

文章编号: 1000-0887(2003) 05-0471-13

T 型分叉血管的定常/脉动 流动和大分子传质*

李 丁 温功碧

(北京大学 力学与工程科学系, 湍流与复杂系统研究国家重点实验室, 北京 100871)

(吴望一推荐)

摘要: 采用计算流体动力学方法, 数值求解了 T 型分叉流动的定常/脉动流场和低密度脂蛋白(LDL) 以及血清白蛋白(Albumin) 的浓度分布。计算了雷诺数、主管和支管的流量比等参数对流场和大分子传质的影响, 计算结果表明, 流体动力学因素影响大分子的分布和跨壁渗透, 在动脉硬化发生和发展过程中起着重要的作用。在流动发生分离处, 即支管入口外侧壁面剪应力变化最剧烈, 这儿 LDL 和 Albumin 的壁面浓度变化也是最剧烈, 是动脉硬化危险区。

关键词: T 型分叉; 血管定常流; 血管非定常流; 大分子传质

中图分类号: R318.01 文献标识码: A

引 言

血液循环系统的流体动力学因素是导致心血管疾病的一个重要原因。生理解剖发现对于各类人群, 动脉硬化斑块都出现在分叉、弯曲等流动变化比较剧烈的区域^{[1][2]}, 在这些区域, 剪切力变化剧烈, 剪应力变化直接影响大分子跨壁渗透^{[3][4]}, 因此研究复杂血管的流动和大分子传质以及它们与动脉硬化可能的联系一直是人们感兴趣的问题。在这方面, 早在 1982 年, Liesch 就对二维的 90 度分支管的流动进行实验和理论上的研究^[5]。Kerl Perktold^[6]数值分析了三维分叉血管的流动和壁面剪应力影响。Kawaguti 和 Hamano^[7]应用涡流函数方法对二维定常层流的不同角度分叉进行过研究, 后来又进行了 90 度情况下的脉动计算^[8]。O' Bren 和 Ehrlich^[9]对二维直角分叉脉动层流进行了数值计算, 结果表明, 剪切力的变化在分叉处比较剧烈。Lutz^[10]用双分叉血管模型对定常和非定常的情况进行了实验研究。Fernandzy^[11]运用 Marker 和 Cell 方法研究了 Y 型分叉二维脉动层流情况。Khodadadi^[12]等人对二维平板 T 型分叉时的压力、速度相差进行了试验和数值计算的研究, 所有这些研究都是限于流场压力和剪应力。虽然以上学者对分叉管已做了一些研究, 但没有涉及在 T 型管中流动对于大分子传质和跨动脉壁渗透的影响。事实上, 动脉内的分子输运直接影响分子的跨壁传质和在血管壁的积累。尽管对大动脉内传质问题已有一些研究^[13], 但针对在动脉硬化过程中起重要作用的 LDL

* 收稿日期: 2001_12_28; 修订日期: 2002_12_08

基金项目: 国家自然科学基金重点基金资助项目(10002003)

作者简介: 李丁(1973—), 辽宁鞍山人, 硕士;

温功碧(1935—), 女, 四川人, 教授(E-mail: wengb@mech.pku.edu.cn).

的工作还很少。所见文献[14]也只考虑了定常流动的情况。

显然,生理上的分叉流动是三维的流动,例如, Ojha 就指出分叉接合处的流动在某种程度上和弯曲血管相类似,具有强烈的二次流涡旋现象。但三维的分叉流动的某些重要特征在二维分叉中的流动中也可以体现出来,特别是对于 90 度分叉管,其中平面的速度剖面与二维流动剖面很接近^[15],为了避免复杂的三维流动计算,研究二维 90 度分叉的流动和大分子传质,模拟 90 度分叉管的中平面流动和传质特性是有意义的。

本文应用计算流体动力学方法,数值模拟了二维“T”型分叉的刚性血管内的定常、脉动流动和大分子传质(包括 LDL, 白蛋白 Albumin), 计算了定常和脉动情况下的流场和血管内的大分子浓度分布,及雷诺数、主管/支管面积比的影响。文中第一部分给出了数学模型与相关公式,第二部分为计算方法,第三部分为计算结果,包括与文献[5]结果的对照,最后是结论。

1 数学模型

1.1 本文主要研究二维 T 型分叉流动和大分子传质,为了简单,作如下假定:

- 1) 假定血液为牛顿流体;
- 2) 管壁为刚性;
- 3) 在正常的生理条件下,壁面对水及 Albumin 等小分子蛋白有通透性,而 LDL 是大分子,不易通过管壁渗透,所以假定 LDL 无跨壁渗透。

1.2 流体动力学方程及其边界条件

在直角坐标系下的 N-S 方程为:

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = - \frac{\partial p}{\partial x} + \eta \left[\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right],$$

$$\rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = - \frac{\partial p}{\partial y} + \eta \left[\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right],$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0,$$

其中, u, v 分别为轴向速度和径向速度, p 为压力, η 为表观粘度。

边界条件确定如下:

- 1) 入口流动假定为充分发展的钝剖面流动^[16]:

$$u(y) = 2U_0 \left[1 - \frac{(y - R_0/2)^6}{R_0^6} \right],$$

$$v(y) = 0,$$

其中, U_0 为入口处平均流速, 雷诺数 $Re = U_0 D_1 / \nu$, R_0 是主管半径, Womersley 数 $\alpha = D_1 \sqrt{2\pi\nu(\overline{V})}$, D_1 为主管直径, $\nu = \eta / \rho$ 为血液的运动粘度, 对于脉动流, U_0 随时间的变化如图 1 所示^{[16]、[17]}, 脉动周期 T 为 1 秒。

- 2) 出口流动已稳定, 速度不再沿轴向变化。

$$\text{主管出口: } \left. \frac{\partial u}{\partial x} \right|_{\text{主管出口}} = 0, \quad \left. \frac{\partial v}{\partial x} \right|_{\text{主管出口}} = 0;$$

$$\text{支管出口: } \left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_{\text{支管出口}} = 0, \quad \left. \frac{\partial v}{\partial y} \right|_{\text{支管出口}} = 0.$$

- 3) 壁面上速度满足无滑移条件 $u = v = 0$, 渗透速率取文献[18] 的值, 即 $v_w = 4 \times 10^{-8} \text{ m/s}$ 。

