

文章编号: 1000-0887(2000) 10-1060-09

弹性地基输流管道的耦合模态颤振分析*

王忠民¹, 冯振宇², 赵凤群¹, 刘宏昭³

(1. 西安理工大学 理学院, 西安 710048; 2. 西安公路交通大学 基础课部, 西安 710064;
3. 西安理工大学 机械与精密仪器工程学院, 西安 710048)

(皓江推荐)

摘要: 推导出了弹性地基输流管道的固-液耦合振动微分方程, 用幂级数法计算了 Winkler 模型地基和双参数模型地基输流管道的临界流速和复频率, 分析了弹性地基对输流管道静力稳定性与动力稳定性的影响。结果表明, 与不考虑弹性地基的情况相比较, 弹性地基的作用可使管道发生静力失稳和动力失稳的临界流速增大, 并且增大弹性地基参数可提高静力失稳和动力失稳的临界流速, 从而推迟发散与颤振的发生。当质量比 β 较大时, 管道会在某个地基参数组合下, 在发生静力失稳后, 会在较高流速下出现再稳定和再发散现象, 然后发生耦合模态颤振。

关键词: 弹性地基; 输流管道; 耦合模态颤振; 稳定性; 幂级数法
中图分类号: O353 文献标识码: A

引 言

许多工程领域都存在着流体诱发振动问题, 输流管道的振动与稳定性问题便是其中之一, 它一直是学者们感兴趣并致力于研究的重要课题。为此, 国内外学者做了大量的工作, 最近十几年来, 又发表了若干研究成果, 其中 Y. Sugiyama, Y. Tanaka, T. Kishi 和 H. Kawagoe 研究了弹性支承对悬臂输流管道稳定性的影响^[1], CUI Hong_wu 和 TANI Jun_ji 讨论了边界条件对悬臂管道排出和吸入流体时稳定性的影响^[2], A. Pramila 和 J. Laukkanen 考察了短 Timoshenko 输流管道动力稳定性问题^[3]。我国学者分别用有限元法和有限差分法对输流管道及简单管系的动力特性和稳定性进行了研究^{[4]~[12]}。

各种地基上输流管道的振动特性与稳定性是建筑工程、桥梁工程、地下工程、基础工程中必须解决的问题, 本文推导出了弹性地基输流管道的固-液耦合振动微分方程, 用幂级数法计算了 Winkler 模型地基和双参数模型地基输流管道的临界流速, 给出了流速和复频率的关系曲线, 分析了弹性地基对输流管道静力与动力稳定性的影响。结果表明, 弹性地基对输流管道的静力与动力稳定性都有显著影响。

1 基本方程与边界条件

两端简支管道如图 1 所示, 设管道横向振动位移为 $y(x, t)$, 长度为 L , 通流截面积为 A , 管

* 收稿日期: 1999_03_12; 修订日期: 2000_03_14

作者简介: 王忠民(1957—), 男, 陕西华县人, 教授, 已发表论文及专著 30 余篇(部);
冯振宇(1956—), 男, 陕西西安人, 教授, 已出版教材 2 部, 译著 1 部, 发表论文 30 余篇, 获国家级教学成果奖 1 项、省级教学成果奖 2 项。

道材料的弹性模量为 E , 管道截面积的惯性矩为 I , 流体密度为 ρ , 流速不变且为 U , 压力为 $p(x, t)$, 单位长度管道上的横向流体力为 $F(x, t)$, 单位面积上的切向流体力为 $q(x, t)$, 管道截面承受的弯矩为 $M(x, t)$, 剪力为 $Q(x, t)$, 轴向力为 $T(x, t)$ 。

从管道上截取长为 δx 的微元段, 并分别取其
中的流体微元与管道微元为研究对象, 并令 m_1 为
单位空管长的质量, s 为管道微元内壁周长, 当管
道在弹性地基上时, 设单位长度管道上的地基反
力为 $R(x, t)$, 则其受力分析如图 2 所示。

