

文章编号: 1000-0887(2002)09-0896-07

一个新的形状记忆合金模型^{*}

朱 国¹, 吕和祥¹, 杨大智²

(1. 大连理工大学 工程力学系, 大连 116023; 2. 大连理工大学 材料工程系, 大连 116023)

(本刊编委吕和祥来稿)

摘要: 借助于 Tanaka 用一维形核动力学方程导出的指数形式的相变百分数, 建立了一个新的形状记忆合金本构模型。提出了不同相变条件下的可恢复形状记忆应变的表达式; 考虑了材料在变形过程中马氏体的重定向作用; 克服了 Tanaka 系列模型不能描述当材料为完全马氏体状态时的力学行为的缺点。本模型较现有的形状记忆合金本构模型均简单, 便于应用, 实验证明了模型的正确性。

关键词: 形状记忆; 本构模型; 伪弹性

中图分类号: TB381 **文献标识码:** A

引 言

形状记忆合金(SMA_s)作为一种特殊的新型功能材料, 已开始广泛地应用到工业控制、能源、生物工程、航空航天、医疗等各个领域, 它最显著的特性是材料具有形状记忆效应(SME)和伪弹性(PE), 这些特性是由材料的热弹性马氏体的变化产生的。

某些具有热弹性马氏体相变的合金材料, 处于马氏体状态时, 进行一定程度的变形或变形诱发马氏体后, 在随后的加热过程中, 当超过马氏体相消失的温度时, 材料就能完全恢复到变形前的形状和体积, 这种现象称为形状记忆效应。所谓伪弹性(PE), 可以分为相变引起(TR-PR)的伪弹性和重定向引起(RE-PE)的伪弹性。当加载在高于奥氏体相变开始温度时, 将导致 $A \rightarrow M$ 相变而且产生相变应变, 然后进行等温卸载将引起 $M \rightarrow A$ 相变而且可以消除加载引起的应变, 同时伴随迟滞现象, 这被称为相变引起的伪弹性; RE-PE 是指由应力诱发马氏体变体的重定向将引起一个非弹性应变, 通过恢复应力的作用将使马氏体变体恢复原来的方向, 导致非弹性应变迟滞性恢复。因此, 形状记忆合金具有四个特征温度: 马氏体相变开始温度 M^s 、马氏体相变终了温度 M^f 、奥氏体相变开始温度 A^s 、奥氏体相变终了温度 A^f 。正是由于这种独特的效应使得形状记忆合金具有广阔的应用前景。为了更好地发挥这种材料的特性, 首先要解决的基本问题是如何描述材料的本构关系。

目前国内外对形状记忆合金本构模型的建立有影响的可分为两类: 一类是细观力学模型, 另一类是唯象理论模型。细观力学模型应用较多的主要是 Sun 和 Hwang 模型^[1]、Boyd 和 Lagoudas 模型^[2]。Sun 和 Hwang 从细观力学和热力学出发讨论了形状记忆合金的马氏体相变

* 收稿日期: 2000-11-28; 修订日期: 2002-03-22

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(59731030)

作者简介: 朱 国(1972—), 男, 博士。(E-mail: zhuyiguo@sina.com)

及重定向,同时限制该模型仅仅适用于小变形且忽略相变时晶格体积的变化。但是他们是将重定向和相变引起的材料自由余能和能量耗散分开来讨论,这对于描述材料整体行为存在着一定的缺陷^[3]。Boyd 和 Lagoudas 模型通过引入马氏体相变及逆相变过程中的相变应变来描述形状记忆合金的力学行为,但对于马氏体重定向没有加以讨论。唯象理论模型应用最多的是 Tanaka 系列模型^{[4],[5]}、Liang 和 Rogers 模型^[6]和 Brison 模型^[7],他们建立的本构关系均是基于热力学、热动力学和相变动力学。Liang 和 Rogers 模型通过马氏体生长的余弦模型来修改 Tanaka 的指数模型,Liang 和 Tanaka 均没有考虑材料变形过程中的马氏体重定向。而 Brison 模型通过两个内变量即应力诱发的马氏体及温度诱发的马氏体来反映马氏体相变和逆相变过程中马氏体的重定向,但材料在初始状态难以区分哪一部分马氏体是由应力诱发的,哪一部分马氏体是由温度诱发的,不便于实际应用。综上所述,建立在唯象理论基础上的模型由于避开了参数(如自由能)测量上的困难,而定义工程中适于计算的参量,因此在实际应用中发挥了很大的作用,但对于各参量的物理意义则很难给出令人满意的解释。而细观力学模型则是从材料的细观行为出发,各参量有明确的物理意义,但由于模型复杂,各参量不容易在实际工程中确定。因此,从细观理论的角度出发,寻找适合工程应用的本构模型是 SMA_s 模型发展的一个方向。

