

文章编号: 1000-0887(2001) 11-1181-06

# 平面十次对称准晶中 II 型 Griffith 裂纹的求解<sup>\*</sup>

郭玉翠<sup>1</sup>, 范天佑<sup>2</sup>

(1. 北京邮电大学 基础科学部, 北京 100088; 2. 北京理工大学 材料科学研究中心, 北京 100081)

(王银邦推荐)

**摘要:** 应用应力函数法, 求解了二维十次对称准晶中的 II 型 Griffith 裂纹问题。特点是把二维准晶的弹性力学问题分解成一个平面应变问题与一个反平面问题的叠加, 通过引入应力函数, 把平面应变问题的十八个弹性力学基本方程简化成一个八阶偏微分方程, 并且求出了其在 II 型 Griffith 裂纹情况的混合边值问题的解, 所有的应力分量和位移分量都用初等函数表示出来, 并且由此得出了准晶中 II 型 Griffith 裂纹问题的应力强度因子和能量释放率。

**关键词:** 二维准晶; II 型 Griffith 裂纹; 应力函数; 应力强度因子; 应变能释放率  
**中图分类号:** O346.1      **文献标识码:** A

## 引 言

现有的理论和实验表明<sup>[1]</sup>, 存在于 Al<sub>13</sub>Mn 合金中的二十面体对称准晶是三维准晶, 即在三维空间的任一方向都不具有周期性; 所谓二维准晶是指一个方向具有平移周期性, 而在垂直于这个方向的二维平面中呈现准周期性。例如, Bendersky 和 Chattopadhyay 等人分别在 AlMn 合金中发现具有 10/ mm 点群的十次对称准晶, 冯国光等人在急冷的 AlFe 合金中发现的十次对称准晶等; 除了三维和二维准晶外, 同时也存在一维准晶。这种结构中有一个一维周期平面和沿与之垂直方向的准周期堆垛。象蔡安邦和扬文革等人在铸锭退火的 AlCuFeMn 合金中得到的稳定一维准晶等。在相当多的合金系都存在准晶结构, 这一结构的发现不仅对传统晶体学本身带来了深刻的变革, 而且对定量描写和分析它的数学方法也带来了重大挑战。本文将从数学弹性力学角度研究带有缺陷的准晶的变形和断裂特性。

## 1 基本问题阐述

与传统的晶体相比, 准晶体弹性行为的一个显著不同是: 除熟知的位移  $u$  (亦称声子场) 外, 还存在另一个位移场  $w$ , 称为相位子位移场。这两类流体动力学变量有着完全不同的性质, 变量  $u$  描述通常原子偏离平衡位置的小振动而引起格波, 这种波格的量子便是声子, 其低能长波元激发是传播型的。变量  $w$  在一定程度上描述准周期结构拼块的重排(在晶体中这种重排是不可区分的), 从而形成另一类低能长波元激发, 这种元激发是扩散型的, 也将导致局部能量扰动。因而准晶体有两个应变场:

\* 收稿日期: 1999\_02\_08; 修订日期: 2001\_07\_13

作者简介: 郭玉翠(1962—), 女, 辽宁锦州人, 副教授, 博士。

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}), \quad w_{\bar{j}} = w_{i,j} \quad (1)$$

相应的应力张量除  $\sigma_{\bar{j}}$  外, 还有  $H_{\bar{j}}$ . 准晶的弹性常数分为三类, 即声子场部分弹性常数  $C_{\bar{j}kl}$ , 相位子场部分弹性常数  $K_{\bar{j}kl}$  和声子场——相位子场耦合部分弹性常数  $R_{\bar{j}kl}$ . 联系应力张量和应变张量的广义 Hooke 定律为<sup>[2]</sup>

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{ij} &= C_{\bar{j}kl} \varepsilon_{kl} + R_{\bar{j}kl} w_{kl}, \\ H_{ij} &= R_{\bar{j}kl} \varepsilon_{kl} + K_{\bar{j}kl} w_{kl}. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

此外, 还有平衡方程:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{ij,j} + f_j &= \mathbf{0}, \\ H_{ij,j} + g_j &= \mathbf{0}, \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

其中  $f_i$  代表体力,  $g_i$  代表广义体力. 方程组(1)、(2)和(3)构成准晶弹性力学基本方程组.