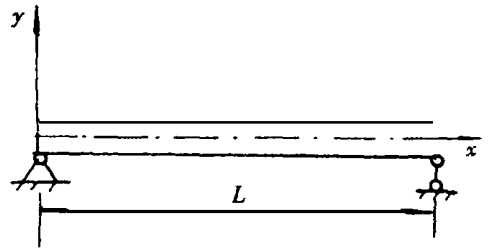


图 1 两端简支输流管道

图中的

$$\rho A \left(\frac{\partial}{\partial t} + U \frac{\partial}{\partial x} \right)^2 y \delta x \text{ 与 } m_1 \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \delta x$$

分别为虚拟地施加于流体微元与管道微元上的惯性力。

根据 D'Alembert 原理, 对于流体微元列 x, y 方向力的平衡方程, 略去二阶小量, 其方程为^{[13]-[14]}

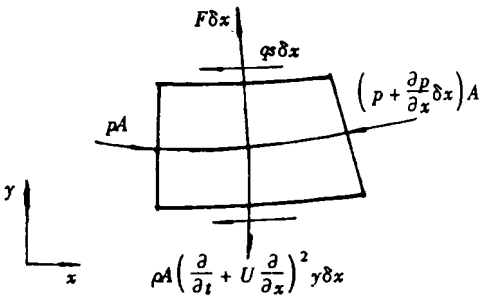
$$\begin{cases} A \frac{\partial p}{\partial x} + qs = 0, & (1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} F - pA \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} - \rho A \left(\frac{\partial}{\partial t} + U \frac{\partial}{\partial x} \right)^2 y = 0 \end{cases} \quad (2)$$

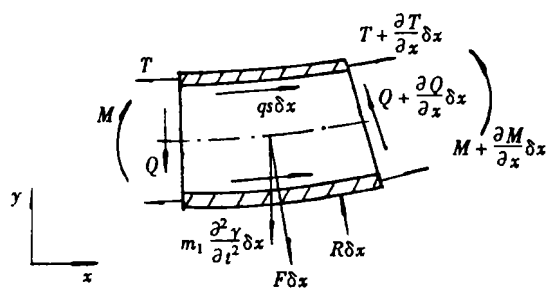
对管道微元列 x, y 方向力的平衡方程, 整理后得

$$\begin{cases} \frac{\partial T}{\partial x} + qs - Q \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = 0, & (3) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{\partial Q}{\partial x} + T \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} - F - R - m_1 \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0 \end{cases} \quad (4)$$



(a) 流体微元



(b) 管道微元

图 2 流体微元与管道微元的受力图

利用管道微元的力矩平衡条件, 并考虑到材料力学导出的弯矩公式, 还可得到

$$Q = - \frac{\partial M}{\partial x} = - EI \frac{\partial^3 y}{\partial x^3} \quad (5)$$

将式(2) + (4), 并代入式(5), 得

$$EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + (pA - T) \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + \rho A \left(\frac{\partial}{\partial t} + U \frac{\partial}{\partial x} \right)^2 y + m_1 \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + R = 0 \quad (6)$$

将式(1)代入式(3), 得

$$A \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{\partial T}{\partial x} + Q \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = 0 \quad (7)$$

考虑到式(5), 略去上式高阶小量, 得

$$\frac{\partial(Ap - T)}{\partial x} = 0, \quad (8)$$

由此得

$$Ap - T = \text{常数} \quad (9)$$

若在管道出口处的轴向力 $T = 0$, 同时把管外气压作为管内流体压力 p 的原点, 即令管道出口端的压力等于零, 因此, 由于在 $x = L$ 处 $Ap - T = 0$, 因而在管道任意截面上均有下式成立

$$Ap - T = 0 \quad (10)$$

将式(10)代入式(6), 并令

$$m = m_1 + \rho A, \quad (11)$$

则可得到弹性地基输流管道的振动微分方程为

$$EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + \rho A U^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + 2\rho A U \frac{\partial^2 y}{\partial x \partial t} + m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + R = 0 \quad (12)$$

对于 Winkler 模型地基和双参数模型地基, 地基反力分别为^[15]

$$R = k_1 y, \quad (13)$$

$$R = k_1 y - G_p \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}, \quad (14)$$

