

文章编号: 1000-0887(2002) 06-0619-08

气流排除倾斜管道积水的理论分析*

沈芳¹, 严宗毅¹, 赵耀华², 堀井清之³

(1. 北京大学 力学与工程科学系, 北京 100871; 2. 中国科学院 工程热物理所, 北京 100080;
3. 白百合女子大学 文学部, 日本 东京)

(吴望| 推荐)

摘要: 运用作者推导的动量积分关系式, 分析了向有积水的斜置管道中分别吹入轴向气流和螺旋气流时积水的运动情况。结果表明: 在大多数情况下, 螺旋气流能除去斜置管道中积水; 而轴向气流不能除去积水, 一段时间后会 出现逆流。这一结果与 Horii 和赵耀华等人在这个问题上所做的实验结果一致。此外, 还讨论了不同的初始条件对排水情况的影响。

关键词: 螺旋流; 轴向流; 排水; 两相流; 管流

中图分类号: O35⁺.1 **文献标识码:** A

引 言

排除管道尤其是 U 型管中的积水问题在化工和运输工业中有着十分重要的意义^[1]。人们曾试用许多排除积水的技术^[2], 但没有一种获得完全成功。其中一种办法是往管道中吹大量压缩空气。当管道较短时, 积水可能被排走, 然而当管道长度增加且包含 U 型部分时, 积水并不能被完全排走。

90 年代初, 日本的 Horii 提出了螺旋流 (spiral flow) 的概念^{[3]、[4]}。和普通的轴向流 (axial flow, 管道中流动平行于轴线) 不同, 在螺旋流中气体不只有轴向流动, 还有围绕管轴的圆周向运动, 因而能带动管道中的积水沿管壁形成薄膜, 螺旋式地排出管道。最近, Horii、赵耀华等人的实验^[5]证明了用螺旋流可以排尽管道积水 (下文简称文献 [5])。他们的实验模型是直径 $D = 79 \text{ mm}$, 长 129 m 的管道, 管道中包括长为 2.6 m 的 U 型部分, 形状如图 1。模型的管道中装有 0.07 m^3 的水, 管道两端加 200 kPa 的压差以产生平均速度为 20 m/s 的气流。他们针对不同倾角 α 分别用普通轴向流和螺旋流做了对比实验。实验结果表明, 运用螺旋气流, 积水可以在 22 s 内被迅速排走, 而轴向气流则在带动积水上升一段时间后出现回流和振摆。

本文对照文献 [5] 的实验结果, 提出了简化的理论模型, 并仿照边界层中动量积分方法, 从 Lagrange 观点出发, 分析了薄液膜中小微元的质量守恒和动量守恒, 建立方程组, 最后数值求解。在计算过程中, 考虑液膜厚度 h 随轴向位置 x 变化, 并设定液膜速度剖面为非线性以允许液膜中产生回流。

* 收稿日期: 2000-11-15; 修订日期: 2001-11-28

基金项目: 国家高性能计算基金资助项目(981006)

作者简介: 沈芳 (1977—), 女, 河北张家口人, 博士研究生 (E-mail: shenfang@sina.com)。

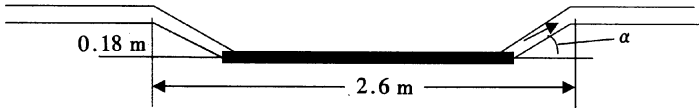


图1 文献[5]的实验装置

1 普通轴向流的变厚度模型

1.1 几何模型

如图2所示,半径为 r_0 的直圆管,中心线(x 轴)与水平面夹角为 α ,下侧面有一层积水,设积水层所对应的圆心角为 θ 。本文只研究起始时积水层较薄的情形(液膜厚度 h 远远小于管半径)·这时可近似认为液膜铺在一个倾角为 α 的斜平板上,简化为一个二维问题·平均宽度 $b \approx r_0 \theta$,其上液膜初始均匀厚度为 h_0 ,令其液膜横截面积等于圆管中液膜的横截面积,即 $r_0 \theta h_0 = r_0^2(\theta - \sin\theta)/2$,由此得

$$h_0 = \frac{r_0}{2} \left[1 - \frac{\sin\theta}{\theta} \right] \quad (1)$$

考虑图2圆管中轴向长度为 dx 的微元,由 x 方向的动量守恒方程给出:

$$- \frac{dp}{dx} dx \pi r_0^2 = \tau_i r_0 \theta dx + \tau_g (2\pi - \theta) r_0 dx, \quad (2)$$

