

文章编号: 1000-0887(2000) 12-1310-09

二维水翼的局部空泡流研究^{*}

程晓俊, 鲁传敬

(上海交通大学 工程力学系, 上海 200240)

(本刊编委鲁传敬来稿)

摘要: 运用基于速度势的低阶边界积分方法研究了二维水翼的定常局部空化。通过迭代求解确定了空化数的空泡长度和空泡形状, 运动学和动力学边界条件在迭代过程中满足; 采用回射流模型和压力恢复 闭合模型代替空泡后的高湍流度的二相尾流。计算结果和已发表的数值结果进行了比较

关键词: 二维水翼; 局部空化; 空泡尾流模型; 边界积分方法
中图分类号: O352 **文献标识码:** A

引 言

随着升力面速度的提高, 不可避免地要出现片空泡。实际上, 片空泡已成为研制水利机械和高性能螺旋桨的主要限制因素。因此在水动力学设计过程中, 预测片空泡是一项非常重要的任务。

许多研究人员用非线性数值方法研究水翼的空化问题。多种基于速度的边界积分方法已被用来研究二维、三维水翼的局部空化和超空化, 如 Pellone 和 Rowe(1988)^[1], Rowe 和 Biottiaux(1993)^[2], Pellone 和 Peallat(1996)^[3] 研究了二维和三维水翼的局部空化, Uhlman(1987)^[4] 研究了二维水翼的局部空化。文献[1]、[2]、[3] 都是通过迭代求空泡面, 动力学边界条件在近似的空泡面上满足, 用运动学边界条件修正空泡形状, 迭代过程在运动学和动力学边界条件都满足时停止。

Kinnas 和 Fine(1990)^[5] 采用基于速度势的边界积分方法, 对二维水翼的局部空化和超空化进行非线性研究。其迭代过程与基于速度的边界积分方法类似, 但与后者相比, 收敛速度较快, Fine 和 Kinnas(1993)^[6] 及 Kinnas 和 Fine(1993)^[7] 将其推广到三维水翼的空化研究。Lee、Kim 和 Lee(1992)^[8], Ghassemi、Ikehata 和 Yamasaki(1997)^[9] 用类似方法研究了二维水翼的局部空化和超空化。

由于空泡尾流是高湍流度的二相流, 在势流理论中, 需采用空泡尾流模型。前面提及的文章采用了带有压力恢复区的封闭或开式尾流模型^{[1-3]、[5-7]}、镜像板模型^[4] 及传统的封闭模型^[8,9]。实验发现在空泡尾流区中存在回射流 (de Lange(1996)^[10]、de Lange 和 de Bruin

* 收稿日期: 2000_03_21; 修订日期: 2000_07_24
作者简介: 程晓俊(1973—), 男, 江苏盐城人, 博士生;
鲁传敬(1946—), 男, 上海人, 教授。

(1998)^[11]), 因此 Jie Dang 和 Gert Kuiper(1998)^[12] 采用回射流模型研究数值模拟二维水翼的局部空化。

对于给定的空化数, 本文采用回射流模型和压力恢复闭合模型, 运用基于速度势的边界积分方法, 通过迭代来模拟二维水翼的局部空化。在近似空泡面上满足动力学边界条件, 空泡形状通过运动学边界条件加以修正。对这两个尾流模型, 采用不同的迭代过程, 并将两个模型的结果和其他已发表的数值结果加以比较。

1 基本方程

绕二维局部空化水翼的流场如图 1 所示。

假设流体无粘不可压且流场稳定无旋, 那么流场的速度势 Φ 满足拉氏方程:

$$\nabla^2 \Phi = 0 \quad (1)$$

速度势 Φ 包括两部分: 来流速度势 Φ_0 和扰动速度势 φ , 因此 Φ 可写成:

$$\Phi = \Phi_0 + \varphi, \quad (2)$$

由(1)式和(2)式可知, 扰动速度势 φ 也满足拉氏方程:

$$\nabla^2 \varphi = 0 \quad (3)$$

(3)式可以通过格林公式(第二类 Fredholm 积分方程)求解, 即

$$\pi \varphi_p = \int_{S+S_c} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial n} \ln r - \varphi \frac{\partial \ln r}{\partial n} \right) ds + \int_{S_w} \Delta \varphi_w \frac{\partial \ln r}{\partial n} ds, \quad (4)$$

