

文章编号: 1000-0887(2003) 05_0519_10

圆截面螺旋管道内非定常流动研究^{*}

章本照¹, 马寨璞^{1,2}, 苏霄燕¹, 张金锁¹

(1. 浙江大学 力学系, 杭州 310027;
2. 河北大学 生命科学学院, 保定 071002)

(林建忠推荐)

摘要: 以血液流动为背景, 利用双参数摄动法研究了圆截面螺旋管内低频振荡流动, 得到问题的二阶摄动解, 分析了轴向速度、二次流、壁面剪应力在不同时刻的特点及随时间和 Womersley 数的变化情况。研究表明: 绕率对圆截面曲线管道内低频振荡流动的影响不可忽略, 尤其是轴向压力梯度绝对值很小时, 绕率将对二次流动结构起主要影响作用。流函数的剧烈变化只发生在正、负数值发生转变的很小的时间段内, 大部分时间段内变化平缓。壁面剪应力随 θ 的变化也很大。

关键词: 振荡流动; 摄动法; 螺旋管道
中图分类号: O373; R318.01 **文献标识码:** A

引 言

近几年来, 曲线管道内非定常流动和生物力学中血液流动紧密地结合了起来。目前可通过对曲线管道流动的研究来揭示血管内血液流动的特点, 并预测动脉粥样发生位置和探索其形成机理^[1]。Lyne^[2]采用奇异摄动方法中的匹配原理, 成功求解了轴向压力梯度按余弦振荡时的圆截面弯管内的流动, 并指出定常情况下的二次流被挤在靠近壁面的 Stokes 边界层内, 而在管道中部的二次流与定常情况下的二次流的方向相反。Mullin 和 Greated^[3, 4]分析了曲线弯管内发展中的及充分发展的振荡压力梯度流动, 该文认为在低频振荡压力梯度作用下, 轴向速度及二次流为准定常 Dean 流。之后, 许多后续研究又有进展, 1996 年, Lynch, Waters 和 Pedley^[5]首先提出了曲率随时间变化的弯管中的流动问题; 1999 年, Waters 和 Pedley^[6]采用摄动方法分析了随时间变化的曲率对二次流函数、轴向速度以及壁面摩擦力的影响。以上文献都将血管简化为平面弯管, 忽略了绕率的影响。

Caro^[7]对生物血液流动的研究表明, 动脉中的血液流动是一种非定常流动, 而血管是一种既有曲率又有绕率的复杂曲线管道系统。Hirayama 和 Okita^[8]指出动脉血管特别是冠状动脉血管其外形多为圆截面螺旋管道, 这样既能保证血液输送的畅通又能使血液到达组织的每一部分, 供给充足的养料。该文采用 Kao^[9]获得的螺旋管道内定常流动的摄动解, 研究了动脉血管的摩擦力分布。Zabielski 和 Mestel^[10]利用摄动法及数值计算方法求解了螺旋弯管内高频振

* 收稿日期: 2001_02_10; 修订日期: 2002_12_24

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(10272096)

作者简介: 章本照(1941—), 男, 浙江衢州人, 浙江大学流体工程研究所所长, 教授, 博导(E-mail: zbzq@emb.zju.edu.cn)。

荡流动。基于以上研究,本文采用双参数摄动法研究了螺旋弯管内低频振荡流动,讨论了挠率对流动情况的影响。本文不仅扩展了 Mullin 和 Greated^[4]的结果,而且获得若干新的结论和现象。

1 控制方程

图1给出圆截面螺旋管道和坐标系, R 为管道曲率半径, $2\pi K$ 是螺距, R_c 为管道半径, u^* , v^* , w^* 分别为 (s^*, r^*, θ) 方向上的速度。定义如下无量纲量:

$$(s, r) = (s^*, r^*)/R_c, (u, v, w) = (u^*, v^*, w^*)R_c/\nu, p = p^*R_c^2/\rho\nu^2, \\ \kappa = \kappa^*R_c, \tau = \tau^*R_c = \mathcal{K}, t = \omega t^*, \alpha = R_c\left(\frac{\omega}{\nu}\right)^{1/2},$$

其中 ω 为振荡频率, α 为 Womersley 数。上式中, 带 $(^*)$ 的为有量纲量。 ν, ρ 和 p 分别运动粘性系数、流体的密度和轴向压力, u, v 和 w 分别为径向、切向和轴向速度的物理分量, w_m 为轴向平均速度, κ^* 为曲率, τ^* 为挠率, 它们的定义为: $\kappa^* = R/(R^2 + K^2)$, $\tau^* = K/(R^2 + K^2)$, 假定流体粘性不可压, 流动非定常且充分发展, 则无量纲的控制方程为:

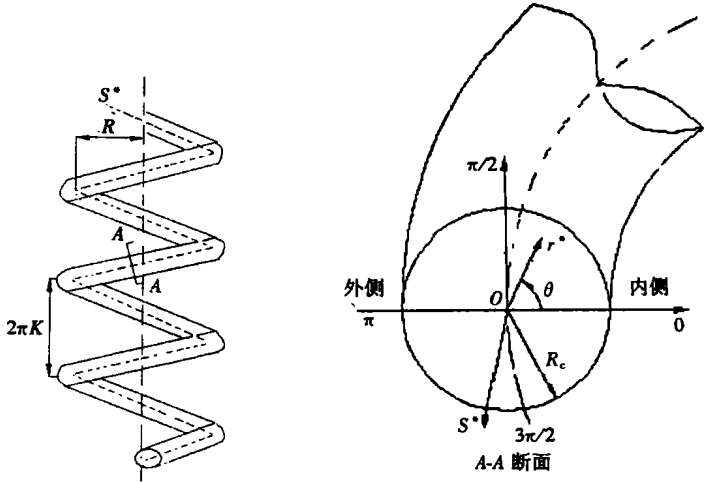


图1 圆截面螺旋管道和坐标系

$$\frac{\partial(Mru)}{\partial r} + \frac{\partial(Mv - \tau w)}{\partial \theta} = 0, \quad (1)$$

$$\alpha^2 \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial r} + \left(\frac{v}{r} - \frac{\tau w}{M} \right) \frac{\partial u}{\partial \theta} - \frac{v^2}{r} + \frac{\kappa \cos \theta}{M} w^2 = \\ - \frac{\partial p}{\partial r} - \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \xi}{\partial \theta} + \frac{\kappa \sin \theta}{M} \xi + \frac{\tau}{M} \frac{\partial \xi_0}{\partial \theta} \right), \quad (2)$$

$$\alpha^2 \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial r} + \left(\frac{v}{r} - \frac{\tau w}{M} \right) \frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{uv}{r} - \frac{\kappa \sin \theta}{M} w^2 = \\ - \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} + \left(\frac{\partial \xi}{\partial r} - \frac{\kappa \cos \theta}{M} \xi + \frac{\tau}{M} \frac{\partial \xi}{\partial \theta} \right), \quad (3)$$

$$\alpha^2 \frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial r} + \left(\frac{v}{r} - \frac{\tau w}{M} \right) \frac{\partial w}{\partial \theta} - \frac{\kappa \cos \theta}{M} uw + \frac{\kappa \sin \theta}{M} vw = \\ \frac{1}{M} \left(\tau \frac{\partial p}{\partial \theta} - \frac{\partial p}{\partial s} \right) + \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \xi}{\partial \theta} - \frac{\xi}{r} - \frac{\partial \xi_0}{\partial r} \right), \quad (4)$$

以上各式中:

$$\xi = \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta}, \quad \xi_0 = \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} + \frac{\tau}{M} \frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{\kappa \sin \theta}{M} w, \\ \xi_0 = - \frac{\partial w}{\partial r} - \frac{\tau}{M} \frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{\kappa \cos \theta}{M} w, \quad M = 1 - \kappa r \cos \theta.$$

引进流函数 ϕ 满足:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} = Mu, \quad -\frac{\partial \phi}{\partial r} = Mv - \tau_w \cdot \quad (5)$$

这样连续性方程自动满足。

2 摄动解

给定轴向压力梯度为如下余弦振荡:

$$\frac{\partial p}{\partial s} = -G \cos \omega t \cdot \quad (6)$$

假定 $\tau = \lambda k = \varepsilon \ll 1$, 各物理量的展开按如下统一式:

$$\phi = \sum_{i=0}^n \varepsilon^i \phi_i \cdot \quad (7)$$

可以求得各阶摄动方程, 假定 α^2 为小量, 则有 $\phi_i = \sum_{j=0}^n \alpha^{2j} \phi_{ij}$, 我们得到的各阶摄动解具有如下表达式:

$$w_0 = \frac{G}{4}(1-r^2)\cos t + \alpha^2 \frac{G}{64}(3-4r^2+r^4)\sin t + \alpha^4 \frac{G(r^6-9r^4+27r^2-19)\cos t}{2304} + O(\alpha^6), \quad (8a)$$

$$\phi_0 = 0, \quad (8b)$$

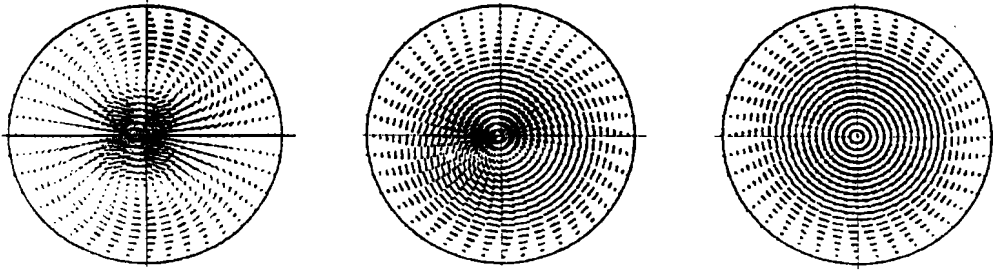
$$w_1 = \frac{1}{1474560}(Gr(r^2-1))\cos t((r^6-9r^4+21r^2-19)G^2 + (r^6-9r^4+21r^2-19)\cos 2tG^2 + 276480)\cos \theta) + \alpha^2 \frac{1}{117964800}(Gr(r^2-1)((13r^8-167r^6+783r^4-1537r^2+1328)G^2 + (13r^8-167r^6+783r^4-1537r^2+1328)\cos 2tG^2 + 307200(4r-11)\cos \theta \sin t + \alpha^4 \frac{1}{14863564800}(Gr(r^2-1)\cos t((-34r^{10}+596r^8-4129r^6+12356r^4-19949r^2+16570)G^2 + (118r^{10}-2087r^8+15238r^6-55357r^4+100358r^2-85870)(\cos 2tG^2 + 806400(5r^4-37r^2+83))\cos \theta) + O(\alpha^6), \quad (8c)$$