式中 k_1 为地基反力系数, G_p 为剪切模量。

将方程(12)无量纲化, 为此令

$$\left. \begin{aligned} \eta &= \frac{y}{L}, \quad \zeta = \frac{x}{L}, \quad \beta = \frac{\rho A}{m}, \\ u &= \left(\frac{\rho A}{EI} \right)^{0.5} UL, \quad \tau = \left(\frac{EI}{m} \right)^{0.5} \frac{t}{L}, \\ a &= \frac{k_1 L^4}{EI}, \quad b = \frac{G_p L^2}{EI}. \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

将上式代入方程(12), 整理后, 得

$$\frac{\partial^4 \eta}{\partial \zeta^4} + u^2 \frac{\partial^2 \eta}{\partial \zeta^2} + 2\beta^{0.5} u \frac{\partial^2 \eta}{\partial \zeta \partial \tau} + \frac{\partial^2 \eta}{\partial \tau^2} + a\eta - b \frac{\partial^2 \eta}{\partial \zeta^2} = 0 \quad (16)$$

令

$$\eta = w(\zeta) e^{i\omega\tau}, \quad (17)$$

式中 $i^2 = -1$, 则由方程(16)得

$$\frac{d^4 w}{d\zeta^4} + (u^2 - b) \frac{d^2 w}{d\zeta^2} + i2\beta^{0.5} u \omega \frac{dw}{d\zeta} - (\omega^2 - a)w = 0 \quad (18)$$

对于图1所示的两端简支管道, 其边界条件为

$$\left. \begin{aligned} \zeta = 0: \quad w = 0, \quad \frac{d^2 w}{d\zeta^2} = 0, \\ \zeta = 1: \quad w = 0, \quad \frac{d^2 w}{d\zeta^2} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

2 求解方程的幂级数法

设

$$w(\zeta) = \sum_{n=1}^4 A_n V_n(\zeta), \quad V_n(\zeta) = \sum_{j=0}^{\infty} c_{n,j} \zeta^j. \quad (20)$$

将式(20)代入方程(18),并由幂级数展开式的唯一性得

$$(j+4)(j+3)(j+2)(j+1)c_{n,j+4} + (u^2-b)(j+2)(j+1)c_{n,j+2} + i2\beta^{0.5}u\omega(j+1)c_{n,j+1} - (\omega^2-a)c_{n,j} = 0. \quad (21)$$

令

$$c_{n,j} = d_{n,j} + ie_{n,j}, \quad \omega = p + iq. \quad (22)$$

将上式代入式(21),由复数理论可得如下两个等式

$$\left. \begin{aligned} (j+4)(j+3)(j+2)(j+1)d_{n,j+4} + (j+2)(j+1)(u^2-b)d_{n,j+2} - 2\beta^{0.5}uq(j+1)d_{n,j+1} - 2\beta^{0.5}up(j+1)e_{n,j+1} - (p^2-q^2-a)d_{n,j} + 2pqe_{n,j} &= 0, \\ (j+4)(j+3)(j+2)(j+1)e_{n,j+4} + (j+2)(j+1)(u^2-b)e_{n,j+2} - 2\beta^{0.5}uq(j+1)e_{n,j+1} + 2\beta^{0.5}up(j+1)d_{n,j+1} - (p^2-q^2-a)e_{n,j} - 2pqd_{n,j} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

又由幂级数解的归一化条件可知

$$\left. \begin{aligned} V_1(0) = 1, \quad V_1'(0) = \overset{\#}{V}_1(0) = \overset{\circ}{V}_1(0) = 0, \\ V_2(0) = 1, \quad V_2(0) = \overset{\#}{V}_2(0) = \overset{\circ}{V}_2(0) = 0, \\ V_3(0) = 1, \quad V_3(0) = \overset{\#}{V}_3(0) = \overset{\circ}{V}_3(0) = 0, \\ V_4(0) = 1, \quad V_4(0) = \overset{\#}{V}_4(0) = \overset{\circ}{V}_4(0) = 0. \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

由此可得

$$\left. \begin{aligned} c_{1,0} = 1, \quad c_{1,1} = c_{1,2} = c_{1,3} = 0, \\ c_{2,1} = 1, \quad c_{2,0} = c_{2,2} = c_{2,3} = 0, \\ c_{3,2} = \frac{1}{2}, \quad c_{3,0} = c_{3,1} = c_{3,3} = 0, \\ c_{4,3} = \frac{1}{6}, \quad c_{4,0} = c_{4,1} = c_{4,2} = 0, \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

