应用数学和力学, 第 23 卷 第 2 期(2002 年 2 月)
Applied Mathematics and Mechanics

应用数学和力学编委会编
重 庆 出 版 社 出 版

文章编号: 1000_0887(2002) 02_0195_06

多项式凸多面体的稳定性及严格正实性

王志珍[1], 王 龙[1], 郁文生[2]

(1 北京大学 力学与工程科学系, 北京 100871; 2 中国科学院 自动化所, 北京 100080)

(林宗池推荐)

摘要: 对于由区间多项式的凸组合描述的不确定系统, 它的 Hurwitz 稳定性可由某个仅由顶点和棱边构成的子集来保证, 且此集合的大小与系统的维数无关

关 键 词: 区间多项式; 多项式凸多面体; Hurwitz_稳定性; 值集

中图分类号: O175 文献标识码: A

引 言

在参数不确定性系统的稳定性研究中, 最先由 Kharitonov[1] 于 1978 年给出 4 顶点检验准则 他考虑的是一族不降次的实多项式, 满足系数间不具有相关性 此后, 他又给出复系数下的 8 顶点检验结果 在此工作的推动下, 鲁棒参数不确定性的研究逐渐深入和广泛 推广的 Kharitonov 定理[2,3] 是由区间多项式的线性组合描述的不确定系统的鲁棒稳定性判定准则 它把整族的检验降为在一较小的集合上进行, 此集合由与系统维数无关的特殊线段组成 1988 年由 A. C. Bartlett, C. V. Hollot 及 L. Huang 给出的棱边定理[4] 对于多项式多角形对于单连通域的稳定性判定给出了等价条件 但其检验结果与系统维数有关, 当不确定参数维数增加时, 它以指数形式增长 因此对于特殊系统, 此检验不足够有效 事实上对于区间多项式的凸组合情形, 可以得到其与系统维数无关的检验条件 本文在前人的工作基础上, 采用分析的方法, 给出了一个等价条件 下面先给出一些定义

定义 1 $f(s) = \sum_{i=0}^{m} f_i s^i$, f_i $[\underline{f}_i, f_i]$ 是区间多项式, 构造多项式 $\underline{R}_f$, R_f, $\underline{I}_f$, I_f 如下

$$\underline{R}_f = \underline{f}_0 + f_2 s^2 + \underline{f}_4 s^4 + \quad ,$$

$$R_f = f_0 + \underline{f}_2 s^2 + f_4 s^4 + \quad ,$$

$$\underline{I}_f = \underline{f}_1 + f_3 s^2 + \underline{f}_5 s^4 + \quad ,$$

$$I_f = f_1 + \underline{f}_3 s^2 + f_5 s^4 +$$

定义 2 区间多项式 $f_1, \quad , f_m$ 具有一致取法, 如果 $\quad , \quad [0, 1]$ 满足

$$f_i(s) = [\ \underline{R}_{f_i} + (1- \quad)R_{f_i}] + [\ \underline{I}_{f_i} + (1- \quad)I_{f_i}]\, s \qquad (i = 1, \quad , m)$$

定义 3 任给 $\quad \mathbf{R}$, 值集 $\mathcal{F}(j \quad) = {}_{f \quad \mathcal{F}}\{f(j \quad)\}$

收稿日期: 2000_06_30; 修订日期: 2001_09_18
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(69925307)
作者简介: 王志珍(1974) , 女, 甘肃人, 博士.

定义 4 $\mathcal{F}$ 是 Hurwitz 稳定, 如果 f $\mathcal{F}$, 多项式 $f(s)$ 的所有根在开复左半平面

定义 5 任给区间多项式 $f(s) = \sum_{i=0}^{m} f_i s^i$, f_i $[\underline{f}_i, \bar{f}_i]$ 则 $K_f^0 = \{f_k^1, f_k^2, f_k^3, f_k^4\}$ 称为 $f(s)$ 的 Kharitonov 顶点集; $E_f^0 = \{ f_k^s + (1-)f_k^t; (s,t) \quad \{(1,2),(2,4),(4,3),(3,1)\}, [0,1]\}$ 称为 $f(s)$ 的 Kharitonov 棱边集 这里

$$f_k^1 = \underline{f}_0 + \underline{f}_1 s + f_2 s^2 + f_3 s^3 + \quad, f_k^2 = \underline{f}_0 + f_1 s + f_2 s^2 + \underline{f}_3 s^3 + \quad,$$
$$f_k^3 = f_0 + \underline{f}_1 s + \underline{f}_2 s^2 + f_3 s^3 + \quad, f_k^4 = f_0 + f_1 s + \underline{f}_2 s^2 + \underline{f}_3 s^3 + \quad,$$

