

文章编号: 1000-0887(2003) 06-0611-08

电磁波在三相土介质中的传播^{*}

陈云敏, 边学成, 陈仁朋, 梁志刚

(浙江大学 岩土工程研究所, 杭州 310027)

(皓江推荐)

摘要: 研究电磁波(EM 波)在土中的传播特性, 必须获得如介电常数和磁导率等基本电磁参数。在麦克斯韦方程组的基础上, 提出了等效模型来计算土体介电常数。利用该模型的计算结果与实测数据符号很好, 可以为利用电磁波法测量土体含水量, 土体的 CT 分析以及土工环境监测奠定理论基础。

关键词: 电磁波; 介电常数; 土体; 传播特性

中图分类号: TU191.1 文献标识码: A

引 言

含水量是岩土工程中非常重要的土工参数。目前测量含水量的方法很多, 但大多数方法都会在取土和运土过程中不可避免地产生扰动, 因此测得的含水量不能真实地反映实际含水量。近年来, 电磁波法作为检测坝体和地下基础缺陷的方法发展迅速, 但是有一些因素限制了该方法在岩土工程中的进一步发展。首先, 土是由三相组成的: 土颗粒、水和空气, 在电磁波作用下这三部分有可能结合在一起。其次, 多年的研究表明土是一种分层各向异性介质, 这给精确测量和分析带来了困难。因此, 寻求电磁波在土中的传播规律十分重要。在影响电磁波在土中的传播的因素中, 介电常数最重要。为了计算土体的介电常数, 很多学者进行了研究。目前计算土体电介质介电常数的模型分为两大类, 扩散模型(de Looer 1968)^[1]和体积混合模型(Heimovaara 1994; Wang, *et al.*, 1980; Birchak, 1974; Wobschall, 1977)^[2~6]。在实际应用中, 基于体积混合模型还提出了修正模型^[7,8]。

模型 1 扩散模型

扩散模型认为由水、气和土颗粒组成的土体是由水在土颗粒这种媒质中扩散而形成的。De Looer^[1]根据分子极化和扩散理论提出该模型, 并推导出计算土体混合物介电常数的公式为:

$$\epsilon_m = \epsilon_s + \sum_{i=1}^3 \frac{V_i}{3} (\epsilon_i - \epsilon_s) \sum_{j=1}^3 \left(\frac{1}{1 + A_j \left(\frac{\epsilon_i}{\epsilon^*} - 1 \right)} \right), \quad (1)$$

其中 ϵ_s 和 ϵ_i 分别为主相(土颗粒)和嵌入相(空气、结合水和自由水)的相对介电常数。 ϵ^* 为边界附近的复合介电常数。 A_j 为极化椭球面系数, V_i 表示嵌入相之间的体积比例。

根据土体的物理模型, 假定土颗粒是圆形, 则

* 收稿日期: 2001_05_08; 修订日期: 2003_02_25

作者简介: 陈云敏(1962—), 男, 浙江温岭人, 教授, 博士, 博士生导师(E-mail: bang88@163.com)。

$$A_1 = 0, A_2 = 0, A_3 = 1 \quad (2)$$

再令 $\varepsilon^* = \varepsilon_m$ 则对由土颗粒、空气、结合水、自由水四个部分组成的混合物, 其混合介电常数可表示为:

$$\varepsilon_m = \frac{3\varepsilon_s + 2V_{fw}(\varepsilon_w - \varepsilon_s) + 2V_{bw}(\varepsilon_w - \varepsilon_s) + 2V_a(\varepsilon_a - \varepsilon_s)}{3 + V_{fw}\left(\frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_{fw}} - 1\right) + V_{bw}\left(\frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_{bw}} - 1\right) + V_a\left(\frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_a} - 1\right)}, \quad (3)$$

其中下标 bw、fw、a 和 s 分别表示结合水、自由水、空气和土颗粒。

de Loor 等人(1964)^[1]发现这个模型不能描述在低频时混合土体的复合介电常数。Heimoaara(1994)^[2,3]对这个现象进行了解释, 他认为这个扩散只能用于 > 500 MHz 的高频范围, 因为在那里边界效应不起主要作用。