因此得

$$\left. \begin{aligned} d_{1,0} = 1, \quad d_{1,1} = d_{1,2} = d_{1,3} = 0, \\ d_{2,1} = 1, \quad d_{2,0} = d_{2,2} = d_{2,3} = 0, \\ d_{3,2} = \frac{1}{2}, \quad d_{3,0} = d_{3,1} = d_{3,3} = 0, \\ d_{4,3} = \frac{1}{6}, \quad d_{4,0} = d_{4,1} = d_{4,2} = 0, \\ e_{n,j} = 0, \quad (n = 1, 2, 3, 4; j = 0, 1, 2, \dots). \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

这样,以式(26)为初始条件,由递推公式(23)即可得到系数 $d_{n,j}$ 和 $e_{n,j}$.

由边界条件式(19)可得

$$\left. \begin{aligned} w(0) &= A_1 = 0, \quad w''(0) = A_3 = 0, \\ w(1) &= A_2 V_2(1) + A_4 V_4(1) = A_2 \sum_{j=0}^{\infty} (d_{2,j} + ie_{2,j}) + A_4 \sum_{j=0}^{\infty} (d_{4,j} + ie_{4,j}) = 0, \\ w''(1) &= A_2 \sum_{j=0}^{\infty} (j+2)(j+1)(d_{2,j+2} + ie_{2,j+2}) + \\ &\quad A_4 \sum_{j=0}^{\infty} (j+2)(j+1)(d_{4,j+2} + ie_{4,j+2}) = 0 \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

因 A_2, A_4 不全为零, 由线性代数理论可知

$$\begin{vmatrix} \sum_{j=0}^{\infty} (d_{2,j} + ie_{2,j}) & \sum_{j=0}^{\infty} (d_{4,j} + ie_{4,j}) \\ \sum_{j=0}^{\infty} (j+2)(j+1)(d_{2,j+2} + ie_{2,j+2}) & \sum_{j=0}^{\infty} (j+2)(j+1)(d_{4,j+2} + ie_{4,j+2}) \end{vmatrix} = 0 \quad (28)$$

将式(28)展开, 并由实、虚部得

$$\left. \begin{aligned} \sum_{j=0}^{\infty} d_{2,j} \sum_{j=0}^{\infty} (j+2)(j+1)d_{4,j+2} - \sum_{j=0}^{\infty} e_{2,j} \sum_{j=0}^{\infty} (j+2)(j+1)e_{4,j+2} - \\ \sum_{j=0}^{\infty} d_{4,j} \sum_{j=0}^{\infty} (j+2)(j+1)d_{2,j+2} + \sum_{j=0}^{\infty} e_{4,j} \sum_{j=0}^{\infty} (j+2)(j+1)e_{2,j+2} = 0, \\ \sum_{j=0}^{\infty} d_{2,j} \sum_{j=0}^{\infty} (j+2)(j+1)e_{4,j+2} + \sum_{j=0}^{\infty} e_{2,j} \sum_{j=0}^{\infty} (j+2)(j+1)d_{4,j+2} - \\ \sum_{j=0}^{\infty} d_{4,j} \sum_{j=0}^{\infty} (j+2)(j+1)e_{2,j+2} - \sum_{j=0}^{\infty} e_{4,j} \sum_{j=0}^{\infty} (j+2)(j+1)d_{2,j+2} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