易知 $f_k^1 = \underline{R}_f + s\underline{I}_f,\ f_k^2 = \underline{R}_f + sI_f,\ f_k^3 = R_f + s\underline{I}_f,\ f_k^4 = R_f + sI_f$

1 稳定性

首先研究 m 个区间多项式的凸组合, 即

$$\mathcal{F} = \left\{ \sum_{i=1}^{m} {}_i f_i; \sum_{i=1}^{m} {}_i = 1, \quad f_i \text{ 为 Hurwitz\_稳定的区间多项式} \right\} \tag{1}$$

这里 f_i 具有如下形式

$$f_i = \sum_{k=0}^{n} f_i^k s^k, \qquad f_i^k \quad [\underline{f}_i^k, f_i^k], \tag{2}$$

其中 k 为上标

定理 1 任给 **R**, $\mathcal{F}(\mathrm{j}\ ) = \left\{ (\sum_{i=1}^{m} {}_i f_i)(\mathrm{j}\ ), f_1, \quad, f_m \text{ 具有一致取法} \right\}$

证明 g $\mathcal{F}$ 存在 ${}_1, \quad, {}_m$ $[0,1]$, $\sum_{i=1}^{m} {}_i = 1$ 使得 $g = \sum_{i=1}^{m} {}_i f_i$ 设其等于 $\sum_{i=1}^{m} {}_i p_i$, 这里 ${}_i$ $[0,1]$, $\sum_{i=1}^{m} {}_i = 1$, $p_1, \quad, p_m$ 具有一致取法 根据定义, 存在两个实数 w, v $[0,1]$ 满足

$$p_i = [w\underline{R}_{f_i} + (1-w)R_{f_i}] + \mathrm{j}[v\underline{I}_{f_i} + (1-v)I_{f_i}]$$

由 $\sum_{i=1}^{m} {}_i p_i = \sum_{i=1}^{m} {}_i f_i$ 化简得到关于 w, v 的两个方程

$$w \sum_{i=1}^{m} {}_i (R_{f_i} - \underline{R}_{f_i}) = \sum_{i=1}^{m} {}_i R_{f_i} - \sum_{i=1}^{m} {}_i \mathcal{R} f_i,$$
$$v \sum_{i=1}^{m} {}_i (I_{f_i} - \underline{I}_{f_i}) = \sum_{i=1}^{m} {}_i I_{f_i} - \sum_{i=1}^{m} {}_i \mathcal{I} f_i$$

令 ${}_i = {}_i$ 我们分两种情况讨论:

1) 当 $\underline{R}_{f_i} = R_{f_i}$ 或 $\underline{I}_{f_i} = I_{f_i}$, $i = 1, \quad, m$ 时, 则取相应的 $w = 0$ 或 $v = 0$, 方程自然满足 因为此时 $R_{f_i} = \mathcal{R} f_i$ 或 $I_{f_i} = \mathcal{I} f_i$

2) 当 $\underline{R}_{f_i}$ R_{f_i} 且 $\underline{I}_{f_i}$ I_{f_i}, $i = 1, \quad, m$ 时, 直接解得 w、v 即可, 易知 w, v $[0,1]$, 从而定理 1 得证

利用定理 1, 可得

推论 1 $\mathcal{F}$ $\{ A_1 + (1-)A_2: \quad [0,1], A_k \quad \mathcal{V}\}$, 其中

$$\mathcal{V} = \sum_{i=1}^{m} \left\{ (\ \underline{R}_{f_i} + (1- \ )R_{f_i}) + (\ \underline{I}_{f_i} + (1- \ )I_{f_i})s; \right.$$
$$\left. , \quad \{0,1\} \right\} \quad (\sum_{i=1}^{m} E_{f_i}^0)$$