本文从形状记忆合金的细观相组成出发,推导出形状记忆合金的弹性模量。对不同的相变情况下给出不同的应变表达式,从相组成的角度反映了马氏体变形过程中的相变及重定向作用。因此,本模型能够完全模拟形状记忆合金的形状记忆效应及伪弹性,并且模型非常简单,只应用了一个内状态变量,通过已有的实验也证明了本模型的正确性。

1 细观力学基础

SMA_s 中的相组织主要是热弹性马氏体及奥氏体,因此可以把 SMA_s 看作为两相组成的弹性复合材料。当材料发生马氏体相变时,马氏体是增强相,奥氏体为基体;当材料发生马氏体逆相变时,奥氏体为增强相,马氏体为基体相。

由 Hill^[8]的“直接法”可以得到该复合材料的宏观性能,即:

$$C_{ijkl} = C_{ijkl}^A + \xi(C_{ijmn}^M - C_{ijmn}^A)A_{mnkl}^M, \quad (1)$$

其中 ξ 为马氏体的体积百分数, A_{mnkl}^M 为总的应变集中张量, C_{ijkl}^A 和 C_{ijkl}^M 分别为各向同性奥氏体及马氏体的弹性张量。对于各向同性的两相,应用 Mori-Tanaka 方法可以较精确地得到应变集中张量的表达式,由于利用 Voigt 边界假定可以得到令人满意的解答,并且可以大大简化计算,因此我们取 $A_{ijkl} = I_{ijkl}$ 。同理,对于材料的热膨胀系数 α_j , 有:

$$\alpha_j = \alpha_j^A + \xi(\alpha_j^M - \alpha_j^A). \quad (2)$$

2 相变方程

Magee^[9]关于铁系合金马氏体转变的一维形核动力学方程为:

$$d\xi = -V(1 - \xi)Q \frac{d\Delta G}{dT} dT \quad (3)$$

其中: V 为新形成马氏体片的平均体积, Q 为常数, ΔG 为发生马氏体相变的自由能驱动力。文献[2]、[4]、[5]均采用上式来描述形状记忆合金中马氏体的生长,得到了令人满意的结果。假定 V 、 Q 、 $d\Delta G/dT$ 为常数,对 T 从 M^s 到 T 积分(3)式,可以得到马氏体百分数 ξ 的表达式:

$$\xi = 1 - \exp[a^M(M^s - T)] \quad (M^f \leq T \leq M^s), \quad (4)$$

其中 $a^M = -VQ(d\Delta G/dT)$ 。由实验观测可知, 在一维情况下, 应力与马氏体相变温度呈线性关系, 即:

$$\begin{aligned} M^s &= M^{os} + \frac{1}{C^M} \sigma, & M^f &= M^{of} + \frac{1}{C^M} \sigma, \\ A^s &= A^{os} + \frac{1}{C^A} \sigma, & A^f &= A^{of} + \frac{1}{C^A} \sigma, \end{aligned} \quad (5)$$

其中, M^{os} 、 M^{of} 、 A^{os} 、 A^{of} 分别为无应力状态下的相变温度, C^M 和 C^A 分别为马氏体和奥氏体的应力影响系数。如图 1^[7] 所示。将(5)式代入(4)式, 再重新积分(3)式, 我们可以得到: 在马氏体相变过程中,

$$\xi = 1 - \exp[a^M(M^{os} - T) + b^M \sigma] \quad (M^f \leq T \leq M^s) \quad (6)$$

在马氏体逆相变过程中:

$$\xi = \exp[a^A(A^{os} - T) + b^A \sigma] \quad (A^s \leq T \leq A^f), \quad (7)$$

假定在 $\xi = 0.99$ 时, 马氏体相变完成, 在 $\xi = 0.01$

时, 马氏体逆相变完成。则可以确定出常数 a^M 、 b^M 、 a^A 和 b^A 分别为:

$$\begin{aligned} a^M &= \frac{\ln(0.01)}{M^s - M^f}, & b^M &= \frac{a^M}{C^M}, \\ a^A &= \frac{\ln(0.01)}{A^s - A^f}, & b^A &= \frac{a^A}{C^A}, \end{aligned} \quad (8)$$