式(29)即为边值问题(18)、(19)的特征方程。求解上述方程组取幂级数的前 j 项即可。

3 数值计算结果

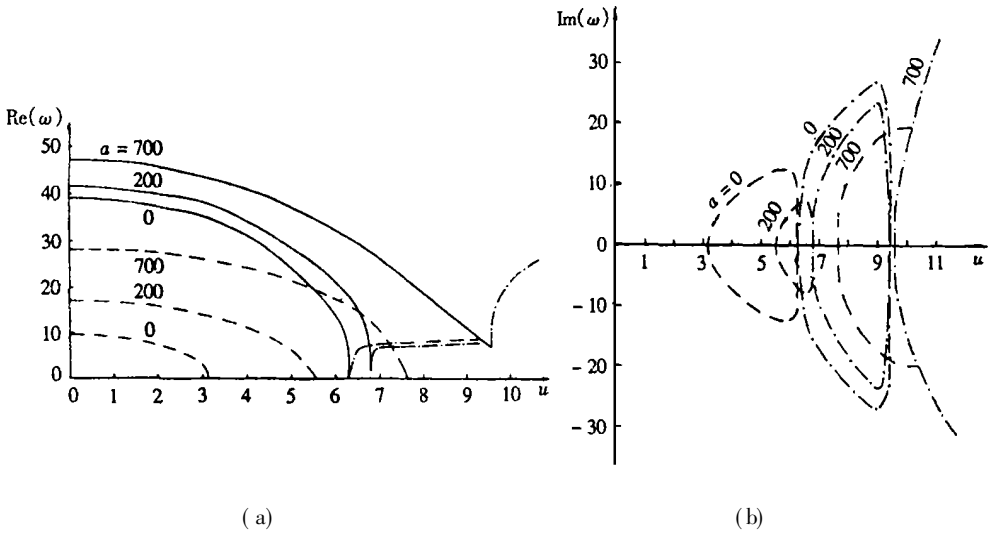
本文在计算时取 $j = 100$, 并分别计算了 $a = b = 0$, $a \neq 0, b = 0$ 以及 $a \neq 0, b \neq 0$ 三种情况。图3~图6给出了计算结果。

1. 为了验证所采用的幂级数法是正确有效的, 本文用幂级数法计算了 $a = b = 0$ 时, 一根悬臂输流管道的无量纲流速与无量纲复频率的关系曲线, 得到了与文献[13]完全一致的结果。

2. 图3、图4分别给出了两端简支管道在质量比 $\beta = 0.2$ 时第一、二阶模态无量纲复频率 ω 的实部、虚部与无量纲流速的函数关系曲线。

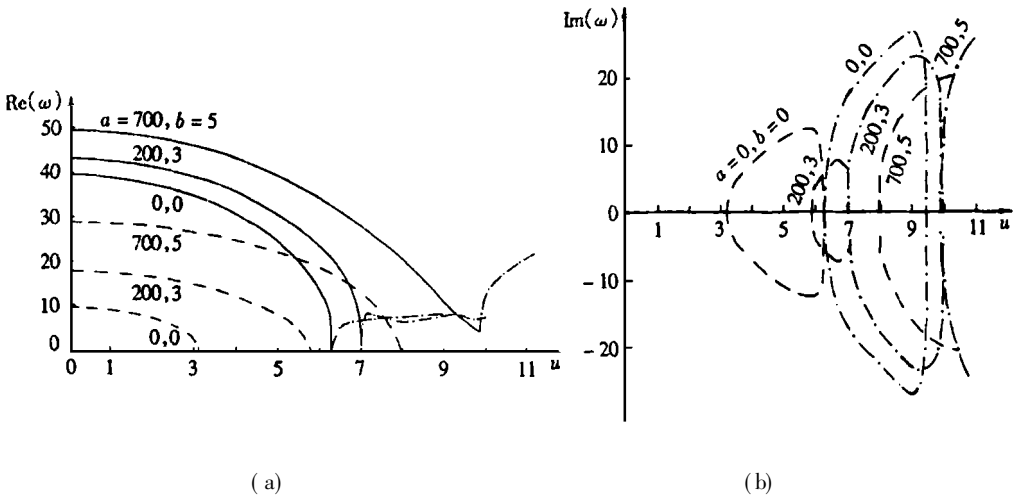
当没有地基作用时(即 $a = b = 0$), 图3所示的结果为, 当无量纲流速 u 为零时, ω 为实数。随着流速的增加, ω 的实部减小, 而虚部保持为零。当流速增加到 $u = \pi$ 时, 第一阶模态有 $\text{Re}(\omega) = 0, \text{Im}(\omega) = 0$, 这时对应于管道运动发散。随着流速进一步增加, 第一阶模态频率完全变为虚数, 直至在 $u = 2\pi$ 处管道运动以第二阶模态形式发散。并且当流速越过 2π 后, 第一阶与第二阶模态合成, 频率变为共轭复数, 这对应于管道耦合模态颤振的发生。