由定义 5, $K_{f_i}^0 = \{f_{ik}^1, f_{ik}^2, f_{ik}^3, f_{ik}^4\}$ 借助其等价表达式, 推论 1 中第二个集合等于

$$\quad_{i=1}^{m}\quad_{j=i+1}^{m}\quad_{l=1}^{4}\left\{ f_{ik}^{l} + (1- \quad)f_{jk}^{l}, \qquad [0,1]\right\} \qquad (\quad_{i=1}^{m} E_{f_i}^{0})$$

考虑到$\mathcal{F}$ 中多项式不降次, 且f_1、f_2为Hurwitz_稳定的, $E_{f_i}^{0}$ 为凸方向, 我们有如下结论:

定理2 $\mathcal{F}$ 为Hurwitz_稳定 $\mathcal{V}$ 为Hurwitz_稳定 这样的边数共有 $4C_m^2$ 个

对于低阶情形, 上面的结论可以简单表示如下:

推论2 $m = 2$,

$\mathcal{F}$ 为Hurwitz_稳定 $\quad_{l=1}^{4}\left\{ f_{1k}^{l} + (1- \quad)f_{2k}^{l}, \qquad [0,1]\right\}$ 为Hurwitz_稳定;

$m = 3$,

$\mathcal{F}$ 为Hurwitz_稳定 $\quad_{(i,j)=(1,2)(2,3)(3,1)} \quad_{l=1}^{4}\left\{ f_{ik}^{l} + (1- \quad)f_{jk}^{l}, \qquad [0,1]\right\}$ 为Hurwitz_稳定

2 严格正实性

设

$$\left.\begin{aligned} \mathcal{F} &= \left\{ \quad_{i=1}^{m} \quad_i f_i ; \quad_{i=1}^{m} \quad_i = 1,\ f_i \text{ 为区间多项式}\right\}, \\ \mathcal{G} &= \left\{ \quad_{i=1}^{l} \quad_i g_i ; \quad_{i=1}^{l} \quad_i = 1,\ g_i \text{ 为区间多项式}\right\} \end{aligned}\right\} \qquad (3)$$

令$\mathcal{T} = \mathcal{F}/\mathcal{G}$, 则 $t \quad \mathcal{T}$, $t = f/g$, $f \quad \mathcal{F}$, $g \quad \mathcal{G}$ 考虑$\mathcal{T}$ 的严格正实性, 即集合

$$\left\{ \frac{\quad_{i=1}^{m} \quad_i f_i}{\quad_{i=1}^{l} \quad_i g_i} ; \quad_{i=1}^{m} \quad_i = 1, \quad_{i=1}^{l} \quad_i = 1,\ f_i, g_i \text{ 为区间多项式}\right\}$$

为严格正实的充分必要条件 利用一致取法的思路, 分析关键顶点的组成及其与整族的稳定性关系 $\quad \mathbf{R}$, 考虑如下集合

$$\left\{\begin{aligned} \mathcal{T}(\mathrm{j}\quad) &= \left\{ f(\mathrm{j}\quad)(s- \quad) + g(\mathrm{j}\quad);\quad > 0, \quad \mathbf{R}, f \quad \mathcal{F}, g \quad \mathcal{G}\right\}, \\ \mathcal{F}(\mathrm{j}\quad) &= \left\{ f(\mathrm{j}\quad), f \quad \mathcal{F}\right\}, \\ \mathcal{G}(\mathrm{j}\quad) &= \left\{ g(\mathrm{j}\quad), g \quad \mathcal{G}\right\} \end{aligned}\right. \qquad (4)$$

$\mathcal{T}(\mathrm{j}\quad)$, $\mathcal{F}(\mathrm{j}\quad)$ 与$\mathcal{G}(\mathrm{j}\quad)$ 的顶点集合分别记作K_1、K_2、K_3, 则$K_1 \quad K_2(\mathrm{j}x - \quad) + K_3$ 此外, $\mathcal{F}(\mathrm{j}\quad)$ 和$\mathcal{G}(\mathrm{j}\quad)$ 为复平面上的几个矩形域的凸组合, 顶点集的元素个数分别为 $4m$、$4l$ 个

对区间族$\mathcal{F}$、$\mathcal{G}$, 有结论如下:

引理1[2] $\quad \mathbf{R}$,

$$\begin{aligned} &\underline{R}_{f_i}(\mathrm{j}\quad) \quad \mathcal{R}f_i(\mathrm{j}\quad) \quad R_{f_i}(\mathrm{j}\quad), \\ &\underline{I}_{f_i}(\mathrm{j}\quad) \quad \mathcal{I}f_i(\mathrm{j}\quad) \quad I_{f_i}(\mathrm{j}\quad); \end{aligned} \qquad (i = 1, \quad, m),$$

$$\begin{aligned} &\underline{R}_{g_k}(\mathrm{j}\quad) \quad \mathcal{R}_{g_k}(\mathrm{j}\quad) \quad R_{g_k}(\mathrm{j}w), \\ &\underline{I}_{g_k}(\mathrm{j}\quad) \quad \mathcal{I}_{g_k}(\mathrm{j}\quad) \quad I_{g_k}(\mathrm{j}\quad); \end{aligned} \qquad (k = 1, \quad, l)$$

令$\mathcal{H}(s) = \left\{(c + d\mathrm{j})(s - \quad) + (a + b\mathrm{j}); a, b, c, d \text{ 是区间变量}\right\}$ $\quad x \quad \mathbf{R}$, $\mathcal{H}(\mathrm{j}x)$ 的顶点集记为K_0

引理2 $\quad \mathbf{R}$, $\mathcal{I}(\mathrm{j}\quad)$ 的关键顶点的个数为 $12ml$

证明 首先, $x \quad \mathbf{R}$, 考虑多项式族

$$\mathcal{H}(\mathrm{j}x) = \left\{(c + d\mathrm{j})(\mathrm{j}x - \quad) + (a + b\mathrm{j})\right\},$$

$a \in [\underline{a}, \bar{a}]$, $b \in [\underline{b}, \bar{b}]$, $c \in [\underline{c}, \bar{c}]$, $d \in [\underline{d}, \bar{d}]$

令 $P = a + bj$, $Q = c + dj$, 记相应的 Kharotonov 顶点集为 K_P、K_Q (x_a, x_b, x_c, x_d) 是一个有序元, 其中 x_t 是一个关于区间变量 t 的实函数, 其表达式为

$$x_t = \begin{cases} 2 & t \text{ 取最大值;} \\ 1 & t \text{ 取最小值;} \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$$

下证 P、Q 具有一致取法时, $h(P, Q) = Q(jx - \ )+ P$ 不是系统的关键顶点, 这时(x_a, x_b, x_c, x_d) 等于$(1\ 1\ 1\ 1)$, $(1\ 2\ 1\ 2)$, $(2\ 1\ 2\ 1)$ 或$(2\ 2\ 2\ 2)$

首先说明此集合的凸性 由定义, $h(P_1, Q_1), h(P_2, Q_2) \quad \mathcal{H}(jx)$, $\mathbf{R}$,

$$h(P_1, Q_1) + (1- \ )h(P_2, Q_2) =$$
$$(Q_1(jx - \ ) + P_1) + (1- \ )(Q_2(jx - \ ) + P_2) =$$
$$(Q_1 + (1- \ )Q_2)(jx - \ ) + (P_1 + (1- \ )P_2)$$

设 a_i, b_i, c_i, d_i 是P_i, Q_i 的相应实部和虚部 由于

$$(a_1 + (1- \ )a_2) \quad [\underline{a}, \bar{a}], \ (b_1 + (1- \ )b_2) \quad [\underline{b}, \bar{b}],$$
$$(c_1 + (1- \ )c_2) \quad [\underline{c}, \bar{c}], \ (d_1 + (1- \ )d_2) \quad [\underline{d}, \bar{d}],$$

可知 $h(P_1, Q_1) + (1- \ )h(P_2, Q_2) \quad \mathcal{H}(jx)$ 凸性得证

下证关键顶点问题, 取$(x_a, x_b, x_c, x_d) = (1\ 2\ 1\ 2)$, 其余类证 这时有 $P = \underline{c} + j\bar{d}$, $Q = \underline{a} + j\bar{b}$, 则

$$M = Q(jx - \ ) + P = (\underline{a} - (\underline{c} + \bar{d}x)) + j(\bar{b} + \underline{c}x - \bar{d} \ )$$