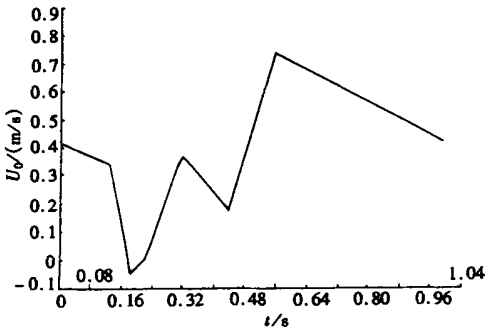
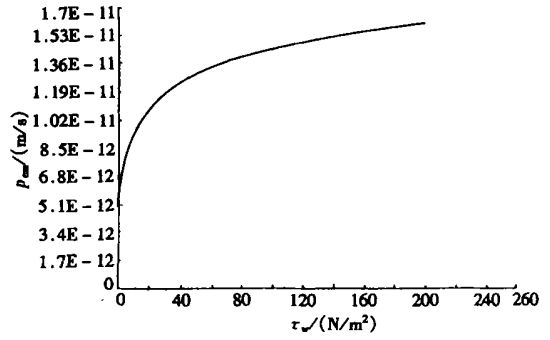
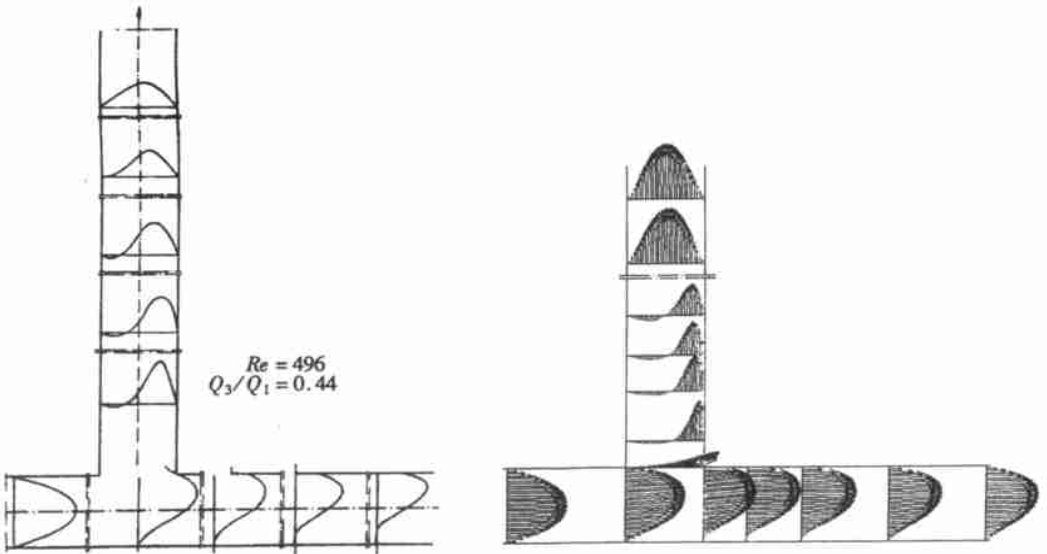
图 1 入口脉动流量 U_0 一个周期的变化图 2 Albumin 渗透系数 p_{em} 随壁面剪切应力 τ_w 的变化关系

图 3 本文计算的速度剖面与文献[5]实验的比较

(雷诺数 $Re = 496$, 支管出口与进口流量比 $Q_3/Q_1 = 0.44$)

1.3 传质方程及其边界条件

浓度的对流扩散方程在直角坐标下为:

$$\frac{\partial c}{\partial t} + u \frac{\partial c}{\partial x} + v \frac{\partial c}{\partial y} = D \left[\frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 c}{\partial y^2} \right],$$

其中, c 表示大分子浓度, D 为分子扩散系数。

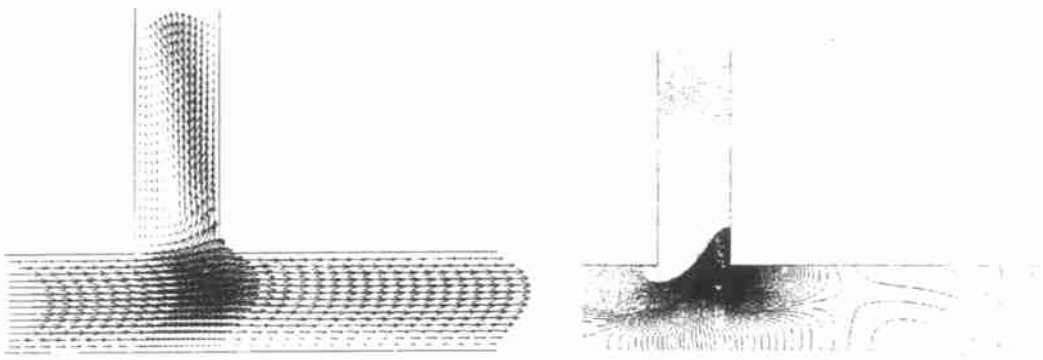
边界条件为:

- 1) 给定入口浓度: $c_{\text{进口}} = c_0$
- 2) 认为出口处浓度不再沿轴向变化:

$$\left[\frac{\partial c}{\partial x} \right]_{\text{主管出口}} = 0, \quad \left[\frac{\partial c}{\partial y} \right]_{\text{支管出口}} = 0$$

主管出口处压力为 P_2 , 支管出口处压力为 P_3 , 本文计算中用到了主管和支管的流量比, ANAYS 的计算中是用调整 P_2 和 P_3 的数值来实现的。

- 3) 在壁面上, 分子跨壁流量为对流和渗透流量之和^{[3],[18]}, 即:



(a) 流线 (b) 等压线

图4 流线和压力等值线局部放大示意图

($Re = 200, A_3/A_2 = 0.64$)

$$D \frac{\partial c}{\partial r_{r=R}} = v_w \cdot c_w + p_{em} \cdot c_w$$

其中, p_{em} 为分子在血管壁上的渗透率(单位 m/s), 对 LDL 来说, 管壁渗透为 0, v_w 为壁面水渗透速度, c_w 为壁面大分子浓度。

定常情况给定初始浓度场为均匀浓度场, 即 $c_{t=0} = c_0$ (c_0 为大分子入口浓度, 参见表 1), 脉动情况, 以定常浓度场作为初场。

1.4 Albumin 的跨壁渗透规律

Albumin 这样相对较小的蛋白质分子可以渗透过管壁, 但不考虑 LDL 的渗透性。壁面剪应力 τ_w 对 Albumin 渗透系数有影响^{[19]、[20]}。根据文献[4] 给出的 p_{em} 值, 并参考文献[13] 中的 $p_{em} - \tau_w$ 关系, 拟合出 $p_{em} - \tau_w$ 关系式, 如图 2 所示。

$$p_{em} = [-12.3 + 22.6 \times \ln(\tau_w \times 10 + 5.1)] \times 10^{-11} (\text{m/s})$$

