应用数学和力学, 第 23 卷 第 9 期(2002 年 9 月)
Applied Mathematics and Mechanics

应用数学和力学编委会编
重 庆 出 版 社 出 版

文章编号: 1000_0887(2002) 09_0936_07

模糊运算和模糊有限元静力控制方程的求解*

郭书祥[1], 吕震宙[2], 冯立富[1]

(1. 空军工程大学 工程学院 力学教研室, 西安 710038;
2. 西北工业大学 飞机工程系, 西安 710072)

(吕和祥推荐)

摘要: 根据模糊数的区间形式表达和区间运算的性质, 给出了模糊数和模糊变量的运算规则• 据此并依据区间有限元理论, 提出了结构模糊有限元静力控制方程的几种求解方法• 方法可根据输入模糊数的隶属函数, 给出结构响应量的可能性分布• 且计算量小, 易于实施• 算例分析说明了方法是实用和可行的•

关 键 词: 模糊运算; 模糊变量; 模糊有限元; 区间有限元
中图分类号: TB115; O159 文献标识码: A

引 言

在机械和结构系统中, 由于各种因素的影响, 常存在一些不可避免的不确定性• 如作用载荷、物理和几何参数、边界条件和系统的失效条件等• 根据不确定性的来源、性质及描述方法的不同, 目前可有三种处理方法[1]: ①概率论和随机过程; ②模糊集合和模糊逻辑; ③凸集模型和区间分析(反优化方法)等• 自从 Zadeh 于 1965 年提出模糊集合论以来, 模糊理论在信息处理、人工智能、决策论、控制论、经济学和医学等领域都得到广泛应用, 目前已成为机械和结构工程中处理不确定性的重要工具• 结构的模糊有限元计算是人们关注的工程问题之一[2~5]• 本文基于模糊变量的区间表达和区间运算, 导出了模糊变量的运算规则• 据此并利用区间有限元理论[6,7], 提出了结构模糊有限元静力控制方程的求解方法• 所提方法可根据输入模糊数的隶属函数, 给出结构响应量的可能性分布, 且易于实施•

1 模糊数及其运算

根据 Zadeh 的模糊集合理论, 论域 U 上的一个模糊子集 A 是指, 对 $\forall x \in U$, 由映射

$$\begin{aligned} \mu_A(x):\ & U \to [0, 1] \\ & x \to \mu_A(x) \end{aligned} \tag{1}$$

所确定的集合• $\mu_A(x)$ 表达了元素 x 隶属于 A 的程度, 称为模糊集合 A 的隶属函数• 一个模糊集合可完全由其隶属函数来表征• 它和普遍集合间的关系可由截集的概念及分解定理和

* 收稿日期: 2000_10_18; 修订日期: 2002_05_28
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(59575040, 59775032); 航空基金资助项目(00B53010)
作者简介: 郭书祥(1964—), 男, 教授, 博士.

扩展原理[8] 等描述• 模糊集合 A 的 α 水平截集可由下式定义

$$A_\alpha = \left\{x \mid \mu_A(x) \geqslant \alpha, x \in U\right\}, \quad \alpha \in [0, 1] \tag{2}$$

若存在 $x_0 \in \mathbf{R}$, 使 $\mu_A(x_0) = 1$, 且对 $\forall \alpha \in [0, 1]$, A_α 为闭区间, 则 A 称为模糊数[7]•

设模糊数 A 的隶属函数定义为

$$\mu_A(x) = \begin{cases} F_A^{l}(x) & (a_1 \leqslant x \leqslant a_m), \\ 1 & (a_m \leqslant x \leqslant a_n), \\ F_A^{r}(x) & (a_n \leqslant x \leqslant a_2), \end{cases} \tag{3}$$