这里 p 是 x 截面上的气体压力, τ_g 是与气体直接接触的圆管壁面上的剪切应力, τ_i 是气液界面上的剪切应力(τ_i, τ_g 以 $-x$ 方向为正)·由此解出纵向压力梯度为

$$\frac{dp}{dx} = - \tau_i \frac{\theta}{\pi r_0} - \frac{\tau_g}{r_0} \left[2 - \frac{\theta}{\pi} \right] \quad (3)$$

1.2 界面剪切应力的计算

在多相流理论中,早已给出气液界面剪切应力的经验公式^[6]·其中 τ_g 可由下列式子给出:

$$\tau_g = \frac{1}{2} \lambda_g \rho_g U_g^2, \quad \lambda_g = 0.485 Re_g^{-0.28}, \quad Re_g = \rho_g U_g (2r_0) / \mu_g \quad (4)$$

这里 ρ_g, μ_g, U_g 分别代表气流的密度、粘度和平均速度·

而气液界面的剪切应力 τ_i 由下式给出:

$$\tau_i = \frac{1}{2} \lambda_i \rho_g U_g^2, \quad (5)$$

这里 λ_i 取决于界面流动状态,若界面速度 U_i 大于波速 C_λ ,则流动为Ripple流,反之则为Pebble流·

$$\lambda_i = \begin{cases} \lambda_g [1 + 6.1 \times 10^{-5} (X^{0.8} Re_l)^{0.6} Re_g^{0.7}] & (U_i > C_\lambda), \\ \lambda_g [1 + 4X^{1.2}] & (U_i < C_\lambda), \end{cases} \quad (6)$$

这里 $Re_l = \rho_w w / \mu$, ρ 和 μ 分别是水的密度和粘度, w 是单位宽度薄膜所通过的液体体积流量, X 称为Martinelli参数^[6],它定义为:

$$X^2 = \frac{\lambda \rho U_l^2}{\lambda_g \rho_g U_g^2} \quad (7)$$

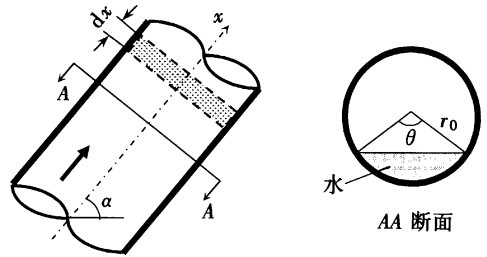


图2 轴向流示意图

这里 $U_l = w/h$ 是液膜中的平均速度, λ 是纯液体流经同一平板上的摩擦因子, 取为

$$\lambda = \begin{cases} 96Re_l^{-1} & \text{层流}(Re_l < 300), \\ 0.485 Re_l^{-0.28} & \text{湍流}(Re_l > 300). \end{cases} \quad (8)$$

波速 C_λ 定义为

$$C_\lambda = \frac{1}{2} U_i + \sqrt{U_i^2/12 + gh + \sigma k^2 h/\rho},$$

其中 $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ 是重力加速度, $\sigma = 0.073 \text{ N/m}$ 是空气和水界面的表面张力系数, $k = 2\pi/\lambda$ 是波数(为便于对比, 按照文献[5] 取波长为 $\lambda = 0.09 \text{ m}$)•

将(6)、(7)、(8) 代入(5) 中, 可得

$$\tau_i = \begin{cases} \tau_g + c_1 h^{-1.2} w^{0.6} & \text{Pebble 流}(U_i < C_\lambda), \\ \tau_g + c_2 h^{-0.52} w^{0.91} & \text{Ripple 流}(U_i > C_\lambda), \end{cases} \quad (9)$$