现在假设在一个二维十次对称准晶材料的平板中有一个穿透板厚的 Griffith 裂纹(如图1), 裂纹的方向与准晶的周期方向平行, 将这个方向取为  $z$  轴. 在这种情况下二维准晶的裂纹问题可以分解成一个平面应变裂纹问题与一个反平面裂纹问题的叠加. 平面应变裂纹问题将在下面讨论, 反平面裂纹问题的控制方程是:

$$\nabla^2 u_z = 0, \quad (4)$$

〔其中  $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$  是二维 Laplace 算子〕它与平面应变问题不耦合. 在 II 型载荷作用下, 反平面问题只有零解<sup>[3]</sup>.

对准晶的平面应变状态的情形, 所有的场变量  $X$  都独立于变量  $z$ , 即

$$\frac{\partial X}{\partial z} = 0. \quad (5)$$

又由于十次对称准晶是二维准晶, 所以其相位子位移场分量满足:

$$w_z = 0. \quad (6)$$

其声子场是横观各向同性的<sup>[1]</sup>, 弹性常数为:

$$\begin{aligned} C_{1111} &= C_{2222} = C_{11}, & C_{3333} &= C_{33}, & C_{1133} &= C_{2233} = C_{13}, \\ C_{2323} &= C_{3131} = C_{44}, & C_{1212} &= C_{12}, & 2C_{1212} &= C_{1111} - C_{1122} = C_{66}. \end{aligned}$$

因此十次对称准晶的广义 Hooke 定律可以写成<sup>[2]</sup>:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{xx} &= C_{11} \varepsilon_{xx} + C_{12} \varepsilon_{yy} + R(w_{xx} + w_{yy}), \\ \sigma_{yy} &= C_{12} \varepsilon_{xx} + C_{11} \varepsilon_{yy} - R(w_{xx} + w_{yy}), \\ \sigma_{xy} &= \sigma_{yx} = 2C_{66} \varepsilon_{xy} + R(w_{yx} + w_{xy}), \\ H_{xx} &= R(\varepsilon_{xx} - \varepsilon_{yy}) + K_1 w_{xx} + K_2 w_{yy}, \\ H_{yy} &= R(\varepsilon_{xx} - \varepsilon_{yy}) + K_1 w_{yy} + K_2 w_{xx}, \\ H_{xy} &= -2R \varepsilon_{xy} + K_1 w_{xy} - K_2 w_{yx}, \\ H_{yx} &= 2R \varepsilon_{xy} + K_1 w_{yx} - K_2 w_{xy}. \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

为了简便起见, 在(4)中令  $C_{11} = L + M$ ,  $C_{12} = L$ ,  $C_{66} = (C_{11} - C_{12})/2 = M$ , 则(4)中的前三个表达式可以重写如下:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{xx} &= L(\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy}) + 2M\varepsilon_{xx} + R(w_{xx} + w_{yy}), \\ \sigma_{yy} &= L(\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy}) + 2M\varepsilon_{yy} - R(w_{xx} + w_{yy}), \\ \sigma_{xy} &= \sigma_{yx} = 2M\varepsilon_{xy} + R(w_{yx} - w_{xy}). \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

注意这里的  $L$  和  $M$  是为了方便引入的记号, 是横观各向同性弹性常数的一部分, 而与平面准晶中的  $\lambda$  和  $\mu$  不同.  $K_1, K_2$  是相位子常数,  $R$  是声子场和相位子场耦合系数. 这样, 我们得到关于十次对称准晶的 18 个弹性力学基本方程(包括(3)中的 4 个平衡方程, (1)中的 7 个变形几何方程和广义 Hooke 定律(4)中 7 个方程).