且不妨设 $\mu_A(x)$ 的左分枝 $F_A^l(x)$ 为 x 的单调递增函数, 其右分枝 $F_A^r(x)$ 为 x 的单调递减函数• 则 A 的 α 水平截集 A_α 为一具有明确边界的闭区间• 其上、下界分别为

$$\left.\begin{aligned} a^l(\alpha) &= \min\left\{a \mid a \in A_\alpha\right\} \\ a^u(\alpha) &= \max\left\{a \mid a \in A_\alpha\right\} \end{aligned}\right\} \quad \alpha \in [0, 1]• \tag{4}$$

若已知一模糊数 A 的任意 α 水平截集 $[a^l(\alpha), a^u(\alpha)]$, 则此模糊数可表为

$$A(\alpha) = \left\{[a^l(\alpha), a^u(\alpha)], \alpha \in [0, 1]\right\}, \tag{5}$$

其端点应满足(3)式•

当模糊数表为区间形式时, 模糊运算可由每一 α 水平截集的区间运算导出• 设 A 和 B 为两个任意模糊数, 将其表为

$$\left.\begin{aligned} A &= \left\{[a^l(\alpha), a^u(\alpha)], \alpha \in [0, 1]\right\}, \\ B &= \left\{[b^l(\alpha), b^u(\alpha)], \alpha \in [0, 1]\right\}• \end{aligned}\right\} \tag{6}$$

若"$*$"表示实数间的"$+$、$-$、$\times$、$/$"运算符之一• $F(\mathbf{R})$ 表示实数域上的全体模糊集合• 对 $\forall A, B \in F(\mathbf{R})$, 将其表为

$$\begin{aligned} A * B = &\left\{a * b \mid a \in A, b \in BB\right\} = \\ &\left\{a * b \mid a \in [a^l(\alpha), a^u(\alpha)], b \in [b^l(\alpha), b^u(\alpha)], \alpha \in [0, 1]\right\}, \end{aligned} \tag{7}$$

则下列运算规则成立

$$A + B = \left\{[(a^l(\alpha) + b^l(\alpha)), (\alpha^u(\alpha) + b^u(\alpha))], \alpha \in [0, 1]\right\}, \tag{8a}$$

$$A - B = \left\{[(a^l(\alpha) - b^u(\alpha)), (\alpha^u(\alpha) - b^l(\alpha))], \alpha \in [0, 1]\right\}, \tag{8b}$$

$$\begin{aligned} A \times B = &\left\{[\min(a^l(\alpha) b^l(\alpha), a^l(\alpha) b^u(\alpha), a^u(\alpha) b^l(\alpha), a^u(\alpha) b^u(\alpha)),\right. \\ &\left.\max(a^l(\alpha) b^l(\alpha), a^l(\alpha) b^u(\alpha), a^u(\alpha) b^l(\alpha), a^u(\alpha) b^u(\alpha))], \alpha \in [0, 1]\right\}, \end{aligned} \tag{8c}$$

$$A / B = \left\{[a^l(\alpha), a^u(\alpha)] \times \left[\frac{1}{b^u(\alpha)}, \frac{1}{b^l(\alpha)}\right], \alpha \in [0, 1]\right\}, 0 \notin B• \tag{8d}$$

若 $f(•)$ 为定义在 $\mathbf{R}$ 上的实值连续函数, 则对其定义域内的任意模糊数, 由扩展原理, 有

$$f(A) = \left\{f(a) \mid a \in A\right\}• \tag{9}$$

从而, 当 $a_i \in A_i, (i = 1, \cdots, n)$ 时, 有

$$f(a_1, a_2, \cdots, a_n) \in f(A_1, A_2, \cdots, A_n)• \tag{10}$$

2　模糊变量的运算规则

设 F 为论域 U 上的一个模糊数, x 为在论域 U 上取值的变量, 则命题"x 是 F" 所定义的变量 x, 也即取值受到模糊限制的变量, 称为模糊变量• 其可能性分布函数 π_x 在数值上等于 F 的隶属函数• 即

$$\pi_x = \mu_F. \tag{11}$$

由于任意模糊数均可表为(5)式的形式,因而,由模糊数所限定的任意模糊变量 $p \in P(\alpha) = \left\{[p^l(\alpha), p^u(\alpha)], \alpha \in [0, 1]\right\}$ 均可表为如下形式

$$p = p(\alpha, \delta) = p^c(\alpha) + p^r(\alpha)\delta. \tag{12}$$

其中

$$p^c(\alpha) = \frac{p^u(\alpha) + p^l(\alpha)}{2}, \quad p^r(\alpha) = \frac{p^u(\alpha) - p^l(\alpha)}{2}. \tag{13}$$