式中 c_1, c_2 是常数(与 h, U_i, τ_i 均无关)^[7]•

1.3 质量及动量守恒

我们首先分析简化后倾斜平板(倾角为 α) 上厚度为 l (小量) 的一个控制体(图3), 从Lagrange 观点出发, 考虑它的质量守恒和动量守恒•

定义单位宽度上液膜的体积流量为 $w = \int_0^h u dy$, 由质量守恒得:

$$\frac{dw}{dt} = \frac{dh}{dt} U_i + \int_0^h \frac{du}{dt} dy = 0 \quad (10)$$

由动量守恒得:

$$\rho \frac{d}{dt} \left[\int_0^h u l dy \right] = (\tau_i - \tau_w) l - \rho g h l \sin \alpha - h \frac{dp}{dx} l, \quad (11)$$

这里 τ_w 是圆管壁面对液体的剪切应力• 在这里, 我们假设液膜厚度 h 随轴向位置 x 而变化(对于流体质点, 轴向位置 x 随质点运动的时间 t 而变化)•

将(3) 式代入, 并利用 $dl/dt = l \partial u / \partial x$, 在定常假设(对同一轴向位置 x , 各物理量不依赖于 t) 之下化简(11) 式, 可得

$$\frac{dh}{dt} U_i = - \frac{\tau_i}{\rho} \left[1 + \frac{\theta h}{\pi r_0} \right] + \frac{\tau_w}{\rho} - \frac{\tau_g}{\rho} \frac{h}{r_0} \left[2 - \frac{\theta}{\pi} \right] + g h \sin \alpha \quad (12)$$

1.4 速度剖面的设定

设速度剖面为三次多项式, 即

$$\frac{u}{U_i} = a_0 + a_1 \eta + a_2 \eta^2 + a_3 \eta^3 \quad \left[\eta = \frac{y}{h} \right],$$

这里系数 a_0, a_1, a_2, a_3 可由如下边界条件确定(限于篇幅, 具体公式不在本文给出, 有兴趣的读者可参看[7])•

$$\eta = 1: u = U_i, \quad \mu \frac{\partial u}{\partial y} = \tau_i,$$

$$\eta = 0: u = 0,$$

$$\mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{dp}{dx} + \rho g \sin \alpha = - \tau_i \frac{\theta}{\pi r_0} - \tau_g \left[2 - \frac{\theta}{\pi} \right] \frac{1}{r_0} + \rho g \sin \alpha,$$

上式第一步请参见[8]、[9], 所以

$$u = U_i (a_1 \eta + a_2 \eta^2 + a_3 \eta^3) \quad (13)$$

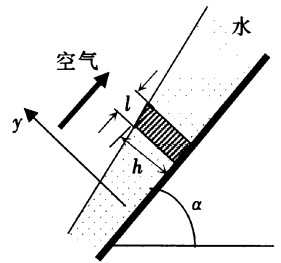


图3 轴向流简化为平板上薄膜流动

将(13)代入 w 的表达式中, 可求得

$$w = \int_0^h u dy = \frac{5}{8} U_i h + \frac{\theta \tau_i h^3}{48 \pi \mu r_0} - \frac{\tau_i}{8} \frac{h^2}{\mu} + \left[\frac{\tau_g}{48 \mu r_0} \left(2 - \frac{\theta}{\pi} \right) - \frac{g h \sin \alpha}{48 \mu} \right] h^3, \quad (14a)$$

$$\tau_w = \mu \frac{\partial u}{\partial y} \Big|_{y=0} = \frac{\mu U_i a_1}{h} = \frac{3 \mu U_i}{2h} + \frac{\tau_i}{2} \left(\frac{\theta h}{2 \pi r_0} - 1 \right) + \frac{h}{4} \left[\tau_g \left(2 - \frac{\theta}{\pi} \right) \frac{1}{r_0} - \rho g \sin \alpha \right]. \quad (14b)$$

