应用数学和力学, 第 22 卷 第 7 期(2001 年 7 月) 应用数学和力学编委会编
Applied Mathematics and Mechanics 重 庆 出 版 社 出 版

文章编号: 1000_0887(2001) 07_0763_05

论 AMSAA_BISE 模型——兼答梅文华*

周源泉

(北京强度与环境研究所, 北京 100076)

摘要: 用另一种方法推导了 AMSAA_BISE 模型, 这无疑表明 AMSAA_BISE 模型是正确的, 并指出梅文华的近似模型的错误, 还用工程实例说明这些结论, 最后对 AMSAA 与 AMSAA_BISE 模型的优缺点进行了讨论。

关 键 词: 可靠性增长; Duane 模型; AMSAA 模型; AMSAA_BISE 模型
中图分类号: TB114.3; G201 文献标识码: A

引 言

梅文华等在[1]中对本人等提出的 AMSAA_BISE 模型[2]提出商榷, 还提出了企图解决这个问题的一种近似模型。

本文用不同于[2]、[3]的方法, 即不用 AMSAA 模型提出者 Crow L H[4]与[2]、[3]所作的假设: 同步投试同步纠正同步截尾的 $K(K>1)$ 台同型系统在时间区间 $(0, t]$ 上的故障次数 $N_i(t)(i=1, 2, \cdots, K)$, 相互独立地服从均值函数为 at^b 的 Weibull 过程, 直接推导了 AMSAA_BISE 模型。 事实上, 工程中使用此模型的做法正好与本文的推导想法相符, 这无疑表明 AMSAA_BISE 模型是正确的, 而[1]的近似模型本质上是错误的。

其次, 用工程实例, 通过将外场使用结果与用 AMSAA_BISE 模型、 Duane 模型, 文[1]近似模型对可靠性增长试验估出的结果的比较, 从直观上进一步说明 AMSAA_BISE 模型的正确性与文[1]近似模型的错误。

再次, 对 AMSAA 与 AMSAA_BISE 模型的优缺点进行了详细的讨论。

1 AMSAA_BISE 模型的另一种推导方法

在此推导中, 我们的分析对象是

$$N(t)=\sum_{i=1}^{K} N_i(t).$$

$N_i(J)$ 的观测值为 $n_i(i=1, 2, \cdots, K)$, 记 $n=\sum_{i=1}^{K} n_i$, 记第 i 台系统的第 j 次故障的累积试验时间为 $t_{ij}(i=1, 2, \cdots, K, j=1, 2, \cdots, n_i)$, 对它们从小到大排序, 记为 $t_{(l)}(l=1, 2, \cdots, n)$, 若它们能通过关于 Weibull 过程(有些文献也称为幂律过程, 即 Power law process) 的

* 收稿日期: 2000_03_11; 修订日期: 2000_05_20
作者简介: 周源泉(1937—) , 研究员, 研究方向: 可靠性增长, 可靠性评定等, 发表论文 150 多篇, 专著 4 部.

Cramer_Von Mises 检验, 则不能拒绝 $N(t)$ 是均值函数为 Kat^b 强度函数为 $z(t)=Kabt^{b-1}$ 的幂律过程的假设, 即

$$P[N(t)=n]=\frac{(Kat^b)^n}{n!}\exp(-Kat^b)\quad(n=0,1,2,\cdots)\cdot \tag{1}$$

对多台同步故障截尾(其定义见[3])的情况, 观测 $t_{(1)}\leqslant t_{(2)}\leqslant\cdots\leqslant t_{(n)}$ 的似然函数为(以下令 $t_{(0)}=0$):

$$f_1(t_{(1)},t_{(2)},\cdots,t_{(n)})=\prod_{l=1}^{n}P[N(t_{(l-1)},t_{(l)})=0]\cdot(Kabt_{(l)}^{b-1})=$$

$$(Kab)^n\exp(-Kat_{(n)}^b)\prod_{l=1}^{n}t_{(l)}^{b-1}=(Kab)^n\exp(-Kat_{(n)}^b)\prod_{i=1}^{K}\prod_{j=1}^{n_i}t_{ij}^{b-1}\cdot \tag{2}$$

