

文章编号: 1000-0887(2002) 04-0436-05

# 地下结构变形速度在抗爆结构分析中的作用\*

赵晓兵, 方 秦

(南京工程学院 建工系, 南京 210007)

(薛大为推荐)

摘要: 在地下抗爆结构动力计算中, 结构变形速度的作用是非常突出的。考虑结构变形速度的作用, 所建立的结构体系运动微分方程可以真实地描述结构振动的实际情况。文中通过一维平面波理论, 导出了作用在结构周边上的荷载表达式, 给出了地下曲杆结构动力分析的广义变分原理, 同时还进行了数值计算结构的对比分析。

关键词: 抗爆结构; 动力分析; 结构变形速度; 广义变分原理

中图分类号: 0327 文献标识码: A

## 引 言

在地下抗爆结构的动力分析中, 通常认为作用在结构周边上动荷载的大小和分布规律是已知的, 没有考虑结构变形速度的影响。实际上, 结构受到动荷载的作用, 结构就产生变形, 结构变形时变形速度影响作用在结构上的荷载; 也就是说, 结构在受载产生的变形过程中, 由于结构各部位的变形速度不同, 将不断地改变其周边荷载的大小和分布规律。

地下结构在做自由振动时, 其自振频率受到介质阻尼的影响, 介质的刚度越大, 其阻尼特性系数  $n$  也越大, 有阻尼振动的频率为  $\omega_n = \sqrt{\omega^2 - n^2}$ ; 当介质的刚度与结构的刚度比到达一定比值时, 结构处于临界阻尼或过阻尼的情形, 这时结构的运动是随时间的增长而无限地趋向平衡位置, 结构不再具有振动的性质。结构动力计算中的等效静载法是以结构振动的最低频率为计算基础的, 由于在一定坚硬的地层中结构振动的低频率不出现, 就使等效静载法失去了计算的依据。

本文提出了结构变形速度对其周边动荷载的影响, 并通过一维弹性波理论和波阵面与结构界面上的协调条件, 推导给出了与结构变形速度相关的作用在结构周边上的动荷载表达式; 通过动力计算结果表明: 在地下结构动力分析中, 不考虑结构变形速度对荷载的影响时, 计算得出的振动现象与实际工程振动现象不相符合; 同时, 结构各截面的内力与考虑结构变形速度影响的计算结果相比, 出现成倍的差异。

## 1 结构周边动荷载与结构变形速度的关系

设置在平行于地表面半无限、均匀、弹性介质中的一个无限长对称曲杆形结构, 受到波阵

\* 收稿日期: 2000\_05\_23; 修订日期: 2001\_19\_11

作者简介: 赵晓兵(1975—), 男, 满族, 辽宁昌图人, 硕士。

面与地表面平行的平面压缩波的作用,如图1所示,此时结构的受力状态是一个广义的平面应变问题。

一维压缩波在介质中传播,介质质点压力与介质质点速度之间存在着下面关系:

$$p = \rho cv, \quad (1)$$

式中:  $\rho$ —介质的密度;  $c$ —介质中的弹性波速度;  $v$ —介质质点速度。

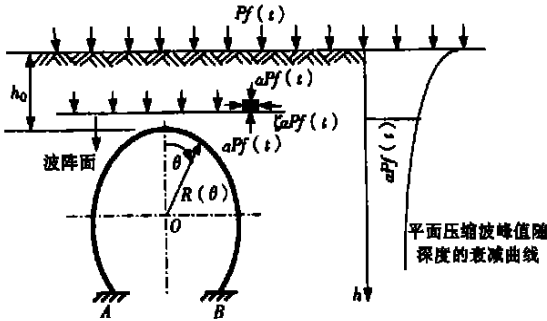


图1 平面压缩波在介质中的传播

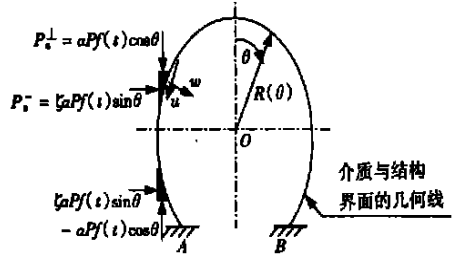


图2 结构周围界面上的入射荷载

地层介质受到动荷载作用,将不同程度的出现弹性,发生非守恒的能量吸收,同时,压缩波在传播过程中发生空间散射,所以,在实际问题中,必须考虑平面压缩波峰值随着深度的衰减问题。设地表面空气压缩波的强度为  $P_f(t)$ ,在地层介质中随着深度的衰减系数为  $\alpha$ ,于是在介质中任意深度处入射压缩波的强度为  $\alpha P_f(t)$ 。根据平面波和平面应变条件,可以确定垂直于波传播方向的压缩波强度为  $\zeta \alpha P_f(t)$ ,侧压系数  $\zeta = \mu / (1 - \mu)$ 。

