应用数学和力学, 第 24 卷 第 12 期(2003 年 12 月)
Applied Mathematics and Mechanics

应用数学和力学编委会编
重 庆 出 版 社 出 版

文章编号: 1000_0887(2003) 12_1243_06

流体动力学的客观性要求*

邹文楠[1,2]

(1. 北京大学 湍流与复杂系统研究国家重点实验室, 北京 100871;
2. 南昌大学 工程力学研究所, 南昌 330029)

(林建忠推荐)

摘要: 从流体动力学的客观性要求导出了新的流动理论. 流动运动的不均匀性产生粘性力, 不同观察者的选取会影响这种不均匀分布特征. 将粘性力看作一种与观察者的选取无关的客观存在时, 粘性力和动量方程在局域旋转变换下的形式不变性要求引入一种新的动力学场——涡旋场, 通过构造流体系统的拉朗日密度并利用能量变分方法得到了所有场量的动力学方程.

关 键 词: 粘性作用; 不变性; 涡旋场; 拉格朗日密度; 湍流
中图分类号: O357.5 文献标识码: A

引 言

经典流体动力学的基本理论是牛顿第二定律的一种推广, 将具有密度 ρ 的流体元视为质点, 则描述体元 $\mathrm{d}v \wedge \mathrm{d}t$ 的速度 $\boldsymbol{V}$ 的变化与分布关系的动量冲量方程可写成

$$\rho \mathrm{d}\boldsymbol{V}/\mathrm{d}t = \rho \boldsymbol{f} - \nabla P + \nabla\cdot \sigma(\boldsymbol{V}, \nabla\boldsymbol{V}, \cdots), \tag{1}$$

其中 $\boldsymbol{f}$、P、σ 分别是外体力、压动力和粘性面力. 运动和力的表示需要借助于具体的参照系, 对各点的笛卡儿标架 $\{p; \boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2, \boldsymbol{e}_3\}$, 可以把方程(1) 展开为

$$\rho \mathrm{d}V_i/\mathrm{d}t = \rho f_i - \partial_i P + \partial_j \sigma_{ji}(V_k, \partial_l V_k, \cdots), \tag{2}$$

其中对重复的指标采用 Einstein 求和约定, 粘性力的第一个指标表示它所作用的面元. 若各点的观察者发生一个一致的旋转 $R_{ji}(t)$, 通过它们观察的速度、体力和粘性力的分量就分别有变换关系

$$V'_i = R_{ij}V_j, \quad f'_i = R_{ij}f_j, \quad \sigma'_{ki}(V'_m, \partial_l V'_m, \cdots) = R_{ij}\,\sigma_{kj}(V_m, \partial_l V_m, \cdots), \tag{3a, b, c}$$

其中面元形式的基保持不变, 这意味着(3c) 式所表示的是不同观察者看到的, 作用在同一面元上的粘性力之间的变换关系, 这种关系反映了客观性对本构方程的约束. 将(3) 代入(2) 可得在新标架下观察的动量分量方程

$$\rho\left(\mathrm{d}V'_i/\mathrm{d}t + \varepsilon_{ijk}\Omega^j V'_k\right) = \rho f'_i - R_{ij}\partial_j P + \partial_j \sigma'_{ji}(V'_k, \partial_l V'_k, \cdots), \tag{4}$$

其中 $\Omega^i = 0.5\,\varepsilon_{ijk}(\partial_t R_{jl})R_{kl}$ 是原笛卡儿标架相对新标架的角速度, 与之相关的力项称为科里奥利力, 它在动量方程中的出现是对牛顿第二定律的自然补充. 从方程(4) 可以看出, 除了左端增加的虚拟力, 在新标架下观察的动量分量方程(比如右端各项) 具有形式不变性: 这种与观察者选取无关的物理定律的内容和形式的表述是自然规律客观性的表现, 反映了物理定律相对

* 收稿日期: 2001_12_11; 修订日期: 2003_07_02
基金项目: 中国博士后科学基金资助项目
作者简介: 邹文楠(1968—), 男, 江西人, 讲师, 博士(E_mail: zouwn@ncu.edu.cn).