模型 2 体积混合模型

体积混合模型最初是 Birchak 等人在 1974 年提出的^[5]。对于饱和土体这样只含有土颗粒和水的两相介质, 其复合介电常数可用下式来计算:

$$\sqrt{\varepsilon_m} = \theta \sqrt{\varepsilon_w} + (1 - \theta) \sqrt{\varepsilon_s}, \quad (4)$$

其中 θ 为土的体积含水量, ε_w 和 ε_s 分别为水和土颗粒的复合介电常数。这个模型基于平面电磁波在非均匀介质中的衰减理论, 由于电磁波被吸收而产生的衰减效应可以用一个复合传播常数, 即复合介电常数来表示。土颗粒和水这两个组成成分能以体积比来确定。

模型 3 修正体积混合模型

Dobson 等人(1985)^[7]通过考虑结合水和空气修正了这个公式, 并且将平方根用一个拟合系数 α 来代替。因而其表达式可化为:

$$\varepsilon_m^\alpha = V_a \varepsilon_a^\alpha + V_s \varepsilon_s^\alpha + V_{fw} \varepsilon_w^\alpha + V_{bw} \varepsilon_{bw}^\alpha, \quad (5)$$

其中下标 bw、fw、a 和 s 分别表示结合水、自由水、空气和土颗粒。对于不同的土体用不同的 α 来反映, α 的变化范围从 -1 到 1, 但 α 常用的只为 0.5, 即原始式中的平方根。这个模型通过调整 α 参数值可使其与试验结果很好地符合, 但其最大的缺点是其参数 V_a 、 V_s 、 V_{bw} 和 ε_{bw}^* 的精确值很难确定。

扩散模型很少应用, 因为其方程复杂, 而且现场测试结果表明该方程与实际情况符合较差。体积混合模型的物理根据比较明确, 容易理解, 而且与实测结果符合良好, 所以应用广泛。但是修正的体积混合模型中的参数很难确定, 需要通过拟合来得到。在推导体积混合模型时, 假定电磁波通过混合土体时的能量的减少等于各个组成部分能量的消耗, 实际上, 土体试样中各成分之间由于耦合关系并产生电磁感应都会消耗能量, 如果把这部分能量消耗加入到各个组成成分的能量消耗中, 则会使计算得到的介电常数偏大, 实际测试结果也证实了这个结论。在对现有的两个模型分析的基础上, 笔者提出了等效模型。该模型与现有的模型以及实测数据比较能很好的符合。

1 等效模型

研究电磁波在饱和土体中的传播规律, 必须先找出代表土体电磁特性的磁导率和介电常数。已有的研究表明, 由于饱和土体中自由电子浓度很小, 远小于导体中的电子浓度, 所以可以认为其磁导率等于真空中的磁导率 μ_0 , 从而问题可简化为求解饱和土体中的介电常数的问题。

1.1 基本假定

1) 土由土颗粒、水和空气组成。土体介电常数只由此三相介电常数计算。

2) 土颗粒在外加电场和水分子的共同作用下, 会电离生成电子和离子。由于离子的质量远远大于电子的质量, 可以认为在土体中离子是静止不动的, 在土体中的电流仅由电子运动引起的。

3) 土体各相中电子数之和等于混合土体电子数。

1.2 模型的建立

对于土体这样的混合介质, 我们必须考虑在电磁波对土体各相的作用来求解电磁波的传播方程。根据麦克斯韦方程

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}_c + i\omega \varepsilon_0 \mathbf{E}, \quad (6)$$

其中 $i = \sqrt{-1}$, \mathbf{H} 、 \mathbf{E} 分别为磁场强度和电场强度, \mathbf{J}_c 为电流密度, ε_0 为真空中介电常数, ω 为电磁场圆频率。

如果用等效介电常数来考虑土中各相对电磁波传播的影响, 那么传播方程就能方便求解。麦克斯韦方程可写成 $\nabla \times \mathbf{H} = i\omega \|\varepsilon\| \mathbf{E}$, 其中 $\|\varepsilon\|$ 为土体的等效介电常数。