引入应力函数  $\phi(x, y)$ ,  $\phi_1(x, y)$  和  $\phi_2(x, y)$ <sup>[4]</sup>, 并且令

$$\alpha_{xx} = \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2}, \quad \alpha_{yy} = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2}, \quad \alpha_{xy} = \alpha_{yx} = -\frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial y}, \tag{9a}$$

$$H_{xx} = \frac{\partial \phi_1}{\partial y}, \quad H_{xy} = -\frac{\partial \phi_1}{\partial x}, \quad H_{yy} = \frac{\partial \phi_2}{\partial x}, \quad H_{yx} = -\frac{\partial \phi_2}{\partial y}. \tag{9b}$$

可以将上述十次对称准晶的 18 个弹性力学基本方程简化成一个高阶偏微分方程<sup>[5]</sup>:

$$\nabla^{10} F = 0 \tag{10}$$

这里  $\phi(x, y)$ ,  $\phi_1(x, y)$  和  $\phi_2(x, y)$  与  $F(x, y)$  的关系是:

$$\left. \begin{aligned} \phi &= C \frac{\partial}{\partial y} \left[ 3 \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right] \nabla^2 F, \\ \phi_1 &= -\frac{1}{R} (MK_1 - R^2) [(L + 2M)(K_1 + K_2) - 2R^2] \nabla^2 F + \\ &\quad (L + M)(K_1 - K_2) R \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \left[ 3 \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right] \left[ 3 \frac{\partial^2}{\partial y^2} - \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right] F, \\ \phi_2 &= (L + M)(K_1 - K_2) R \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \left[ 3 \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right] \left[ 3 \frac{\partial^2}{\partial y^2} - \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right] F, \end{aligned} \right\} \tag{11}$$

其中  $C = 2(MK_1 - R^2)(L + M)$  是常数. 下面我们通过在特定的混合边界条件下求解(10)来研究十次对称准晶中的 II 型 Griffith 裂纹问题.

## 2 十次对称准晶中 II 型 Griffith 裂纹问题的解

如图 1(a), 假设在十次对称准晶的无穷大平板中有一个穿透板厚, 长度为  $2a$  的 Griffith 裂纹, 并在无穷远处作用剪应力(II 型应力), 表达式为:

$$\alpha_{xy}(x, \pm \infty) = \tau. \tag{12}$$

在 Griffith 理论的意义下, 图 1(a) 的受力状况与图 1(b) (即将无穷远处应力等价地作用在裂纹面上) 的情形等价. 因此我们只考虑后一种情况, 其边界条件可以表示为(由于对称性, 只考虑上半平面, 即  $y \geq 0$ ):

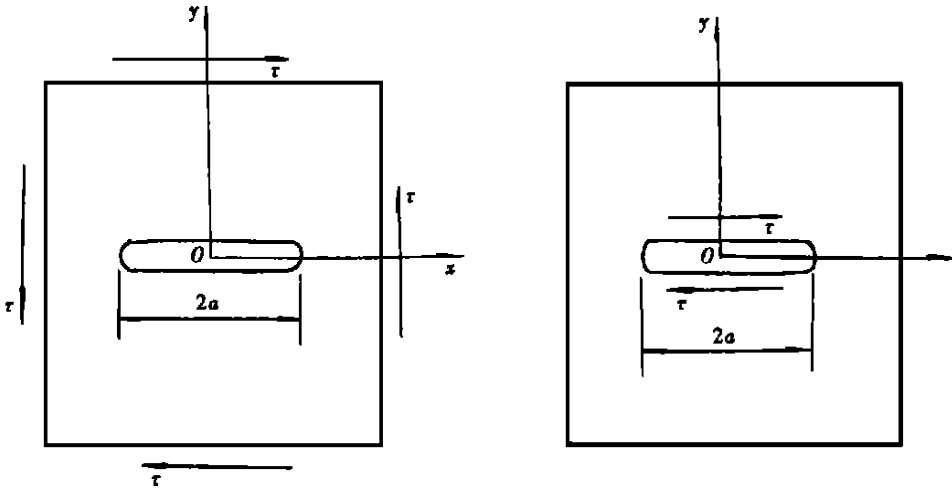
$$\left. \begin{aligned} \sqrt{x^2 + y^2} \rightarrow \infty: & \quad \alpha_{xx} = \alpha_{yy} = \alpha_{xy} = H_{xx} = H_{yy} = H_{xy} = H_{yx} = 0, \\ y = 0, |x| \leq a: & \quad \alpha_{xy} = -\tau, \quad \alpha_{yy} = 0, \quad H_{xy} = 0, \quad H_{yy} = 0, \\ y = 0, |x| > a: & \quad \alpha_{xy} = 0, \quad u_x = 0, \quad H_{xy} = 0, \quad w_x = 0. \end{aligned} \right\} \tag{13}$$

至此, 所谓 II 型 Griffith 裂纹问题的求解, 就是在边界条件(13)之下求解偏微分方程(10).