1.5 基本方程组及初始条件

设位于液体界面上的流体质点所走的路程为 x , 则 $dx/dt = U_i$, 将(13)、(14)代入(10)、(11)中, 并将(9)式对 t 求导, 可得轴向流中 x 、 h 、 τ_i 和 U_i 满足的方程组

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = U_i, \\ \frac{dh}{dt} = b_6 \frac{\tau_i}{U_i} + b_7 \frac{\tau_i h}{U_i} + b_8 \frac{1}{h} + b_9 \frac{h}{U_i}, \\ \frac{d\tau_i}{dt} = -0.52 c_2 h^{-1.52} w^{0.91} \frac{dh}{dt} \quad (\text{Ripple 流}), \\ \left[\text{或} \frac{d\tau_i}{dt} = -1.2 c_1 h^{-2.2} w^{0.6} \frac{dh}{dt} \quad (\text{Pebble 流}) \right], \\ \frac{dU_i}{dt} = -\frac{8}{5h} \left[\frac{dh}{dt} \left(\frac{5}{8} U_i + b_1 \tau_i h^2 + b_2 \tau_i h + b_3 h^2 \right) + \frac{d\tau_i}{dt} (b_4 h^3 + b_5 h^2) \right], \end{cases} \quad (15)$$

其中 b_1, b_2, \dots, b_9 均是与 h, U_i, τ_i 无关的常数^[7]。

在 $t = 0$ 时, 取 $x_0 = 0$; 由(1)式, 取 $h_0 = 0.5 r_0 (1 - \sin \theta / \theta)$; 选择与文献[5]一致的初始速度 $U_{i0} = 7.5 \text{ m/s}$ (实验值); 界面的初始剪切应力 τ_{i0} 则由下面的方程组给出:

$$\begin{cases} \tau_{i0} = \tau_g + c_2 h_0^{-0.52} w_0^{0.91}, \\ w_0 = \left[\frac{5}{8} U_{i0} h_0 + \frac{b_3}{3} h_0^3 \right] + (b_4 h_0^3 + b_5 h_0^2) \tau_{i0}, \end{cases} \quad (16)$$

这是一组关于 τ_{i0} 的非线性方程, 可用二分法数值求解。

2 螺旋流的变厚度模型

螺旋流与轴向流之间的差异主要体现在几何模型上, 螺旋气流作用下的液膜是沿管壁呈环状分布的, 而轴向流中的液膜则集中在管底。为了便于对比, 我们假定这两种情况下的液膜横截面积相同, 设螺旋流液膜初始厚度为 h_0 , 则 $[0.5 r_0^2 (\theta - \sin \theta)] = 2 \pi h_0 r_0$, 即 $h_0 = (r_0 / 4 \pi) (\theta - \sin \theta)$ 。显然螺旋流中液面的厚度要比轴向流的情形小得多。由于几何模型的差异, 此时单位宽度上液膜的体积流量应定义为 $w = \int_0^h u (1 - y/r_0) dy$, 动量应为 $\int_0^h u l (r_0 - y) dy$, 这里 y 是离开管壁的垂直距离。其余的推导过程均可完全类似于轴向流给出, 我们可以得到螺旋流满足的常微分方程组:

$$\frac{dx}{dt} = U_i, \quad (17a)$$

$$\frac{dh}{dt} = d_1 \frac{\tau_i (3r_0 - 2h)}{(r_0 - h)^2 U_i} + d_2 \frac{h(3r_0 - 2h)}{U_i (r_0 - h)} + d_3 \frac{1}{h(r_0 - h)}, \quad (17b)$$

$$\frac{d\tau_i}{dt} = -0.52 c_2 h^{-1.52} w^{0.91} \frac{dh}{dt} \quad (U_i > C \lambda), \quad (17c)$$

$$\left(\text{或 } \frac{d\tau_i}{dt} = -1.2c_1 h^{-2.2} w^{0.6} \frac{dh}{dt} \quad (\dot{U}_i < C\lambda) \right), \quad (17d)$$

$$\frac{dU_i}{dt} = -\frac{1}{(d_6 h - 0.4h^2)} \left\{ \frac{dh}{dt} \left[d_4 \frac{\tau_i h^2 (3r_0 - 2h)}{(r_0 - h)^2} + d_6 U_i + d_7 \tau_i h (r_0 - h) + d_8 h^2 + d_9 h^3 - 0.8U_i h \right] + \frac{d\tau_i}{dt} \left[d_4 \frac{h^3}{r_0 - h} + d_5 h^2 (3r_0 - 2h) \right] \right\}, \quad (17e)$$