1.3 模型的求解

根据假定 2), 只考虑电子运动。在自然状态下的饱和软土, 其不可避免地处于空间电磁场的作用中, 其中最典型的是地磁场。为了考虑这些因素, 设考察的软土中存在一个与电磁波传播方向一致的外加恒定磁场 \mathbf{B}_0 , \mathbf{B}_0 和传播方向一致。因此在软土中的电子不但受电场力的作用, 而且还受磁场力的作用, 总的受力为:

$$\mathbf{F} = -e(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}_0). \quad (7)$$

式(7)称为洛仑兹公式, 式中 e 是电子的电量, \mathbf{v} 是电子运动的平均速度。由于电磁波的交变磁场强度相对于恒定磁场 \mathbf{B}_0 要小得多, 而且也远小于电场力的作用, 故在计算总的受力时, 可忽略交变电磁场 \mathbf{h} 的作用。

为了求式(7)中的速度 \mathbf{v} , 借助牛顿第二定律, 有:

$$m \frac{d\mathbf{v}}{dt} = -e(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}_0), \quad (8)$$

式中 m 是电子质量。当电磁波随时间按正弦变化时, 电子的速度也是时间的正弦函数, 因此式(7)可改写成下列复数分量形式:

$$\begin{cases} i\omega y_x = -\frac{e}{m} E_x - \omega_c v_y, \\ i\omega y_y = -\frac{e}{m} E_y - \omega_c v_x, \\ i\omega y_z = -\frac{e}{m} E_z, \end{cases} \quad (9)$$

式中 $\omega_c = (e/m)B_0$ 称为回旋角频率。它是均匀磁场中电子作圆周运动时的角速度, 如图 1 所示。

在图 1 中, 由于电子运动是在与 \mathbf{B}_0 方向垂直的平面内, 电子受到洛仑兹力的作用, 即

$$\mathbf{F} = m\mathbf{a} = -e\mathbf{v} \times \mathbf{B}_0. \quad (10)$$

洛仑兹力使电子作圆周运动, 它也是电子作圆周运动的向心力, 因此

$$\frac{mv^2}{R} = evB_0, \quad (11)$$

解得 $R = mv/eB_0$, R 称为回旋半径。电子作圆周运动时, 每秒旋转的次数为

$$f_c = \frac{v}{2\pi R} = \frac{eB_0}{2\pi m} \quad (12)$$

将其代入式(9), 得

$$\begin{cases} v_x = \frac{e}{m} \frac{-i\omega E_x + E_c E_y}{\omega_c^2 - \omega^2}, \\ v_y = \frac{e}{m} \frac{-i\omega E_y + E_c E_x}{\omega_c^2 - \omega^2}, \\ v_z = \frac{-eE_z}{i\omega m}. \end{cases} \quad (13)$$

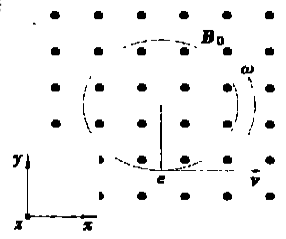


图1 电子在外加磁场 B_0 作用下的运动

在式(13)中, 当 $\omega \rightarrow \omega_c$ 时, v_x 和 v_y 将趋于无穷大, 这个结果在实际上是不可能的。分析其中的原因, 在于没有考虑热运动的影响。实际上电子在运动中必然会与中性分子发生碰撞, 导致电磁能转化为热能。此外电子在加速过程中还会有电磁能的辐射, 造成能量的损耗, 因此, v_x 和 v_y 不可能趋于无穷大。式(13)是在无损耗假设下得出的结果, 但在相当程度上还是反映了在饱和软土中电子运动的规律。

在求出了电子运动的速度后, 我们即可算得土中运动电流密度 J_c

$$J_c = -Nev \quad (14)$$

式中 N 为单位体积土体中的电子数, 即电子浓度。代入麦克斯韦方程

$$\nabla \times H = -Nev + i\omega \epsilon_0 E = i\omega \parallel \epsilon \parallel E, \quad (15)$$