且这里, $\alpha \in [0, 1]$, $\delta \in [-1, 1]$ 分别为单位区间变量和标准化区间变量. 任意模糊变量可表为此双区间变量的函数. 对确定的 $\alpha = \alpha^*$, p 退化为区间变量. 因而,区间变量的运算性质[6,7] 可直接推广用于模糊变量 $p(\alpha, \delta)$ 的运算. 有

性质 1 设 $x_i \in F(\mathbf{R})$, $a_i \in \boldsymbol{R}(i = 1, 2, \cdots, n)$. 且 $x_i(i = 1, 2, \cdots, n)$ 互不相关. 令

$$y = \sum_{i=1}^{n} a_i x_i, \tag{14}$$

则有

$$y = y(\alpha, \delta) = y^c(\alpha) + y^r(\alpha)\delta, \tag{15}$$

其中

$$\left.\begin{aligned} y^c(\alpha) &= \sum_{i=1}^{n} a_i x_i^c(\alpha), \\ y^r(\alpha) &= \sum_{i=1}^{n} |a_i| x_i^r(\alpha). \end{aligned}\right\} \tag{16}$$

性质 2 设 $x_i \in F(\mathbf{R}^+)$(或 $x_i \in F(\mathbf{R}^-)$) 为任意无关的非负(或非正) 模糊变量. 令

$$y_n = \prod_{i=1}^{n} x_i, \tag{17}$$

则有

$$y_n = y_n^c(\alpha) + y_n^r(\alpha)\delta, \tag{18}$$

其中, $y_n^c(\alpha)$、$y_n^r(\alpha)$ 满足如下递推关系

$$\left.\begin{aligned} y_i^c(\alpha) &= y_{i-1}^c(\alpha) x_i^c(\alpha) \pm y_{i-1}^r(\alpha) x_i^r(\alpha) \\ y_i^r(\alpha) &= |y_{i-1}^c(\alpha)| \cdot x_i^r(\alpha) + y_{i-1}^r(\alpha) \cdot |x_i^c(\alpha)| \quad (i = 1, 2, \cdots, n), \end{aligned}\right\} \tag{19}$$

这里, $y_1^c(\alpha) = x_1^c(\alpha)$, $y_1^r(\alpha) = x_1^r(\alpha)$. 且当 $y_{i-1}^c(\alpha) x_i^c(\alpha) \geqslant 0$ 时, "±" 中取"+" 号. 否则, 取"-" 号.

性质 3 设 $x_1 \in F(\mathbf{R}^+)$ 或 $x_1 \in F(\mathbf{R}^-)$ 为任意非负或非正模糊变量. $x_2 \in F(\mathbf{R})$ 为任意模糊变量. 令

$$y = x_1 x_2, \tag{20}$$

则

$$y = y(\alpha, \delta) = y^c(\alpha) + y^r(\alpha)\delta, \tag{21}$$

其中

$$\left.\begin{aligned} y^c(\alpha) &= x_1^c(\alpha) x_2^c(\alpha) \pm x_1^r(\alpha) \cdot \min(|x_2^c(\alpha)|, x_2^r(\alpha)), \\ y^r(\alpha) &= |x_1^c(\alpha)| \cdot x_2^r(\alpha) + x_1^r(\alpha) \cdot \max(|x_2^c(\alpha)|, x_2^r(\alpha)), \end{aligned}\right\} \tag{22}$$

且当 $x_1^c(\alpha) x_2^c(\alpha) \geqslant 0$ 时, "±" 中取"+" 号. 否则, 取"-" 号.