观察标架变换的对称性[1]•

仅随时间改变的标架变换称为全局变换(global transformation);随空间和时间同时改变的标架变换称为局域变换(local tranformation)• 相应的对称性分别称为全局对称性和局域对称性•由于粘性力的关系(它的本构关系及面力形式),容易证明形如(4)的动量方程只有相对标架旋转的全局对称性,而不满足相对标架旋转的局域对称性•

1 涡旋场的引入

我们知道,广义相对论和电磁理论的运动方程在局域洛仑兹变换下都具有形式不变性,运动方程的这种不变性称为物理定律的外在对称性(external symmetry)[1]• 流体动力学的动量方程作为宏观低速情况下的运动方程,也应该满足在局域旋转变换(相当于低速时退化的洛仑兹变换)下的不变性• 当各点的观察者发生一个不均匀的旋转 $\boldsymbol{e}'_i = R_{ij}(\boldsymbol{r}, t)\boldsymbol{e}_j$ 时,若记

$$\partial_\mu \boldsymbol{e}'_i = \varepsilon_{ilm} w^{l}_{\mu}{}' \boldsymbol{e}'_m;\quad w^i_\mu = 0.5\,\varepsilon_{ijk}(\partial_\mu R_{jl})R_{kl}, \tag{5a, b}$$

其中 $\mu = 4$ 是时间指标,即有 $\partial_4 = \partial_t$, 动量方程(2)在该局域旋转变换下写成

$$\rho\left\{\frac{\mathrm{d}V'_i}{\mathrm{d}t} + \varepsilon_{ijk}(w'^j_4 + V'_l w'^j_l)V'_k\right\} = \rho f'_i - R_{ij}\partial_j P + (\partial_j \sigma'_{ji} + \varepsilon_{ilm} w'^l_j \sigma'_{jm}), \tag{6}$$

其中本构约束需要进一步延伸为

$$\sigma'_{ki}(V'_m, \partial_l V'_m + \varepsilon_{mpq} w'^p_l V'_q, \ldots) = R_{ij}\sigma_{kj}(V_m, \partial_l V_m, \ldots)• \tag{7}$$

可见,方程左端增加了虚拟的科里奥利力;而按通常的定义方程右端粘性力项的形式不变性就不存在了• 要维持动量分量方程的形式不变性,必须用 $\partial_l V'_m + \varepsilon_{mpq} w'^p_l V'_q$ 代替 $\partial_l V'_m$ 来建立粘性面力与速度空间分布之间的关系;同时必须考虑标架的不均匀分布对粘性面力向粘性体力的集成过程的影响,即用 $\partial_j \sigma'_{ji} + \varepsilon_{ilm} w'^l_j \sigma'_{jm}$ 代替 $\partial_j \sigma'_{ji}$• 上述两种替代可以归结为对矢量分量采用考虑标架不均匀分布的协变导数 $\mathrm{D}'_k \phi'_i = \partial_k \phi'_i + \varepsilon_{ilm} w'^l_k \phi'_m$ 置换原来的一般导数 $\partial_k \phi'_i$, 这样在任意标架下的动量分量方程才能写成不变形式

$$\rho\left\{\frac{\mathrm{d}V'_i}{\mathrm{d}t} + \varepsilon_{ijk}(w'^j_4 + V'_l w'^j_l)V'_k\right\} = \rho f'_i - R_{ij}\partial_j P + \mathrm{D}'_j \sigma'_{ji}(V'_k, \mathrm{D}'_l V'_m, \ldots)• \tag{8}$$

虽然上式本质上不过是笛卡儿标架下的方程(2)在一般不均匀标架下的'几何'变形,但是基于任何标架在物理上均为等价(物理定律表述的标架无关性)的原理[2],我们必须给予各项变形以纯粹的物理解释•