其中, τ_w 单位是 Pa。计算过程中, p_{em} 由每步 τ_w 的结果确定。

2 计算结果和讨论

本文采用 ANSYS 5.3/UNIVERSITY 版中的 FLOTRAN 流体动力学计算模块^[22]。网格生成采用映射法。

2.1 与现有结果的比较

表 1 冠状动脉血液和大分子的主要参数

参数	数值	单位	文献依据	参数	数值	单位	文献依据
管长 L	0.1	m	[5]	LDL 入口浓度 C_0	49×10^{-6}	mol/m ³	[22]
主管管径 D_1	0.004	m	[5]	Albumin 入口浓度 C_0	40	kg/m ³	[13]
支管管径 D_2	βD_1	m	[5]	LDL 扩散系数 D	5×10^{-12}	m ² /s	[22]
血液密度 ρ	1.05×10^3	kg/m ³	[21]	Albumin 扩散系数 D	7.3×10^{-11}	m ² /s	[15]

如引言所述, T 型分叉管内的传质现象实验和数值计算资料很少, 多数涉及的只是流动, 文献[5]中用实验和数值模拟两种方法研究了 90 度分叉管层流的流场。实验中, 速度剖面是在不影响流动的情况下采用一个敏感分量激光多普勒仪测得的。为了检验本文计算的可靠性, 本文采用与文献[5]中的相同参数和边界条件, 即流量比 $Q_3/Q_1 = 0.44$, 雷诺数 $Re = 496$, 利用 ANSYS 流体计算模块 FLOTTRAN 进行 SUPG 迎风有限元技术计算, 将计算结果与之对照, 二者结果较一致, 如图 3 所示。

2.2 本文计算结果

本文参数选取针对左冠状动脉情况, 详见表 1。

图 4 表示压力等值线的分布。在分叉前压力分布比较均匀, 在分叉的漩涡处, 压力在分叉的拐角点比较集中, 在漩涡区之后, 压力分布又趋于平缓。

图 5 为不同的雷诺数 Re 时, 定常流动情况分叉局部的流线分布图, 可以看出, 速度分布比较相似, 但是, Re 越高, 靠近分叉区域的主管下壁的速度值越小。对于相同的 Re 而言, 主管中的负速度相对于支管中的负速度要小得多(从图中不容易看出)。随着雷诺数的增加, 主管和支管的回流区域都增大。 Re 继续增大时, 漩涡区域更加紊乱。可以看出支管中的回流是很明显的, 而主管中的回流比较小而不明显。支管的回流要在大约 4~5 倍管径高度的长度后结束, 而支管的回流影响大约要 6~7 倍管径高度才结束。

图 6 和图 7 分别显示的是不同雷诺数时, 定常流动情况下壁面剪切力和壁面浓度沿 S 方向的分布。从图中看似乎浓度有间断, 实际上浓度是连续变化的, 只是表示变化很剧烈。可以看出雷诺数越高, 剪切力的变化越显著, 支管的漩涡越大, 同时造成剪切力为负值的区域也就越大, 在流动再附点, 随着雷诺数的增加, 壁面剪切力变化增大。从图中可以看出, 壁面剪切应力在转角开始前比较均匀, 在转角处突然升高, 然后变为负值, 在漩涡区, $|\tau_w|$ 不是很大, 原因是在漩涡区, 速度梯度较小。在漩涡结束后流动并未完全充分发展, 还有一段震荡的区域, 然后流动才趋于稳定。从生物流变学的角度分析, 在漩涡区有两个现象会发生, 一个就是在回流区, 由于低压和低剪切率, 血细胞可能粘附在血管壁并形成粥样动脉硬化, 这一点已经在实验中得到了验证。另一个现象是在分叉管的两个转角部分, 剪切应力非常高, 是直管剪切应力的 5 倍多, 这么高的剪切

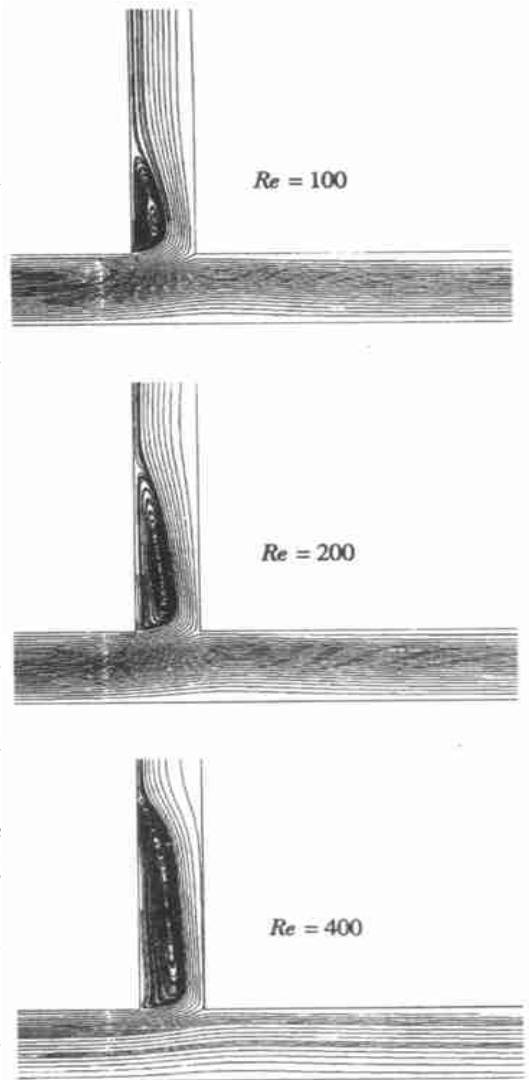


图 5 不同雷诺数, 定常流动情况下的流线分布 ($A_3/A_2 = 0.64$)