其中, S 、 S_c 和 S_w 分别为浸湿面、空泡面和尾流面; r 是表面到控制点 p 之间的距离; $\Delta \varphi_w$ 为尾流面上、下扰动速度势之差。由公式(4), 扰动速度势可被看为分布在表面的源和法向偶极子的影响。

1.1 运动学边界条件

因为浸湿面和空泡面不可穿透, 那么其上的法向速度等于零,

$$\nabla \Phi \cdot \mathbf{n} = 0 \quad (5)$$

从公式(2)和(5), 可得到法向扰动速度势:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial n} = -\mathbf{n} \cdot \mathbf{V}_0, \quad (6)$$

其中, \mathbf{V}_0 为自由来流的速度。

1.2 动力学边界条件

在空泡面上, 压力为常数且等于饱和蒸汽压 p_v , 根据伯努利方程和空化数 σ 的定义

$$\sigma = \frac{p_0 - p_v}{\frac{1}{2} \rho V_0^2}, \quad (7)$$

可得空泡面上的速度模 q_c ,

$$q_c = |V_0| \sqrt{1 + \sigma}. \quad (8)$$

由于流场和空泡面相切, 公式(8)可改写成:

$$\nabla \Phi \cdot \mathbf{t} = |V_0| \sqrt{1 + \sigma}, \quad (9)$$

其中, \mathbf{t} 为空泡面 S_c 的单位切向, 因此

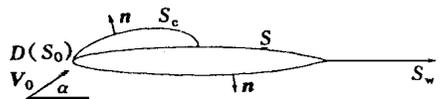


图 1 二维局部空化水翼绕流示意图

$$\frac{\partial \varphi}{\partial S_c} = -V_0 \cdot t + |V_0| \sqrt{1 + \sigma} \quad (10)$$

将(10)式从脱体点 s_0 沿空泡面 S_c 积分到空泡面上的任意点, 得到空泡面上的扰动速度势 $\varphi(S_c)$, 用脱体点 s_0 处的扰动速度势 φ_0 表示成:

$$\varphi(S_c) = \int_{s_0}^{s_c} [|V_0| \sqrt{1 + \sigma} - V_0 \cdot t] ds_c + \varphi_0 \quad (11)$$

1.3 库塔条件

在水翼的尾缘处, 需满足库塔条件, 即

$$\dot{\varphi} = \text{finite} \quad (12)$$

在数值模拟中, 库塔条件通常用 Morino 条件来实现,

$$\Delta \varphi_w = \varphi^+ - \varphi^-, \quad (13)$$

其中, φ^+ 和 φ^- 分别为尾缘处上、下水翼面的扰动速度势。

2 空泡尾流模型

由于空泡尾流为高湍流的二相流, 需采用尾流模型。目前, 已有很多模型, 如镜像板模型 (Riabouchinsky model)、螺旋涡模型 (spiral vortex model)、开式粘性尾流模型 (open viscous wake model) 等。本文分别采用了压力恢复闭合模型和回射流模型。

2.1 压力恢复闭合模型

压力恢复闭合模型如图 2 所示。空泡面在水翼上闭合, 在空泡的后半段存在长为 N 的压力恢复区 TL 。在 TL 区中, 运动学边界条件(6) 仍然满足, 但空泡面上的速度不再是 q_c , 而是满足一个给定的分布规律^[5]:

$$\frac{\partial \Phi_0}{\partial s_c} + \frac{\partial \varphi}{\partial s_c} = q_c [1 - f(st)], \quad (14)$$

其中, s_c 是空泡面的弧长, 函数 $f(st)$ 给定为:

$$f(st) = A \left[\frac{s_f - s_T}{s_L - s_T} \right]^\gamma \quad s_T \leq s_f \leq s_L, \quad (15)$$