如前所述,方程(8)左端的增加项是主观选择的标架对运动的曲解;而方程(8)右端粘性力项的变形则必须引入新的动力学量才能屏蔽主观的标架不均匀性的出现——粘性面(体)力作为一种客观存在的局部作用力,它理应由观察到的客观量来表述,而与所选择的标架的分布无关;也就是说,必然存在一个独立于速度场并与速度场的耦合的动力学场,它随所选择标架的变换正好可以消除标架分布对粘性力表述的影响• 仿照(5a),新的动力学场或所谓的涡旋场可以定义如下

$$\mathrm{D}_\mu \boldsymbol{e}_i = \varepsilon_{ijk} W^j_\mu \boldsymbol{e}_k,\quad \mathrm{D}_\mu \boldsymbol{e}'_i = \varepsilon_{ijk} W'^j_\mu \boldsymbol{e}'_k;\quad W'^k_\mu = R_{kl}(W^l_\mu + w^l_\mu)• \tag{9a, b, c}$$

可见,涡旋场在不同标架下的表述自然包含了标架随时空分布的信息,它的物理含义是自组织扩散导致的流体局域定向的不均匀性•

涡旋场在数学上对应于物质流形上矢量丛的联络(参见 Chern[3]),用轴矢量值的一次微分形式表示

$$\boldsymbol{W}^i = W^i_\mu \mathrm{d}x_\mu = \Phi^i \mathrm{d}t + A^i_k \mathrm{d}x_k, \tag{10}$$

其中时间部分 Φ^i 称为自旋场、空间部分 A^i_k 称为弯扭场,前者表示局域平均的微涡旋的角速

度，后者表示穿过截线的旋错面密度，它直接与速度场耦合并自然中和标架空间分布对粘性力的影响。根据变换化式(9c)，涡旋场本身不是张量场，但是它的分量的线性组合可以形成一个张量场，即挠率张量

$$\Sigma'_i \equiv \mathrm{d}(\overline{\mathrm{d}x_i}) + \varepsilon_{ilm}\boldsymbol{W}'^l \wedge \overline{\mathrm{d}x}_m = R_{ij}\Sigma_j, \quad \overline{\mathrm{d}x}_i = R_{ij}\mathrm{d}x_j。 \tag{11a, b}$$

一般而言，不存在一个标架分布把涡旋场积分成一个旋转变换。涡旋场反映的不可积空时结构由涡旋场强(数学上对应于曲率张量)

$$\mathrm{DD}\boldsymbol{e}_i = \varepsilon_{ijk}\boldsymbol{F}^j\boldsymbol{e}_k, \quad \boldsymbol{F}^i = \mathrm{d}\boldsymbol{W}^i + \frac{1}{2}\varepsilon_{ijk}\boldsymbol{W}^j \wedge \boldsymbol{W}^k \tag{12a, b}$$

确定，它是轴矢量值的二次微分形式。容易证明，涡旋场强是张量场，具有变换公式 $\boldsymbol{F}'^i = R_{ij}\boldsymbol{F}^j$；记面元形式 $\mathrm{d}a_i = \varepsilon_{ijk}\mathrm{d}x_j \wedge \mathrm{d}x_k$，则涡旋场强有展开式 $\boldsymbol{F}^j = \boldsymbol{B}^j + \boldsymbol{H}^j = B^j_k\mathrm{d}a_k + H^j_k\mathrm{d}x_k \wedge \mathrm{d}t$，其中的空间部分 B^j_i 和空时部分 H^j_i 有表示

$$B^j_i = \varepsilon_{ilm}\left(\partial_l A^j_m + \frac{1}{2}\varepsilon_{jpq}A^p_l A^q_m\right), \quad H^j_i = \partial_i\Phi^j - \partial_t A^j_i + \varepsilon_{jpq}A^p_i\Phi^q, \tag{13a, b}$$

分别称为弯扭场强和自旋场强。弯扭场强表示旋错面汇聚而成的缺陷线在截面上的密度，自旋场强表示穿过截线的旋错面的净流失或者沿截线的微涡旋角速度的净差。

2 流体动力学的建立[4]

动量分量方程表述的不变性和客观性要求导致独立的涡旋场的引入，从而必须扩充流体动力学的内涵：不仅有动量的平衡方程，还必须引入与微涡旋和旋错微结构对应的微力矩的平衡方程。新的动力学方程的建立一般有两条途径：一是解析微力矩的各种形成和存在方式，分析它们在各个维度上的平衡关系来建立方程，最后通过微力矩与流场(速度场和涡旋场)及其分布的本构关系得到场量控制方程；一是解析流场及其分布与耦合形成的独立的物理过程，利用基本的约束原理来构造刻划流体能量耗散过程拉格朗日量，并通过作用量的最小变分原理直接导出所有场量的控制方程。由于微力矩的多样性和流场耦合的复杂性，从(经典流体动力学通常采用的)第一条途径导出新的流体动力学将非常繁琐。因此，下面我们从第二条途径进行推演。