对多台同步时间截尾, 观测 $t_{(1)}\leqslant t_{(2)}\leqslant\cdots\leqslant t_{(n)}<T$ (T 为同步截尾时间) 的似然函数为:

$$f_2(t_{(1)},t_{(2)},\cdots,t_{(n)};N(T)=n)=\left\{\prod_{l=1}^{n}P[N(t_{(l-1)},t_{(l)})=0](Kabt_{(l)}^{b-1})\right\}\cdot$$

$$P[N(t_{(n)},T)=0]=(Kab)^n\exp(-KaT^b)\prod_{i=1}^{K}\prod_{j=1}^{n_i}t_{ij}^{b-1}, \tag{3}$$

式(2), (3) 与文[2], [3] 在上述两种情况下给出的似然函数完全一样•

另外, 对同步改进的同型系统, 有

$$EN_i(t)=\frac{EN(t)}{K}=at^b\quad(i=1,2,\cdots,K),$$

$$Z_i(t)=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}EN_i(t)=abt^{b-1}\quad(i=1,2,\cdots,K)\cdot$$

显然, 这些同型系统的 MTBF 为

$$M(t)=[Z_i(t)]^{-1}=t^{1-b}/(ab)\cdot$$

这样, 多台同步可靠性增长问题, 就转化为单台系统的可靠性增长问题•　据此可导出关于 AMSAA_BISE 模型统计推断的全部结果•

这里并不需要假定 $N_i(t)$ 相互独立地服从均值函数为 at^b 的幂律过程•　而仅需假定多台同型系统的总故障数 $N(t)$ 服从均值函数为 Kat^b 的幂律过程•

既然 AMSAA_BISE 模型成立, 则文[1] 的近似模型当然是错误的•　因此它不是客观地利用真实的故障数据, 而是人为地额外附加了 $n(K-1)$ 次故障, 并假定这些附加的故障时间同真实的故障时间•　这必将导致系统的强度变大 K 倍, 而系统的 MTBF 仅为实际值的 $1/K$, 这当然不可能被实践所接受•

另外, 文[1] 的作者还在文[5] 等中批评本人等编制的国军标 GJB/Z77[6] 及美军手册 MIL_HDBK_781[7], 认为它们与 AMSAA_BISE 模型存在同样的问题•　正如我们上述指出的理由, 文[6], [7] 在这个问题上是正确的, 错误的仍然是文[5]•

下面介绍一个工程实例, 它直观生动地说明了本节的结论•

2　一个工程实例

本来可以和[1]一样, 采用文[3] 中给出的例 4.5 的批生产阶段的故障数据•　但因该例故障数据较少, 更主要的是未收集到产品的使用数据, 不能将其增长分析结果与使用结果进行比较, 故采用下面的工程实例, 它既有增长试验数据, 又有增长前、后的使用数据, 便于比较, 这样

哪个模型符合实际,哪个模型违背实际,就一目了然•

例 1 本例的原始数据见[8]• 将 80 台石油数据采集站在增长试验前投入现场使用,各工作 190h,共发生 25 次故障,按 IEC 1 164[9],用指数分布计算该产品的 MTBF 的极大似然估计,得

$$\hat{M} = 80 \times 190\text{h}/25 = 608.0\text{h}$$

石油勘探部门希望采集站的 MTBF 能提高到 2000h,为此进行了 $K = 35$ 台的同步可靠性增长试验,发生了 $n = 7$ 次 B 型故障,故障时间依次为 1h, 6h, 14h, 28h, 67h, 90h, 176h,每次故障后,均对35 台作同步纠正,并于 $T = 180$h 同步终止试验• 然后将增长试验后的35台产品及按增长试验以后的新图纸生产的45台产品,一起投入现场使用• 各台均工作509h,共发生 17 次故障,按指数分布可得系统 MTBF 的极大似然估计:

$$\hat{M} = 80 \times 509\text{h}/17 = 2\,359.3\text{h}$$

对增长数据用 AMSAA_BISE 模型、Duane 模型及[1]的近似模型作分析, AMSAA_BISE 模型参数 a, b 及系统 MTBF$M(T)$ 的点估计公式(按 IEC 1164,用 b 的无偏估计$\bar{b}$)如下:

$$\bar{b} = (M-1)\times\left(\sum_{i=1}^{K}\sum_{j=1}^{n_i}\ln\frac{J}{t_{ij}}\right)^{-1},\quad \hat{a} = n\times(KJ^{\bar{b}})^{-1},\quad \hat{M}(J) = KJ/(n\bar{b}) \tag{4}$$