其中 d_1, d_2, \dots, d_9 均是与 h, U_i, τ_i 无关的常数^[7]。

初值条件的给定也可类似于轴向流给出。

3 结果与讨论

本算例的参数取法如下： $\rho = 1\,000\text{ kg/m}^3$ ， $\mu = 0.001\text{ Pa}\cdot\text{s}$ ， $r_0 = 39.5\text{ mm}$ ， $\rho_g = 1.2\text{ kg/m}^3$ ， $\mu_g = 1.8 \times 10^{-5}\text{ Pa}\cdot\text{s}$ ， $U_g = 20\text{ m/s}$ ，螺旋流的圆周向旋转速度分量 $V_s = 0.25\text{ m/s}$ ^[5]。

给定初始条件的常微分方程组(15)和(17)可以用四阶 Runge_Kutta 法数值求解。为了研究管道倾角及积水横截面积对排水机制的影响，本文分别取 $\alpha = 0^\circ$ ， $\alpha = 30^\circ$ ， $\alpha = 60^\circ$ 及 $\theta = 70^\circ$ ， $\theta = 50^\circ$ ， $\theta = 118.115^\circ$ ，得出若干组初始条件。

计算结果绘成液体质点运动距离 x 、液气界面速度 U_i 和液层厚度 h 随液体质点运动时间 t 变化的曲线图(图 5a 和图 5b)，及液膜速度剖面随液体质点运动时间 t 变化的曲线图(图 4a，图 4b 以及图 6a 至图 9b)。

从这些图中可以得出以下结论：

1) 管水平放置时，两种气流都可以把积水带走，但螺旋流比轴向流需要短得多的时间就可以得到稳定状态。稳定时液层中水的速度都会变为正，因而最终会流出管道(请比较图 4a 和图 4b)。

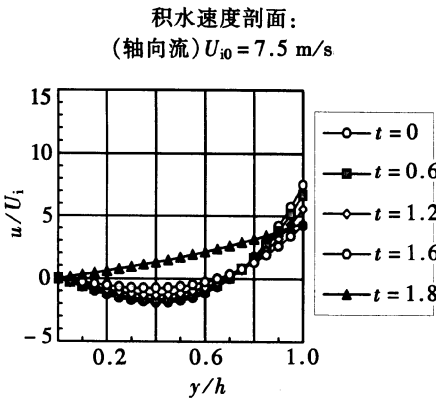


图4a 轴向流 ($\theta = 70^\circ, \alpha = 0^\circ$)

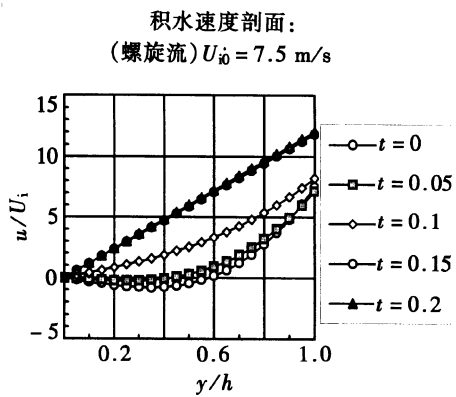


图4b 螺旋流 ($\theta = 70^\circ, \alpha = 0^\circ$)