事实上，已经存在这样一种共识，一个基本的物理理论不能说是构造成功的，如果它的场量控制方程不能从一个变分原理推导出来。通过变分导出的理论具有必然的内在自洽性，其中物理系统的对称性直接表现为各种守恒定律并始终为方程的解所满足，最后，变分过程还可以导致一个完备理论所需的相容的边界条件和初始条件(参见 Edelen[5])。比如，著名的 Navier_Stokes(N_S) 方程就可以从一个变分原理导出，它对应的拉格朗日密度(以下简称拉氏量密度)具有构造

$$L[V_i] = L_0 + \frac{1}{2}\nu(\partial_j V_i)(\partial_j V_i), \tag{14}$$

其中基本项 $L_0 = V_i(a_i - f_i + \partial_i P)$，$a_i$、$f_i$、$P$ 分别表示在变分过程中保持不变的加速度、外体力和压力。为简单记，本文只考虑不可压流体，并取密度为单位值。显然，N_S 方程的拉氏量密度只有全局旋转变换 $R_{ij}(t)$ 下的不变性，要满足局域旋转变换 $R_{ij}(\boldsymbol{r}, t)$ 下的不变性必须引入涡旋场 W^j_μ 将一般导数置换成协变导数，并添加涡旋场的能量项。以下我们将说明，考虑涡旋场并在局域旋转变换下不变的拉氏量密度可以写成

$$L[V_i, W^j_\mu] = L_0 + L_Y[Y_{ki}] + L_\chi[\chi^i_k] - L_\Phi[\Phi^j] - L_H[H^i_k], \tag{15}$$

其中 $Y_{ki} = \mathrm{D}_k V_i$，$\chi^i_k = \varepsilon_{ilm}B^l_k V_m$，$L_Y$，$L_\chi$，$L_\Phi$，$L_H$ 是非负的能量泛函。

流体粘性作用的基本机制是微观扩散(和/或粘附)引起的动量(矩)的传递，涡旋场的引入表明存在除平衡扩散以外的自组织扩散过程[6, 7]，其中自旋场描述了所谓微涡旋的独立运动，弯扭场描述有序排列形成的微结构．弯扭场使得流体微粒携带的宏观速度的方向在扩散过程中发生畸变，并通过协变导数中的附加项表现出来，从而通过微观扩散沿截线实际传递的运动差别由 Y_{ki} 表述，这一过程耗散的宏观运动能量就记为 L_Y．微结构的存在还进一步使得回路上微观扩散传递的运动信息变得不平凡，如

$$\mathrm{DD}(V_i\mathrm{d}t) = \mathrm{D}(Y_{ki}\mathrm{d}x_i \wedge \mathrm{d}t) = \varepsilon_{ilm}B^l_jV_m\mathrm{d}a_j \wedge \mathrm{d}t$$

所示，如果弯扭场强不等于零，这部分扩散将传递由 χ_{ki} 表述的宏观运动畸变，并耗散宏观运动能量 L_χ．与描述微结构的弯扭场不同，自旋场描述了独立于宏观运动(即速度场)的微运动，这种运动本身是高度耗散的，值为 Φ^i 的微涡旋将耗散 L_Φ 的微运动能量①：而微观扩散传递的微运动的差别 H^i_k 将进一步耗散 L_H 的微运动能量．一般来说，微运动能量得自于宏观运动耗散能的重组，而微运动的耗散过程的结果又是对宏观运动环境(微结构)的调整，因此微运动耗散能实际表现为对宏观运动的做功，这就是拉氏量密度(15)中相应微运动耗散能项恒非正的缘由．此外，这种拉氏量的构造还满足最小置换和最小耦合原理：(i) 完全保留了不考虑联络结构时的主导物理场即速度场的拉氏量形式，但把其中场量的一般导数换成协变导数，并且加入的所有新能量项中的导数都必须具有协变形式，这就是所谓的最小置换原理．(ii) 根据非平衡过程理论，反映独立物理过程的场量或其导数比如 Y_{ki}、χ_{ki}、H^i_k、Φ^i 等称为广义流，与它们对应的广义力推动了流动演化过程．而(15)式中的能量泛函 L_Y、L_χ、L_H、L_Φ 分别就是广义力对广义流的做功．如果一种广义力只是由相应的广义流决定，就称其能量形式满足最小耦合原理．这样，拉氏量密度(15)即是说所有广义流的能量形式都满足最小耦合原理．