在曲杆形结构与地层介质接触的几何线上,压缩波的强度为:波传播方向上的垂直强度是  $\alpha P_f(t) \cos \theta$ ,在下方是  $-\alpha P_f(t) \cos \theta$ ;垂直于波传播方向上的水平强度是  $\zeta \alpha P_f(t) \sin \theta$ ,如图2所示。

当入射压缩波阵面碰到介质中的结构时,在结构表面发生反射。根据压力协调条件:入射波压力和反射波压力之和等于结构表面的压力,可得到下面方程:

$$P_{inc} + P_{ref} = P_s, \quad (2)$$

式中:  $P_{inc}$ —介质中垂直于结构表面的入射波压力;  $P_{ref}$ —介质中垂直于结构表面的反射波压力;  $P_s$ —结构表面的垂直压力。

同样,根据速度协调条件:入射波和反射波在结构表面上产生的速度差等于结构的变形速度,即:

$$V_{inc} - V_{ref} = V_s, \quad (3)$$

式中:  $V_{inc}$ —介质中垂直于结构表面的入射波速度;  $V_{ref}$ —介质中垂直于结构表面的反射波速度;  $V_s$ —结构表面的垂直变形速度。

联立求解方程(1)、(2)、(3),得到作用在结构表面上的动荷载压力表达式。

在  $0 \sim \pi/2$  之间:

$$P_s^+ = 2\alpha P_f(t) \cos \theta - \rho c w(\theta, t) \cos \theta, \quad (4)$$

$$P_s^- = 2\zeta \alpha P_f(t) \sin \theta - \rho c w(\theta, t) \sin \theta; \quad (5)$$

在  $\pi/2 \sim \pi$  之间:

$$P_s^+ = -2\alpha P_f(t) \cos \theta + \rho c w(\theta, t) \cos \theta, \quad (6)$$

$$P_s^- = 2\zeta \alpha P_f(t) \sin \theta - \rho c w(\theta, t) \sin \theta. \quad (7)$$

将结构表面的垂向荷载和水平荷载化成结构表面的径向荷载和切向荷载。

在  $0 \sim \pi$  之间:

$$P_{rad} = P_0^\perp \cos \theta + P_0^\parallel \sin \theta = 2\alpha Pf(t)(\cos^2 \theta + \zeta \sin^2 \theta) - \rho c \dot{w}(\theta, t), \quad (8)$$

$$P_{tan} = P_0^\parallel \sin \theta - P_0^\perp \cos \theta = 2\alpha Pf(t)(1 - \zeta) \sin \theta \cos \theta, \quad (9)$$

式中:  $w(\theta, t)$ —结构的径向变形速度。

## 2 结构体系广义能量泛函的建立

平面曲杆结构有如下的几何方程<sup>[1]</sup>:

设结构的轴向应变为  $\epsilon$ , 结构的截面转角为  $\varphi$ , 结构轴线变形后曲率的改变量为  $\chi$ , 则有:

$$\epsilon = \partial u / \partial s - w / R, \quad (10)$$

$$\varphi = \partial w / \partial s + u / R, \quad (11)$$

$$\chi = \partial \varphi / \partial s. \quad (12)$$

结构截面内力与变位之间有下面的关系:

$$M = -EJ \left( \frac{\partial^2 w}{\partial s^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial u}{\partial s} \right), \quad (13)$$

$$N = EF \left( \frac{\partial u}{\partial s} - \frac{w}{R} \right), \quad (14)$$

$$Q = -EJ \left( \frac{\partial^3 w}{\partial s^3} + \frac{1}{R} \frac{\partial^2 u}{\partial s^2} \right), \quad (15)$$