$$\phi_1 = -\frac{\lambda}{16}(-1+r^2)^2 G \cos t + \frac{G^2 r \sin \theta}{4608}(-4+r^2)^2(-1+r^2)\cos t + \alpha^2 \frac{G}{1474560}(-1+r^2)^2(1280\lambda(-17+5r^2)\sin t + Gr \sin \theta(-299+114r^2-13r^4)\sin 2t) + \alpha^4(\frac{\lambda}{24576}G(-1+r^2)^2(69-26r^2+3r^4)\cos t - \frac{G^2 r \sin \theta}{88473600}(-1+r^2)^2(-1199+342r^2-17r^4-r^6+15(-365+165r^2-29r^4+2r^6)\cos 2t)) + O(\alpha^6) \cdot \quad (8d)$$

本文同样得到了二阶摄动解 w_2, ϕ_2 (限于篇幅, 略去)。 w_0 为直管内低频振荡流的摄动解, 与 Mullin 和 Greated (1980) 的表达式完全相同, 这证明了本文采用的方法是正确的。 Mullin 和 Greated (1980) 通过对解的分析指出, 上述各阶摄动解在 $\alpha \leq 1.5$ 的范围内适用。

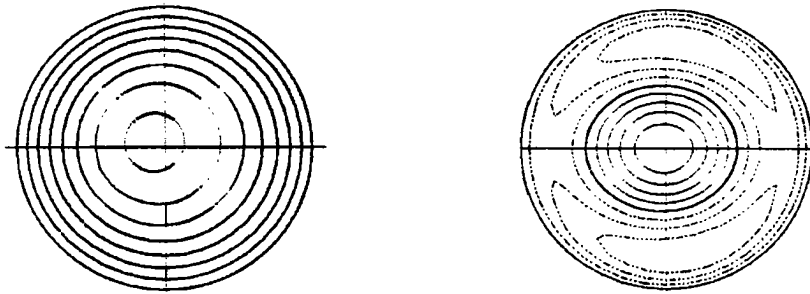
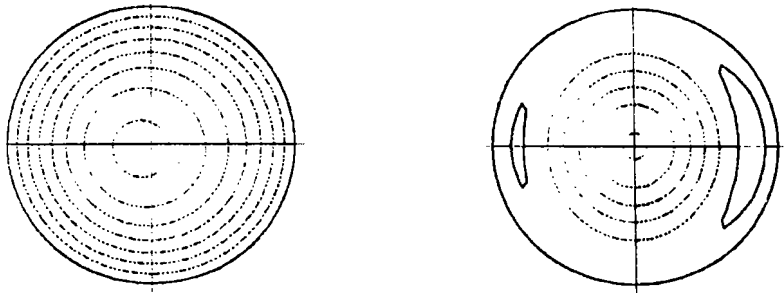
3 结果与讨论

1) 二次流动

(a) $t = 0$ (b) $t = 1.606$ (c) $t = 4.72$

(左侧为外侧, $\tau = 0.1, \kappa = 0.1, \alpha = 0.2, G = 150$)

图2 二次流速度矢量图

(a) $t = 0$ (b) $t = 1.606$ (c) $t = 3.14$ (d) $t = 4.72$

(左侧为外侧, 虚线为负值, 实线为正值;

$\tau = 0.1, \kappa = 0.1, \alpha = 0.2, G = 150$)

图3 轴向速度等值线随时间的变化

Mullin 和 Greated(1980)指出,弯管内低频率振荡流为准 Dean 流动,压力梯度的低频振荡,对二次流动的影响并不明显。图2(左侧为外侧,下同)给出螺旋管内二次流随时间的变化情况。由图可知,当 $t = 0$ 时,此时的二次流型和螺旋管内定常流动近似相同,随时间的发展,靠近下半截面的涡增加。在 $t = \pi/2$ 时,轴向压力梯度为零,由正值向负值过渡。时间继续增加,轴向压力梯度变为负值。当 $t = 1.606$ 时,由于压力梯度的绝对值很小,挠率起主要作用,在挠率的作用下,二次流表现为按逆时针流动的环流,时间继续增加,二次流表现为两个涡,和

弯管相比, 在挠率的作用下二次流按逆时针方向发生了转动, 在 $t = 3\pi/2$ 左右, 由负正值向正值过渡, 靠近上半截面的涡增加, 当 $t = 4.72$, 二次流表现为顺时针方向流动的环流。