流体的拉氏量密度包含了流体动力学的完整信息．定义流体系统的作用量

$$A[V_i; A^j_i, \Phi^j] \equiv \int_{\mathscr{D}} L[V_i; A^j_i, \Phi^j]\,\mathrm{d}v \wedge \mathrm{d}t, \tag{16}$$

其中 $\mathscr{D}$ 是流体占据的时空域，$\mathrm{d}v = \mathrm{d}x_1 \wedge \mathrm{d}x_2 \wedge \mathrm{d}x_3$ 是体元形式，导入拉氏量(15)并定义广义力

$$\Psi_i = \frac{\partial L_0}{\partial V_i}\mathrm{d}v \wedge \mathrm{d}t,\quad \sigma_i = \frac{\partial L_Y}{\partial Y_{ki}}\mathrm{d}a_k \wedge \mathrm{d}t,$$

$$\Pi_i = \frac{\partial L_\chi}{\partial \chi_{ki}}\mathrm{d}x_k \wedge \mathrm{d}t,\quad \boldsymbol{E}^i = \frac{\partial L_H}{\partial H^i_k}\mathrm{d}a_k,$$

$$\rho_i = \frac{\partial L_\Phi}{\partial \Phi^i}\mathrm{d}v,\quad \Sigma_i = \frac{\partial L_\chi}{\partial V_i}\mathrm{d}v \wedge \mathrm{d}t = \varepsilon_{ilm}\Pi_l \wedge \boldsymbol{B}^m,$$

$$\boldsymbol{Q}^i = \frac{\partial L_H}{\partial H^i_k}\mathrm{d}a_k - \frac{\partial L_\chi}{\partial B^i_k}\mathrm{d}x_k \wedge \mathrm{d}t = \boldsymbol{E}^i - \varepsilon_{ilm}V_l\Pi_m \overset{\Delta}{=} \boldsymbol{E}^i - \boldsymbol{G}^i,$$

$$\boldsymbol{J}^i = \frac{\partial L_\Phi}{\partial \Phi^i}\mathrm{d}v + \frac{\partial L_Y}{\partial A^i_k}\mathrm{d}a_k \wedge \mathrm{d}t = \rho^i + \varepsilon_{ilm}V_l\sigma_m,$$

我们可以通过对场量 $\{V_i; A^j_i, \Phi^j\}$ 取变分 $\{\phi_i; \eta^j_i, \eta^j_4\}$：$\phi_i = \delta V_i$，$\eta^j_i = \delta A^j_i$，$\eta^j_4 = \delta\Phi^j$，得到作用量(16)的变分

$$\delta A[V_i; A^j_i, \Phi^j] = \int_{\mathscr{D}} \delta L[V_i; A^j_i, \Phi^j]\,\mathrm{d}v \wedge \mathrm{d}t, \tag{17}$$

其中　$\delta L = (\Psi_i + \Sigma_i)\phi_i + \sigma_{ji}\delta Y_{ji} - J^j_4\eta^j_4 + \varepsilon_{ilm}\Pi_l V_m\delta B^j_i - E^j_i\delta H^j_i$．

