

文章编号: 1000-0887(2003) 07\_0708\_07

# 一维不定参数结构系统振动特征问题的 摄动传递矩阵法\*

刘保国<sup>1,2</sup>, 殷学纲<sup>2</sup>, 蹇开林<sup>2</sup>, 吴 永<sup>2</sup>

(1. 郑州工程学院 机电工程系, 郑州 450052;

2. 重庆大学 资环学院 力学系, 重庆 400044)

(我刊原编委张汝清推荐)

**摘要:** 基于 Riccati 传递矩阵法, 给出了一维不确定参数结构系统振动特征问题的二阶摄动计算方法, 该方法适用于一般的一维结构系统的实数和复数特征问题的分析, 并给出了结构振动特征的灵敏度计算公式。算例对转子的陀螺特征值问题进行了摄动分析, 摄动结果和精确计算结果吻合良好。

**关键词:** 振动特征; 摄动; 传递矩阵; 灵敏度

**中图分类号:** O347.6; O321; TB122      **文献标识码:** A

## 引 言

不确定参数结构系统在工程中十分普遍。有关不确定参数结构系统动力学问题的研究, 文[1]作了比较全面的回顾和总结。摄动矩阵法, 作为研究不确定参数结构系统动力学问题的有效手段, 在理论和工程中都得到了广泛的研究和应用<sup>[2~4]</sup>。

一维结构系统作为一类特殊的结构在工程中也十分普遍<sup>[3~9]</sup>, 传递矩阵法就是研究这一类结构系统动力学问题的有效手段<sup>[4~8]</sup>。典型的传递矩阵计算方法有 Myklestad-Prohl 传递矩阵法和 Riccati 传递矩阵法。前者结构型式简单、易于计算机程序的实现, 但随着自由度数的增加和分析频率的提高, 会出现数值不稳定现象<sup>[6~8]</sup>, 而后者, 保留了传递矩阵法的全部优点, 且计算精度高, 数值也比较稳定<sup>[6]</sup>。

本文基于 Riccati 传递矩阵法, 给出了一维不确定参数结构系统振动特征问题的二阶摄动计算方法, 该方法适用于一般的一维结构系统的实数和复数特征值问题的分析, 避免了基于有限元素法的矩阵摄动方法所带来的模态截断误差问题, 以及复特征值问题摄动时所带来的一些其它问题<sup>[2]</sup>。文中还给出了基于该方法的结构动特性的灵敏度计算公式, 从而为一维结构的优化设计、参数识别、随机特征值问题的分析以及可靠性分析提供了新的途径<sup>[5,7~9]</sup>。算例对转子的陀螺特征值问题进行了摄动分析, 摄动结果和精确计算结果吻合良好, 表明该方法能

\* 收稿日期: 2002\_02\_04; 修订日期: 2003\_02\_20

基金项目: 机械工业技术发展基金资助项目(97JA0111)

作者简介: 刘保国(1962—), 河南武陟人, 博士, 高级工程师(E-mail: liubguo@163.net);

殷学纲(1939—), 男, 汉族, 重庆人, 教授, 博士生导师(E-mail: xg.yin@163.com)。

够满足工程实际的需要。

## 1 Riccati 传递矩阵法的摄动公式

根据起始截面的边界条件,可以把一维结构系统第  $i$  截面的状态向量分解成两个列向量  $\{f\}_i$  和  $\{e\}_i$ , 其元素都是  $r$ , 且满足边界条件  $\{f\}_1 = \{0\}$ ,  $\{e\}_1 \neq \{0\}$ 。用 Riccati 传递矩阵法,可以得到各截面状态向量间的传递关系如下<sup>[6-7]</sup>:

$$\{f\}_i = [S]_i \{e\}_i, \quad (1)$$

$$[S]_{i+1} = [u_{11}S + u_{12}]_i [u_{21}S + u_{22}]_i^{-1}, \quad (2)$$

$$\{e\}_i = [u_{21}S + u_{22}]_i^{-1} \{e\}_{i+1}, \quad (3)$$

其中,  $[S]_i$  就是所谓的 Riccati 传递矩阵,  $[u_{11}]_i$ 、 $[u_{12}]_i$ 、 $[u_{21}]_i$ 、 $[u_{22}]_i$  是由第  $i$  个单元两端的 状态向量间的传递关系导出的分块矩阵<sup>[6-7]</sup>。