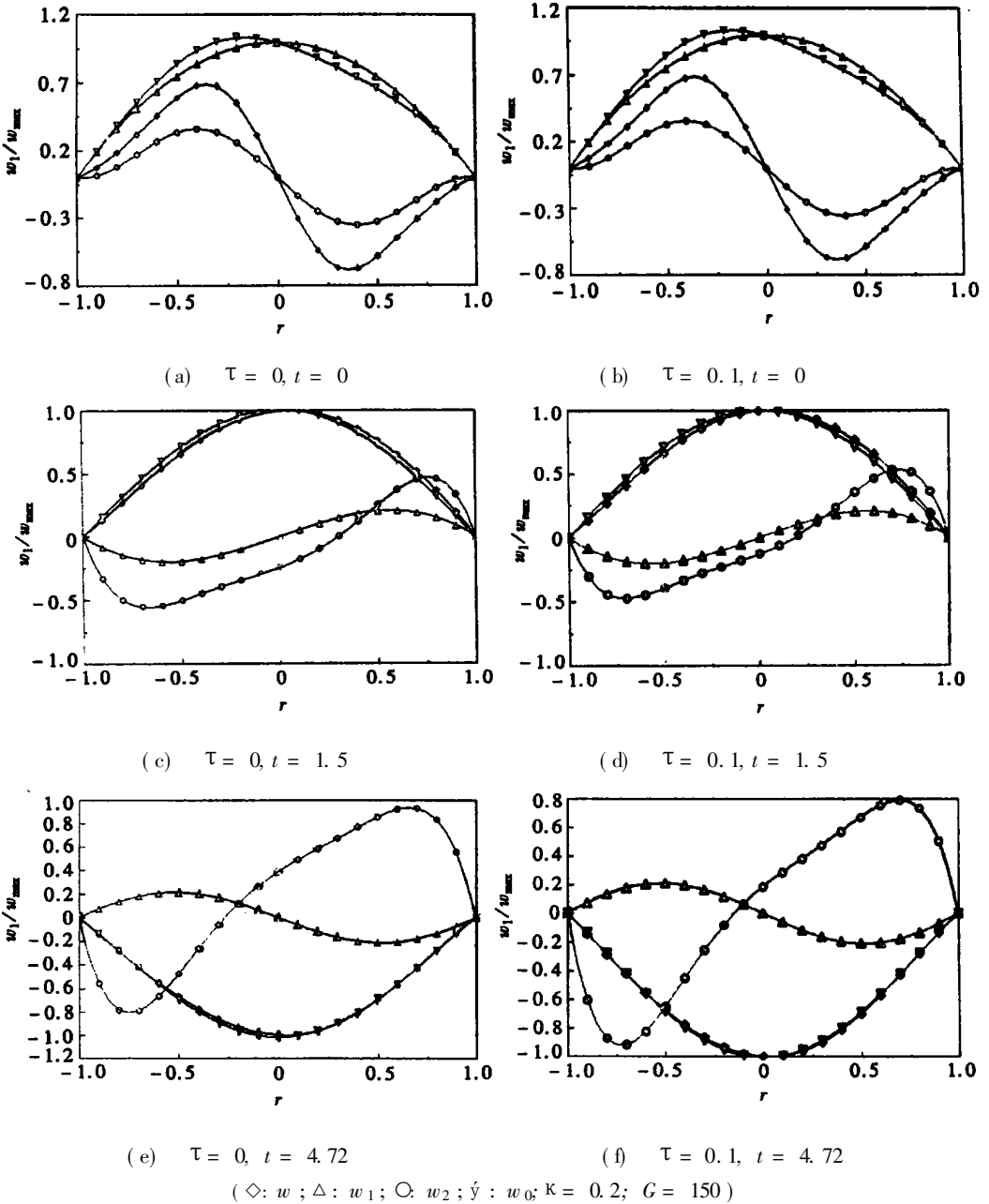


图4 各阶扰动解及 w 随 r 变化

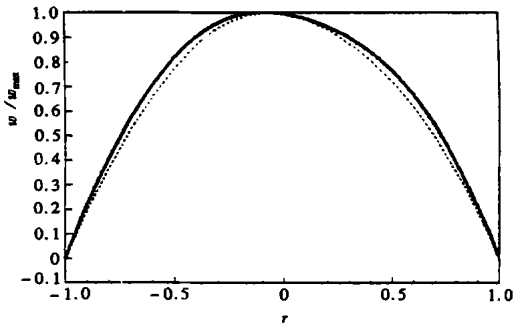
2) 轴向速度

图3给出了轴向速度等值线随时间的典型变化情况。当 $t = 0$ 时, 轴向压力梯度为最大值, 轴向速度最大值靠近外侧, 最大值点移向上半截面, 这和定常螺旋管道中轴向速度分布表现相一致。随着时间的增加, 轴向速度最大值逐渐向下、向内移动。当 $t = \pi/2$ 时, 轴向压力梯度值趋向于零, 和图 $t = 1.606$ 时情况相似, 此时, 轴向速度的负值首先出现在了上半截面的管壁面处。时间继续增加, 当 t 接近于 π 时, 轴向压力梯度值达到了负的极大值。此时, 轴向