3　模糊有限元静力控制方程的求解

当结构系统的不确定参量 $\boldsymbol{p}$ 为模糊变量时，结构的模糊有限元静力控制方程可表为

$$\boldsymbol{K}(\boldsymbol{p})\boldsymbol{u} = \boldsymbol{F}(\boldsymbol{p}), \tag{23}$$

其中，$\boldsymbol{K}$ 为结构的总体刚度矩阵，$\boldsymbol{F}$ 为外载荷列向量，$\boldsymbol{u}$ 为位移列向量· $\boldsymbol{p} = \boldsymbol{p}(\alpha, \delta)$ 为模糊参数向量· 根据(12) 式，(23) 式可写为

$$\boldsymbol{K}(\alpha, \delta)\boldsymbol{u} = \boldsymbol{F}(\alpha, \delta), \tag{24}$$

这里，α, δ 分别为单位区间变量和标准化区间变量向量· 对确定的截集水平 α^*，上式为一区间方程组· 可用区间有限元的求解方法解之· 这里，给出几种可能的解法·

3.1　一种准确解法

当模糊参数仅影响载荷时，结构的模糊有限元静力控制方程可写为

$$\boldsymbol{K}\boldsymbol{u} = \boldsymbol{F}(\boldsymbol{p}), \tag{25}$$

令

$$\boldsymbol{H} = \boldsymbol{K}^{-1}, \tag{26}$$

可得

$$\boldsymbol{u} = \boldsymbol{H}\boldsymbol{F}(\boldsymbol{p}), \tag{27}$$

其中，刚度矩阵 $\boldsymbol{K}$ 的逆矩阵 $\boldsymbol{H}$ 为确定性的· 由性质 1 可得

$$\left.\begin{aligned} \boldsymbol{u}^c(\alpha) &= \boldsymbol{H}\boldsymbol{K}^c(\alpha), \\ \boldsymbol{u}^r(\alpha) &= |\boldsymbol{H}| \cdot \boldsymbol{F}^r(\alpha), \end{aligned}\right\} \tag{28}$$

其中，$\boldsymbol{F}^c(\alpha)$, $\boldsymbol{F}^r(\alpha)$ 和 $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{p})$ 满足(12) 式所有关系· $|\boldsymbol{H}| = (|H_{ij}|)$ 表示矩阵 $\boldsymbol{H}$ 的所有元素取其绝对值· 从而可得模糊位移

$$\boldsymbol{u} \in \left\{[\boldsymbol{u}^l(\alpha), \boldsymbol{u}^u(\alpha)],\ \alpha \in [0, 1]\right\}, \tag{29}$$

其中

$$\left.\begin{aligned} \boldsymbol{u}^l(\alpha) &= \boldsymbol{u}^c(\alpha) - \boldsymbol{u}^r(\alpha), \\ \boldsymbol{u}^u(\alpha) &= \boldsymbol{u}^c(\alpha) + \boldsymbol{u}^r(\alpha), \end{aligned}\right\} \tag{30}$$

当 $\boldsymbol{p}$ 中元素不相关时，这里所得 $\boldsymbol{u}^l(\alpha)$, $\boldsymbol{u}^u(\alpha)$ 是准确的·

3.2　迭代法

将(24) 式写为如下形式

$$[\boldsymbol{K}^c(\alpha) + \boldsymbol{K}^r(\alpha)\delta]\boldsymbol{u} = \boldsymbol{F}^c(\alpha) + \boldsymbol{F}^r(\alpha)\delta, \tag{31}$$

对确定的截集水平 α^*，令

$$\boldsymbol{G}(\alpha^*) = [\boldsymbol{K}^c(\alpha^*)]^{-1}, \tag{32}$$

(31) 式两边同时左乘以 $\boldsymbol{G}(\alpha^*)$，有

$$(\boldsymbol{I} + \boldsymbol{G}(\alpha^*)\boldsymbol{K}^r(\alpha^*)\delta)\boldsymbol{u} = \boldsymbol{G}(\alpha^*)\boldsymbol{F}^c(\alpha^*) + \boldsymbol{G}(\alpha^*)\boldsymbol{F}^r(\alpha^*)\delta, \tag{33}$$