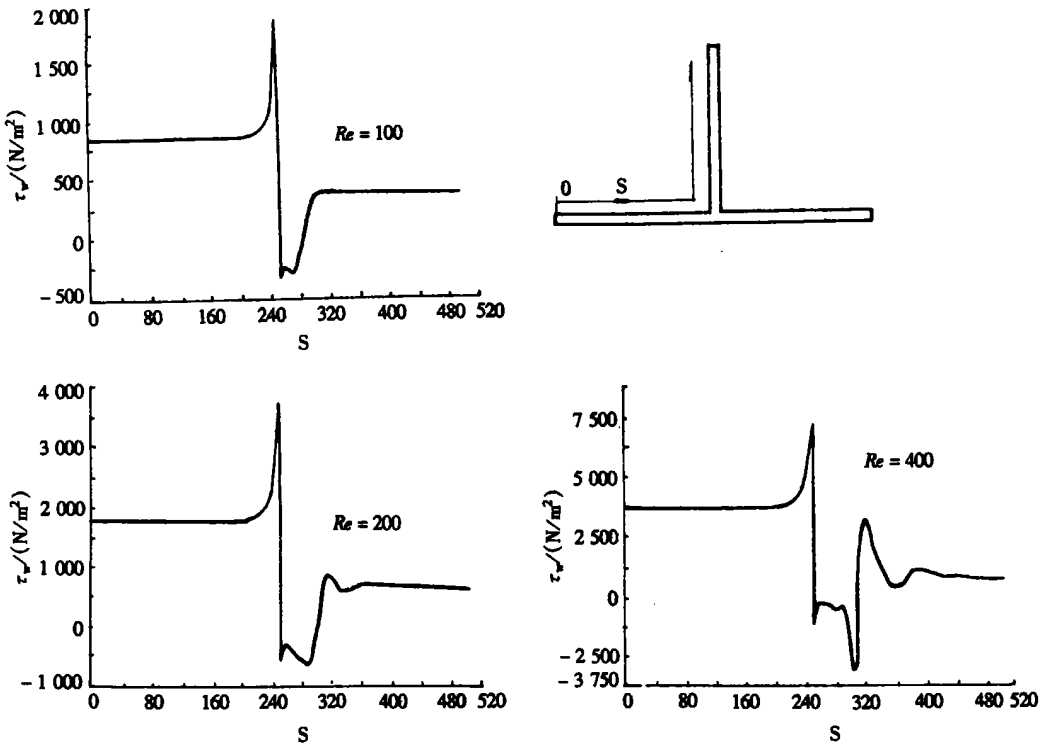


图 6 不同雷诺数, 定常流动情况下的壁面剪切力沿 S 方向的分布 ($A_3/A_2 = 0.64$)

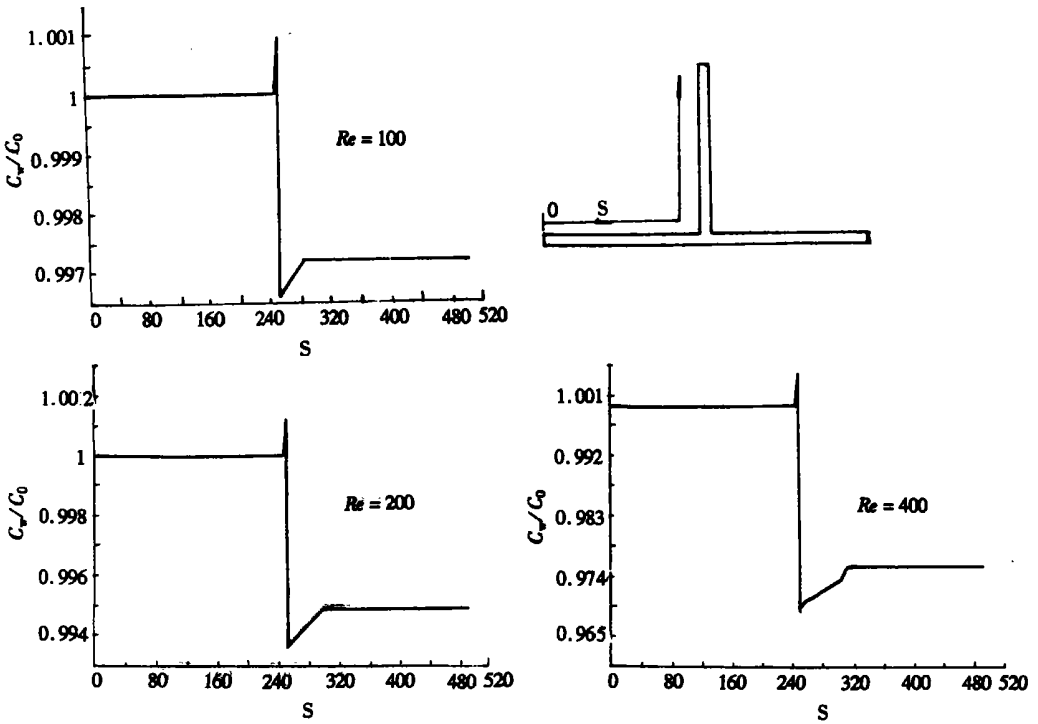


图 7 不同雷诺数, 定常流动情况下的壁面浓度沿 S 方向的分布 ($A_3/A_2 = 0.64$)

应力容易造成红细胞的破裂。LDL 的壁面浓度分布在转角前比较均匀, 只有在分叉转角处浓度较高, 这和生理上的情况比较吻合。在这里, 切向速度由正变负, 壁面剪切应力变为负值, 开始发生流动分离。这样, 从上游输运下来的 LDL 与下游回流来的 LDL 均在此处积聚下来。因此, 在流动分离点, 即壁面剪应力变化最剧烈处, 壁面浓度最高, 这里发生动脉硬化的可能性也就越大。在漩涡结速后, 由于有一段震荡的区域, 浓度分布也要震荡一段才趋于均匀。

随着支管回流区域的增大, 在回流区, 因为对流输运效应远远大于扩散效应, 大分子很难依靠微弱的扩散垂直流线运动进入漩涡中心, 所以造成在漩涡中心浓度比较低。而在主管, 浓度分布比较均匀, 这和生理上的实际流动是一致的。原因是主管的流速较高, 且漩涡比较小, 大分子不易积聚。而在支管的分叉处, 漩涡非常明显, 造成大分子积聚在支管的漩涡处, 管壁浓度比较高, 容易发生动脉硬化。

图 8 显示的是 $Re = 200$, 不同主管和支管的流量比时的流线分布。可以看出, 支管的流量增加时与 Re 增加的效果类似。图 9 和图 10 分别表示 $Re = 200$, 不同的流量比时, 壁面剪切力与大分子浓度沿 S 方向的分布。从图中可以看出, 流量比越大时, 即流入支管的流量越多, 壁面剪切力越低, 且漩涡范围越大, 浓度分布比较类似, 在转角点浓度最高。还计算了不同面积比的影响, 结果与流量比类似(图略)。