用 Fourier 变换法求解(10). 得到其在 Fourier 变换空间中的通解:

$$\begin{aligned} F(\xi, y) &= [A_1(\xi) + yA_2(\xi) + y^2A_3(\xi) + y^3A_4(\xi)] \xi^{-4} e^{-|\xi|y} + \\ &\quad [B_1(\xi) + yB_2(\xi) + y^2B_3(\xi) + y^3B_4(\xi)] \xi^{-4} e^{|\xi|y}, \end{aligned} \tag{14}$$

其中  $F(\xi, y) = \int_{-\infty}^{\infty} F(x, y) e^{i\xi x} dx$  是  $F(x, y)$  的 Fourier 变换, 表达式中的  $\xi^{-4}$  是为了使表达式简单而加上的.  $A_i(\xi), B_i(\xi) (i = 1, 2, 3, 4)$  是积分常数, 需要由边界条件(13)来确定. 由无



(a) 无穷远处作用剪应力

(b) 剪应力等价地作用于裂纹面

图 1 受剪应力作用的无穷大准晶平板

穷远处的边界条件立即可知  $B_i(\xi) = 0 (i = 1, 2, 3, 4)$ 。为了确定  $A_i(\xi) (i = 1, 2, 3, 4)$ , 我们把应力分量和位移分量用  $F(\xi, y)$  及其 Fourier 反演来表示, 由(9), (11) 和(14) 得到:

$$\alpha_{xx} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \alpha_{xx} e^{-i\xi x} d\xi = \frac{C_1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left[ 3\xi^4 \frac{d^3}{dy^3} - 2\xi^2 \frac{d^5}{dy^5} - \frac{d^7}{dy^7} \right] F e^{-i\xi x} d\xi \quad (15a)$$

$$\alpha_{yy} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \alpha_{yy} e^{-i\xi x} d\xi = \frac{C_1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left[ -3\xi^6 \frac{d}{dy} + 2\xi^4 \frac{d^3}{dy^3} + \xi^2 \frac{d^5}{dy^5} \right] F e^{-i\xi x} d\xi \quad (15b)$$

$$\alpha_{xy} = \alpha_{yx} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \alpha_{xy} e^{-i\xi x} d\xi = \frac{iC_1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left[ -3\xi^5 \frac{d^2}{dy^2} + 2\xi^3 \frac{d^4}{dy^4} + \xi \frac{d^6}{dy^6} \right] F e^{-i\xi x} d\xi, \quad (15c)$$

$$H_{xx} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} H_{xx} e^{-i\xi x} d\xi = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left[ C_2 \left( -\xi^6 \frac{d}{dy} + 3\xi^4 \frac{d^3}{dy^3} - 3\xi^2 \frac{d^5}{dy^5} + \frac{d^7}{dy^7} \right) F + iC_3 R \left( 3\xi^5 \frac{d^2}{dy^2} + 10\xi^3 \frac{d^4}{dy^4} + 3\xi \frac{d^6}{dy^6} \right) F \right] e^{-i\xi x} d\xi \quad (15d)$$

$$H_{xy} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} H_{xy} e^{-i\xi x} d\xi = -\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left[ iC_2 \left( \xi^7 - 3\xi^5 \frac{d^2}{dy^2} + 3\xi^3 \frac{d^4}{dy^4} - \xi \frac{d^6}{dy^6} \right) F + C_3 R \left( 3\xi^6 \frac{d}{dy} + 10\xi^4 \frac{d^3}{dy^3} + 3\xi^2 \frac{d^5}{dy^5} \right) F \right] e^{-i\xi x} d\xi \quad (15e)$$

$$H_{yx} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} H_{yx} e^{-i\xi x} d\xi = -\frac{iC_3}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left( 3\xi^5 \frac{d^2}{dy^2} + 10\xi^3 \frac{d^4}{dy^4} + 3\xi \frac{d^6}{dy^6} \right) F e^{-i\xi x} d\xi \quad (15f)$$