速度绝对值的最大值仍然靠近外侧, 但和正的最大值相反, 该值出现在下半截面(图中 $t = 3.14$)。时间继续增加, 轴向速度最大值逐渐向上、向内移动, 到 $t = 3\pi/2$ 时, 轴向压力梯度又出现由负值-零-正值的过渡。与之相伴, 轴向速度正值首先出现在靠近内外半截面管壁处(图中 $t = 4.72$)。

图4给出了各阶摄动解 (w_0, w_1, w_2) 和 w 的情况。为了便于比较, 图中进行了标准化处理(取 w 最大值为标准值, 以下标准化方法相似)。由图可知: 在不同时刻, 零阶摄动解随 r 变化, 无论其值正、负, 都表现为抛物线型。其极值点出现在 $r = 0$ 处。由于时刻 t 的不同, 而形成正值抛物线或者负值抛物线。一阶摄动解 w_1 随 r 的变化情况表现为正弦曲线型。随着时间点的不同, 它的形状基本保持不变或与正弦反对称。二阶摄动解的情况为: 在 $t = 0$ 时刻, 随变化的情况类似于正弦曲线; 在 $t = 1.5$ 时, 二阶摄动解表现为不规则曲线, 在该时刻点, 负值部分沿 r 占据了绝大部分, 约为 $5/8$ 强左右。此时, 挠率的影响表现出来。由图4(c)、(d) 的比较可知, 当挠率存在时, w_2 的正值部分与挠率不存在时相比, 其沿 r 的范围要大一些; 当 $t = 4.72$ 时, 二阶摄动解的情况出现与 $t = 1.5$ 时相反的现象。图中也给出了 w 的变化趋势, 其表现与零阶摄动解相类似, 这由于零、一、二阶摄动解具有相同的量级, 但不同的合成系数, 故各阶摄动解对 w 的影响作用也不一样。图5是 w 在有、无挠率影响时的对比情况。从图中可以看出, 挠率存在对于 w 的作用是: 对于同一个 r , 它增大了轴向速度。

图6给出了轴向速度随时间的变化趋势。由图6(a)可知: 零阶摄动解呈“V”抛物线形状, 其极大正值出现在 $t = 0, t = 2\pi$ 附近, 而其极小值出现在 $t = \pi$ 附近。一阶摄动解 w_1 的极大值出现在 $t = \pi$ 附近; 二阶摄动解的变化较大, 其极大负值出现在 $t = 0.2$ 附近, 而极大正值出现在 $t = 3.6$ 附近, 这是无挠率影响作用的情形。图6(b)为考虑挠率影响作用的情形, 由图可知: 在挠率影响下, 零阶摄动解和一阶摄动解基本不变化; 而二阶摄动解的“振幅”减小了许多。

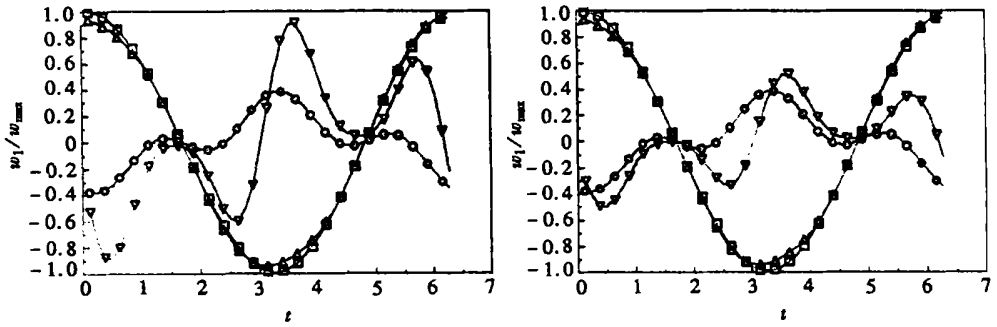


($t = 0; \theta = \pi/2; \alpha = 0.8; \kappa = 0.2,$
 $G = 150;$ 虚线: $\tau = 0;$ 实线: $\tau = 0.1$)

图5 挠率对 w 的影响

3) 流函数特点分析

图7给出了流函数等值线随时间发展变化的过程。在一个 2π 时间周期内, 流函数的变化也是周期性的。当 $t = 0$ 时, 流函数等值线大部分为负值, 且负值区域在管道的上部, 负值最大值的绝对值远大于正值的最大值, 正值只是出现在管道的底部较小的区域。当 $t = 1.5$ 时, 正值的区域已经很小, 这说明, 当 $t = 0 \rightarrow 1.5$ 时, 流函数的变化平缓, 属于负值逐渐增加, 正值逐渐减少的情况。但 $t = 1.606$ 时与 $t = 1.5$ 时相差很多, 与 $t = 1.5$ 时相比, $t = 1.606$ 的流函数分布发生了很大的变化, 即, 在从 $t = 1.5$ 到 $t = 1.606$ 这 0.1 的时间段里, 流函数分布发生了剧烈变化。当 $t \rightarrow \pi/2$ 时, 轴向压力梯度出现了正、负值间的过度, 与此相伴, 流函数的分布则变化剧烈。在之后的时间里, 其发展情况为与此相反的过程。从上述可知: 当轴向压力梯度出现正、负值间的过度时, 流函数的分布就发生剧烈变化, 且这种剧烈变化只发生在轴向压力梯度过度阶段的很小时间段内, 而之前或之后的时间里变化较为平缓; 流函数分布由全正或者全负到出现另一种值时, 例如由全负值到出现一些正值, 新出现的值总是首先发生在管道的顶部。