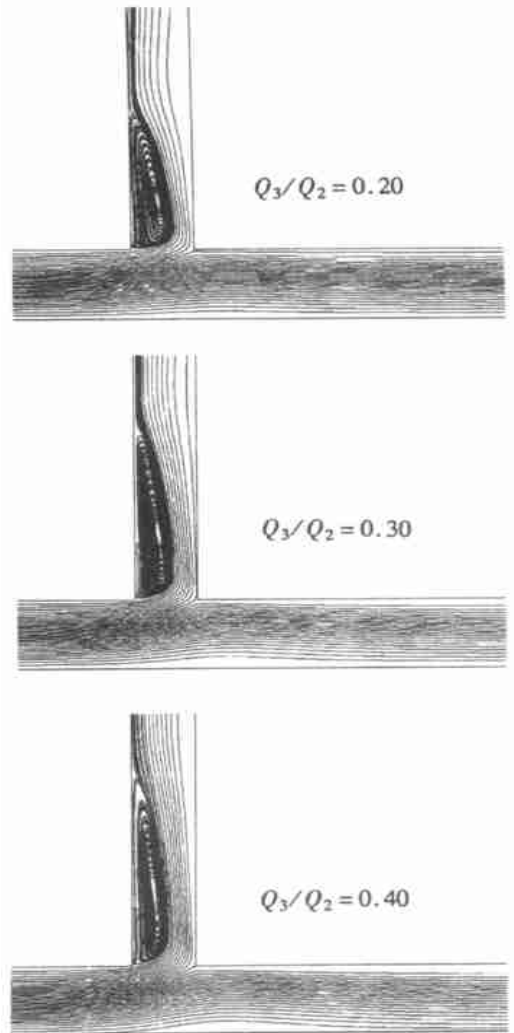


图 8 不同流量比时的流线图
($Re = 200, A_3/A_2 = 0.64$)

图 12 和图 13 表示血清白蛋白(Albumin)的管壁浓度分布和跨壁流量分布, 可以看出, 相对于大分子 LDL 而言, 由于小分子存在着跨壁渗透, 壁面的浓度分布没有大分子 LDL 的高, 在一定程度上缓解了浓度的积聚。Albumin 的壁面浓度在分叉管前比较均匀, 在分叉处达到最大值, 支管的壁面浓度也是比较均匀的, 不过相对于主管的壁面浓度值而言, 要略小些。如前所述, Albumin 的跨壁渗透系数是剪应力依赖的, τ_w 越大, Albumin 跨壁渗透越强。因此, 在分叉处流动边界层剪切率高, q_w 也就越大, 在其他区域, 相对于分叉点, q_w 变化不大。从图中还可以看出, 支管中的大分子浓度是小于主管中的大分子浓度的, 这与生理比较符合。

图 14 和图 15 给出的是 $Re = 200, A_3/A_2 = 0.64$ 时, 在脉动情况下, 一个周期内不同时刻的壁面剪切力和 LDL 浓度沿 S 方向的分布。由图可见, 随着入口速度剖面沿时间的变化, 回流区的范围也随之而变。入口平均流速越大, 回流区向下游延伸的越长。由于在 $t/T = 0.2$ 时入口流速出现了负值, 回流很明显, 且在分叉前发生了回流, 但是由于 Re 不很大, 流动变化还

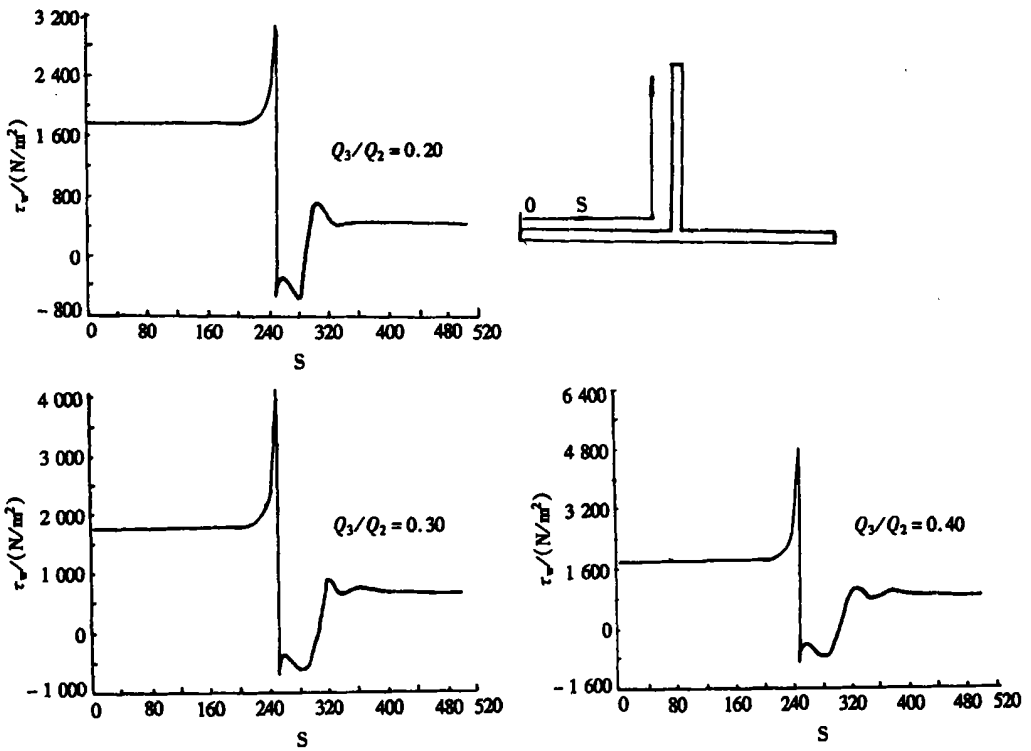


图 9 不同流量比时的壁面剪切力沿 S 方向的分布 ($Re = 200, A_3/A_2 = 0.64$)