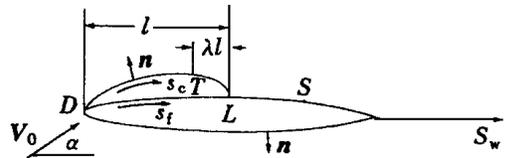


图 2 压力恢复闭合模型示意图

这里, s_f 是空泡面下自空泡脱体点量起的水翼面弧长; λA ($0 < A < 1$) 和 γ ($\gamma > 0$) 是任意常数(从关于空泡尾流区的实验结果中获取), 在本文中, 分别取为 0.1、0.5 和 1。那么空泡尾流上的动力学边界条件为:

$$\varphi(s) = \int_{s_0}^{s_c} [|V_0| \sqrt{1 + \sigma} (1 - f(st)) - V_0 \cdot t] ds_c + \varphi_0 \quad (16)$$

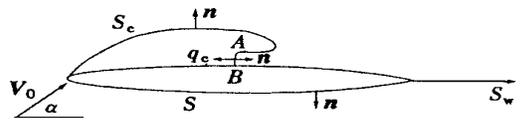


图 3 回射流模型示意图

由于空泡面在水翼面上闭合, 空泡的末端高度为零,

$$h(s_L) = 0 \quad (17)$$

2.2 回射流模型

回射流模型如图 3 所示。在回射流边界 AB 上, 仅满足给定的运动学边界条件,

$$\dot{\varphi} \cdot n = -q_c, \quad (18)$$

因此, 边界 AB 上的法向扰动速度为:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial n} = -V_0 \cdot \mathbf{n} - |V_0| \sqrt{1 + \sigma} \quad (19)$$

3 脱体点

在势流中,通常要求满足所谓的光滑脱体条件(Brilouin_Villat 条件),即空泡面和水翼面的曲率在脱体点处连续。在真实流体中,脱体点位于全湿流的最低压力点之后,或者是层流边界层在前缘附近的分离点(Shen & Peterson(1978)^[13])。迄今为止,在数值模拟中仍难以准确处理脱体点。在数值计算中发现,脱体点位置的选取对空泡长度和形状影响不大(Uhlman(1987)^[4])。为简化起见,本文将脱体点取在水翼的前缘。

4 数值处理

4.1 表面及方程离散

为了数值模拟二维水翼上的局部空化,将空泡面和浸湿面离散成 N 个直的微段,在每个微段上布置等强度的源和偶极子,控制点放在微段的中点。对每一控制点 i ,方程(4)可以离散成:

$$\pi \varphi_i = \sum_{j=1}^N G_{ij} \left[\frac{\partial \varphi}{\partial n} \right]_j - \sum_{j=1}^N H_{ij} \varphi_j + W_i \Delta \varphi_w \quad (i = 1, 2, 3, \dots, N), \quad (20)$$

其中, N 为边界上总的微段数, G_{ij} 、 H_{ij} 、 W_i 分别为源、偶极子及尾流的影响系数,

$$G_{ij} = \int_{S_j} \ln r \, ds, \quad (21)$$

$$H_{ij} = \int_{S_j} \frac{\partial}{\partial n} \ln r \, ds, \quad (22)$$

$$W_i = \int_{S_w} \frac{\partial}{\partial n} \ln r \, ds, \quad (23)$$

G_{ij} 、 H_{ij} 、 W_i 可以通过高斯积分或解析方法得到。

由于空泡面的偶分布 φ_i 由动力学边界条件给定,所以空泡流计算的任务是求空泡面上的源分布 $(\partial \varphi / \partial n)_i$ 和利用运动学边界条件修正空泡形状。

单元划分时,得非常注意。在表面曲率非常大之处,单元需划得非常密,比如回射流边界、水翼和空泡的前后缘。

4.2 迭代过程

对两个尾流模型,运用不同的迭代过程,具体描述如下:

4.2.1 压力恢复闭合模型的迭代过程

迭代过程可以分为两个迭代过程:已知空泡长度求空化数及空泡形状,称为内迭代;已知空化数求空泡长度及形状,称为外迭代。

在内迭代过程中,给定空泡长度求空化数及空泡形状。如果将边界离散成 N 个微段,就有 N 个关于源强和偶强的未知数,这样未知数的总数为 $N + 1$ 。由(20)式仅能得到 N 个方程,因此必须运用(17)式使方程封闭,从而求出空泡面的源分布。由于动力学边界条件满足在近似的空泡面上,空泡面上的不可穿透条件可能不满足,由此可得运动学边界条件(6)所给的源强与计算所得的源强之间的偏差 ΔV_n 。利用偏差 ΔV_n 对空泡形状进行一阶修正,

$$\Delta \eta = \int_{s_0}^s \frac{\Delta V_n}{V_0 \sqrt{1 + \sigma}} ds, \quad (24)$$