若 $x \quad 0$, 取 $t \quad [\underline{c}, \bar{c}]$ 满足

$$(t - \underline{c}) < \bar{a} - \underline{a}, \quad (t - \underline{c}) < \bar{b} - \underline{b},$$

取 $t < \underline{c} + \min\left\{(\bar{a} - \underline{a})/ \ , (\bar{b} - \underline{b})/ \ , \bar{c} - \underline{c}\right\}$ 取

$$y = \underline{a} + \ (t - \underline{c}), \ z = \bar{b} - \ (t - \underline{c}), \ P_1 = y + jz, \ Q_1 = t + j\bar{d},$$

则可验证

$$M = Q_1(jx - \ ) + P_1 \qquad Q_1 / K_Q$$

若 $x < 0$, 则取 $t \quad [\underline{d}, \bar{d}]$ 满足 $t < \bar{d} - \min\left\{(\bar{b} - \underline{b})/ \ , (\bar{a} - \underline{a})/(- \ ), \bar{d} - \underline{d}\right\}$,

$$y = \underline{a} - \ (\bar{d} - t), \ z = \bar{b} - \ (\bar{d} - t), \ P_2 = y + jz, \ Q_2 = \underline{c} + jt,$$

则 $M = Q_2(jx - \ ) + P_2$, Q_2 / K_Q 故M 不是$\mathcal{H}(jx)$, $x \quad \mathbf{R}$, 的关键顶点, 其余类证 故对于凸集合$\mathcal{H}(jx)$, 其关键顶点的个数为 16- 4= 12 个

根据上面的分析, K_1 的元素个数等于 $4m \quad 4l - 4m \quad l = 12ml$

引理 3 $\mathbf{R}$, K_1 为 Hurwitz_稳定的, 则 $0 \notin 5\mathcal{F}(jX)$#

证明 由题设知, P X I $\mathbf{R}$, $0 \notin K_1$, $P x \ I \ \mathbf{R}$, 考虑一次多项式族$\mathcal{H}(jx)$, 如前所设, 其顶点集为K_0, $P h_1, h_2 \ \text{I} \ K_0$, 则存在$\left\{Q_1, Q_2\right\} < K_3$, $\left\{P_1, P_2\right\} < K_2$ 满足

$$h_1(jx) = Q_1(jx - B) + P_1, \quad h_2(jx) = Q_2(jx - B) + P_2\#$$

首先说明两点:

第一, P X I $\mathbf{R}$, $P x \ I \ \mathbf{R}$,

$$\mathcal{F}(jX) = \mathcal{H}(jx),$$

其中 $a + bj = g(jX)$, $c + dj = f(jX)$#

其次 $\text{P}\, l(h_1, h_2) \ I \ 5\mathcal{H}(jx)$, 由于$5\mathcal{H}(jx) < \left\{E_{\mathcal{G}}(jx - B) + K_2\right\} \text{G} \left\{K_3(jx - B) + E_{\mathcal{F}}\right\}$, 故

$$l(Q_1, Q_2) < E_{\mathscr{G}}, \ P_1 = P_2 \ \mathrm{I} \ K_2,$$

或 $$Q_1 = Q_2 \ \mathrm{I} \ K_3, \ l(P_1, P_2) < E_{\mathscr{F}} \#$$

下面我们证明引理结论# 采用反证法,假设 0 I $5\mathscr{T}(\mathrm{j}X)$# 由推论 1 知

$$E_{\mathscr{F}} < \overset{m}{\underset{i=1}{\mathscr{G}}} \overset{m}{\underset{j=i+1}{G}} \overset{4}{\underset{l=1}{G}} \left\{ Kf_{ik}^{l} + (1- K) f_{jk}^{l}; K \ \mathrm{I} \ [0, 1] \right\} G \ (\overset{m}{\underset{i=1}{G}} E_{f_i}^{0})\#$$

因为 $E_{f_i}^0$ 为凸方向知, 0 I K_1] 0 Y $E_{f_i}^0$# 不失一般性, 考虑前一种情形# 设 0 I $l(h_1, h_2) <$ $5\mathscr{T}(\mathrm{j}X)$, 其中

$$P_1 = P_2 \overset{\$}{=} P \ \ I \ \ K_2, \ \ Q_1 = \underline{c} + \mathrm{j}d, \ \ Q_2 = \underline{a} + \mathrm{j}b,$$