对于 Winkler 模型地基输流管道 ($a \neq 0, b = 0$), 图3表明, 考虑地基作用时的管道频率、管道运动发散第一临界流速、颤振临界流速均高于不考虑地基作用时的相应物理量, 且随着 a 的增大, 管道的频率也在增大, 管道运动发散的第一临界流速明显提高, 并且随着流速的增加,



--- 第一阶模态; — 第二阶模态; -·- 第一、二阶复合模态
图3 $\beta = 0.2$ 时 Winkler 模型地基输流管道的计算结果

管道不会以第二阶模态形式产生发散, 而是产生了耦合模态颤振, 并且发生颤振的临界流速随着 a 的增加而增加。

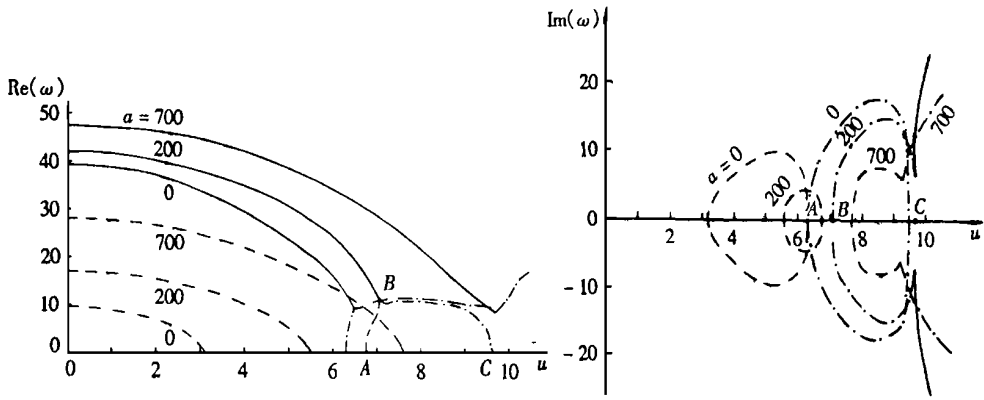


--- 第一阶模态; — 第二阶模态; -·- 第一、二阶复合模态
图4 $\beta = 0.2$ 时双参数模型地基输流管道的计算结果

对于双参数模型地基输流管道 ($a \neq 0, b \neq 0$), 从定性上讲, 它与 Winkler 模型地基输流管道的特性相似, 管道频率、发散临界流速、颤振临界流速不仅随 a 的增加而增加, 并且在 a 与 Winkler 模型地基取值相同的情况下, 上述物理量同样也随 b 的增加而增加。当 a 取值相同时, 双参数模型地基输流管道的有关物理量的值大于 Winkler 模型地基输流管道相应的值。

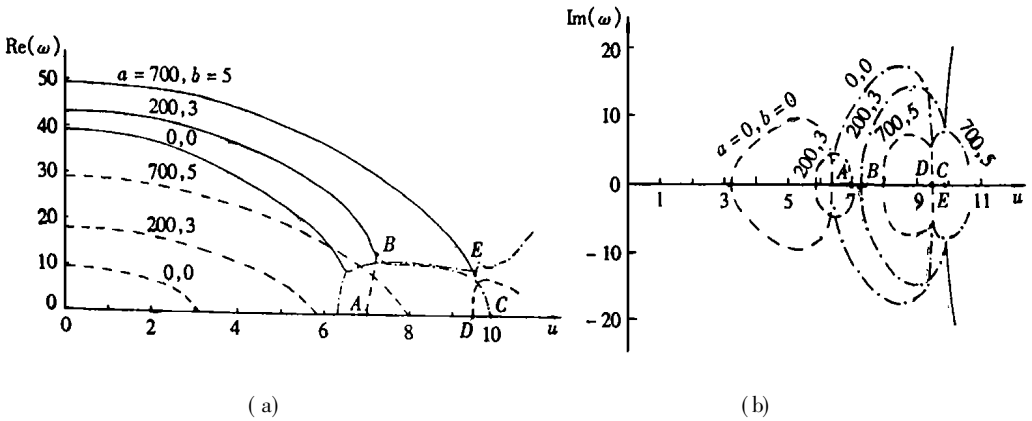
3. 图 5、图 6 分别给出了两端简支管道在 $\beta = 0.7$ 时的计算结果