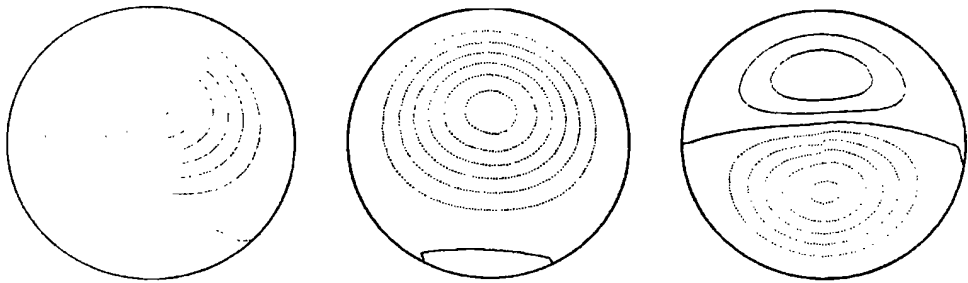


(a) $\tau = 0$

(b) $\tau = 0.1$

($\square: w_0; \circ: w_1; \triangle: w_2; \diamond: w_r; r = 0.1; \theta = 0; \alpha = 0.8; \kappa = 0.2; G = 150$)

图6 摄动解随 t 的变化



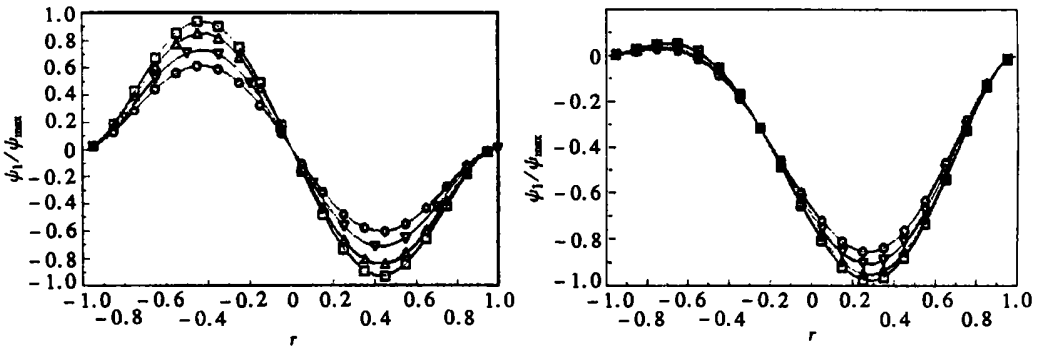
$t = 0$

$t = 1.5$

$t = 1.606$

(左侧为外侧, 虚线为负值, 实线为正值; $\tau = 0.1, \kappa = 0.1, \alpha = 0.2, G = 150$)

图7 流函数等值线图



(a) $\tau = 0$

(b) $\tau = 0.1$

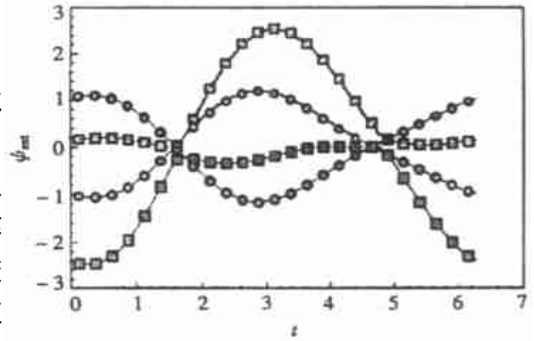
($\theta = \pi/2, t = 0, \kappa = 0.2; G = 150; \circ: 1.5; \triangle: 1.2; \diamond: 0.8; \square: 0.4;$)

图8 不同 α 值时流函数随 r 的变化趋势

图8给出了流函数随 r 及不同的 α 变化情况。由图8(a)可知: 在无挠率影响作用时, 随着 α 的由小到大, 流函数的极值绝对值则逐渐减小。图8(b)给出了有挠率影响的情形, 在挠率影响作用下, 随着 α 值的增大, 流函数正极值减小, 而负的极值则基本上不是衰减, 而是增加了。对比二图可知: 流函数极值的出现位置发生了偏移, 在无挠率时, 流函数的正的极值出现在 $r = -0.4$ 附近(图8(a)), 而挠率存在时, 则出现在 $r = -0.6 \sim -0.7$ 之间(图8(b)), 在无