则 $l(h_1, h_2) = [KQ_1 + (1- K) Q_2](\mathrm{j}x - B) + P\#$ 由假设, 必存在 K_0 I $[0, 1]$, x_0 I $\mathbf{R}$, 使得 $(K_0 h_1 + (1- K_0) h_2)(\mathrm{j}x_0) = 0\#$ 由 h_1, h_2 皆为 Hurwitz 多项式知

$$(\arg(h_2 - h_1)(\mathrm{j}x))c = K_0(\arg(h_1(\mathrm{j}x)))c + (1- K_0)(\arg(h_2(\mathrm{j}x)))c > 0\#$$

另一方面, 可计算

$$\begin{aligned}(h_2 - h_1)(\mathrm{j}x) &= (\underline{a} + \mathrm{j}b)(\mathrm{j}x - B) - (\underline{c} + \mathrm{j}d)(\mathrm{j}x - B) = \\ &[(\underline{a} - \underline{c}) + (b - \mathrm{j}d)](\mathrm{j}x - B) = \\ &[x(d - b) + B(\underline{c} - \underline{a})] + \mathrm{j}[x(\underline{a} - \underline{c}) - B(b - d)],\end{aligned} \tag{5}$$

故 $\tan(\arg(h_2 - h_1)(\mathrm{j}x)) = [x(\underline{a} - \underline{c}) - B(b - d)]/[x(d - b) + B(\underline{c} - \underline{a})]\#$ 由于 $(\arg(h_2 - h_1)(\mathrm{j}x))c$ 与 $(\tan(\arg(h_2 - h_1)(\mathrm{j}x)))c$ 同号, 而后者的符号与 $-B[(b - d)^2 + (\underline{a} - \underline{c})^2]$ 一致# 因为 $B > 0$, 所以 $(\arg(h_2 - h_1)(\mathrm{j}x))c < 0$, 矛盾# 运用上述方法, 讨论 $5\mathscr{H}(\mathrm{j}x)$ 中其它组合, 可得出同样结论# 也就是说 P X I $\mathbf{R}$, K_1 为 Hurwitz_稳定的] 0 Y $5\mathscr{T}(\mathrm{j}X)$#

设 $\mathscr{T}(z) = \left\{ f(z)(s - B) + g(z): B > 0, f \ I \ \mathscr{F}, g \ I \ \mathscr{G} \right\}\#$

定理 3 $\mathscr{T}(z)$ 为 Hurwitz_稳定 Z K_1 为 Hurwitz_稳定#

证明 由于全族多项式不降次, 从而 0 Y $\mathscr{T}(\mathrm{j}\,])$, 利用排零原理有

$$\mathscr{T}(z) \text{ 为 Hurwitz\_稳定 Z } \begin{matrix} 0 \ Y \ 5\mathscr{T}(\mathrm{j}X) \\ v \ n(z) \ I \ \mathscr{T}(z) \end{matrix} \text{ 满足 } n(z) \text{ 是 Hurwitz\_稳定的\#}$$

根据引理 3, 这可由 K_1 的 Hurwitz_稳定性来保证, 充分性得证#

必要性由两个集合的包含关系可得#

定理 4 若 P X I $\mathbf{R}$, 0 Y $\mathscr{G}(\mathrm{j}X)$,

$$\min \left\{ \mathscr{R} \frac{\overset{m}{\underset{i=1}{\mathscr{E}}} K_i f_i}{\overset{l}{\underset{i=1}{E}} L_i g_i} \middle| \overset{m}{\underset{i=1}{E}} K_i f_i \ I \ K_2, \ \overset{l}{\underset{i=1}{E}} L_i g_i \ I \ K_3 \right\} \overset{\$}{=} B_0 > 0,$$