$$u_x = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} U_x e^{-i\xi x} d\xi = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left[ i \left( \alpha_1 \xi^5 \frac{d}{dy} + \alpha_2 \xi^3 \frac{d^3}{dy^3} + \alpha_3 \xi \frac{d^5}{dy^5} + \frac{\alpha_4}{\xi} \frac{d^7}{dy^7} \right) F + \frac{R^2 C_3}{2C} \left( 3 \frac{d^6}{dy^6} + 10\xi^2 \frac{d^4}{dy^4} + 3\xi^4 \frac{d^2}{dy^2} \right) F \right] e^{-i\xi x} d\xi \quad (16a)$$

$$u_y = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} U_y e^{-i\xi x} d\xi = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \left[ (\alpha_1 + \beta_3) \xi^4 \frac{d^2}{dy^2} + (\alpha_2 + \beta_2) \xi^2 \frac{d^4}{dy^4} + (\alpha_3 + \beta_1) \frac{d^6}{dy^6} + \frac{RC_2 \xi^6}{C} + \frac{\alpha_4}{\xi^2} \frac{d^8}{dy^8} \right] F + \frac{R^2 C_3}{2C} i \left[ 6\xi^5 \frac{d}{dy} + 17\xi^3 \frac{d^3}{dy^3} - 4\xi \frac{d^5}{dy^5} - \frac{3}{\xi} \frac{d^7}{dy^7} \right] F \right\} e^{-i\xi x} d\xi \quad (16b)$$

$$w_x = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} W_x e^{-i\xi y} d\xi = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ i \left[ \delta_1 \xi^5 \frac{d}{dy} + \delta_2 \xi^3 \frac{d^3}{dy^3} + \delta_3 \xi \frac{d^5}{dy^5} + \frac{\delta_4}{\xi} \frac{d^7}{dy^7} \right] F - \left[ \frac{1}{2(K_1 - K_2)} + \frac{\mu}{2C} \right] C_3 R \left[ 3 \frac{d^6}{dy^6} + 10 \xi^2 \frac{d^4}{dy^4} + 3 \xi^4 \frac{d^2}{dy^2} \right] F \right\} e^{-i\xi x} d\xi, \quad (16c)$$

$$w_y = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} W_y e^{-i\xi y} d\xi = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left[ \left[ \epsilon_1 \xi^4 \frac{d^2}{dy^2} + \epsilon_2 \xi^2 \frac{d^4}{dy^4} + \epsilon_3 \frac{d^6}{dy^6} \right] F + \frac{R^2 C_3}{C} \left[ 3 \xi \frac{d^5}{dy^5} + 10 \xi^3 \frac{d^3}{dy^3} + 3 \xi^5 \frac{d}{dy} \right] F \right] e^{-i\xi x} d\xi, \quad (16d)$$

其中  $C$  已经在前面给出, 这里  $C_1 = 2(MK_1 - R^2)(L + M)$ ,  $C_2 = 1/R(MK_1 - R^2)[(L + 2M)(K_1 + K_2) - 2R^2]$ ,  $C_3 = (L + M)(K_1 - K_2)$  而  $\alpha_i, \beta_i, \epsilon_i$  和  $\delta_i (i = 1, 2, 3, 4)$  是  $L, M, R, C_1, C_2, C_3, K_1, K_2$  等常数的组合。

将相关的应力分量和位移分量代入边界条件(13)的后两个表达式, 导出  $A_i(\xi) (i = 1, 2, 3, 4)$  之间的关系和一个对偶积分方程:

$$\left. \begin{aligned} \int_0^{\infty} A_4(\xi) \cos(\xi x) d\xi &= \frac{\pi \tau_s}{2} \quad (|x| \leq a), \\ \int_0^{\infty} \xi^{-1} A_4(\xi) \cos(\xi x) d\xi &= 0 \quad (|x| > a), \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

其中  $s = -2/(509C_1)$  是常数。求解这个方程, 并由  $A_i(\xi) (i = 1, 2, 3, 4)$  之间的关系, 得到:

$$\begin{aligned} A_4(\xi) &= \frac{\pi \tau_a s}{2} J_1(a\xi), & A_3(\xi) &= \frac{49}{8} \pi \tau_a s \xi^{-1} J_1(a\xi), \\ A_2(\xi) &= \frac{33}{2} \pi \tau_a s \xi^{-2} J_1(a\xi), & A_1(\xi) &= \frac{69}{16} \pi \tau_a s \xi^{-3} J_1(a\xi), \end{aligned}$$