其中, $\Delta\eta$ 是空泡面在其法向的修正量。

第一步迭代时, 空泡面和水翼面重合, 运用式(24)修正空泡面。在随后的迭代中, 单元在修正后的空泡面上重新划分, 再次修正空泡面直到运动学边界条件在修正后空泡面上满足为止。

在外迭代过程中, 已知空化数求空泡长度和空泡形状。因为空化数是给定的, 所以不必再用空泡闭合条件(17)。由于空泡长度未知, 需进行猜测。对猜测的空泡长度, 空泡形状的计算与内迭代的第一步相类似, 空泡不一定闭合, 除非猜测的空泡长度恰好对应于给定的空化数。空泡末端厚度 δ 可由积分式(25)得到,

$$\delta = \frac{1}{qc} \int_{s_0}^L \left[\frac{\partial \Phi_0}{\partial n} + \frac{\partial \varphi}{\partial n} \right] \frac{ds_c}{1-f(st)}. \quad (25)$$

由计算可知, 如果猜测的空泡长度小于准确的空泡长度, 那么 δ 为正; 相反, 则 δ 为负。对一些猜测的空泡长度, 可以得到一系列的 δ , 这样可运用 Newton_Raphson 方法求方程(26)得到空泡长度 l ,

$$\delta(l, \sigma) = 0, \quad (26)$$

但所得的结果并不是收敛的值。

为得到对应于给定空化数的空泡长度和空泡形状, 须综合运用内迭代和外迭代。由内迭代的数值经验可知, 第一步迭代得到的空化数总比收敛的空化数大。可以利用这一数值计算特点, 求对应于给定空化数的空泡长度和空泡形状。总的迭代过程描述如下:

- 1) 通过外迭代求给定空化数 σ_0 对应的空泡长度 l_0 ;
- 2) 通过内迭代求空泡长度 l_0 对应的空化数 σ'_0 ;
- 3) 定义一个新的空化数, $\sigma_1 = \sigma'_0 + (\sigma_0 - \sigma'_0)$;
- 4) 通过外迭代求空化数 σ_n 对应的空泡长度 l_n ;
- 5) 通过内迭代求空泡长度 l_n 对应的空化数 σ'_n ;
- 6) 运用 Newton_Raphson 迭代求方程 $\sigma'_n - \sigma_0 = 0$, 得到一个新的空化数 σ_{n+1} ;
- 7) 重复 4、5、6 步, 直到 σ'_n 和 σ_0 之间的偏差不超过 10^{-3} 为止。

4.2.2 回射流模型的迭代过程

对给定的空化数, 求对应的空泡长度和空泡形状, 其迭代过程类似于压力恢复闭合模型的内迭代过程。在第一步迭代时, 首先猜测空泡长度, 然后将回射流边界放置在空泡末端且垂直于水翼表面, 回射流的初始厚度取得很小(10^{-5}), 空泡厚度从脱体点到回射流边界呈线性分布。如果猜测的空泡长度偏小, 在随后的迭代中, 空泡面会在回射流边界处增长得很快; 如果猜测的空泡长度过长, 那么会有部分空泡面位于物体内部, 则将该部分除去, 再进行第一步迭代; 如果空泡面的末端位于水翼的上方, 则将回射流边界 AB 放在该处且垂直于水翼表面, 在修正后的边界面上重新划分单元并进行迭代, 直到运动学边界条件满足为止, 回射流在迭代过程中会自动形成。