这就是 Tanaka 系列^{[2]、[4]、[5]}的指数相变百分数模型。

3 新的本构模型

形状记忆合金的总应变 ε 可以分解为可恢复的形状记忆应变 ε_r 、热膨胀应变 ε_a 和弹性应变 ε_e :

$$\varepsilon = \varepsilon_r + \varepsilon_a + \varepsilon_e, \quad (9)$$

其中, 可恢复的形状记忆应变 ε_r 比较复杂, 这是由于马氏体及奥氏体在相变过程中的微观晶体形态决定的, 如图 2^[7] 所示。

在无应力的情况下, 由于温度降低而发生的马氏体相变属于自适应相应, 其微结构为马氏体的多层孪晶和多种马氏体变体, 因此并不发生体积变形和总体应变。而在应力诱发的马氏体相变过程中, 随着温度的不同, 马氏体孪晶开始分解, 变为单一的马氏体变体, 也就是发生了马氏体变体的重定向, 从而引起体积变形和总体应变^[10]。

综上所述, 可恢复的形状记忆应变 ε_r 可以分为两种情况:

1) 在由应力诱发的马氏体相变及逆相变过程中, 由于发生马氏体的重定向, 因此, 这部分应变不仅依赖于马氏体的增量所引起的相变应变, 而且依赖当前的马氏体所引起的重定向, 所以可以把它表示为:

$$\varepsilon_r = \varepsilon_r(\xi + d\xi). \quad (10)$$

2) 在形状记忆合金为完全马氏体的条件下进行预应变, 然后升高温度会诱发马氏体的逆

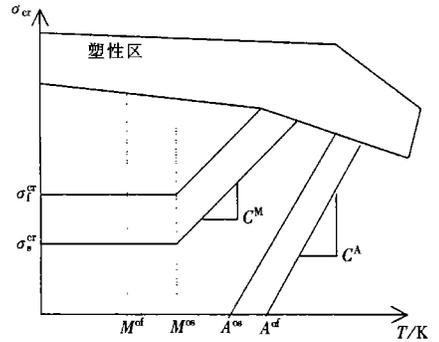
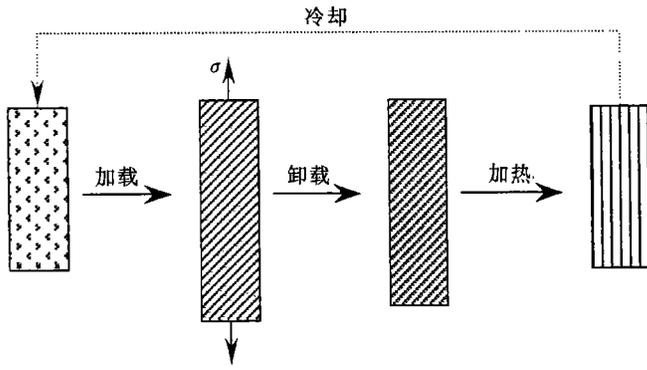


图 1 相变的临界应力与相变温度的关系及塑性区



(a) $T < M^d$ (b) $\sigma > \sigma^c$ (c) $\sigma = 0$ (d) $T > A^d$

图 2 相变过程中材料的微结构((a) 孪晶马氏体,

(b) 和(c) 单一马氏体变体, (d) 奥氏体

相变, 在这种情况下, 材料的晶体形态是从单一马氏体变体(变形马氏体)转化为完全的奥氏体, 不发生马氏体的重定向。因此, 我们把它表示为:

$$\varepsilon_r = \varepsilon_L d\xi \quad (11)$$

其中: ε_L 为材料常数, 它可以通过实验测得, 即在奥氏体开始温度以下加载, 使材料完全转变为变形马氏体, 然后卸载即可得到 ε_L 。在马氏体相变过程中, 相变百分数增量的表达式^[11]为:

$$d\xi(T, \sigma, dT, d\sigma) = \frac{\exp[a^M(M^s - T) + b^M\sigma] - \exp[a^M(M^s - T - dT) + b^M(\sigma + d\sigma)]}{\exp[a^M(M^s - T) + b^M\sigma] + \exp[a^M(M^s - T - dT) + b^M(\sigma + d\sigma)]} \quad (12)$$

在马氏体逆相变过程中, 相变百分数增量的表达式^[11]为:

$$d\xi(T, \sigma, dT, d\sigma) = \frac{\exp[a^A(A^s - T - dT) + b^A(\sigma + d\sigma)] - \exp[a^A(A^s - T) + b^A\sigma]}{\exp[a^A(A^s - T - dT) + b^A(\sigma + d\sigma)] + \exp[a^A(A^s - T) + b^A\sigma]} \quad (13)$$