Duane 模型的 a, b, $M(J)$ 的最小二乘估计为[3]:

$$\left.\begin{aligned} \hat{b} &= \frac{\sum_{i=1}^{v}\ln N_i\cdot\ln t_i - \left(\sum_{i=1}^{v}\ln N_i\right)\left(\sum_{i=1}^{v}\ln t_i\right)/v}{\sum_{1}^{v}(\ln t_i)^2 - \left(\sum_{1}^{v}\ln t_i\right)^2/v}, \\ \hat{a} &= K^{-1}\exp\left\{v^{-1}\left(\sum_{1}^{v}\ln N_i - \hat{b}\sum_{1}^{v}\ln t_i\right)\right\}, \\ \hat{M}(J) &= J^{1-\hat{b}}/(\hat{a}\hat{b}), \end{aligned}\right\} \tag{5}$$

式中 $J = \begin{cases} t_{(n)} & (\text{故障截尾}), \\ T & (\text{时间截尾}) \end{cases}$, $M = \begin{cases} n-1 & (\text{故障截尾}), \\ n & (\text{时间截尾}) \end{cases}$•

v 为下列数据组的组数,且 $v = M+1$•

表 1

累积试验时间 t_i	$t_{(1)}$	$t_{(2)}$	…	$t_{(n)}$	T
故障数 N_i	1	2	…	n	n

文[1]的近似模型也用 AMSAA_BISE 模型的估计公式,但文[1]假设 K 台系统的每一台均有n 次故障,且每一台的故障时间依次为 $t_{(1)}, t_{(2)}, \cdots, t_{(n)}$• 由此可算得表2与表3的结果,后者仅用 176h 前的故障截尾数据,而略去了最后 4h 的信息•

由表 2,表 3 可知, AMSAA_BISE 模型估出的 MTBF 为 2 206.9h~ 2 561.7h, Duane 模型估出的MTBF 为2 145.0h~ 2 257.7h 与外场使用的MTBF$\hat{M} = 2\,395.3$h 均十分接近,而文[1]近似模型估出的 MTBF$\hat{M} = 52.71$h ~ 54.27h 仅为外场使用的2.20% ~ 2.27%($< 1/K$),与增长前估出的外场使用的 MTBF 相比,仅为 8.67% ~ 8.93%,显然,文[1]近似模型是难以被接受的• 其错误原因在于,它拒绝利用真实的故障数据,而人为地附加了 $n(K-1)$ 次故障•

表 2 时间截尾时, 采集站增长数据的分析

	AMSAA_BISE 模型	Duane 模型	文[1] 近似模型
K	35	35	35
T	180 h	180 h	180 h
n	7	7	7 × 35
故障时间 t_{ij}/h	1, 6, 14, 28, 67, 90, 176	同左	$t_{i1}, \cdots, t_{i7}$ = 1, 6, 14, 28, 67, 90, 176 i = 1, 2, …, 35
b	0.407 811	0.376 891	0.473 838
a	0.024 060 5	0.029 881 7	0.597 674
$M(T)$	2 206.9 h	2 257.7 h	54.27 h

表 3 故障截尾时, 采集站增长数据的分析

	AMSAA_BISE 模型	Duane 模型	文[1] 近似模型
K	35	35	35
$t_{(n)}$	176 h	176 h	176 h
n	7	7	7
故障时间 t_{ij}/h	1, 6, 14, 28, 67, 90, 176	同左	$t_{i1}, \cdots, t_{i7}$ = 1, 6, 14, 28, 67, 90, 176 i = 1, 2, …, 35
b	0.343 516	0.383 081	0.476 996
a	0.033 858 0	0.029 556 4	0.594 289
$M(t_{(n)})$	2 561.7 h	2 145.0 h	52.71 h

3 AMSAA 模型与 AMSAA_BISE 模型的优缺点

如前所述, AMSAA_BISE 模型的新数学推导严密, 又与上述工程实例吻合甚好, 那末, 工程师们是否就可以 100% 地放心使用 AMSAA 模型与 AMSAA_BISE 模型呢? 我们认为, 必须在认真进行理论分析又大量占有实际信息的基础上, 客观地分析这类模型的优缺点, 才能更好地使用它们, 以免引起大的失误•