---

① 自旋场作为一种运动表征，当标架随时间变换时，必须扣除虚拟的微涡旋才能正确计算其能量项 L_Φ．

再由场强的定义可得

$$\begin{aligned}
\delta Y_{ji} &= \partial_j \phi_i + \varepsilon_{ilm} A_j^l \phi_m + \varepsilon_{ilm} \eta_j^l V_m, \\
\delta B_i^j &= \varepsilon_{ilm}\left(\partial_l \eta_m^j + \frac{1}{2}\varepsilon_{jpq}\eta_l^p A_m^q + \frac{1}{2}\varepsilon_{jpq} A_l^p \eta_m^q\right) = \varepsilon_{ilm}(\partial_l \eta_m^j + \varepsilon_{jpq}\eta_l^p A_m^q), \\
\delta H_i^j &= \partial_i \eta_4^j - \partial_t \eta_i^j + \varepsilon_{jpq}\eta_i^p \Phi^q + \varepsilon_{jpq} A_i^p \eta_4^q.
\end{aligned}$$

将上述结果代入(17)式,于是有

$$\begin{aligned}
\delta L = {} & (\Psi_i + \Sigma_i - \partial_j \sigma_i^j - \varepsilon_{ilm} A_j^l \sigma_m^j)\phi_i + \partial_j(\sigma_i^j \phi_i) - \\
& (J_4^j - \partial_i E_i^j - \varepsilon_{jpq} A_i^p E_i^q)\eta_4^j - \partial_i(E_i^j \eta_4^j) + \\
& [J_i^j - \partial_t E_i^j - \varepsilon_{jpq}\Phi^p E_i^q + \varepsilon_{ilm}(\partial_l G_m^j + \varepsilon_{jpq} A_l^p G_m^q)]\eta_i^j + \\
& \partial_t(E_i^j \eta_i^j) + \partial_t(\varepsilon_{ilm} G_l^j \eta_m^j).
\end{aligned}$$

利用速度场 V_i 和涡旋场 A_i^j、Φ^j 的变分的独立性以及它们在空时边界等于零,流体系统的最小作用原理 $\delta A[V_i; A_i^j, \Phi^j] = 0$ 给出线动量和微力矩的平衡方程如下:

$$\Psi_i + \Sigma_i = \mathrm{d}\sigma_i + \varepsilon_{ilm} \boldsymbol{A}^l \wedge \sigma_m \triangleq \mathrm{D}\sigma_i, \tag{18}$$

$$\boldsymbol{J}^i = \mathrm{d}\boldsymbol{Q}^i + \varepsilon_{ipq} \boldsymbol{W}^p \wedge \boldsymbol{Q}^q \triangleq \mathrm{D}\boldsymbol{Q}^i. \tag{19}$$

实际上,微力矩平衡方程是三维空间或时空上建立的,由斯托克斯定理可以导出四维时空上的微力矩平衡关系[5]

$$\mathrm{D}\boldsymbol{J}^i = -\varepsilon_{ipq} \boldsymbol{F}^p \wedge \boldsymbol{Q}^q. \tag{20}$$

如果涡旋场强与它对应的广义力具有同轴性,则(20)式右端恒等于零,上述可积条件就表示微力矩在四维时空上的守恒关系,即

$$D\boldsymbol{J}^i = \mathrm{d}\boldsymbol{J}^i + \varepsilon_{ipq} \boldsymbol{W}^p \wedge \boldsymbol{J}^q = \boldsymbol{0}. \tag{21}$$

微力矩的协变守恒通常作为拉氏量密度的一个基本约束来考虑,反映流体的各向同性特征.

拉氏量密度最简单的一种构造是广义流(或力)的二次式,比如 N_S 方程对应的拉氏量密度(14)就属于这种类型,通过量纲的考量可以把一般形式(15)具体化为

$$L[V_i, W_\mu^j] = L_0 + \frac{1}{2}\nu(Y_{ki}Y_{ki} - \Phi^j \Phi^j) + \frac{1}{2}\nu\Lambda(\chi_{ki}\chi_{ki} - H_k^i H_k^i), \tag{22}$$