热膨胀应变 ε_a 可以表示为:

$$\varepsilon_a = \alpha(T - T_0) \quad (14)$$

因此, 得到了一个新的形状记忆合金材料应力_应变关系:

$$\sigma = D(\xi) \varepsilon_e = D(\xi) [\varepsilon - \varepsilon_L - \alpha(T - T_0)] \quad (15)$$

其中, $D(\xi)$ 为形状记忆合金的弹性模量, 可由(1) 式给出。

4 数值计算及结果分析

为了描述材料最基体的性质, 即形状记忆效应及伪弹性, 我们分别计算了在不同温度下 SMA_s 的应力_应变关系和在应力及温度共同作用下 SMA_s 的力学响应。典型 SMA_s 的材料性能如表 1 所示。计算的结果如图 3、图 5 所示。

从图 3 可以看出, 当 $T > M^{os}$ 时, 材料的初始状态为完全的奥氏体; 当 $M^{os} > T > M^{of}$ 时, 材料为部分马氏体和部分奥氏体; 只有当 $T < M^{of}$ 时, 材料为完全的马氏体。这也可以通过各应力_应变曲线中弹性加载时的斜率可以看出。本文假定材料的马氏体初始状态为完全的孪生马氏体。文献[7] 应用有限元计算了不同温度下形状记忆合金的应力_应变关系, 并且给出了 $T = 323\text{K}$ 和 $T = 263\text{K}$ 时的两条实验曲线, 如图 4 所示。从图中可以看出, 随着马氏体相变的发生, 不同温度下的材料均发生明显的“塑性变形”, 此时材料所对应的微结构为奥氏体

加变形马氏体或为单纯的变形马氏体。从图 4 可以看出, 本模型与实验结果吻合得很好。

表 1 镍钛合金的材料性能^{[7]、[11]}

$D^A = 67\ 000\ \text{MPa}$	$M^{of} = 282\ \text{K}$	$C^M = 8\ \text{MPa/K}$	$\varepsilon_L = 0.067$
$D^M = 263\ 00\ \text{MPa}$	$M^{os} = 291.4\ \text{K}$	$C^A = 13.8\ \text{MPa}$	
$\alpha^A = 0.000\ 011/\text{K}$	$A^{os} = 307.5\ \text{K}$	$\sigma_s^{cs} = 100\ \text{MPa}$	
$\sigma^M = 0.000\ 006\ 6/\text{K}$	$A^{of} = 322\ \text{K}$	$\sigma_f^s = 170\ \text{MPa}$	

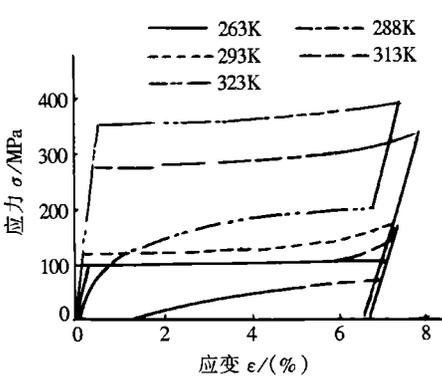


图 3 本模型计算的不同温度下材料的应力-应变关系

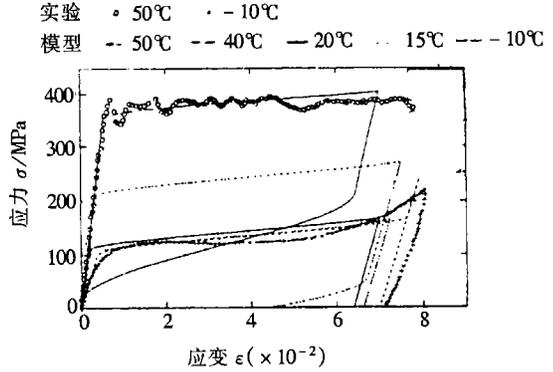


图 4 文献[7]给出的有限元计算结果及实验曲线

但是在卸载过程中, 由于温度的不同, 曲线有很大差别, 当 $T < A^{os}$ 时, 材料发生形状记忆效应: 材料弹性加载, 然后发生马氏体相变或发生由孪生马氏体转变为变形马氏体, 最后弹性卸载, 产生残余变形, 只有在无应力的情况下, 温度完全升高到奥氏体相变终了温度以后, 残余变形才会完全恢复。当 $T > A^{os}$ 时, 由于发生了马氏体的逆相变, 故材料发生了伪弹性现象, $T = 313\text{K}$ 的曲线只有部分伪弹性应变恢复, 材料的最终状态为部分马氏体及部分奥氏体。当 $T = 323\text{K}$ 时, 材料的伪弹性变形完全恢复, 在整个变形过程中产生了完整的迟滞回线。材料的初始状态为奥氏体, 加载发生马氏体相变, 卸载发生马氏体逆相变, 转变为完全的奥氏体。