式中:  $EJ$  为结构截面抗弯刚度,  $F$  为截面面积。

在曲杆两端有 6 个端点约束条件为:

$$u(0, t) - \bar{u}(0, t) = 0, \quad (16)$$

$$w(0, t) - \bar{w}(0, t) = 0, \quad (17)$$

$$\varphi(0, t) - \bar{\varphi}(0, t) = 0, \quad (18)$$

$$u(l, t) - \bar{u}(l, t) = 0, \quad (19)$$

$$w(l, t) - \bar{w}(l, t) = 0, \quad (20)$$

$$\varphi(l, t) - \bar{\varphi}(l, t) = 0. \quad (21)$$

在忽略剪力的影响时, 可写成下面广义变分原理: 在服从几何方程(10)、(11)、(12)和内力与变位关系(13)、(14)、(15)的条件下, 并在  $t = t_1$  和  $t = t_2$  时  $w$ 、 $u$  为已知, 在所有允许的位移  $w$ 、 $u$  中, 其真实解使下述广义泛函取驻值:

$$\begin{aligned} \Pi = & \int_{t_1}^{t_2} \left\{ \int_L \frac{1}{2} \bar{m} \left[ \left( \frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 + \left( \frac{\partial u}{\partial t} \right)^2 \right] ds - \int_L \frac{EJ}{2} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial s^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial u}{\partial s} \right)^2 ds - \right. \\ & \int_L \frac{EF}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial s} - \frac{w}{R} \right)^2 ds - \int_{L_k} \frac{1}{2} k w^2 ds + \int_{L_p} (P_w w + P_u u) ds - \\ & N(0, t)[u(0, t) - \bar{u}(0, t)] - Q(0, t)[w(0, t) - \bar{w}(0, t)] + \\ & M(0, t)[\varphi(0, t) - \bar{\varphi}(0, t)] + N(l, t)[u(l, t) - \bar{u}(l, t)] + \\ & \left. Q(l, t)[w(l, t) - \bar{w}(l, t)] - M(l, t)[\varphi(l, t) - \bar{\varphi}(l, t)] \right\} dt, \quad (22) \end{aligned}$$

式中:  $\bar{m}$  为结构单位长度的质量,  $k$  为地层介质的弹性抗力系数,  $P_w$ 、 $P_u$  分别为作用在结构上的径向外荷载和切向外荷载,  $L$  为结构轴线长度,  $L_k$  为弹性抗力区边界,  $L_p$  为外荷载作用边界。在进行变分时,  $w$ 、 $u$ 、 $N(0, t)$ 、 $Q(0, t)$ 、 $M(0, t)$ 、 $N(l, t)$ 、 $Q(l, t)$ 、 $M(l, t)$ 、 $u(0, t)$ 、 $w(0,$

$t$ )、 $\varphi(0, t)$ 、 $u(l, t)$ 、 $w(l, t)$ 、 $\varphi(l, t)$  都是独立变量。

采用 Lagrange 乘子法<sup>[2,3]</sup>, 广义泛函(22)的正确性很容易得到证明。该广义变分原理只适用于保守体系; 对于非保守体系, 有如下的形式:

$$\delta \Pi + \int_{t_1}^{t_2} \sum_{i=1}^l Q_i \delta q_i dt = 0, \quad (23)$$

式中:  $Q_i$  为体系的非保守力,  $q_i$  为体系的广义坐标。

### 3 计算分析

现以半径为  $R$  的地下圆形隧道为对象进行动力计算。不计结构的轴向变形, 将结构的径向位移和切向位移用三角级数表示成如下的形式:

$$w(\theta, t) = \sum_{m=1}^{\infty} q_m \cos m\theta, \quad u(\theta, t) = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m} q_m \sin m\theta, \quad (24)$$

式中:  $q_m$  为体系的广义坐标。

由介质声阻抗  $\rho c$  引起体系的耗散函数为:

$$D = \int_0^{2\pi} \frac{1}{2} \rho c \dot{w}^2 R d\theta = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{2} \pi R \rho c \dot{q}_m^2, \quad (25)$$

于是, 体系振动的非保守力为:

$$Q_m = \frac{\partial D}{\partial \dot{q}_m} = \pi R \rho c \dot{q}_m. \quad (26)$$

将(24)、(26)式代入(23)式, 经整理后得到:

$$a_m \ddot{q}_m + d \dot{q}_m + \sum_{n=1}^{\infty} e_{mn} q_n = G_m, \quad (27)$$

式中:

$$a_m = \pi \bar{m} R \left( 1 + \frac{1}{m^2} \right), \quad e_{mn} = \frac{\pi E J}{R^3} (1 - n^2)^2 + 2KR \left( \frac{\pi - \alpha_c}{2} - \frac{1}{4m} \sin 2m\alpha_c \right),$$

$$e_{mn} = -2KR \left[ \frac{\sin(m+n)\alpha_c}{2(m+n)} + \frac{\sin(m-n)\alpha_c}{2(m-n)} \right], \quad d = \pi R \rho c,$$

$$G_m = 4GH_m Pf(t),$$

其中:

$$H_m = \int_0^{\pi} e^{-\beta[k_0 + R(1 - \cos \theta)]} [\cos m\theta (\cos^2 \theta + \zeta \sin^2 \theta) + \frac{\sin m\theta}{m} (1 - \zeta) - \sin \theta \cos \theta] d\theta,$$