从图 5、图 6 的结果可以看出, 无论是无地基作用、Winkler 模型地基还是双参数模型地基, 质量比 β 的提高, 并没有改变各自的发散临界流速。计算结果也表明, 质量比不影响发散临界流速的变化, 但质量比较高时, 除了与质量比较低时发生的现象相似外, 还有一些非常重要的独特的现象发生。



(a) (b)
 --- 第一阶模态; — 第二阶模态; -·- 第一、二阶复合模态
 图5 $\beta = 0.7$ 时 Winkler 模型地基输流管道的计算结果

图5表明,对于 Winkler 模型地基输流管道,当 $a = 200$ 时,管道在 $u = 5.55$ 处以第一阶模态形式发散后,先不会以第二阶模态形式发散,而是在 $u = 6.75$ 时,在第一阶模态中重新得到稳定点(A点)。当流速进一步增加时,系统暂时稳定,随后在 $u = 7.06$ 处产生耦合模态颤振(B点)。当流速继续增大,在 $u \geq 9.65$ 时,频率实部为零,变为纯虚数,这意味着管道以第二阶模态形式再次发散(C点)。计算结果表明,当 $u \geq 10$ 时,管道的第一、二、三阶模态合成,产生耦合模态颤振(图中未画出)。当 $a = 700$ 时无上述现象发生。



(a) (b)
 --- 第一阶模态; — 第二阶模态; -·- 第一、二阶复合模态
 图6 $\beta = 0.7$ 时双参数模型地基输流管道的计算结果

图6表明,双参数模型地基输流管道与 Winkler 模型地基输流管道动力特性类似。当 $a = 200, b = 3$ 时也有再稳定及再发散现象发生,由于参数 b 的影响,再稳定及再发散流速都较 Winkler 模型 $a = 200$ 时稍高一些(A、B、C点),并且当流速再增加时($u > 10.25$),发生一、二、三阶耦合模态颤振。对于 $a = 700, b = 5$ 时的情况,也有一个再稳定点,但由于这个再稳定点与后面耦合模态颤振的流速非常接近(D、E点),因此在这种情况下,管道几乎在获得再稳定的同时就发生了颤振。

上述现象说明,地基参数对管道再稳定和再发散的影响关系是比较复杂的。

4 结 论

1. 弹性地基对输流管道的稳定性有明显影响。与不考虑弹性地基作用时的输流管道相比, 弹性地基的作用可使管道发生静力失稳和动力失稳的临界流速增大。如果将不考虑地基作用、Winkler 模型地基和双参数模型地基输流管道分别用 1、2、3 来表示, 则三种情况下无论是静力失稳临界流速还是动力失稳临界流速, 都有如下关系, 即

$$u_{cr1} < u_{cr2} < u_{cr3},$$

并且在同一流速下的频率满足

$$\operatorname{Re}(\omega_1) < \operatorname{Re}(\omega_2) < \operatorname{Re}(\omega_3),$$

2. 弹性地基参数对输流管道的静力失稳与动力失稳的临界流速有影响, 增大弹性地基参数可提高静力失稳和动力失稳临界流速, 从而推迟发散与颤振的发生。

3. 对于弹性地基输流管道来说, 当质量比 β 较小时, 管道在静力失稳后, 将会在更高的流速上以第一、二阶模态合成的形式发生耦合模态颤振, 没有再稳定和再发散现象发生。其动力过程为: 简谐振动—发散—耦合模态颤振。而当质量比 β 较大时, 管道会在某个地基参数组合下, 在发生静力失稳后, 会在较高的流速下出现再稳定和再发散现象, 然后发生耦合模态颤振。其动力过程为: 简谐振动—发散—再稳定—耦合模态颤振或简谐振动—发散—再稳定—再发散—耦合模态颤振。这种地基参数组合对管道出现再稳定和再发散现象的影响关系比较复杂。

