\overset{\div}{P}{}_l^{(N)} = N_K(\dot{T}_{KL}x_{l,L} + T_{KL}\underline{v}_{l,L}), \tag{23a}$$

$$\overset{\div}{\boldsymbol{P}}{}^{(N)} = \boldsymbol{N}\cdot(\dot{\boldsymbol{T}}\cdot\boldsymbol{F}^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{T}\cdot\underline{\boldsymbol{G}}^{\mathrm{T}}); \tag{23b}$$

3) $$\overset{\div}{P}{}_l^{(N)} = n_k\dot{t}_{kl} + n_r(\underline{v}_{r,m}n_m n_k - \underline{v}_{r,k})t_{kl}, \tag{24a}$$

$$\overset{\div}{\boldsymbol{P}}{}^{(N)} = \boldsymbol{n}\cdot\dot{\boldsymbol{t}} + \boldsymbol{n}\cdot[(\underline{\boldsymbol{G}}\cdot\boldsymbol{n})\boldsymbol{n} - \underline{\boldsymbol{G}}]\cdot\boldsymbol{t}• \tag{24b}$$

3.2　偶应力率边界条件

偶应力率边界条件可以写成

1) $$\overset{\div}{c}{}_\theta^{(N)} = N_K\dot{\mu}_{K\theta}, \tag{25a}$$

$$\overset{\div}{\boldsymbol{c}}{}^{(N)} = \boldsymbol{N}\cdot\dot{\boldsymbol{\mu}}; \tag{25b}$$

2) $$\overset{\div}{c}{}_\theta^{(N)} = N_K(\dot{M}_{K\Theta}\varphi_{\theta,\Theta} + M_{K\Theta}\dot{\varphi}_{\theta,\Theta}), \tag{26a}$$

$$\overset{\div}{\boldsymbol{c}}{}^{(N)} = \boldsymbol{N}\cdot(\dot{\boldsymbol{M}}\cdot\boldsymbol{\Psi}^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{M}\cdot\dot{\boldsymbol{\Psi}}^{\mathrm{T}}); \tag{26b}$$

3) $$\overset{\div}{c}{}_\theta^{(N)} = n_k\dot{m}_{k\theta} + n_r(\underline{v}_{r,m}n_m n_k - \underline{v}_{r,k})m_{k\theta}, \tag{27a}$$

$$\overset{\div}{\boldsymbol{c}}{}^{(N)} = \boldsymbol{n}\cdot\dot{\boldsymbol{m}} + \boldsymbol{n}\cdot[(\underline{\boldsymbol{G}}\cdot\boldsymbol{n})\boldsymbol{n} - \underline{\boldsymbol{G}}]\cdot\boldsymbol{m}• \tag{27b}$$

表达式(22)、(25)，(23)、(26)和(24)、(27),连同速度率和角速度率的边界条件一起,就构成微极连续统力学的相当完整的 Piola、Kirchhoff 和 Cauchy 形式的增率型边界条件•

4　增率型的功率和能率原理

在[3]的表示式(2)中的 $\boldsymbol{v}$ 用 $\underline{\boldsymbol{v}} = \boldsymbol{v} + \boldsymbol{\omega}\times\boldsymbol{x}$ 代替,即由半耦合的得到微极连续统的耦合的增率型功率和能率原理如下:

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_v(\rho\dot{\varepsilon})\mathrm{d}v = {} & \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_v\rho(\boldsymbol{f} - \dot{\underline{\boldsymbol{v}}})\cdot\boldsymbol{v}\,\mathrm{d}v + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\oint_a(\boldsymbol{p}^{(n)}\cdot\boldsymbol{v})\mathrm{d}a + \\ & \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_v\rho(\boldsymbol{l} - \dot{\boldsymbol{\sigma}}) + \boldsymbol{x}\times(\boldsymbol{f} - \dot{\underline{\boldsymbol{v}}})\cdot\boldsymbol{r}\,\mathrm{d}v + \\ & \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\oint_a(\boldsymbol{c}^{(n)} + \boldsymbol{x}\times\boldsymbol{p}^{(n)})\cdot\boldsymbol{r}\,\mathrm{d}a•\end{aligned} \tag{28}$$

从上式(28)即可自然地推导出微极连续统的耦合的增率型运动方程,边界条件和能率方程•　因可用常规方法,故在这里略去推导•

5 不带微结构的连续统力学

不带微结构的连续统力学的耦合的增率型运动方程,边界条件和能率方程可由(15)~(20),(22)~(27)和(28)自然地得到•

所要做的工作只是需要把(15)~(20),(22)~(27)和(28)诸式中的 $\omega = \omega_\theta \boldsymbol{g}_\theta$(微角速度)和 $\underline{\boldsymbol{v}} = \boldsymbol{v} + \omega \times \boldsymbol{x}$ 分别用 $\boldsymbol{R} = R_\theta \boldsymbol{g}_\theta$(宏角速度)和 $\underline{\boldsymbol{v}}^* = \boldsymbol{v} + \boldsymbol{R} \times \boldsymbol{x}$ 代替即可•

6 结 束 语

通过若干替换即可从微极连续统的半耦合的运动方程,边界条件和能率方程直接得到耦合的结果• 这个过程看起来似乎是简单,但事实上它的力学意义是非常重要的•

本文给出的结果是新的和相当完整的• 这标志着对微极连续统力学重新建立增率型的运动方程,边界条件和能率方程的工作已可告一段落•

[参 考 文 献]

[1] 匡震邦. 非线性连续介质力学基础[M]. 西安:西安交通大学出版社, 1989.

[2] 戴天民. 极性连续统的增率型运动方程和边界条件[J]. 应用数学和力学, 2000, **21**(3): 221—225.

[3] 戴天民. 广义连续统场论中新的增率型功率和能率原理[J]. 应用数学和力学, 2001, **22**(12): 1243—1248.

[4] DAI Tian-min. On basic laws and principles for continuum field theories [A]. In: CHIEN Wei_zang Ed. Proceedings of the 4th International Conference on Nonlinear Mechanics [C]. Shanghai: Shanghai University Press, 2002, 29—41.

[5] 戴天民. 重建极性连续统理论的基本定律和原理(Ⅰ)——微极连续统[J]. 应用数学和力学, 2003, **24**(10): 991—997.

[6] 戴天民. 重建极性连续统理论的基本定律和原理(Ⅱ)——微态连续统理论和偶应力理论[J]. 应用数学和力学, 2003, **24**(10): 998—1014.

[7] 戴天民. 重建极性连续统理论的基本定律和原理(Ⅵ)——质量和惯性守恒定律[J]. 应用数学和力学, 2003, **24**(12): 1211—1216.

Renewal of Basic Laws and Principles for Polar Continuum Theories (Ⅶ) —Incremental Rate Type

DAI Tian-min
(Department of Mathematics & Center for the Application of Mathematics, Liaoning University, Shenyang 110036, P. R. China)

Abstract: The purpose is to establish the rather complete equations of motion, boundary conditions and equation of energy rate of incremental rate type for micropolar continua. To this end the rather complete definitions for rates of deformation gradient and its inverse are made. The new relations between various stress and couple stress rate tensors are derived. Finally, the coupled equations of motion, boundary conditions and equation of energy rate of incremental rate type for continuum mechanics are obtained as a special case.

Key words: coupled; equation of motion; boundary condition; energy rate; incremental rate type; micropolar continua