2) 在斜置管道中的积水不是特别多时，螺旋气流可以完全除去积水，液层厚度 h 随时间 t 增大(因而也随轴向距离 x 的增大)而减小，且液层中水的速度都会变为正，最后以恒定速度剖面流走(图 5b ~ 图 8b)；而轴向气流只有当管道倾角较小(例如， $\alpha = 30^\circ$)且积水很少(例如， $\theta = 50^\circ$)时(图 7a)才能排尽积水，在多数情况下，轴向流中液层的底层会出现逆流，且液层厚度 h 随时间 t 增大(因而也随轴向距离 x 的增大)而增加(图 5a ~ 图 7a)。这和实验^[5]给出轴向气流在带动积水上行一段之后产生逆流的结果是一致的。注意：当轴向流的液层厚度 h 随距离 x 增大而增加到一定程度时，其底层水的逆流很容易引起液层表面失稳，甚至破碎成为液滴

而流下,造成积水不能流出管道。只不过这时水的运动已经不能用本文的连续模型来描述了,因此我们无法对于长时间继续算下去。

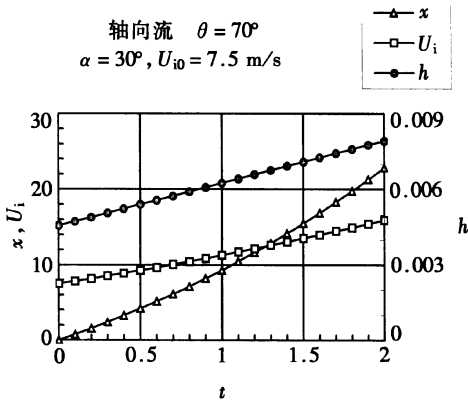


图 5a 轴向流 ($\theta = 70^\circ, \alpha = 30^\circ$)

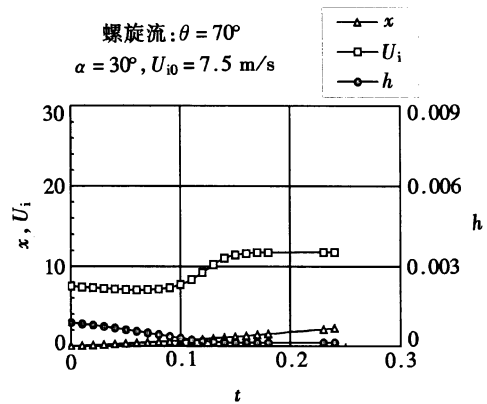


图 5b 螺旋流 ($\theta = 70^\circ, \alpha = 30^\circ$)

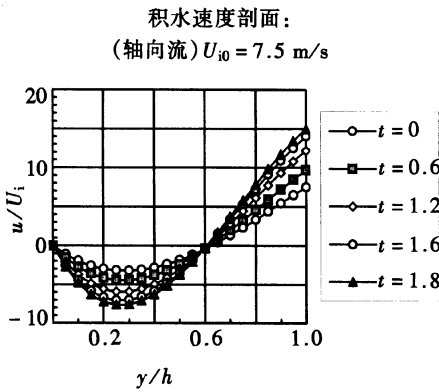


图 6a 轴向流 ($\theta = 70^\circ, \alpha = 30^\circ$)

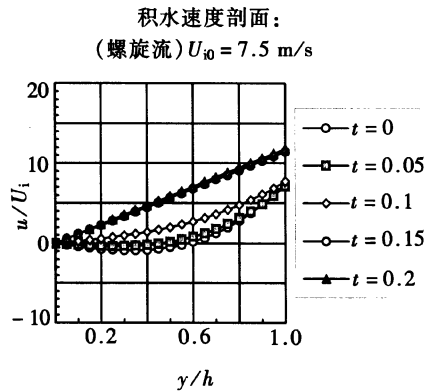


图 6b 螺旋流 ($\theta = 70^\circ, \alpha = 30^\circ$)

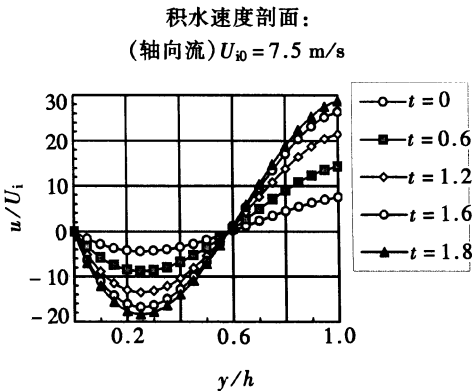


图 7a 轴向流 ($\theta = 70^\circ, \alpha = 60^\circ$)