假定  $b_j (j = 1, \dots, m)$  是系统的不确定参数, 这些不确定参数可以表示为:

$$b_j = b_{j0}(1 + \xi) \quad (j = 1, \dots, m), \quad (4)$$

其中,  $b_{j0}$  是不确定参数的初值,  $|\xi| < 1$ , 是小参数。

由于系统参数的不确定, 必然导致系统特征值  $\beta$  的不确定, 这种不确定性可根据 Taylor 展开式, 表示为  $\xi$  的函数(只取前两阶)

$$\beta = \beta_0 + \sum_{j=1}^m \beta_{,j} \xi + \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^j \beta_{,jk} \xi \xi_k, \quad (5)$$

其中,  $\beta_0$  是指  $b_j = b_{j0} (j = 1, \dots, m)$  时系统的特征值,  $\beta_{,j}$ 、 $\beta_{,jk}$  分别是由不确定参数产生的系统特征值的一、二阶摄动。

其它传递参数的二阶摄动表达式亦可分别表示为:

$$[S]_i = [S]_{i,0} + \sum_{j=1}^m [S]_{i,j} \xi + \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^j [S]_{i,jk} \xi \xi_k. \quad (6)$$

$$\{e\}_i = \{e\}_{i,0} + \sum_{j=1}^m \{e\}_{i,j} \xi + \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^j \{e\}_{i,jk} \xi \xi_k. \quad (7)$$

$$\{f\}_i = \{f\}_{i,0} + \sum_{j=1}^m \{f\}_{i,j} \xi + \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^j \{f\}_{i,jk} \xi \xi_k, \quad (8)$$

其中,  $[S]_{i,0}$  是指  $b_j = b_{j0} (j = 1, \dots, m)$  是第  $i$  个单元的 Riccati 传递矩阵,  $[S]_{i,j}$ 、 $[S]_{i,jk}$  分别是 Riccati 传递矩阵的一、二阶摄动。其它参数的意义类似, 这里不再赘述。

把(6)、(7)、(8)式代入(1), 展开, 略去三次以上的高阶项, 并取的同次幂项系数相等, 得

$$\{f\}_{i,0} = [S]_{i,0} \{e\}_{i,0}, \quad (9a)$$

$$\{f\}_{i,j} = [S]_{i,0} \{e\}_{i,j} + [S]_{i,j} \{e\}_{i,0}, \quad (9b)$$

$$\{f\}_{i,jk} = [S]_{i,0} \{e\}_{i,jk} + [S]_{i,j} \{e\}_{i,k} + (1 - \delta_k) [S]_{i,k} \{e\}_{i,j} + [S]_{i,jk} \{e\}_{i,0}, \quad (9c)$$

其中,  $\delta_k$  是克罗奈克符号。

用同样的方式, 由(2)式和(3)式可以分别导出 Riccati 传递矩阵和略载面状态向量间的摄动递推关系。限于篇幅, 这里不再详述。

## 2 一维结构系统振动特征问题的求解

当  $i = N + 1$ , 即传递推到最后一个截面时, (8)式和(9)式可以分别写成

$$\{f\}_{N+1} = \{f\}_{N+1,0} + \sum_{j=1}^m \{f\}_{N+1,j} \xi_j + \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^j \{f\}_{N+1,jk} \xi_j \xi_k, \quad (10)$$

$$\{f\}_{N+1,0} = [S]_{N+1,0} \{e\}_{N+1,0}, \quad (11a)$$

$$\{f\}_{N+1,j} = [S]_{N+1,0} \{e\}_{N+1,j} + [S]_{N+1,j} \{e\}_{N+1,0} \cdot \quad (11b)$$

$$\begin{aligned} \{f\}_{N+1,jk} = & [S]_{N+1,0} \{e\}_{N+1,jk} + [S]_{N+1,j} \{e\}_{N+1,k} + \\ & (1 - \delta_{jk}) [S]_{N+1,k} \{e\}_{N+1,j} + [S]_{N+1,jk} \{e\}_{N+1,0} \cdot \end{aligned} \quad (11c)$$