在计算过程中, 脱体点处的扰动速度势是未知的, 可以由空泡前的浸湿面上的未知扰动速度势通过四点三次插值得得。

5 数值结果与讨论

首先计算 NACA16006 翼型在采用回射流和压力恢复闭合模型时的空化情况。在采用回

射流模型时,空泡形状收敛的过程和回射流形成过程如图 4 和图 5 所示;空泡末端的回射流形成过程如图 5 所示;图 6 和图 8 分别为收敛的空泡形状和压力分布。由于回射流边界附近的空泡面的曲率非常大,因此将回射流的形状及其周围的单元分布显示在图 7 中。采用压力恢复闭合模型时,收敛的空泡形状及压力分布分别如图 9 和图 10 所示。图 8 和图 10 表明在空泡末端压力分布很快跃升到驻点压力,说明在空泡后面存在着驻点。

有一些参数对空化的影响很大,例如空化数和翼型厚度。为了研究翼型厚度对空泡长度、形状的影响,本文计算了 NACA16 系列翼型在厚度为 6%、9%、12% 时的空化情况,结果如表 1 和表 2 所示。由表 1 和表 2,可以得出这样的结论:空泡的长度和厚度随翼型厚度的增加而减小,这和 Uhlman^[4] 及 Lee, Kim 和 Lee^[8] 的非线性结果相吻合。

本文又做了一些计算以期发现空泡长度 (l/c) 和攻角与空化数之比 (α/σ) 之间的关系。由于空泡长度大于 0.5 倍弦长时,空泡流可能已变成非定常,本文没有做更多的计算。计算结果如图 11 所示。

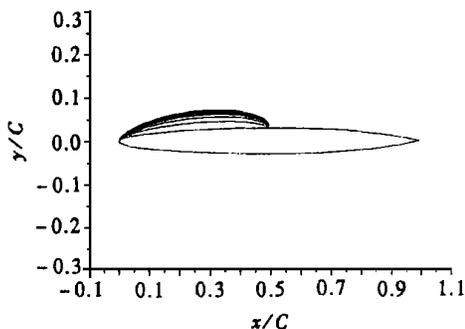


图 4 取回射流模型时,空泡形状收敛过程
(NACA16006, $\alpha = 4^\circ$, $\sigma = 0.9$)

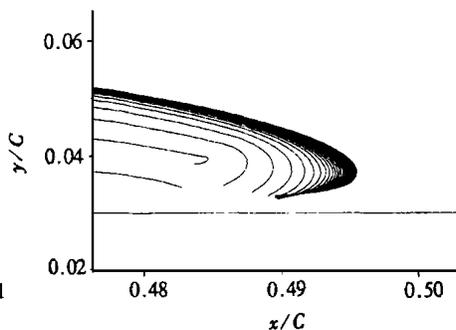


图 5 空泡末端的回射流形成过程
(NACA16006, $\alpha = 4^\circ$, $\sigma = 0.9$)

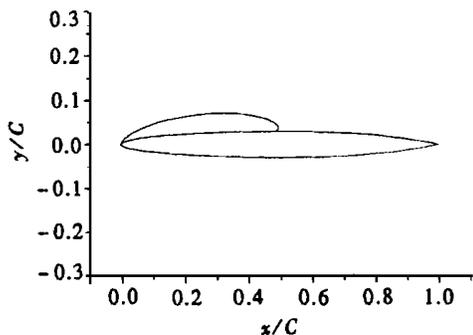


图 6 取回射流模型时,收敛的空泡形状
(NACA16006, $\alpha = 4^\circ$, $\sigma = 0.9$)

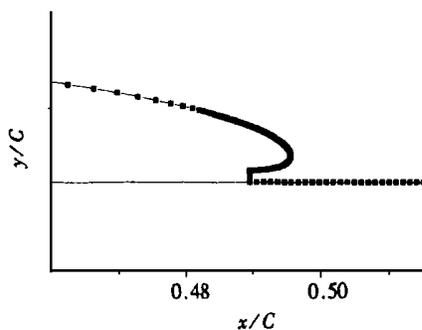


图 7 回射流的形状及其周围的单元分布
(NACA16006, $\alpha = 4^\circ$, $\sigma = 0.9$)

由图 11 可知,空泡长度随空化数的增加而减小;在同样的空化数和攻角下,采用回射流模型时的空泡长度总比采用压力恢复闭合模型时的空泡长度要大,采用镜像板模型时的空泡长度(Uhlman1987)^[4] 在两者之间。在计算中发现,压力恢复闭合模型的迭代过程收敛性要好一些。