$K$  为地层介质的弹性压缩系数,  $\alpha_c$  为结构径向位移等于零处的角度, 计算中通过试算完成;  $\beta$  为压缩波随着深度的衰减指数。

不考虑结构变形速度对荷载的影响时, 结构振动微分方程为:

$$a_m \ddot{q}_m + \sum_{n=1}^{\infty} e_{mn} q_n = G_m. \quad (28)$$

应用方程(27)和(28), 对半径  $R = 4$  m 圆形隧道进行了两种地层介质中的计算对比<sup>[4]</sup>, 结果见图 3 和图 4; 图中实线为结构变形速度影响内力的计算结果, 虚线为不考虑变形速度的计算结果, 弯矩单位为  $\text{kN} \cdot \text{m}$ , 轴力单位为  $\text{kN}$ 。

### 4 结束语

从导出作用在结构周边上荷载的表达式和数值计算结果对比分析可以看出, 地下结构变

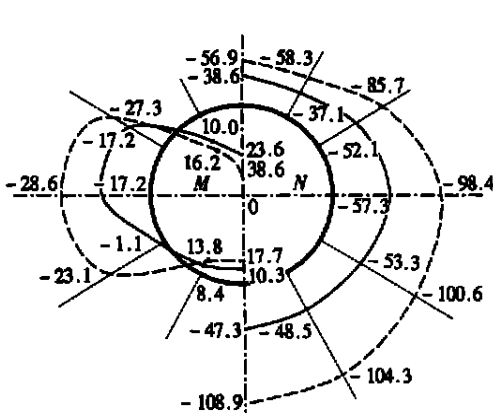


图3 软地层中结构内力对比

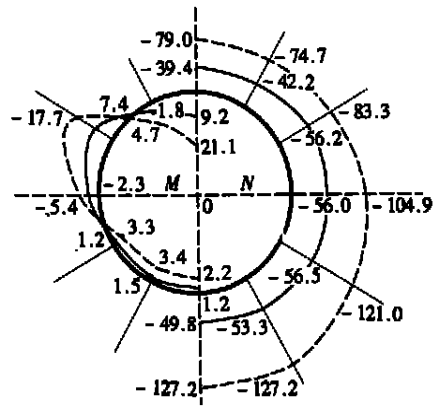


图4 较硬地层中结构内力对比

形速度对结构分析中的作用是十分突出的,具体体现以下两点:(1) 地下结构动力分析中,考虑结构变形速度的作用,运动方程可以真实地描述结构体系振动的实际情况;(2) 结构变形速度对作用在结构周边上荷载的影响是很大的,使得结构的内力出现成倍的差异。因此,在地下结构动力计算中,结构变形速度的作用是十分重要的。

#### [参 考 文 献]

- [1] 赵晓兵, 方秦. 在爆炸荷载作用下平面曲杆结构震动分析[J]. 防护工程, 1999, (3): 20—25.
- [2] 钱伟长. 变分法及有限元[M]. 北京: 科学出版社, 1980.
- [3] 薛大为. 大变形非线性弹性力学的广义变分原理[J]. 应用数学和力学, 1991, 12(3): 209—215.
- [4] 赵玉祥, 顾祥珍. 在爆炸荷载作用下地下圆形结构动力分析[J]. 地下工程, 1978, (6): 26—31.

## Role of Underground Structure Deformation Velocity in the Analysis of Blast-Resistant Structures

ZHAO Xiao\_bing, FANG Qin

(Department of Civil Engineering, Nanjing Engineering Institute, Nanjing 210007, P R China)

**Abstract:** The structural deformation velocity plays a significant role in the dynamic calculation of underground blast-resistant structures. The motion differentiating equation of a structure system taking into account the role of deformation velocity of the structure will truthfully describe the actual situation of structural vibration. With the one-dimensional plane wave theory, the expression of load on the structural periphery is developed, and the generalized variation principle for the dynamic analysis of underground arched-bar structures is given. At the same time, the results of the numerical calculation are compared.

**Key words:** blast-resistant structure; dynamic analysis; structural deformation velocity; generalized variation principle