IEC1164 对幂律模型(即可用幂律过程描述的可靠性增长模型) 作过中肯的分析, 在此基础上, 下面予以进一步的讨论•

目前, 幂律模型已成为应用最广的可靠性增长模型, 它有许多优点:

1°. 适用面广

a. 它能拟合多类产品(包括电子、机械、机电、液压、光学等) 的可靠性增长信息, 例如, 笔者收集到的 40 余种产品的可靠性增长信息, 除一个例外, 其余均可用此类模型拟合•

b. 它能拟合多种类型的增长数据, 如纠正设计缺陷的数据, 筛选数据, 老炼数据, 磨合数据, 因生产工艺、操作技术、维护方法改善获得的增长数据•

c. 既可处理精确的单独故障时间数据, 又可处理故障的分组数据•

2°. 估计方法简便

3°. 由于该模型能给出系统 MTBF 的区间估计, 故在试验剖面能较好地模拟真实环境时, 成功的可靠性增长试验可代替鉴定试验, 从而节省大量的研制费用与时间

4°. 根据过去的增长试验信息估出的模型参数, 可方便用于制订使用类似试验条件与相等

的改进有效性的增长试验大纲•

它也有一些缺点:

1°. 系统在增加若干无故障运行时间下, 估计的 MTBF 有时反而会不合理地变小

例如在本文例中, $M(176) = 2\ 561.7$h, 在增加 4h 的无故障运行时间后, 估计的 MTBF 反而降为 $M(180) = 2\ 206.9$h, 为了减少此缺点的影响, 一般可使用故障截尾时的结果, 因为此时 $M(t_{(n)})$ 的区间估计是精确的•

2°. 在作设计纠正后, 在表示立即增长上, 此类模型相对地较慢与不敏感

因此, 给出的试验终止时的 MTBF 将偏低•

3°. 模型在某些情况会给出不现实的可靠性测度

如 $t \to 0$ 时, $Z(t) \to \infty$, 在 $t \to \infty$ 时, $Z(t) \to 0$, 除分析使用寿命[10] 外, 这一般不会影响模型的实际应用•

[参 考 文 献]

[1] 梅文华, 郭月娥, 杨义先. AMSAA_BISE 模型不能成立[J]. 应用数学和力学, 2001, **22**(7): 758—762.

[2] ZHOU Yuan_quan, WENG Zhao_xi. AMSAA_BISE model[A]. In: Mao Shisong, Y Sunada, Ed. 3rd Japan_China Symp on Statistics[C]. Tokyo, Japan: Soka Univ, 1989, 179—182.

[3] 周源泉, 翁朝曦. 可靠性增长[M]. 北京: 科学出版社, 1992.

[4] Crow L H, Reliability analysis for complex repairable system[A]. In: F. Proschan, R J Serfling, Eds. Reliability & Bionetry[C]. Philadelphia PA: SIAM, 1974, 379—410.

[5] 梅文华, 杨义先. 对 GJB/Z77 多台同型产品增长模型的分析[J]. 航空学报, 1999, **20**(1): 65—68.

[6] GJB/Z77_95, 可靠性增长管理手册[S]. 国防科工委军标中心, 1996.

[7] MIL_HDBK_781, Reliability test Methods, Plans and Environment for Engineering Development, Qualification and Production[S]. 1987.

[8] 曹玉玨. 应用 AMSAA_BISE 模型提高采集站的可靠性[J]. 系统工程与电子技术, 1993, (4): 55—61.

[9] IEC 1164, Reliability Growth_Statistical Test and Estimation Methods[S]. 1995.

[10] 周源泉, 张立堂, 万秋明. 某型涡喷发动机使用寿命的评定方法[J]. 推进技术, 1999, (6): 1—5.

Research on AMSAA_BISE Model——an Answer to MEI Wen_hua

ZHOU Yuan_quan

(Beijing Institute of Structure and Environment Engineering, Beijing 100076, P R China)

Abstract: The AMSAA_BISE model is derived from another approach. This certainly shows the correctness of the AMSAA_BISE model, and indicates the incorrectness of the approximate model given in this paper. The engineering example illustrating these conclusions is given. Merits and demerits of AMSAA and AMSAA_BISE model are discussed.

Key words: reliability growth; Duane model; AMSAA model; AMSAA_BISE model