把不同的末端边界条件代入(10)和(11)式,可以得到不同的关于 $\beta_0, \beta_j, \beta_{jk}$ 的频率方程。若结构的两端有相同的边界条件,即 $\{f\}_{N+1} = \{0\}, \{e\}_{N+1} \neq \{0\}$ ,由(10)式,必须有

$$\{f\}_{N+1,0} = \{f\}_{N+1,j} = \{f\}_{N+1,jk} = \{0\} \cdot \quad (12)$$

把(12)式代入(11a),得到关于 $\beta_0$ 的频率方程为:

$$\Delta = |S|_{N+1,0} = 0 \cdot \quad (13)$$

用该频率方程可以搜索出 $\beta$ 的零阶摄动量 $\beta_0$ ,这里得到的矩阵 $[S]_{N+1,0}$ 是奇异矩阵。对其作奇异值分解有:

$$[S]_{N+1,0} = [U][D][\bar{V}]^T, \quad (14)$$

其中, $[U]$ 和 $[V]$ 都是酉矩阵,即:

$$[U][U]^T = [I], \quad (15)$$

$$[V][\bar{V}]^T = [I] \cdot \quad (16)$$

$[D]$ 是对角矩阵,且最后一个元素为零,即 $[D]$ 有如下型式:

$$[D] = \text{diag}[d_1, \dots, d_{r-1}, 0] \cdot \quad (17)$$

把(12)和(14)式代入(11a)

$$[U][D][\bar{V}]^T \{e\}_{N+1,0} = \{0\}, \quad (18)$$

令:

$$\{\hat{e}\}_{N+1,0} = [\bar{V}]^T \{e\}_{N+1,0}, \quad (19)$$

把(19)代入(18)式,并在方程两边乘以矩阵 $[U]^T$ ,得到:

$$[D] \{\hat{e}\}_{N+1,0} = \{0\} \cdot \quad (20)$$

解得 $\{\hat{e}\}_{N+1,0}$ 的非零解:

$$\{\hat{e}\}_{N+1,0} = \{0, \dots, 0, 1\}^T \cdot \quad (21)$$

把(21)代入(19)式,并在等式两边左乘以矩阵 $[V]$ ,即得到最后一个截面的特征向量

$$\{e\}_{N+1,0} = [V] \{\hat{e}\}_{N+1,0} = \{V_r\}, \quad (22)$$

其中, $\{V_r\}$ 是由矩阵 $[V]$ 的最后一列元素组成的向量。

把(14)和(12)式代入(11b)

$$[U][D][\bar{V}]^T \{e\}_{N+1,j} + [S]_{N+1,j} \{e\}_{N+1,0} = \{0\} \cdot \quad (23)$$

令:

$$\{\hat{e}\}_{N+1,j} = [\bar{V}]^T \{e\}_{N+1,j} \cdot \quad (24)$$

把(24)代入(23)式,并在方程两边乘以矩阵 $[U]^T$ ,得到:

$$[D] \{\hat{e}\}_{N+1,j} + [U]^T [S]_{N+1,j} \{e\}_{N+1,0} = \{0\} \cdot \quad (25)$$

根据(17),由于 $[D]$ 的最后一个元素为零,(25)式成立的首要条件是其最后一个等式成立,即:

$$\hat{e}_{N+1,j}^r = \{[U]^T [S]_{N+1,j} \{e\}_{N+1,0}\}_r = 0 \quad (26)$$

这就是关于  $\beta$  的一阶摄动  $\beta_{,j} (j = 1, \dots, m)$  的频率方程。其中  $\{\otimes\}_r$  代表向量的第  $r$  个元素。搜索出  $\beta_{,j} (j = 1, \dots, m)$  后, 代入(25)可求出:

$$\tilde{e}_{N+1,j}^l = -\frac{1}{d_l} \tilde{e}_{N+1,j}^l \quad (l = 1, \dots, r-1), \quad (27a)$$

$$\tilde{e}_{N+1,j} = 0, \quad (27b)$$

其中,  $\tilde{e}_{N+1,j}^l$  代表向量  $\{\tilde{e}\}_{N+1,j}$  的第  $l$  个元素。再把(27)代入(24)可求出最后一个截面上特征向量的一阶摄动为:

$$\{\tilde{e}\}_{N+1,j} = [V] \{\tilde{e}\}_{N+1,j}. \quad (28)$$

把(14)和(12)式代入(11c)

$$[U][D][\bar{V}]^T \{\tilde{e}\}_{N+1,j,k} + [S]_{N+1,j} \{\tilde{e}\}_{N+1,k} + (1 - \delta_k) [S]_{N+1,k} \{\tilde{e}\}_{N+1,j} + [S]_{N+1,j,k} \{\tilde{e}\}_{N+1,0} = \{0\}. \quad (29)$$