其中，$\boldsymbol{I}$ 为单位矩阵· 从而，由模糊变量的运算性质，可建立如下迭代算式

$$\left.\begin{aligned} \boldsymbol{u}^c_{(k+1)}(\alpha^*) = {}& \boldsymbol{G}(\alpha^*)\boldsymbol{F}^c(\alpha^*) \pm \boldsymbol{G}(\alpha^*)| \cdot \boldsymbol{K}^r(\alpha^*) \cdot \\ & \min\left\{|\boldsymbol{u}^c_{(k)}(\alpha^*)|, \boldsymbol{u}^r_{(k)}(\alpha^*)\right\}, \\ \boldsymbol{u}^r_{(k+1)}(\alpha^*) = {}& |\boldsymbol{G}(\alpha^*)| \boldsymbol{F}^r(\alpha^*) + |\boldsymbol{G}(\alpha^*)| \cdot \boldsymbol{K}^r(\alpha^*) \cdot \\ & \max\left\{|\boldsymbol{u}^c_{(k)}(\alpha^*)|, \boldsymbol{u}^r_{(k)}(\alpha^*)\right\}, \end{aligned}\right\} \tag{34}$$

其中，$|\boldsymbol{G}(\alpha^*)| = (|G_{ij}(\alpha^*)|)$ 表示对确定的 α^*，$\boldsymbol{G}$ 的所有元素取其绝对值· 其它类同·

当 $u_{i(k)}^c \geqslant 0$ 时，算式中的“±”号取“+”号．否则，取“−”号．角标 (k) 表示第 k 次迭代．迭代过程的初值取为

$$
\left.\begin{aligned}
&\boldsymbol{u}_0^c(\alpha^*) = \boldsymbol{G}(\alpha^*)\boldsymbol{F}^c(\alpha^*)/(1-\|\,|\boldsymbol{G}(\alpha^*)|\cdot\boldsymbol{K}^r(\alpha)\|),\\
&\boldsymbol{u}_0^r(\alpha^*) = \max\Big\{|\boldsymbol{G}(\alpha^*)|\cdot\boldsymbol{F}^r(\alpha^*)/(1-\|\,|G(\alpha^*)|\cdot\boldsymbol{K}^r(\alpha^*)\|),\\
&\qquad |\boldsymbol{G}(\alpha^*)|\cdot\boldsymbol{F}^r(\alpha^*)+|\boldsymbol{G}(\alpha^*)|\cdot\boldsymbol{K}^r(\alpha^*)\cdot|\boldsymbol{u}_0^c(\alpha^*)|\Big\},
\end{aligned}\right\} \tag{35}
$$

其中，$\|\cdot\|$ 表示矩阵范数．从而可得

$$
\left.\begin{aligned}
&\boldsymbol{u}^l(\alpha) = \boldsymbol{u}^c(\alpha) - \boldsymbol{u}^r(\alpha),\\
&\boldsymbol{u}^u(\alpha) = \boldsymbol{u}^c(\alpha) + \boldsymbol{u}^r(\alpha)\cdot
\end{aligned}\right\} \tag{36}
$$

(34) 式迭代过程收敛的充分条件为

$$
\|\,|\boldsymbol{G}(\alpha)|\cdot\boldsymbol{K}^r(\alpha)\| < 1\cdot \tag{37}
$$

通常，(34) 式可给出偏于保守的结果．当 (37) 式不满足，或当模糊变量的不确定范围较大时，可用如下组合迭代法进行改进．

3.3　组合迭代法

考虑到有限元方法的力学背景，控制方程 (23) 式的解 $\boldsymbol{u}$ 的可能性分布函数的左、右分枝可由下式给出

$$
\left.\begin{aligned}
&\boldsymbol{u}^l(\alpha) = \min\{\boldsymbol{u}(\alpha)\mid \boldsymbol{K}(\boldsymbol{p})\boldsymbol{u} = \boldsymbol{F}(\boldsymbol{p}),\boldsymbol{p}\in\boldsymbol{p}(\alpha,\delta)\}\\
&\boldsymbol{u}^u(\alpha) = \max\{\boldsymbol{u}(\alpha)\mid \boldsymbol{K}(\boldsymbol{p})\boldsymbol{u} = \boldsymbol{F}(\boldsymbol{p}),\boldsymbol{p}\in\boldsymbol{p}(\alpha,\delta)\}
\end{aligned}\quad \alpha\in[0,1]\right\}\cdot \tag{38}
$$