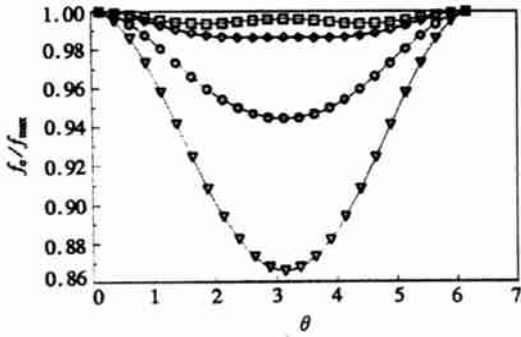
挠率时,流函数的负的极值出现在 $r = 0.42$ 附近,而挠率存在时,则出现在 $r = 0.3$ 附近。

图9给出了 $\alpha = 0.8$ 时流函数各时刻的极大值随时间变化趋势。由于流函数各极值表述了二次流的强度,因此,该图也就代表了二次流的强度随时间的变化情况^[11]。由图可知:当无挠率影响时,流函数各时刻的正、负极值的变化范围较窄。在 $t = \pi/2, t = 3\pi/2$ 其值近似为零,这对应于流函数在该时刻的正、负值间的转换。在 $t = \pi$ 附近都达到各自的最大极值。当有挠率影响时,流函数各时刻的正、负极值的变化范围扩展了许多。随时间的变化也发生了明显的不同。在



(○: 正极值; ●: 负极值; $\tau = 0$;
□: 正极值; ■: 负极值; $\tau = 0.1$)

图9 流函数极值的时间变化趋势

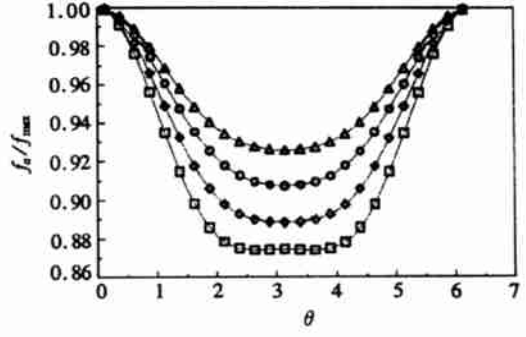


(a) $t = 0$

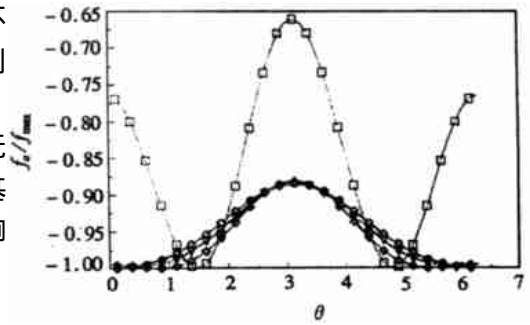
$t < \pi/2$ 或者 $t > 3\pi/2$ 时, 正的各极值基本保持不变, 而在 $\pi/2 < t < 3\pi/2$ 变化很大。负的极值则与之相反, 当 $0 < t < \pi/2$ 或者 $3\pi/2 < t < 2\pi$ 时, 负的各极值变化很大, 且其变化范围明显大于无挠率影响时, 在 $\pi/2 < t < 3\pi/2$ 时, 负的各极值基本保持不变, 且其变化范围明显小于无挠率影响时情形。

4) 壁面剪应力

图10给出了壁面剪应力随 θ 在不同时刻的变化趋势。由图可知, 在 $t = 0, t = 1.5$ 时, 壁面剪应力的极大值出现在 $\theta = 0, \theta = 2\pi$ 处, 即管道的内侧。而其极小值则出现了差别, 在 $t = 0$ 时, 出现在 $\theta = \pi$ 处, 即管道的外侧点。而在 $t = 1.5$ 时, 其极小值不再是一个单值, 而是一个相对的小值区域, 出现在 $\theta = 2$ 至 $\theta = 4$ (平均而言) 之间, 即管道的外侧部分。在 $t = 4.72$ 时为相反的情况, 在该时刻, 所有的壁面剪应力都为负值。



(b) $t = 1.5$

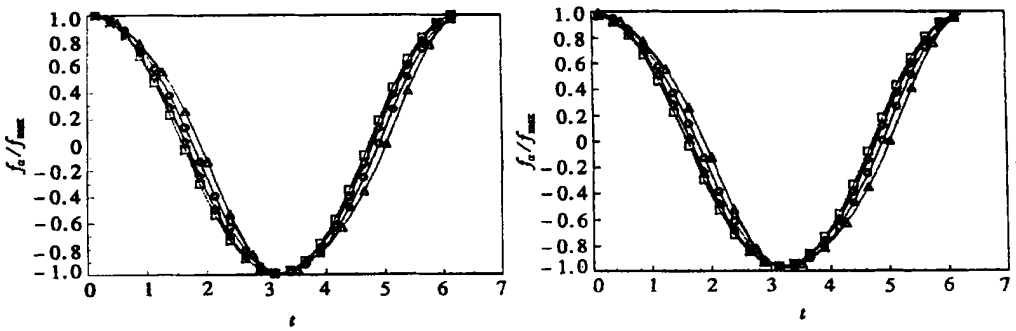


(c) $t = 4.72$

($\kappa = 0.2; G = 150; \square: \alpha = 0.4;$
 $\diamond: \alpha = 0.8; \circ: \alpha = 1.2; \triangle: \alpha = 1.5$)