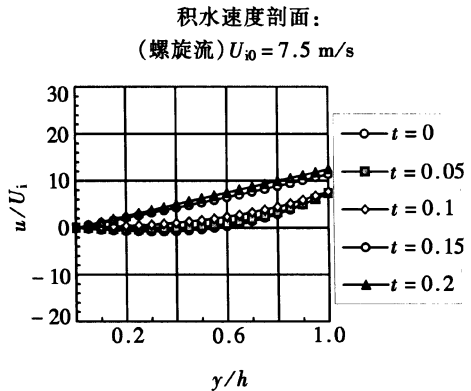


图 7b 螺旋流 ($\theta = 70^\circ, \alpha = 60^\circ$)

3) 对比轴向流和螺旋流都能排走少量积水的小倾角情形(比较图 8a 和图 8b), 就会发现轴向流完全排走积水所用的时间大约是螺旋流的 10 倍左右, 因此用螺旋流排除积水的效率显然要高得多。

4) 当积水特别多时, 如果给定的气流不能排走积水, 那么, 对于螺旋气流说来, 常常可以

通过提高气流速度达到排除积水的目的。例如, 在初始速度 $U_{i0} = 7.5 \text{ m/s}$ 不能排除的厚积水 ($\theta = 118.115^\circ$, 图 9a), 只要适当增加螺旋气流速度, 使 U_{i0} 达到 12 m/s , 即可把积水排走(图 9b)。但是对于轴向气流的计算表明, 不能通过加大气流速度达到排除积水的目的(限于篇幅, 没有给出图)。

积水速度剖面:

(轴向流) $U_{i0} = 7.5 \text{ m/s}$

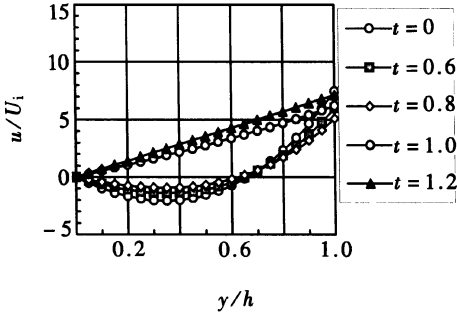


图 8a 轴向流 ($\theta = 50^\circ, \alpha = 30^\circ$)

积水速度剖面:

(螺旋流) $U_{i0} = 7.5 \text{ m/s}$

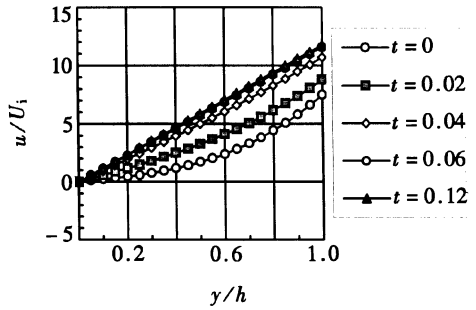


图 8b 螺旋流 ($\theta = 50^\circ, \alpha = 30^\circ$)

积水速度剖面:

(螺旋流) $U_{i0} = 7.5 \text{ m/s}$

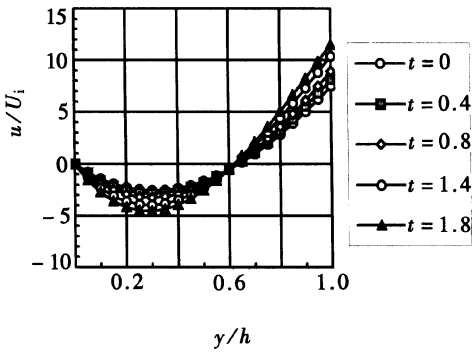


图 9a 螺旋流 ($\theta = 118.115^\circ, \alpha = 30^\circ$)