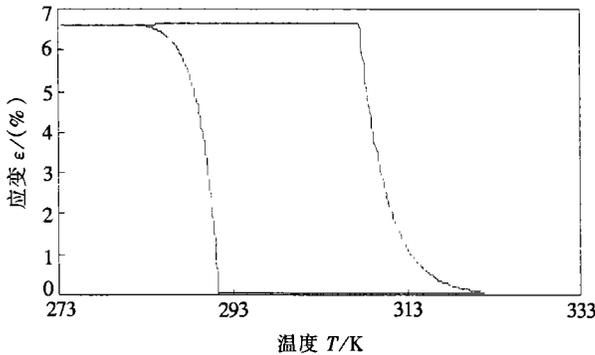


图 5 温度变化引起的形状记忆效应

从图 5 可以看出, 材料的初始状态为完全的马氏体, 在预应变为 0.067 的情况下, 当温度升高至马氏体逆相变开始温度以后, 随着温度的升高, 应变迅速恢复, 当温度达到马氏体逆相

变终了温度时,材料的变形完全恢复。在随后的降温过程中,由于发生了马氏体相变,材料又恢复到初始状态。这样就完全模拟了材料的形状记忆效应。

5 结 论

本文基于Tanaka的指数相变百分数建立了一个新的本构模型,通过引入不同相变条件下可恢复形状记忆应变来反映马氏体变本的重定向作用,这样就克服了Tanaka系列本构模型不适用于当材料为完全马氏体状态时的缺点,新的本模型完全模拟了材料的形状记忆效应和伪弹性效应,并且模型简单,便于应用,实验结果也证明了模型的正确性。

[参 考 文 献]

- [1] Sun Q P, Hwang K C. Micromechanics modelling for the constitutive behavior of polycrystalline shape memory alloys_1: derivation of general relations[J]. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 1993, **41**(1): 1—17.
- [2] Boyd J G, Lagoudas D C. Thermomechanical response of shape memory composites[J]. Journal of Intelligent Material System and Structures, 1994, **5**: 333—346.
- [3] 王健,沈亚鹏,王社良. 形状记忆合金的本构关系[J]. 上海力学, 1998, **19**(3): 185—195.
- [4] Tanaka K. A thermomechanical sketch of shape memory effect: one_dimensional tensile behavior [J]. Res Mechanica, 1986, **18**: 251—263.
- [5] Sato Y, Tanaka K. Estimation of the energy dissipation in alloys due to stress_induced martensitic transformation[J]. Res Mechanica, 1988, **23**: 381—393.
- [6] Liang C, Rogers C A. One_dimensional thermomechanical constitutive relations for shape memory materials[J]. J Intell Mater Syst Struct, 1990, **1**: 207—234.
- [7] Brison L C, Lanmering R. Finite element analysis of the behavior of shape memory alloys and their applications[J]. Int J Solids Structures, 1993, **30**(23): 3261—3280.
- [8] Hill. A self_consistent mechanics of composite materials[J]. J Mech Phys Solids, 1965, **13**: 213—222.
- [9] Magee C L. The Nucleation of Martensite, in Phase Transformations [M]. Metals Park OH: American Society for Metals, 1970, 115—156.
- [10] Wayman C M, Duerig T W. An introduction to martensite and shape memory[A]. Engineering Aspects of Shape Memory Alloys [M]. T W Duerig, K N Melton, D Stockel, C M Wayman Eds. London: Butterworth_Heineman Ltd, 1990, 3—20.
- [11] Hamada K, Lee J H, Mizuuchi K, et al. Thermomechanical behavior of TiNi shape memory alloy fiber reinforced 6061 aluminum matrix composite[J]. Metallurgical and Materials Transaction A, 1998, **29**(3): , 1127—1135.

A New Model of Shape Memory Alloys

ZHU Yi_guo¹, L He_xiang¹, YANG Da_zhi²

(1. Department of Mechanical Engineering, Dalian University of
Technology, Dalian 116023, P R China ;

2 Department of Material Engineering, Dalian University of Technology,
Dalian 116023, P R China)

Abstract: A new constitutive model of shape memory alloys (SMAs) based on Tanaka's martensite fraction exponential expression is produced. This new model can present recoverable shape memory strain during different phase transformation, and reflect the action of martensite reorientation. Also it can overcome the defect of Tanaka's Model when the SMAs' microstructure is fully martensite. The model is very simple and suitable for using, and the correct behavior of the model is proved by test.

Key words: shape memory; constitutive model; pseudoelasticity