令:

$$\{\tilde{e}\}_{N+1,j,k} = [\bar{V}]^T \{e\}_{N+1,j,k}. \quad (30)$$

把(30)代入(29)式, 并在方程两边乘以矩阵  $[U]^T$ , 得到:

$$[D] \{e\}_{N+1,j,k} + [U]^T \left\{ [S]_{N+1,j} \{e\}_{N+1,k} + (1 - \delta_k) [S]_{N+1,k} \{e\}_{N+1,j} + [S]_{N+1,j,k} \{e\}_{N+1,0} \right\} = \{0\}. \quad (31)$$

根据(17), 由于  $[D]$  的最后一个元素为零, (31)式成立的首要条件是其最后一个等式成立, 即:

$$\tilde{e}_{N+1,j,k}^r = \left\{ [U]^T \left\{ [S]_{N+1,j} \{e\}_{N+1,k} + (1 - \delta_k) [S]_{N+1,k} \{e\}_{N+1,j} + [S]_{N+1,j,k} \{e\}_{N+1,0} \right\} \right\}_r = 0. \quad (32)$$

这就是关于  $\beta$  的二阶摄动  $\beta_{,jk} (j = 1, \dots, m; k = 1, \dots, j)$  的频率方程。其中  $\{\otimes\}_r$  代表向量的第  $r$  个元素。

搜索出  $\beta_{,jk} (j = 1, \dots, m; k = 1, \dots, j)$  后, 代入(31)可求出:

$$\tilde{e}_{N+1,j,k}^l = -\frac{1}{d_l} \tilde{e}_{N+1,j,k}^l \quad (l = 1, \dots, r-1), \quad (33a)$$

$$\tilde{e}_{N+1,j,k} = 0, \quad (33b)$$

其中,  $\tilde{e}_{N+1,j,k}^l$  代表向量  $\{\tilde{e}\}_{N+1,j,k}$  的第  $l$  个元素。再把(33)代入(30)可求出最后一个截面上特征向量的一阶摄动为:

$$\{\tilde{e}\}_{N+1,j,k} = [V] \{\tilde{e}\}_{N+1,j,k}. \quad (34)$$

### 3 灵敏度分析

求得特征值和特征向量的各阶摄动量后, 可以很容易计算出它们对各不确定参数的灵敏度。假定要计算特征值对  $b_s$  的灵敏度, 根据灵敏度的定义

$$\frac{\partial \beta}{\partial b_s} = \frac{\partial \beta}{\partial \varepsilon_s} \frac{\partial \varepsilon_s}{\partial b_s} = \frac{1}{b_{s0}} \frac{\partial \beta}{\partial \varepsilon_s}, \quad (35)$$

把(5)代入(35)

$$\frac{\partial \beta}{\partial b_s} = \frac{1}{b_{s0}} \left( \beta_{,s} + 2\beta_{,ss} \varepsilon_s + \sum_{j=1}^{s-1} \beta_{,sj} \xi_j + \sum_{j=s+1}^m \beta_{,sj} \xi_j \right), \quad (36)$$

同理, 可以得到特征量对  $b_s$  的灵敏度为

$$\frac{\partial \{e\}_i}{\partial b_s} = \frac{1}{b_{s0}} \left( \{e\}_{i,s} + 2\{e\}_{i,ss} \varepsilon_s + \sum_{j=1}^{s-1} \{e\}_{i,sj} \xi_j + \sum_{j=s+1}^m \{e\}_{i,sj} \xi_j \right), \quad (37)$$

$$\frac{\partial \{f\}_i}{\partial b_s} = \frac{1}{b_{s,0}} \left( \{f\}_{i,s} + \alpha \{f\}_{i,ss} \varepsilon_s + \sum_{j=1}^{s-1} \{f\}_{i,sj} \xi_j + \sum_{j=s+1}^m \{f\}_{i,js} \xi_j \right) \quad (38)$$