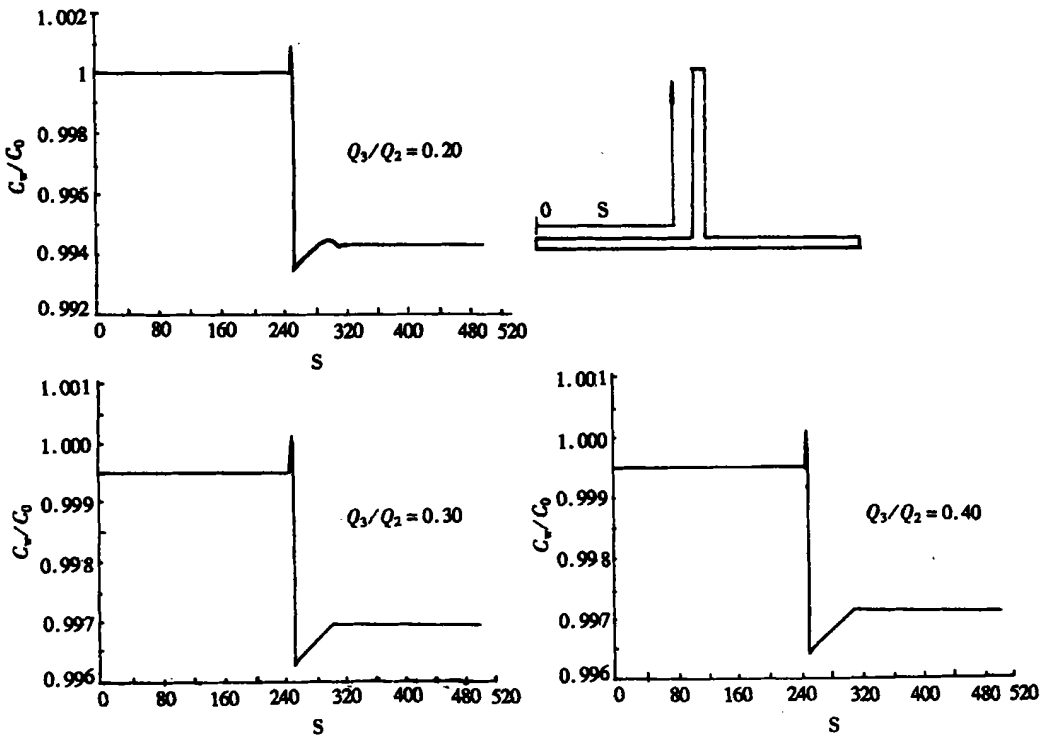
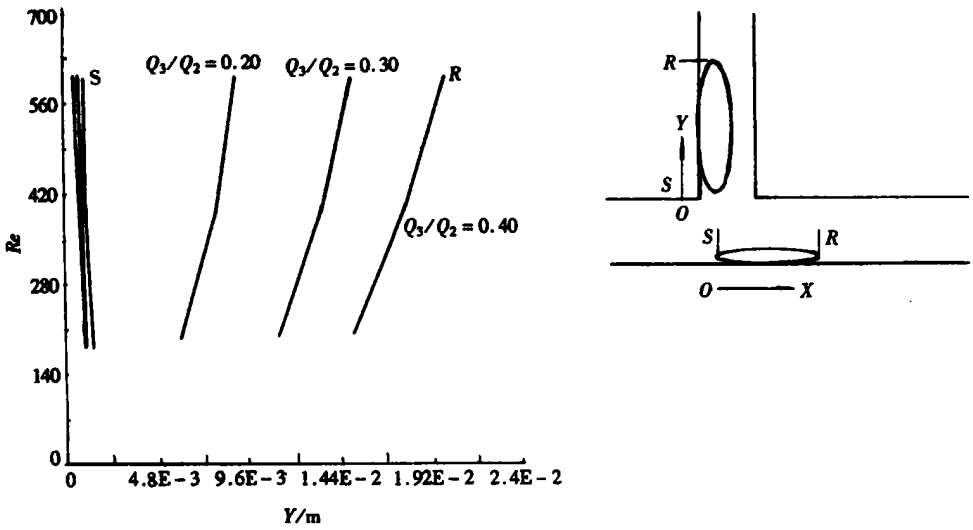
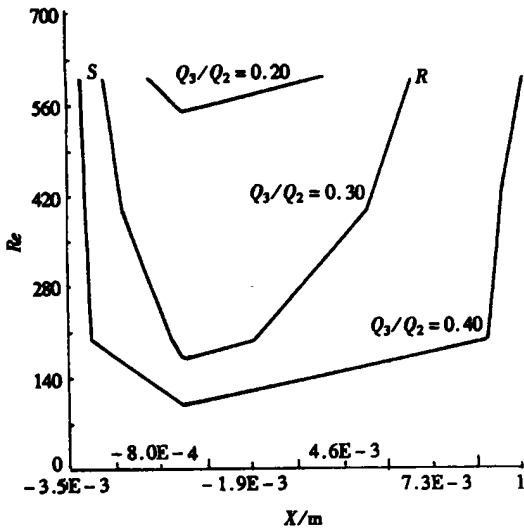


图 10 不同流量比时, 壁面浓度沿 S 方向的分布 ($Re = 200, A_3/A_2 = 0.64$)