积水速度剖面:

(螺旋流) $U_{i0} = 12 \text{ m/s}$

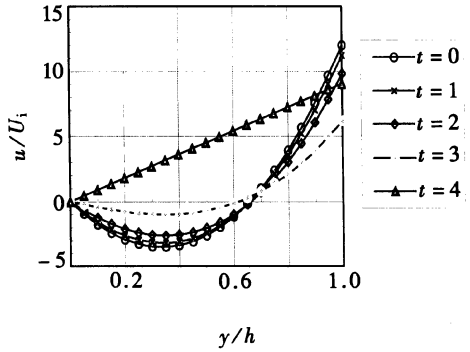


图 9b 螺旋流 ($\theta = 118.115^\circ, \alpha = 30^\circ$)

5) 另外, 从图中不难看出, 管道倾角 α 越大, 积水越多(圆心角 θ 越大), 越难排水——这显然与实验结果是一致的^[5]。

总之, 本文的理论模型合理地说明了螺旋流能排尽斜管中的积水, 而轴向流常常不能, 这完全符合文献[5]的实验结果。本文所揭示的机理和有关初始参数的讨论, 希望能对管道排水设计有所帮助。

如前所述, 当轴向流的表层逆流引起液层表面形状的剧烈变化时, 本文所采用的定常假设(同一轴向位置 x 的液层厚度 h 不随时间而改变)不再成立。为了计算这种复杂情形, 在进一步的工作中应该考虑非定常流动模型。

[参 考 文 献]

[1] Schweinstein A M. Change of flow condition in U-shaped conduits[J]. Proc Congr Int Assoc Hydraul Res, 1987, 22(3): 280—281.
 [2] Underwood M P, Kendall C. Vacuum technology for pipeline and system drying[A]. In: The Proc Int

- Pipeline Technol Exhib Conf [C]. 1984, **12**: 209—226.
- [3] Horii K. Using spiral flow for optical cord passing[J]. Mechanical Engineering, 1990, **112**(8): 68—69.
- [4] Horii K, Matsumae Y, Ohsumi K, et al. Novel optical fiber installation by use of spiral airflow[J]. Journal of Fluids Engineering, 1992, **114**(3): 375—378.
- [5] Horii K, Zhao Y H, Tomita Y, et al. High performance spiral air flow apparatus for purging residual water in a pipeline[A]. In: D P Telonis Ed. ASME Fluids Engineering Division Summer Meeting [C]. Vancouver: ASME, FEDSM 97_3035, 1997, 1—6.
- [6] Fukano T. Liquid films flowing concurrently with air in horizontal duct[J]. Trans JSME Series B, 1985, **51**(462): 494—502.
- [7] 沈芳. 用气流排除管道积水问题的理论分析[D]. 学士学位论文. 北京: 北京大学, 1999, 1—35.
- [8] 吴望一. 流体力学(下册)[M]. 北京: 北京大学出版社, 1981, 267—311.
- [9] 周光 , 严宗毅, 许世雄, 等. 流体力学(下册)[M]. 北京: 高等教育出版社, 1993, 182—302.

Theoretical Analysis of Using Airflow to Purge Residual Water in an Inclined Pipe

SHEN Fang¹, YAN Zong_yi¹, ZHAO Yao_hua², Kiyoshi Horii³

(1. Department of Mechanics and Engineering Science, Peking
University, Beijing 100871, P R China;

2. Institute of Engineering Thermophysics, Chinese Academy of
Sciences, Beijing 100080, P R China;

3. Shiraguri College, Tokyo, Japan)

Abstract: A refined theoretical analysis for using the spiral airflow and axial airflow to purge residual water in an inclined pipe was presented. The computations reveal that, in most cases, the spiral flow can purge the residual water in the inclined pipe indeed while the axial flow may induce back flow of the water, just as predicted in the experiments presented by Horii and Zhao et al. In addition, the effects of various initial conditions on water purging were studied in detail for both the spiral and axial flow cases.

Key words: spiral flow; axial flow; water purging; two_phase flow; pipe flow