如果采用回射流模型,那么在对空泡形状和空泡长度进行修正时,须引进松弛系数,在本

文中取为 0.05, 并且初始长度的选取对程序的收敛性有很大的影响

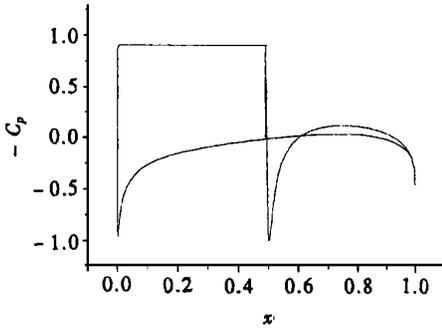


图 8 取回射流模型时, 水翼面及空泡面的压力分布(NACA16006, $\alpha = 4^\circ$, $\sigma = 0.9$)

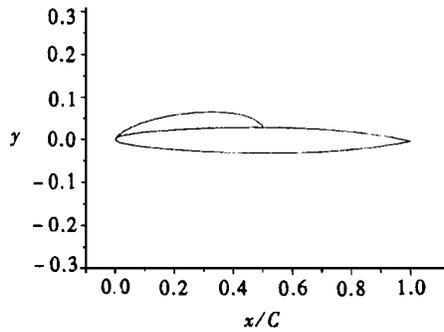


图 9 取压力恢复闭合模型时, 收敛的空泡形状(NACA16006, $\alpha = 4^\circ$, $\sigma = 0.88$)

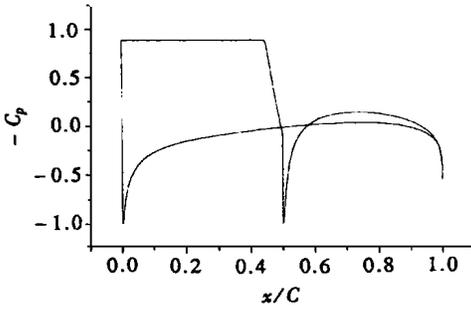


图 10 取压力恢复闭合模型时, 水翼和空泡面的压力分布(NACA16006, $\alpha = 4^\circ$, $\sigma = 0.88$)

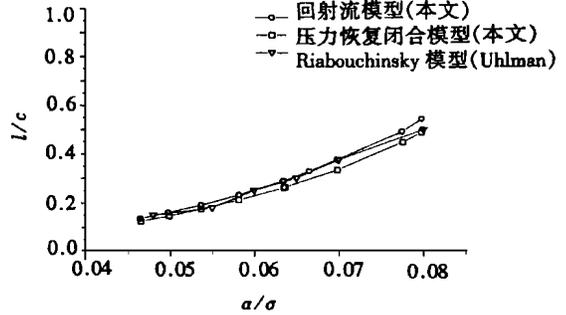


图 11 空泡长度和攻角与空泡之比 α/σ 的关系(NACA16006, $\alpha = 4^\circ$)

表 1 取回射流模型时, 空泡的最大长度和最大厚度(NACA16 series, $\sigma = 0.87513$, $\alpha = 4^\circ$)

水翼厚度	6%	9%	12%
最大空泡长度	0.5439	0.5008	0.4415
最大空泡厚度	0.046	0.033	0.022

表 2 取压力恢复闭合模型时, 空泡的最大长度和最大厚度(NACA16 series, $\sigma = 1.097$, $\alpha = 4^\circ$)

水翼厚度	6%	9%	12%
最大空泡长度	0.267	0.239	0.198
最大空泡厚度	0.027	0.019	0.011

由于这方面的实验数据很少, 作者没有将实验数据和实验结果进行比较

6 结 论

本文运用基于速度势的边界积分方法,采用回射流模型和压力恢复闭合模型计算了二维水翼的局部空化,由数值结果可以得出以下结论:

1. 对于给定的空化数,空泡长度和厚度随水翼厚度的增加而减小。这和文献[4]及文献[8]的结果相吻合。
2. 对于二维水翼的局部空化,空泡长度随空化数的增加而减小。
3. 当攻角和空化数的比值在计算的范围内,采用回射流模型时的空泡长度总是大于取压力恢复闭合模型时的空泡长度。