(a) 支管



(b) 主管

图 11 雷诺数 Re 和流量比对涡大小的影响

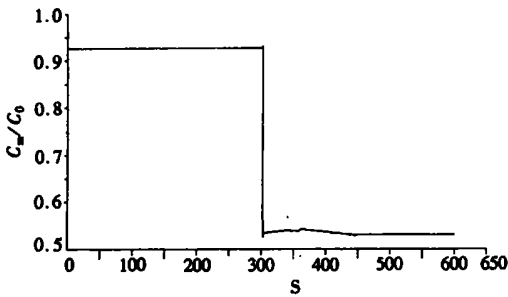


图 12 定常流动, Albumin 分子壁面浓度 c_w 沿管壁分布

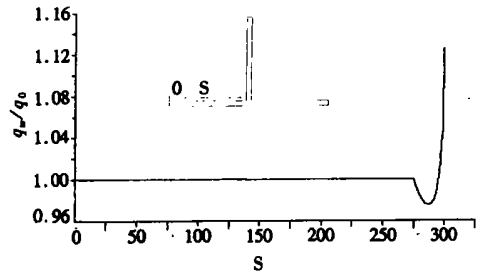


图 13 定常流动, Albumin 分子跨壁流量沿管壁分布

不是很剧烈, 在 $t = 0.6$ 左右时, 流速最快, 这时的漩涡区也最大。

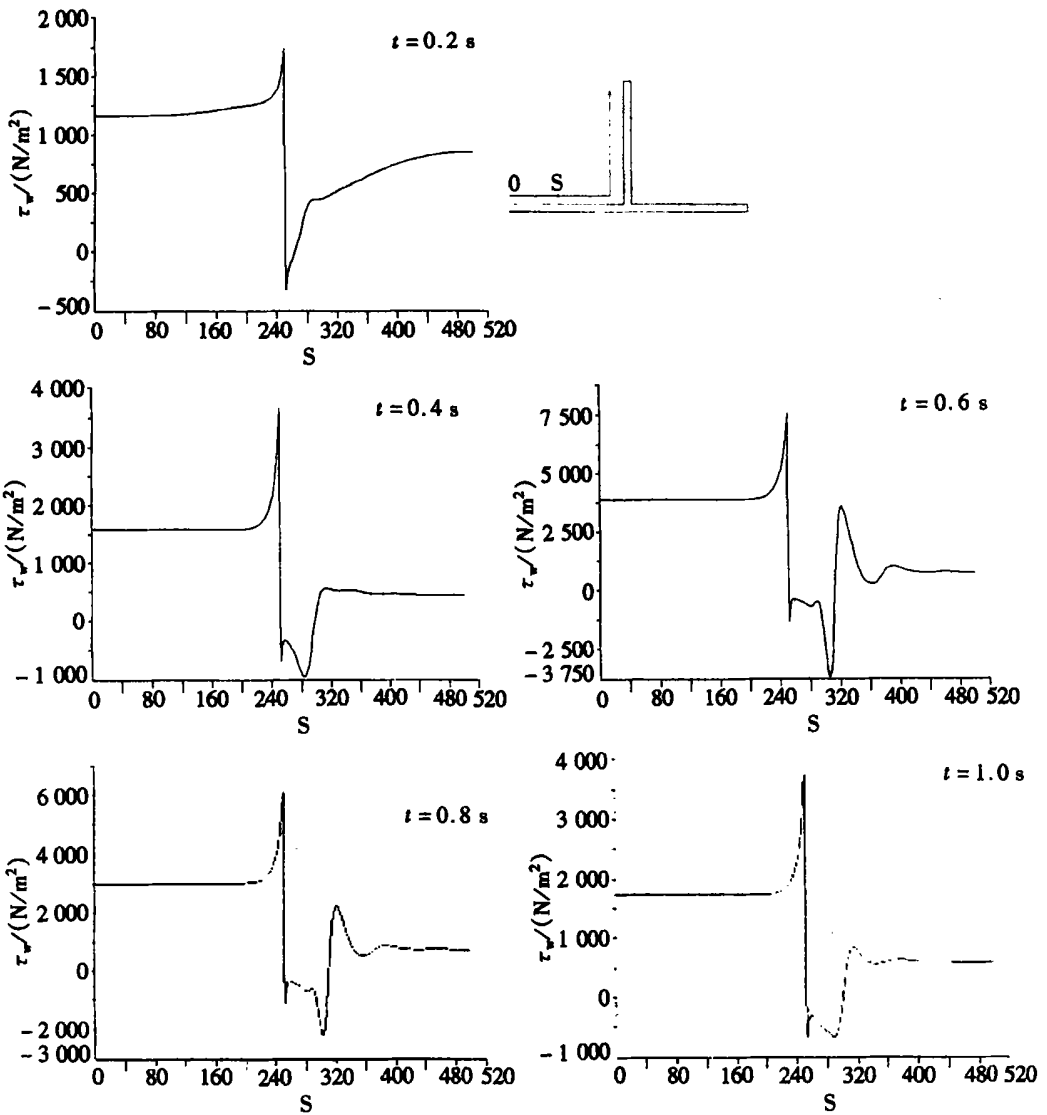


图 14 脉动情况下, 一个周期内壁面剪切力沿 S 方向的分布 ($Re = 200$, $A_3/A_2 = 0.64$)

3 结 论

基于上述计算结果和分析, 可以得到以下结论:

1. 支管流动在分叉处发生流动分离, 回流区延伸到 4~5 倍狭窄长度而后再附, 主管回流现象不很明显。在考虑入口流速脉动的情况下, 回流区将随入口速度增减而伸缩。
2. 在流动分离处, 即壁面剪切应力变化最剧烈的位置, LDL, Albumin 等大分子的壁面浓度变化最剧烈, 该区域正是动脉硬化危险区。
3. 雷诺数越大, 回流区域越大, 主管和支管的流量比越小, 进入支管的流量越多, 回流区域也就越大。面积比越小, 支管回流越不明显, 浓度也越低。当 Re 一定时, 主管和支管的流量比对流场的影响很大。
4. 动脉壁对 Albumin 的通透性受壁面剪应力 τ_w 影响, 在分叉处, 亦即剪应力最高点, Albu-