公式(36)~(38)不仅给出了系统特征值和特征向量对参数 $b_s$ 的灵敏度,并且给出了其它不确定参数改变时对这些灵敏度影响的效果。

## 4 算 例

图1所示的是一个双圆盘的转子系统,圆盘的质量 $m_1 = m_2 = 102\text{kg}$ ,两圆盘的极转动惯量分别是 $J_{p1} = 12.754 \times (1 + \varepsilon_1)\text{kg} \cdot \text{m}^2$ 、 $J_{p2} = 12.754 \times (1 + \varepsilon_2)\text{kg} \cdot \text{m}^2$ ,两圆盘的直径转动惯量分别是 $J_{d1} = 6.337 \times (1 + \varepsilon_3)\text{kg} \cdot \text{m}^2$ 、 $J_{d2} = 6.337 \times (1 + \varepsilon_4)\text{kg} \cdot \text{m}^2$ ,不计转轴的质量,其弯曲刚度 $EI = 6.136 \times 10^4\text{N} \cdot \text{m}^2$ ,支点和圆盘间的距离 $a = 40\text{cm}$ 。当转子以 $\Omega = 300\text{rad/s}$ 的速度转动时,把转子分成二十个传递单元,不计不确定参数 $\varepsilon_1$ 、 $\varepsilon_2$ 、 $\varepsilon_3$ 和 $\varepsilon_4$ 的影响,计算得到的转子系统的各阶正向和反向涡动的固有频率列在表3、4的“初值”栏。

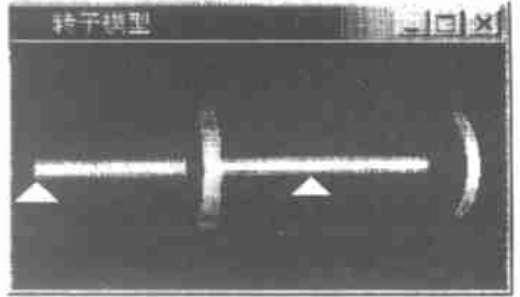


图1 双圆盘转子模型

表1 一阶正向涡动固有频率的一、二阶摄动

$\beta_{,0} = 159.8608(\text{rad/s})$		$j = 1$	$j = 2$	$j = 3$	$j = 4$
一阶摄动 $\beta_{,j}$		0.3340	37.6010	-0.0890	-10.0182
二阶摄动 $\beta_{,jk}$	$k = 1$	-0.1472			
	$k = 2$	-0.0964	-30.5393		
	$k = 3$	0.0783	0.0048	-0.0104	
	$k = 4$	0.0048	13.9171	0.0043	-1.5401

表2 四阶正向涡动固有频率的一、二阶摄动

$\beta_{,0} = 802.0315(\text{rad/s})$		$j = 1$	$j = 2$	$j = 3$	$j = 4$
一阶摄动 $\beta_{,j}$		449.0470	24.3076	-600.2498	-32.4924
二阶摄动 $\beta_{,jk}$	$k = 1$	233.9370			
	$k = 2$	-320.2863	152.8739		
	$k = 3$	-961.4882	409.9408	867.2368	
	$k = 4$	409.9408	-409.6838	-523.6580	274.4743

表1、表2分别列出了第一、四阶正向涡动固有频率的一、二阶摄动量。表3、表4分别列出了 $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_3 = \varepsilon_4 = 0.2$ 和 $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_3 = \varepsilon_4 = 0.5$ 时的各阶固有频率摄动分析结果,“计算值”一栏列出的是摄动参数改变后的实际计算分析的结果。从表3和表4的数据可以看出:一阶摄动的精度较低,二阶摄动的精度较高;正向涡动固有频率的摄动计算精度较高,反向涡动固有频率的摄动计算精度较低;当摄动变量的增量达到50%时,各阶正向涡动固有频率的二阶摄动误差都不超过1.5%,这个精度是能够满足工程实际的需要的;反向涡动固有频率的摄动误差虽然较大,但工程中并不关心这些值。

表 3

 $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_3 = \varepsilon_4 = 0.2$  的各阶固有频率摄动分析结果

		初值 $\beta_0 / (\text{rad/s})$	一阶摄动		二阶摄动		计算值 $\beta / (\text{rad/s})$
			估算值 $\beta / (\text{rad/s})$	误差(%)	估算值 $(\text{rad/s}) / \beta$	误差(%)	
正向 涡动	1	159.860 8	165.426 4	0.40	164.693 4	- 0.05	164.775 0
	2	330.612 5	333.007 4	0.05	332.809 9	0.00	332.824 7
	3	726.419 7	705.632 9	- 0.43	709.194 3	0.08	708.661 4
	4	802.031 5	770.154 0	- 0.59	775.485 5	0.10	774.698 4
反向 涡动	1	- 22.096 9	- 18.188 3	- 3.04	- 18.852 1	0.50	- 18.7587
	2	- 186.044 3	- 156.814 6	- 2.52	- 161.521 9	0.41	- 160.865 4
	3	- 227.747 7	- 222.407 9	- 0.37	- 223.389 7	0.07	- 223.242 9
	4	- 383.035 7	- 376.809 9	- 0.34	- 378.419 4	0.09	- 378.092 4