4. 由于管道发散是静力现象, 所以发散临界流速与质量比 β 无关。

5. 幂级数法只需取有限项就可获得较高的精度, 计算结果表明, 取幂级数的前 50 项, 即可获得满意结果。因此, 幂级数法是求解固液耦合管道振动与稳定性问题的有效方法之一。

[参 考 文 献]

- [1] Sugiyama Y, Tanaka Y, Kishi T, et al. Effect of a spring support on the stability of pipe conveying fluid[J]. Journal of Sound and Vibration, 1985, **100**(2): 257—270.
- [2] CUI Hong_wu, TANI Jun_ji. Effect of boundary conditions on the stability of a cantilever pipe discharging and aspirating fluid[J]. JSME International Journal, Series C, 1996, **39**(1): 20—22.
- [3] Pramila A, Laukkanen J. Dynamics and stability of short fluid conveying Timoshenko element pipes [J]. Journal of Sound and Vibration, 1991, **144**(3): 421—425.
- [4] 王本利, 王世忠, 安为民, 等. 用有限元法分析导管固液耦合振动[J]. 哈尔滨工业大学学报, 1985, **17**(2): 8—13.
- [5] 王世忠, 王茹. 三维管道固液耦合振动分析[J]. 哈尔滨工业大学学报, 1992, **24**(4): 43—49.
- [6] 梁波, 唐家祥. 输液管道动力特性与动力稳定性的有限元分析[J]. 固体力学学报, 1993, **14**(2): 167—170.
- [7] 张悉德, 杜涛, 张文, 等. 输送流体管道 Housner 方程的修正[J]. 应用数学和力学, 1993, **14**(2): 147—149.
- [8] 陈正翔, 张维衡. 简单输液管系的稳定性分析[J]. 振动工程学报, 1998, **11**(1): 38—45.
- [9] 冯振宇, 王忠民, 赵凤群. 考虑转动惯量时输流管道动力特性的有限差分法[J]. 西安公路交通大学学报, 1998, **18**(2): 39—43.
- [10] 冯振宇, 赵凤群, 王忠民. 考虑剪切变形时的输流管道动力特性分析[J]. 西北纺织工学院学报, 1998, **12**(1): 34—38.

- [11] 冯振宇, 赵凤群, 王忠民. 非保守力对输流管道振动特性的影响[J]. 西安公路交通大学学报, 1998, 18(增A): 14—17.
- [12] 王世忠, 刘玉兰, 黄文虎. 输送流体管道的固液耦合动力学研究[J]. 应用数学和力学, 1998, 19(11): 987—993.
- [13] Chen S S(美). 圆柱结构的流动诱发振动[M]. 冯振宇, 张希农译. 北京: 石油工业出版社, 1993.
- [14] 丁文镜. 工程中的自激振动[M]. 长春: 吉林教育出版社, 1988.
- [15] Selvadurai A P S(加). 土与基础相互作用的弹性分析[M]. 范文田, 何广汉, 张式深, 等译. 北京: 中国铁道出版社, 1984.

Analysis of Coupled Mode Flutter of Pipes Conveying Fluid on the Elastic Foundation

WANG Zhong_min¹, FENG Zhen_yu², ZHAO Feng_qun¹, LIU Hong_zhao³

(1. School of Science, Xi'an University of Technology, Xi'an 710048, P R China;

2. Department of Basic Courses, Xi'an Highway University, Xi'an 710064, P R China;

3. School of Mechanical and Instrumental Engineering, Xi'an University of Technology, Xi'an 710048, P R China)

Abstract: The governing equation of solid-liquid couple vibration of pipe conveying fluid on the elastic foundation was derived. The critical velocity and complex frequency of pipe conveying fluid on Winkler elastic foundation and two-parameter foundation were calculated by power series method. Compared with pipe without considering elastic foundation, the numerical results show that elastic foundation can increase the critical flow velocity of static instability and dynamic instability of pipe. And the increase of foundation parameters may increase the critical flow velocity of static instability and dynamic instability of pipe, thereby delays the occurrence of divergence and flutter instability of pipe. For higher mass ratio β , in the combination of certain foundation parameters, pipe behaves the phenomenon of restabilization and redivergence after the occurrence of static instability, and then coupled mode flutter takes place.

Key words: elastic foundation; pipe conveying fluid; coupled mode flutter; stability; power series method