图10 不同 α 值的壁面剪应力随 θ 的变化趋势

壁面剪应力的极大值出现在 $\theta = \pi$ 处, 即管道的外侧。而其极小值则根据不同的 α 值有所不同, 当 $\alpha = 0.4$ 时, 其极小值不再是一个单值, 而是两个, 出现在 $\theta = 1.57$ 和 $\theta = 4.72$ 附近, 即

(a) $\tau = 0$ (b) $\tau = 0.1$

($\kappa = 0.2$; $G = 150$; $\theta = 0$; \square : $\alpha = 0.4$; \diamond : $\alpha = 0.8$; \circ : $\alpha = 1.2$; \triangle : $\alpha = 1.5$)

图 11 壁面剪应力随时间变化趋势

管道的上、下部分;而其他 θ 值时,出现在 $\theta = 0, \theta = 2\pi$ 处

图 11 给出了壁面剪应力随时间的变化趋势,在 $t = \pi$ 附近,壁面剪应力达到极小值,在 $t = 0$ 及 $t = 2\pi$ 处达到极大值。对比图 11(a)、(b) 两图,可知:极值总是出现在半个或一个周期的整数倍时间点上。

4 结 论

本文通过摄动法研究了圆截面螺旋弯管内的振荡轴向压力梯度流动的特性。在轴向压力梯度很小时,挠率将对二次流动的分布起主要作用。本文也讨论了轴向速度分布及轴向压力梯度的变化。轴向速度等值线随时间变化,其最大绝对值(正、负)均靠近弯管外侧,但上、下位置不同。轴向速度正、负之值之间相互转化时,发生初变的位置也不一致。对流函数等值线的分布变化也进行了讨论。和轴向压力梯度过渡相伴随,流函数等值线的分布则变化剧烈,这和其他阶段的平缓变化形成鲜明的对比。流函数极值随时间的变化则与挠率的影响关系密切,有挠率作用时,在一个周期中,当正极值变化剧烈时,负极值则变化平缓,当负极值变化剧烈时,正极值则变化平缓。这和无挠率作用时的情况完全不同。

[参 考 文 献]

- [1] Pedley T J. The Fluid Mechanics of Large Blood Vessel [M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1980.
- [2] Lyne W H. Unsteady viscous flow in a curved pipe[J]. J Fluid Mech, 1971, 45: 13—31.
- [3] Mullin T, Greated C A. Oscillatory flow in curved pipes_Part I: The developing_flow case[J]. J Fluid Mech, 1980, 98: 383—395.
- [4] Mullin T, Greated C A. Oscillatory flow in curved pipes_Part II: The fully_developed case[J]. J Fluid Mech, 1980, 98, 397—416.
- [5] Lynch D G, Waters S L, Pedley T J. Flow in a tube with non_uniform, time_dependent curvature: governing equations and simple example[J]. J Fluid Mech, 1996, 323: 237—265.
- [6] Waters S L, Pedley T J. Oscillatory flow in a tube of time_dependent curvature_Part 1: Perturbation to flow in a stationary curved tube[J]. J Fluid Mech, 1999, 383: 327—352.
- [7] Caro C G, Doorly D J, Tramawski M, et al. Non_planar curvature and branching of arteries and non_planar_type flow[J]. Proc R Soc Lond, 1996, A452: 185—197.

- [8] Hirayama H, Okita Y. Flow in a helically coiled tube for simulation modeling of the intramyocardial coronary arterial blood flow and shear stress analysis[J]. *Computer Modeling and Simulation in Engineering*, 1999, **4**(4): 311—319.
- [9] Kao H. Torsion effect on fully developed flow in a helical pipe[J]. *J Fluid Mech*, 1987, **184**: 335—356.
- [10] Zabielski L, Mestel A J. Unsteady blood flow in a helically symmetric pipe[J]. *J Fluid Mech*, 1998, **370**: 321—345.
- [11] Ishigaki H, Laminar flow in rotating curved pipes[J]. *J Fluid Mech*, 1996, **329**: 373—388.

A Study on the Unsteady Flow in a Helical Pipe

ZHANG Ben_zhao¹, MA Zhai_pu^{1,2}, SU Xiao_yan¹, ZHANG Jin_suo¹

(1. Department of Mechanics, Zhejiang University, Hangzhou 310027 P. R. China;

2. College of Life Science, Hebei University,

Baoding, Hebei 071002, P. R. China)

Abstract: A study on the unsteady low-frequency oscillatory flow in a helical circular pipe is carried out based upon the blood flow in vessels, using the method of bi-parameter perturbation. The second order perturbation results were obtained and the characteristics were analyzed at different time of the axial velocity, of the secondary flow, and of the wall shearing stress. Also done the analysis of above-mentioned variables that varied along with time and Womersley number. The results indicate that for a helical pipe, the torsion exerts the main influence on the distribution of secondary flow velocity, especially when the absolute value of axial pressure gradient is rather small. The severe variation of stream function takes place within a very short period, during which time the stream function develops from positive value to negative value and vice versa, while in most cases in a cycle, the variation is smooth. The wall shearing stress changes severely with θ too.

Key words: oscillatory flow; perturbation method; helical pipe