在线性 FEM 中，很多情况下，结点位移为结构基本参数的单调函数．假设在 $\boldsymbol{p}$ 的 m 个参数中可选 k 个元素 $p_{j+1},\cdots,p_{j+k}$，结构结点位移的绝对值和它们有确定的增减函数关系．对确定的 α^*，考虑此 k 个参数上、下边界的组合，(24) 式可写为

$$
\begin{aligned}
&\boldsymbol{K}(p_1(\alpha^*,\delta),\cdots,p_j(\alpha^*,\delta),p_{j+1}^{u(l)}(\alpha^*),\cdots,p_{j+k}^{u(l)}(\alpha^*),\\
&\qquad p_{j+k+1}(\alpha^*,\delta),\cdots,p_m(\alpha^*,\delta))\,\boldsymbol{u}(\alpha^*,\delta) = \boldsymbol{F}(\alpha^*,\delta),
\end{aligned} \tag{39}
$$

其中，角标 $u(l)$ 表示上(下)界．由于 (39) 式中的 $p_{j+1}^{u(l)}(\alpha^*),\cdots,p_{j+k}^{u(l)}(\alpha^*)$ 为确定性量，迭代矩阵的范数 $\|\,|G(\alpha)|\cdot K^r(\alpha)\|$ 将随 k 的增大而减小．从而，不仅可使 (37) 式成立，且可提高求解精度．即这里是通过某些模糊变量可能性分布函数的左右分枝的组合改进迭代法的求解．通常，组合迭代法的计算工作量随 k 的增大而增大，但其解随 k 的增大而趋于真解．

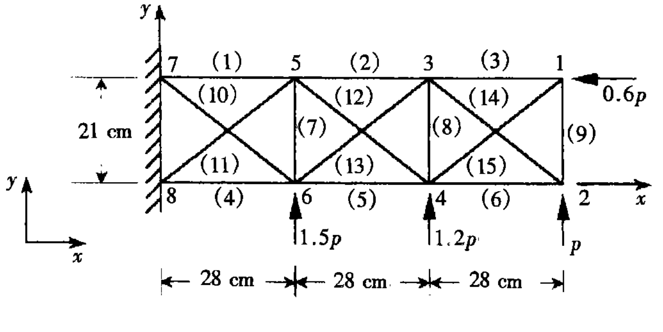


图 1　15 杆桁架结构

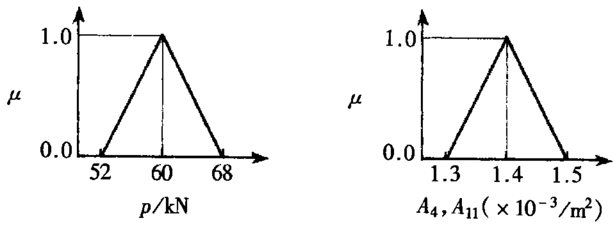
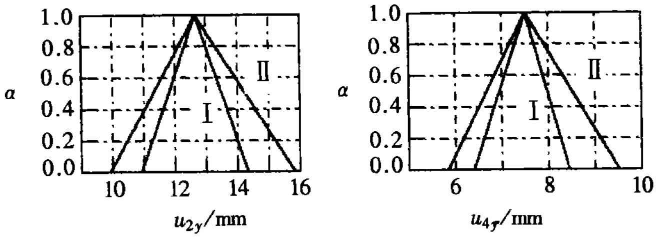