式中 $\parallel \epsilon \parallel$ 为等效介电常数。在式(15)中, 由于 v 和 E 均为三维空间函数, 故将式(15)的右端 $-Nev + i\omega \epsilon_0 E$ 用分量形式表示如下

$$\begin{aligned} -Nev + i\omega \epsilon_0 E = i\omega \epsilon_0 \left[1 + \frac{Ne^2}{\epsilon_0 m (\omega_c^2 - \omega^2)} \right] E_x - \frac{Ne^2 \omega_c}{m (\omega_c^2 - \omega^2)} E_y + \\ \frac{Ne^2 \omega_c}{m (\omega_c^2 - \omega^2)} E_x + i\omega \epsilon_0 \left[1 + \frac{Ne^2}{\epsilon_0 m (\omega_c^2 - \omega^2)} \right] E_y - \\ \frac{Ne^2 \omega_c}{m (\omega_c^2 - \omega^2)} E_z. \end{aligned} \quad (16)$$

在上式中, 令

$$\omega_p^2 = \frac{Ne^2}{m \epsilon_0}, \quad (17)$$

ω_p 为饱和土体中电子旋转的角频率, 并令

$$\epsilon_1 = \left(1 + \frac{\omega_p^2}{\omega_c^2 - \omega^2} \right) \epsilon_0, \quad \epsilon_2 = \frac{\omega_p^2 \omega_c}{\omega (\omega_c^2 - \omega^2)} \epsilon_0, \quad \epsilon_3 = \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \right) \epsilon_0, \quad (18)$$

则式(16)可化简为

$$-Nev + i\omega \epsilon_0 E = i\omega (\epsilon_1 E_x + i\epsilon_2 E_y) + i\omega (-i\epsilon_2 E_x + \epsilon_1 E_y) + i\omega \epsilon_3 E_z. \quad (19)$$

用矩阵表示为

$$-Nev + i\omega \epsilon_0 E = i\omega \begin{bmatrix} \epsilon_1 & i\epsilon_2 & 0 \\ -i\epsilon_2 & \epsilon_1 & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{bmatrix}. \quad (20)$$

将式(15)与式(20)的右端相比较, 可得:

$$\| \varepsilon \| = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 & i\varepsilon_2 & 0 \\ -i\varepsilon_2 & \varepsilon_1 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_3 \end{bmatrix} \cdot \quad (21)$$

根据假定 3), 自由电子完全来自于土中各相。因此可按自由电子的体积比例增加一个方程

$$N = V_s N_s + V_w N_w + V_a N_a \quad (22)$$

式中 N_s 、 N_w 、 N_a 分别为混合土体、土颗粒、水和气体中的自由电子数, V_s 、 V_w 、 V_a 分别为土颗粒、水、气的体积百分比, $V_s + V_w + V_a = 1$ 。在式(16)中, 可以看出由于外加磁场的存在, 使得饱和土体成为各向异性的媒质, 如果外加磁场消失, 即 $B_0 = 0$, 则由 $\omega_c = (e/m) B_0$, 得出 $\omega_c = 0$, 于是

$$\varepsilon_2 = 0, \varepsilon_3 = \varepsilon_1 \quad (23)$$

此时, 对角线上元素全部相同, 对角线外的元素全部为零, 土体成为各向同性的媒质。因为在实际土体工程的电磁波测量应用中, 相对来说地磁场的强度很小, 可以忽略, 因此土体可以近似地认为是各向同性的媒质, 因此, 等效的介电常数可写为

$$\| \varepsilon \| = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_1 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_1 \end{bmatrix} \cdot \quad (24)$$

作为标量, $\varepsilon_1 = \| \varepsilon \|^{1/3}$ 。由式(17)和式(18)可知 $\varepsilon_1 - \varepsilon_0 \propto N$, 即

$$\| \varepsilon \|^{1/3} - \varepsilon_0 \propto N \quad (25)$$

同理对于土颗粒、水、气分别有

$$\| \varepsilon_s \|^{1/3} - \varepsilon_0 \propto N_s, \quad \| \varepsilon_w \|^{1/3} - \varepsilon_0 \propto N_w, \quad \| \varepsilon_a \|^{1/3} - \varepsilon_0 \propto N_a \quad (26)$$

代入(22), 并考虑到 $V_s + V_w + V_a = 1$, 得

$$\| \varepsilon \|^{1/3} = V_s \| \varepsilon_s \|^{1/3} + V_w \| \varepsilon_w \|^{1/3} + V_a \| \varepsilon_a \|^{1/3} \quad (27)$$

1.4 结果分析

由以上方程进行推导

1) 当土体为不饱和时:

式(27)用空隙率 n 和饱和度 S_r 可表示为:

$$\varepsilon^{1/3} = (1 - n) \varepsilon_s^{1/3} + n S_r \varepsilon_w^{1/3} + (1 - S_r) n \varepsilon_a^{1/3}; \quad (28)$$

2) 当土体为饱和时, 即 $S_r = 100\%$ 时:

设含水量为 w , 则式(27)改写为

$$\varepsilon^{1/3} = \frac{(1 - w) \rho_w}{(1 - w) \rho_w + w \rho_s} \varepsilon_s^{1/3} + \frac{w \rho_s}{(1 - w) \rho_w + w \rho_s} \varepsilon_w^{1/3}, \quad (29)$$

其中 ρ_s 、 ρ_w 分别为土颗粒和水的密度。

用体积含水量可表示成更为简单的式子:

$$\varepsilon^{1/3} = V_s \varepsilon_s^{1/3} + V_w \varepsilon_w^{1/3}, \quad (30)$$

其中 V_s 、 V_w 分别为土体颗粒和水的体积百分比, 满足 $V_s + V_w = 1$ 。

2 理论计算和现场试验

为了更清楚地表示出土体空隙率 n 和饱和度 S_r 等参数对土体介电常数的影响, 分别取工

程中常见的两种情况计算: 采用土颗粒的介电常数为 4, 水的介电常数为 80, 计算在不同孔隙率下土体介电常数随饱和度 S_r 的变化如图 2; 计算在不同饱和度 S_r 下土体介电常数随孔隙率 n 的变化如图 3。

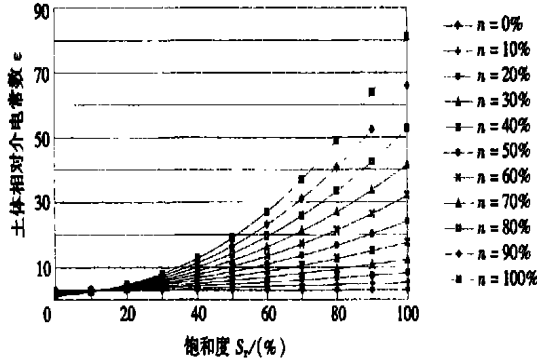


图 2 不同孔隙率下介电常数 ϵ 和饱和度 S_r 的关系

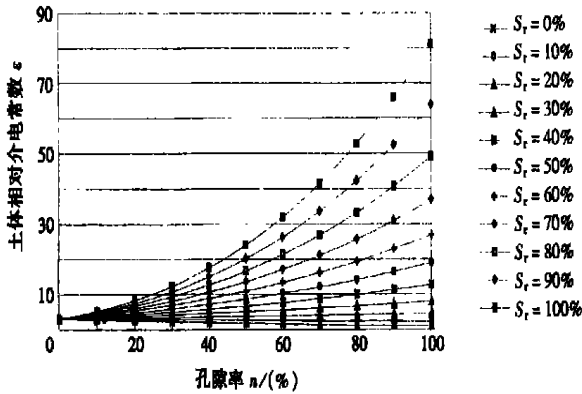


图 3 不同饱和度下介电常数 ϵ 和孔隙率 n 的关系

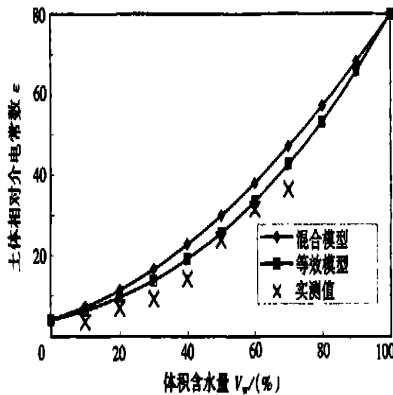


图 4 模型计算结果与现场测试数据比较图

为了验证推导结果的准确性和可靠性, 将计算结果与实际中应用较为广泛的混合模型以及 Bohl 和 Roth 在 1994 年的测试结果^[9]进行了对比, 理论计算结果与实测对比如图 4 所示, 计算时的土工参数同上。

3 结 论

从模型的推导以及计算结果,可得到以下结论:

1) 外加磁场存在时,土体为各向异性介质,而且各向异性程度随外加磁场强度增长而增长。只有在外加磁场很小时,土体可以看成各向同性介质。

2) 在混合土体中,其介电常数满足方程

$$\|\varepsilon\|^{1/3} = V_s \|\varepsilon_s\|^{1/3} + V_w \|\varepsilon_w\|^{1/3} + V_a \|\varepsilon_a\|^{1/3}.$$

3) 含水量对土体介电常数影响很大,对电磁波在土中传播也有很大的影响。

4) 当土体饱和度一定时,土体介电常数随孔隙率变化,可能通过此方法测量土体孔隙率。

5) 当土体孔隙率一定时,土体介电常数随饱和度上升而增加。

笔者没有考虑不同种类土颗粒的区别。然而,实验室和现场试验表明不同种类土颗粒的介电常数变化不大,对于测量土体含水量已经足够。对于土中电磁波的 CT 分析和土体分层确定,此区别就显得十分重要。在今后的工作中,需进一步研究考虑不同种类土颗粒的模型。

在修正体积混合模型中,拟合参数 α 取 0.5,而在等效模型中取 1/3,该值更符合实际情况。

等效模型是在麦克斯韦方程的基础上进行推导的。采用最少的人为假定,得到的结果与试验实际测试到的结果比已有的两个模型更为符合。等效模型不仅为工程测试和设计含水量的测定提供了一个可靠的计算公式,而且为进一步研究电磁波在土体中的传播规律打下了基础。

[参 考 文 献]

- [1] de Loor G P. Dielectric properties of heterogeneous mixtures containing water [J]. *J Microwave Power*, 1968, 3(2): 67—73.
- [2] Heimovaara T J. Frequency domain analysis of time domain reflectometry waveforms_1: Measurement of the complex dielectric permittivity of soils [J]. *Water Resour Res*, 1994, 30(2): 189—199.
- [3] Heimovaara T J, Bouten W, Verstraten J M. Frequency domain analysis of time domain reflectometry waveforms_2: A four_component complex dielectric mixing model for soils [J]. *Water Resour Res*, 1994, 30(2): 200—210.
- [4] Wang J R. The dielectric properties of soil_water mixtures at microwave frequencies [J]. *Radio Science*, 1980, 15(5): 977—985.
- [5] Birchak J R, Gardner C G, Hipp J E, et al. High dielectric constant microwave probes for sensing soil moisture [J]. *Proc IEEE*, 1974, 62(1): 93—98.
- [6] Wobschall D. A theory of the complex dielectric permittivity of soil containing water: The semi-disperse model [J]. *IEEE Trans Geoscience Electronics*, 1997, GE_15(1): 49—58.
- [7] Dobson M C, Ulaby F T, Hallikainen M T, et al. Microwave dielectric behavior of wet soil_II: Dielectric mixing models [J]. *IEEE Trans Geosci Remote Sens*, 1985, GE_23(1): 35—46.
- [8] Hallikainen M T, Ulaby F T, Dobson M C, et al. Microwave dielectric behavior of wet soil_Part I: Empirical models and experimental observations [J]. *IEEE Trans Geosci Remote Sens*, 1985, GE_23(1): 25—34.
- [9] Bohl H, Roth K. Evaluation of dielectric mixing models to describe the $\theta(\varepsilon)$ relation [A]. In: *Proceedings of the Symposium on Time Domain Reflectometry in Environmental, Infrastructure, and Mining Applications* [C]. Sept 7—9, Evanston, Illinois: U S Bureau of Mines, Special Publication SP 1994, NTIS PB95_105789, 1994, 309—319.

Propagation of Electromagnetic Wave in the Three Phases Soil Media

CHEN Yun_min, BIAN Xue_cheng, CHEN Ren_peng, LIANG Zhi_gang
(Department of Civil Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310037, P. R. China)

Abstract: The fundamental parameters such as dielectric permittivity and magnetic permeability are required to solve the propagation of electromagnetic wave(EM Wave) in the soil. Based on Maxwell equations, the equivalent model is proposed to calculate the dielectric permittivity of mixed soil. The results of calculation fit the test data well and will provide solid foundation for the application of EM wave in the soil moisture testing, CT analyzing of soil and the inspecting of geoenvironment.

Key words: electromagnetic wave; dielectric permittivity; soil; wave propagation