其中  $J_1(a\xi)$  是第一类 Bessel 函数。

将  $A_i(\xi) (i = 1, 2, 3, 4)$  代入到应力分量和位移分量的表达式(15)和(16), 计算其中的含 Bessel 函数的复杂积分, 所有的应力分量和位移分量都可以用初等函数表示出来。由于篇幅的限制, 在这里我们只讨论断裂力学的控制参数——应力强度因子和应变能释放率。

### 3 II 型 Griffith 裂纹的应力强度因子和应变能释放率

在断裂力学理论中, 应力强度因子和应变能释放率是两个至关重要的物理量。应力强度因子的定义是:

$$K^{II} = \lim_{x \rightarrow a^+} \sqrt{2\pi(x - a)} \alpha_y(x, 0), \quad (18)$$

这里的上标 II 表示 II 型 Griffith 裂纹, 由(15c), 我们有:

$$K^{II} = \tau \sqrt{\pi a}, \quad (19)$$

其中  $a$  是裂纹半长。裂纹应变能的定义是:

$$W^{II} = \int_0^a [\alpha_{xy}(x, 0) \oplus H_{xy}(x, 0)] [u_x(x, 0) \oplus w_x(x, 0)] dx, \quad (20)$$

符号“ $\oplus$ ”表示直和, 由表达式(15)和(16), 得到:

$$W^{II} = \frac{\pi}{4} a^2 \tau^2 \left[ \frac{(K_1 - K_2)(R + M)R}{2M[(K_1 + K_2) - 2R^2](MK_1 - R^2)} + \frac{1}{2(MK_1 - R^2)} \right].$$

因此应变能释放率是:

$$G^{\text{II}} = \frac{\partial W^{\text{II}}}{\partial a} = \frac{\pi}{2} a \tau^2 \left[ \frac{(K_1 - K_2)(R + M)R}{2M[(K_1 + K_2) - 2R^2](MK_1 - R^2)} + \frac{1}{2(MK_1 - R^2)} \right] \cdot \quad (21)$$

## [参 考 文 献]

- [1] 胡承正, 扬文革, 王仁卉, 等. 准晶的对称性和物理性质[J]. 物理学进展, 1997, 17(4): 345—375.
- [2] DING Di\_hua, YANG Wen\_ge, HU Cheng\_zheng, et al. Generalized elasticity theory of quasicrystals [J]. Phys Rev B, 1993, 48(10): 7003—7010.
- [3] 范天佑. 断裂力学基础[M]. 南京: 江苏科学技术出版社, 1978.
- [4] 范天佑, 郭玉翠. 平面五次对称准晶中一类混合边值问题的交替解法和直接积分法[J]. 中国科学(A), 1997, 27(6): 553—565.
- [5] 郭玉翠, 范天佑. 平面五次对称准晶的应力强度因子[J]. 北京邮电大学学报, 1998, 21(4): 62—65.

## A Mode\_II Griffith Crack in Decagonal Quasicrystals

GUO Yu\_cui<sup>1</sup>, FAN Tian\_you<sup>2</sup>

(1. Basic Science Department, Beijing University of Post and  
Telecommunications, Beijing 100088, P R China;

2. Research Center of Material Science, Beijing Institute of Technology,  
Beijing 100081, P R China)

**Abstract:** By using the method of stress functions, the problem of mode\_II Griffith crack in decagonal quasicrystals was solved. First, the crack problem of two\_dimensional quasicrystals was decomposed into a plane strain state problem superposed on anti\_plane state problem and secondly, by introducing stress functions, the 18 basic elasticity equations on coupling phonon\_phason field of decagonal quasicrystals were reduced to a single higher\_order partial differential equations. The solution of this equation under mixed boundary conditions of mode\_II Griffith crack was obtained in terms of Fourier transform and dual integral equations methods. All components of stresses and displacements can be expressed by elemental functions and the stress intensity factor and the strain energy release rate were determined.

**Key words:** two\_dimensional quasicrystal; model\_II Griffith crack; stress function; stress intensity factor; strain energy release rate