其中 ν 是粘性系数, Λ 是新的具有面积量纲的物性常数. 这样包含15个分量方程的流体动力平衡方程(18)、(19)就变成速度场 V_i 和涡旋场 A_i^j、Φ^j 的控制方程,而要完全求解包含压力场 P 在内的16个场变量,还需要加上连续方程: $\partial_i V_i = 0$. 若引入空时质量通量 $\boldsymbol{m} = \rho V_i \mathrm{d}a_i \wedge \mathrm{d}t - \rho \mathrm{d}v$, 连续方程就有微分形式表述

$$\mathrm{d}\boldsymbol{m} = \boldsymbol{0}. \tag{23}$$

3 结　　语

流体粘性力具有与观察者方位协变的客观性,应该完全由协变的客观量表述而与观察者方位的分布无关. 这样的对称性要求把动量分量方程的整体旋转不变性推展为局域旋转不变性,而把粘性力表述中不可避免的几何量物理化就导致新的动力学场即涡旋场的引入. 涡旋场或可解释为曲折流动下流体动力系统的整体旋转对称性破缺的结果. 与速度场描述的宏观运动不同,涡旋场描述的是统计平均的自组织的微(涡旋)运动和微(旋错)结构:速度场展现的涡旋结构是单纯的、确定的,涡旋场展现的涡旋结构则是嵌套的、随机的——在一个连续变化的尺度上统计平均地存在的涡旋. 涡旋场还可以看作是对微观扩散(和/或粘附)的内涵的扩充,即在平衡扩散的基础上加入的自组织有序扩散的描述,从而大大丰富了流体粘性作用的机理,并且实际上建立了远离平衡态流动中粘性耗散结构的描述.

流体动力学的建立有力(矩)平衡分析和拉氏量密度构造两条途径• 本文借鉴规范场理论一些原理并通过广义流的分析得到了流体拉氏量密度的一般泛函形式(15)和二次显式形式(22),建立了包含压力场、速度场和涡旋场的新型流体动力学系统• 虽然新的机理使流场控制方程变得更复杂了,但是由于对耗散涡旋采用了统计描述而不必涉及它们的细节,我们可以在粗网格上模拟复杂流动(包括湍流),从而能够有效地实现对流动结构进行预测和控制的科学理想•

致谢 感谢北京大学佘振苏教授、美国 CUNY 城市学院 Jimmy Feng 教授、美国 Pennsylvania 大学 Haward Hu 教授的有益讨论; 本文工作得到中国博士后科学基金的支持•

[参 考 文 献]

[1] von Westenholz C. Differential Forms in Mathematical Physics[M]. New York: North_Holland Pub Co, 1981.
[2] Schutz B F. Geometrical Methods of Mathematical Physics[M]. Cambrideg: Cambrideg University Press, 1980.
[3] Chern C C, Chen W H, Lam K S. Lectures on Differenatial Geometry[M]. Singapore: World Scientific, 1998.
[4] 邹文楠. 力学中高阶张量和湍流运动的理论研究[D]. 博士学位论文. 北京: 清华大学, 2000.
[5] Edelen D G B. Applied Exterior Calculus[M]. New York: John Wiley & Sons, 1985.
[6] 邹文楠. 流体运动的自旋模型[A]. 见: 戴世强, 刘曾荣, 黄黔 编. MMM_VI会议文集[C]. 苏州: 苏州大学出版社, 1995, 380—388.
[7] 邹文楠, 郑泉水. 描述流动的物理量及其扩散机理[A]. 见: 陈树辉, 程昌钧, 戴世强 编. MMM_VII会议文集[C]. 广东中山: 中山大学出版社, 2000, 372—379.

Objectivity Requirement for Fluid Dynamics

ZOU Wen_nan[1,2]
(1. State Key Laboratory for Studies of Turbulence and Complex Systems, Peking University, Beijing 100871, P. R. China;
2. Institute of Engineering Mechanics, Nanchang University, Nanchang 330029, P. R. China)

Abstract: A new flow theory is established through the objectivity requirement on the fluid dynamics. It was known that inhomogeneous fluid motion gave rise to viscous force while the selection of observers on different space_time points would change such an inhomogeneous character. Therefore, when the viscous force was considered as an objective existence foreign to the selection of observers, the form invariances of viscous force and momentum equation under local rotation transformation required a new dynamic field, namely the vortex field to be introduced. Then the dynamical equations of all flow fields were obtained through constructing the Lagrangian density of fluid system and using the variational approach of energy.

Key words: viscous interaction; invariance; vortex field; Lagrangian density; turbulence