图 2　模糊变量的隶属函数



Ⅰ. 仅考虑载荷 p 的不确定性;

Ⅱ. 同时考虑载荷 q 及截面积A_4、A_{11} 的模糊性

图 3　结构的模糊位移

4　算 例 分 析

图 1 所示为一 15 杆桁架结构• 材料的弹性模量为: $E = 6.9 \times 10^7\ \mathrm{kN/m^2}$• 杆件尺寸如图 1 所示• 作用载荷4、11 号杆的横截面积为模糊变量• 其隶属函数如图2(a),(b) 所示• 其余杆件的横截面积为 $1.4 \times 10^{-3}\mathrm{m}^2$• 用文中迭代法求得的结点 2、4 的纵向位移的可能性分布如图3(a)、(b) 所示•

5　结 束 语

在实际工程中, 由于问题的复杂性, 可得到的数据信息常存在一定的模糊性• 将传统的 FEM 和模糊理论相结合, 是计算模糊结构响应的有效途径• 其关键在于模糊 FEM 控制方程的求解• 本文用模糊变量表达结构参量的不确定性, 基于区间运算和区间有限元理论, 给出了模糊数和模糊变量的运算规则, 提出了模糊有限元线性静力控制方程的求解方法• 利用文中方法可根据输入模糊数的隶属函数, 给出结构响应量的可能性分布• 从而为进一步的结构模糊可靠性评估奠定了基础• 算例分析表明文中方法计算量小, 易于实施• 是实用和有效的•

[参　考　文　献]

[1] Elishakoff I. Essay on uncertainties in elastic and viscoelastic structures: from A M Freudenthal' s criticisms to modern convex modeling[J]. Computers &Structeres, 1995, **56**(6): 871—895.

[2] Elishakoff I. Three versions of the finite element method based on concepts of either stochasticity, fuzziness, or anti_optimization[J]. Applied Mechanics Review, 1998, **51**(3): 209—218.

[3] Rao S S, Sawyer J P. Fuzzy finite element approach for the analysis of imprecisely defined systems [J]. AIAA Journal, 1995, **33**(12): 2364—2370.

[4] Wasfy T M, Noor A K. Finite element analysis of flexible multibody systems with fuzzy parameters [J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 1998, **160**(1): 223—243.

[5] 吕恩琳. 结构模糊有限元平衡方程的一种新解法[J]. 应用数学和力学, 1997, **18**(4): 361—365.

[6] 郭书祥, 吕震宙. 区间运算和区间有限元[J]. 应用数学和力学, 2001, **22**(12): 1249—1254.

[7] 郭书祥, 吕震宙. 区间有限元静力控制方程的一种迭代解法[J]. 西北工业大学学报, 2002, **20**(1): 20—23.

[8] 刘良才, 刘增良. 模糊专家系统原理与设计[M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 1995.

Fuzzy Arithmetric and Solving of the Static Governing Equations of Fuzzy Finite Element Method

GUO Shu_xiang[1], LÜ Zheng_zhou[2], FENG Li_fu[1]

(1. Faculty of Mechanics, Engineering Institute, Air Force University of Engineering, Xi'an 710038, P R China;

2. Department of Aircraft Engineering, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, P R China)

Abstract: The key component of finite element analysis of structures with fuzzy parameters, which is associated with handling of some fuzzy information and arithmetic relation of fuzzy variables, was the solving of the governing equations of fuzzy finite element method. Based on a given interval representation of fuzzy numbers, some arithmetic rules of fuzzy numbers and fuzzy variables were developed in terms of the properties of interval arithmetic. According to the rules and by the theory of interval finite element method, procedures for solving the static governing equations of fuzzy finite element method of structures were presented. By the proposed procedure, the possibility distributions of responses of fuzzy structures can be generated in terms of the membership functions of the input fuzzy numbers. It is shown by a numerical example that the computational burden of the presented procedures in low and easy to implement. The effectiveness and usefulness of the presented procedures are also illustrated.

Key words: fuzzy variable; fuzzy arithmetic; fuzzy finite elemnt method; interval finite element method