min 的跨壁流量最大。

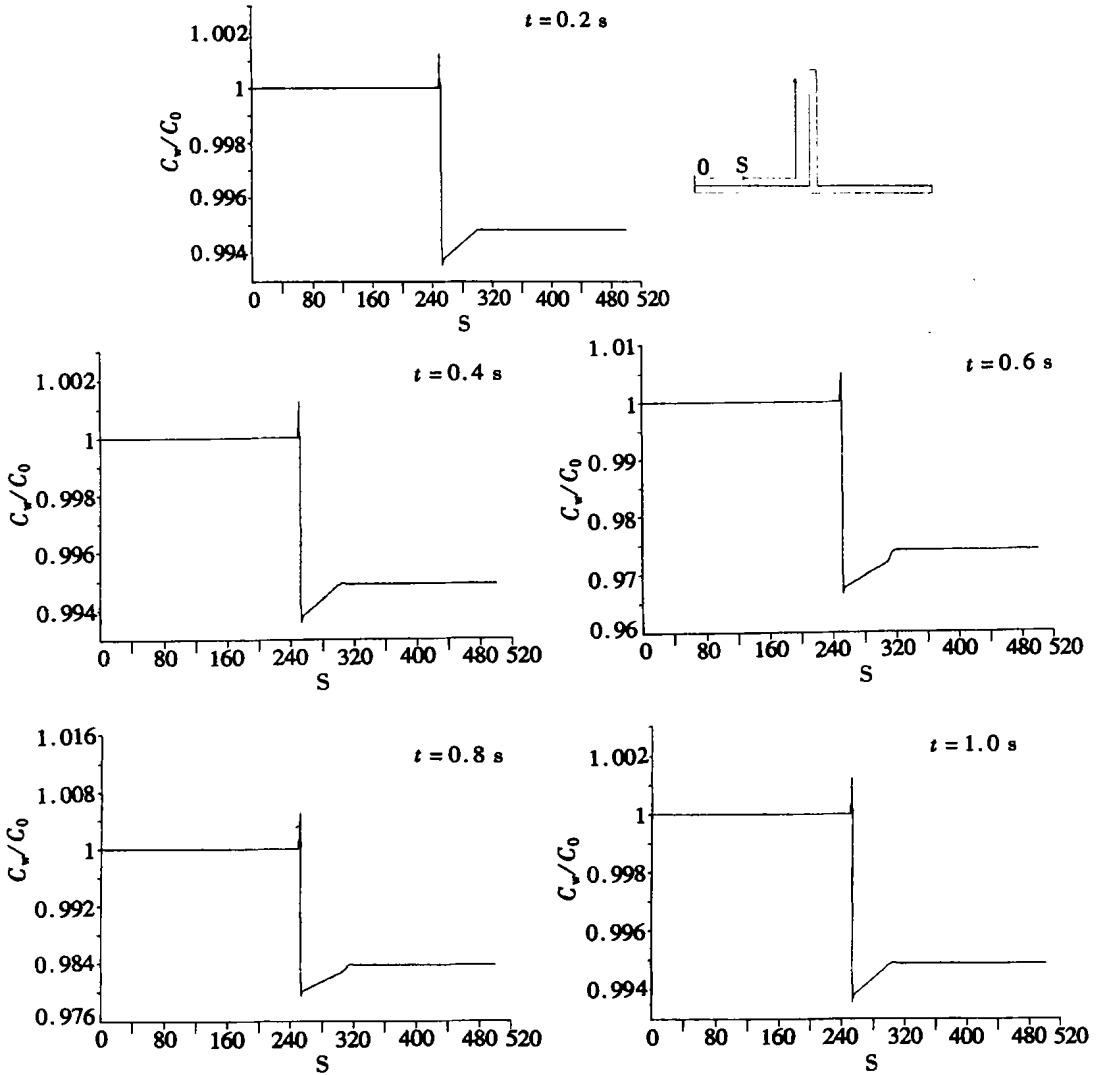


图 15 脉动情况下, 一个周期内 LDL 的壁面浓度沿 S 方向的分布

5. 在脉动流场情况下, 一个周期内壁面剪应力, 壁面浓度和跨壁流量都随入口流速的脉动而变化。由于一个周期内有回流, 血液流动在一个周期的开始有倒灌现象。

[参 考 文 献]

- [1] Back L H, Liem T K, Kwack E Y. et al. Flow measurements in a highly curved atherosclerotic coronary artery cast on man[J]. J Biom echanical Engineering, 1992, **114**(2): 232—240.
- [2] Perktold K, Resch M. Numerical flow studies in human carotid artery bifurcations: basic discussion of the geometric factor in atherogenesis[J]. J Biomedical Eng, 1990, **12**(1): 111—123.
- [3] Fry D L. Certain histological and chemical responses of the vascular interface of acutely induced mechanical stress in the aorta of the dog[J]. Circulation Research, 1969, **24**(1): 93—109.
- [4] Fry D L, Vaishnav R N. Mass transport in the arterial wall basic hemodynamics and its role[A]. In:

- Patel D J, Vaishnav R N Eds. *Disease Processes* [C], University Park Press, 1980, 77—95.
- [5] Liepsch D, Moravec S, Rastogi A K, et al. Measurement and calculations of laminar flow in a ninety degree bifurcation[J]. *J Biomechanics*, 1982, **15**(7): 473—485.
- [6] Resch M, Perktold K, Reinfried O P. Three-dimensional numerical analysis of pulsatile flow and wall shear stress in the carotid artery bifurcation[J]. *J Biomechanics*, 1991, **24**(6): 409—420.
- [7] Kawaguti M, Hamano A. Numerical study of bifurcating flow of a viscous fluid[J]. *J Phys Soc (Japan)*, 1979, **46**(4): 1360—1365.
- [8] Kawaguti M, Hamano A. Numerical study of bifurcating flow of a viscous fluid II: Pulsatile flow [J]. *J Phys Soc (Japan)*, 1980, **49**(2): 817—824.
- [9] O'Brien V, Ehrlich L W. Simulation of unsteady flow at renal branches[J]. *J Biomechanics*, 1977, **10**(10): 623—631.
- [10] Lutz R J, Hsu L, Menawat A. Comparison of steady and pulsatile flow in a double branching arterial model[J]. *J Biomechanics*, 1983, **16**(9): 753—766.
- [11] Fernandez R C, DeWitt K J, Botwin M R. Pulsatile flow through a bifurcation with applications to arterial disease[J]. *J Biomechanics*, 1976, **9**(9): 575—580.
- [12] Khodadadi J M, Vlachos N S, Liepsch D. LDL measurements and numerical prediction of pulsatile laminar flow in a plane 90-degree bifurcation[J]. *J Biomechanical Engineering*, 1988, **110**(2): 129—136.
- [13] Rappitsch G, Perktold K. Pulsatile albumin transport in large arteries: A numerical simulation study [J]. *J Biomechanical Engineering*, 1996, **118**(4): 511—519.
- [14] Barter P J, Rye K. A high density lipoproteins and coronary heart disease[J]. *Atherosclerosis*, 1996, **121**(1): 1—12.
- [15] Qjha M. Spatial and temporal variations of wall shear stress within an end-to-side arterial anastomosis model[J]. *J Biomechanics*, 1983, **26**(12): 1377—1388.
- [16] He X Y, Ku D N. Pulsatile flow in the human left coronary artery bifurcation: average conditions [J]. *J Biomechanical Engineering*, 1996, **118**(1): 74—82.
- [17] Back L H, Liem T K, Kwack E Y, et al. Flow measurements in a highly curved atherosclerotic coronary artery cast of man[J]. *J Biomechanical Engineering*, 1992, **114**(2): 232—240.
- [18] Karino T, Deng X Y, Naiki T. Flow-dependent concentration polarization of lipoproteins at the blood-endothelium boundary[A]. In: Hochmuth R M, Langrana N A, Hefzy M S Eds. *Proceedings of the 1995 Bioengineering Conference* [C]. Berlin, Heidelberg, New York: Springer-Verlag, 1995.
- [19] Jo H, Dull R O, Hollis T M, et al. Endothelial albumin permeability is shear dependent, time dependent and reversible[J]. *American J Physiology*, 1991, **260**: H1992—H1996.
- [20] Friedman M H, Peters O J, Bargeron C B, et al. Shear-dependent thickening of the human arterial intima[J]. *Atherosclerosis*, 1986, **60**(2): 161—170.
- [21] Rappitsch G, Perktold K. Computer simulation of convective diffusion processes in large arteries[J]. *J Biomechanics*, 1996, **29**(2): 207—215.
- [22] Langeler E G, Ineke S H, Victor W M, et al. Passage of low density lipoproteins through monolayers of human arterial endothelial cells: effects of vasoactive substance in an in vitro[J]. *Arteriosclerosis*, 1989, **9**(4): 550—559.

The Steady/ Pulsatile Flow and Macromolecular Transport in T_Bifurcation Blood Vessels

LI Ding, WEN Gong_bi

(Department of Mechanics and Engineering Science,
State Key Laboratory for Turbulence and Complicated System Research,
Peking University, Beijing 100871, P. R. China)

Abstract: A numerical analysis of the steady and pulsatile, macromolecular (such as low density lipoprotein (LDL), Albumin) transport in T_bifurcation was proposed. The influence of Reynolds number and mass flow ratio etc parameters on the velocity field and mass transport were calculated. The computational results predict that the blood flow factors affect the macromolecular distribution and the transport across the wall, it shows that hemodynamic play an important role in the process of atherosclerosis. The LDL and Albumin concentration on the wall varies most greatly in flow bifurcation area where the wall shear stress varies greatly at the branching vessel and the atherosclerosis often appears there.

Key words: T_bifurcation; steady blood flow; pulsatile blood flow; macromolecular transport