则 $\min\left\{ \mathscr{R}\mathscr{T}(\mathrm{j}X) \right\} = B_0\#$

证明 反证, 设 $\min\left\{ \mathscr{R}\mathscr{T}(\mathrm{j}X) \right\} < B_0$, 不妨以 B_1 记之# 则由于 $B_0 > 0$, 一定存在实数 $B_2 >$ 0, 并且 $B_1 < B_2 < B_0\#$ 考虑多项式 $h(s) = g(s - B_2) + f, f \ I \ \mathscr{F}, g \ I \ \mathscr{G}$, 则

$$\min \left\{ \mathscr{R} \frac{\overset{m}{\underset{i=1}{\mathscr{E}}} K_i f_i}{\overset{l}{\underset{i=1}{E}} L_i g_i} \middle| \overset{m}{\underset{i=1}{E}} K_i f_i \ I \ K_2, \ \overset{l}{\underset{i=1}{E}} L_i g_i \ I \ K_3 \right\} = B_0 > B_2 \ ]$$

$$\mathrm{P} \ \ t = \frac{\overset{m}{\underset{i=1}{E}} K_i f_i}{\overset{l}{\underset{i=1}{E}} L_i g_i}, \ \overset{m}{\underset{i=1}{E}} K_i f_i \ I \ K_2, \ \overset{l}{\underset{i=1}{E}} L_i g_i \ I \ K_3, \ \mathscr{R}t \ \backslash \ B_0 > B_2 \ ]$$

$$\left\{\mathscr{R}\frac{f}{g} > B_2, f\ I\ K_2, g\ I\ K_3\right\}\ \mathrm{Z}$$
$$\mathscr{R}s < 0,\ P\ s\ I\ \left\{g(s-B_2)+f=0,\ f\ I\ K_2,\ g\ I\ K_3\right\}\ \mathrm{Z}$$
$$\left\{g(s-B_2)+f=0, f\ I\ K_2, g\ I\ K_3\right\}\text{为Hurwitz\_稳定}\ \overset{\text{由定理3}}{\mathrm{Z}}$$
$$\left\{g(s-B_2)+f=0, f\ I\ \mathscr{F}, g\ I\ \mathscr{G}\right\}\text{为Hurwitz\_稳定}\ \mathrm{Z}$$
$$h(s)\ \text{为Hurwitz\_稳定}\ \mathrm{Z}$$
$$\mathscr{R}s < 0,\ P\ s\ I\ \left\{g(s-B_2)+f=0,\ f\ I\ \mathscr{F}, g\ I\ \mathscr{G}\right\}\ \mathscr{Z}$$
$$\left\{\mathscr{R}\frac{f}{g}\ \backslash\ B_2,\ f\ I\ \mathscr{F},\ g\ I\ \mathscr{G}\right\}\ ]$$
$$\min\left\{\mathscr{R}\mathscr{T}(\mathrm{j}X)\right\} > B_2,$$

这与假设 $\min\left\{\mathscr{R}\mathscr{T}(\mathrm{j}X)\right\} = B_1 < B_2$ 矛盾, 结论得证#

[参 考 文 献]

[1] Kharitonov V L. Asymptotic stability of an equilibrium position of a family of systems of linear differential equations[J]. Differential Uravnen, 1978, **14**(10): 2086) 2088.

[2] Bhattacharyya S P, Chapellat H, Keel L H. Robust Control: The Parametric Approach[M]. Upper Saddle River: Prentice Hall, 1995.

[3] Chapellat H, Bhattacharyya S P. A generalization of Kharitonov. s theorem: robust stability of interval plants[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1989, **34**(4): 306) 311.

[4] Bartlett A C, Hollot C V, Huang L. Root location of entire polytope of polynomials: it suffices to check the edges[J]. Mathematics of Controls, Signals and Systems, 1988, **1**(1): 61) 71.

[5] 王龙,黄琳. 区间有理函数严格正实性的有限检验[J]. 科学通报, 1991, **36**(4): 261) 264.

Stability and Strict Positive Realness of Convex Polytopes of Interval Polynomials

WANG Zhi_zhen[1], WANG Long[1], YU Wen_sheng[2]

(1. Department of Mechanics and Engineering Sciences, Peking University, Beijing 100871, P R China;

2. Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, P R China)

Abstract: For an uncertain system described by convex combination of interval polynomials, its Hurwitz_stability can be guaranteed by certain subset composed of vertices and edges. Furthermore, the testing set does not increase when the order of given system increases.

Key words: interval polynomials; convex combination of polynomials; Hurwitz_stability; value set