表 4

 $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_3 = \varepsilon_4 = 0.5$  的各阶固有频率摄动分析结果

		初值 $\beta_0 / (\text{rad/s})$	一阶摄动		二阶摄动		计算值 $\beta / (\text{rad/s})$
			估算值 $\beta / (\text{rad/s})$	误差(%)	估算值 $\beta / (\text{rad/s})$	误差(%)	
正向 涡动	1	159.860 8	173.774 7	2.04	169.193 7	- 0.65	170.292 7
	2	330.612 5	336.599 8	0.31	335.365 7	- 0.06	335.573 3
	3	726.419 7	674.452 7	- 2.24	696.711 1	0.98	689.929 3
	4	802.031 5	722.337 7	- 3.12	755.659 5	1.35	745.624 0
反向 涡动	1	- 22.096 9	- 12.325 3	- 9.25	- 16.474 4	7.93	- 15.263 30
	2	- 186.044 3	- 112.970 1	- 15.63	- 142.3905	6.34	- 133.900 3
	3	- 227.747 7	- 214.398 3	- 1.94	- 220.534 5	0.86	- 218.648 4
	4	- 383.053 7	- 367.471 2	- 1.64	- 377.530 7	1.05	- 373.607 2

## [参 考 文 献]

- [1] Ibrahim R A. Structural dynamics with parameter uncertainties[J]. Applied Mechanics Review, 1987, **40**(3): 309—328.
- [2] 陈塑寰. 结构动态设计的矩阵摄动理论[M]. 北京: 科学出版社, 1999.
- [3] 藤弘飞, 谈新俊, 王培杰. 转子动力优化设计的逆摄动法[J]. 机械工程学报, 1994, **30**(1): 44—49.
- [4] 殷学纲, 蹇开林. 摄动传递矩阵方法及其在结构动特性灵敏度分析中的应用[J]. 重庆大学学报, 1998, **11**(11): 38—47.
- [5] Aleyaasin M, Ebrahimi M. Hybrid modeling for analysis and identification of rotors[J]. Computer Method in Applied Mechanics and Engineering, 2001, **182**(1): 163—176.
- [6] 钟一谔, 何衍宗, 王正等. 转子动力学[M]. 北京: 清华大学出版社, 1987.
- [7] 刘保国, 吴永, 殷学纲. 转子动力学系统的灵敏度分析与结构动力学修改[J]. 机械强度, 2001, **23**(1): 95—97.
- [8] Murthy V R, LIN Yu\_an, O' Hara W Steven. Sensitivity derivatives of eigendata of one dimensional structural systems[J]. J AIAA, 2001, **38**(1): 115—122.
- [9] 林家浩. 轴系的动力优化设计[J]. 机械工程学报, 1982, **18**(1): 69—78.

# Perturbation Transfer Matrix Method for Eigendata of One Dimensional Structural System With Parameter Uncertainties

LIU Bao\_guo<sup>1,2</sup>, YIN Xue\_gang<sup>2</sup>, JIAN Kai\_lin<sup>2</sup>, WU Yong<sup>2</sup>

(1. Department of Mechanical and Electronic Engineering,

Zhengzhou Institute of Technology, Zhengzhou 450052, P. R. China;

2. Department of Mechanics, Institute of Resource and Environmental Sciences,

Chongqing University, Chongqing 400044, P. R. China)

**Abstract:** A general method based on RICCATI transfer matrix is presented to calculate the 2nd order perturbations of eigendatas for one dimensional structural system with parameter uncertainties. The method is applicable to both real and complex eigendatas of any one dimensional structural system. The formulas for calculating the sensitivity derivatives of eigendatas based on this method are also presented. The method is applied to the perturbation analysis for the eigendatas of a rotor with gyroscopic moment, and the differences between the perturbation results and the accurate calculating results are small.

**Key words:** eigendata; perturbation; transfer matrix; sensitivity derivative