在以后的工作中,对回射流模型的计算工作需做进一步的改进,一方面力求提高收敛速度和改善收敛性能,另一方面加以推广,使其能够对非正常空化时的空泡形状演变过程进行研究。

致谢 Kinnas S A 教授, de Lange D F 博士及 Jie Dang 先生提供了所需的资料及建设性的建议,在此表示感激之情,同时要感谢吴磊博士、冯学梅博士和邓丽梅硕士在成稿过程中给作者提供有价值的建议。

[参 考 文 献]

- [1] Pellone C, Rowe A. Effect of separation on partial cavitation[J]. Journal of Fluids Engineering, 1988, **110**: 182—189.
- [2] Rowe A, Blottianx O. Aspects of modeling partially cavitating flow[J]. Journal of Ship Research, 1993, **37**(1): 34—48.
- [3] Peallat J M, Pellone C. Experimental validation of two_ and three_ dimensional numerical analysis of partially cavitating hydrofoils[J]. Journal of Ship Research, 1996, **40**(3): 211—223.
- [4] Uhlma J S. The surface singularity method applied to partially cavitating hydrofoils[J]. Journal of Ship Research, 1987, **31**(2): 107—124.
- [5] Kinnas S A, Fine N E. Nonlinear analysis of the flow around partially or super_cavitating hydrofoil by a potential base panel method[A]. In: Boundary Integral Methods—Theory and Applications [C]. Proceedings of the IABEM_90 Symposium, Roma, Italy, October 15—19, 1990. Heidelberg: Springer_Verlag, 1991, 289—300.
- [6] Fine E, Kinnas S A. A boundary element method for the analysis of the flow around 3_D cavitating hydrofoils[J]. Journal of Ship Research, 1993, **37**(3): 213—224.
- [7] Kinnas S A, Fine N E. A numerical nonlinear analysis of the flow around two_ and three_ dimensional partially cavitating hydrofoils[J]. Journal of Fluid Mechanics, 1993, **254**: 151—181.
- [8] Lee C S, Kim Y G, Lee J T. A potential_based panel method for the analysis of a two_ dimensional super_ or partially_cavitating hydrofoil[J]. Journal of Ship Research, 1992, **36**(2): 168—181.
- [9] Ghassemi H, Ikehata M, Yamasaki H. Verification of cavity model for the analysis of a partially cavitating two_ dimensional hydrofoils[J]. J Kansai Soc N A, Japan, 1997, (227): 21—27.
- [10] de Lange D F. Observation and modelling of cloud formation behind a sheet cavity[D]. Netherlands: University of Twente, 1996.
- [11] de Lange D F, de Bruin G J. Sheet cavitation and cloud cavitation, re_entrant jet and three_ dimensionality[J]. Applied Science Research, 1998, **58**: 91—114.

- [12] Jie Dang, Gert Kuiper. Re-entrant jet modeling of partial cavity flow on two-dimensional hydrofoils [A]. In: Michel J M, Kato H Eds. Third International Symposium on Cavitation [C]. Grenoble, France, 1998, 233—242.
- [13] Shen Y T, Peteraon F B. Unsteady cavitation on an oscillating hydrofoil [A]. In: Proc 12th Symp, Naval Hydrod, Naval Studies Board, National Research Council [C]. Washington, DC, 1978, 363—384.

On the Partially Cavitating Flow Around Two-Dimensional Hydrofoils

CHENG Xiao_jun, LU Chuan_jing

(Department of Engineering Mechanics, Shanghai Jiaotong
University, Shanghai 200240, P R China)

Abstract: The steady partially cavitating flow around two-dimensional hydrofoils was simulated numerically by the low_order potential_based boundary integration method. The cavity shape and length are determined for given cavitating numbers in the course of iteration by satisfying the kinematic and dynamic boundary conditions. The re-entrant jet model and the pressure_recovery dose model are adopted to replace the high turbulent and two-phase wake forming behind the cavity. The results are compared with the other published numerical ones.

Key words: two-dimensional hydrofoil; partial cavitation; cavity termination model; boundary element integration method