

文章编号: 1000-0887(2000) 08-0809-08

横观各向同性半无限空间表面典型荷载 作用下的地基附加应力系数*

吴世明¹, 梁 剑², 胡亚元³

(1. 同济大学 地下工程系, 上海 200092; 2. 浙江大学 力学系, 杭州 310027;
3. 浙江大学 土木系, 杭州 310027)

(皓江推荐)

摘要: 在胡海昌和 Lekhnitskii 解的基础上, 求得了地基表面作用垂直荷载时的附加应力系数的统一表达式, 它可同时适用于各向同性和横观各向同性地基材料。详细讨论了 5 种典型荷载工况: 圆形均布荷载、矩形均布荷载、矩形三角形分布荷载、均布线性和条形荷载。解的最终结果可由初等函数表示。文中同时也通过数值例子图示了材料各向异性对附加应力系数的影响。

关键词: 横观各向同性; 地基; 附加应力系数

中图分类号: O344.3 文献标识码: A

引 言

在土力学中, 涉及到地基中的应力求解问题, 一般都归结为 Boussinesq 问题和 Cerruti 问题(Love[1]; Lure[2])。进一步的研究如 Bardew[3]和 Gibson[4]将地基近似为各向异性半无限体。Mitchell^[5]首先得到了半无限体表面作用垂直点力解。Lekhnitskii^[6]不仅验证了 Mitchell 解, 而且求得了该问题 α_2 的统一表达式, 可同时适用于各向同性和横观各向同性材料, 但是他的解中出现 5 个材料常数, 在实用中有所不便。胡海昌^[7]系统地研究了 $s_1 \neq s_2$ 时半无限体表面作用垂直和平行点力解。对于各向同性情形, 为方便岩土工程中的应用, Mccarthy^[8]对解进行列表。对于横观各向同性情形, Gazetas^[9]给出了地基表面作用圆形对称二次分布荷载的解。Chen 等^[10]得到表面作用集中荷载和条形荷载解。Hanson^[11]用 Fabrikant 势函数再次研究了圆荷载问题。但是, 这些工作基本上局限于 $s_1 \neq s_2$ 情形或者 $s_1 = s_2$ 情形, 而且不便于列表应用。本文的工作将着手克服这个缺点, 首先得出一个能同时适用于两种情形的点力解统一表达式, 然后通过积分方法, 得出各种典型荷载工况, 即圆形均布荷载、矩形均布荷载、矩形三角形分布荷载、均布线性和条形荷载下的解。这些解最终可以用初等函数表示, 而且可以直接退化到各向同性情形。即使当特征根为复数情形时, 解可以表达为 s_1 的模和幅角的函数, 所以本文的解很适合在工程实际中列表应用。最后, 通过两个不同参数的地基数值计算结果和各向同性解比较, 图示了地基各向异性对应力的影响。

* 收稿日期: 1999_04_07;

作者简介: 吴世明(1945—), 男, 浙江人, 教授, 博士生导师, 副校长; 梁剑(1966—), 男, 浙江人, 副教授。

1 集中力 P 垂直作用在各向同性面的地基附加应力系数

在本文中,取直角坐标系 (x, y, z) ,使 x, y 平面为平行于半空间表面的各向同性面, z 轴垂直指向半空间的内部,以压应力为正,按胡海昌^[7]和 Lekhnitskii^[6]的解,应力分量 α_z 的表达式为

$$\alpha_z = \frac{Ps_1s_2z}{2\pi(s_2 - s_1)} \left(\frac{1}{R_1^3} - \frac{1}{R_2^3} \right), \quad (1)$$

式中 P 为集中载荷, $R_i = \sqrt{r^2 + s_i^2 z^2}$ ($i = 1, 2$), $r = \sqrt{x^2 + y^2}$, 而 s_i ($i = 1, 2$) 为材料特征根。

式(1)分母中有 $s_1 - s_2$ 项,这不仅导致该表达式不能直接适用于特征根重根情形,而且在 s_1 和 s_2 相近时将存在着计算的误差,为了克服这些困境,通过分子分母相乘($R_1 + R_2$),消除分母中 $s_2 - s_1$ 的因子:

$$\alpha_z = \frac{Ps_1s_2(s_1 + s_2)z^3}{2\pi R_1^2 R_2^2 (R_1 + R_2)} \left(1 + \frac{R_1^2 + R_2^2}{R_1 R_2} \right). \quad (2)$$

式(2)可同时适用于横观各向同性和各向同性情形,而且在式中没有出现5个材料常数,代之以2个组合常数,即材料特征根。此特性将为进一步的应用和讨论提供一个有利的起点。由此,集中力作用下的地基竖向附加应力系数为:

$$K' = \frac{\alpha_z z^2}{P} = \frac{s_1 s_2^2 (s_1 + s_2) z^5}{2\pi R_1^2 R_2^2 (R_1 + R_2)} \left(1 + \frac{R_1^2 + R_2^2}{R_1 R_2} \right) = \frac{\alpha + \alpha^{-1}}{2\pi m_1^2 m_2^2 (m_1 + m_2)} \left(1 + \frac{m_1^2 + m_2^2}{m_1 m_2} \right), \quad (3)$$

式中

$$\left. \begin{aligned} \zeta &= \sqrt{s_1 s_2} z, \quad \beta = r/\zeta, \quad \alpha = \sqrt{s_1/s_2}, \\ m_1 &= R_1/\zeta = \sqrt{\beta^2 + \alpha^2}, \quad m_2 = R_2/\zeta = \sqrt{\beta^2 + \alpha^{-2}}. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

当 s_1 和 s_2 为共轭复数时,可以验证式中各项 $s_1 s_2$, $\alpha + \alpha^{-1}$, $m_1 m_2$, $m_1 + m_2$ 和 $m_1^2 + m_2^2$ 均为大于零的实数,因而 K' 是实数。将 $s_1 = s_2 = 1$ 条件代入式(3)即可得到各向同性情形时的结果^[8]。

$$K' = \frac{\alpha_z z^2}{P} = \frac{3}{2\pi} \left(\frac{z}{R} \right)^5. \quad (5)$$

2 圆形均布载荷中心点的附加应力系数

设在圆半径为 a 的表面圆面积内,作用在垂直均布荷载 p ,则由(2)式得:

$$\alpha_z |_{r=0} = \frac{ps_1s_2(s_1 + s_2)}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^a \frac{z^3}{R_1^2 R_2^2 (R_1 + R_2)} \left(1 + \frac{R_1^2 + R_2^2}{R_1 R_2} \right) r dr d\theta = p \left[1 - \frac{ps_1s_2(s_1 + s_2)}{\sqrt{a^2 + s_1^2 z^2} \sqrt{a^2 + s_2^2 z^2}} \times \frac{z^3}{\sqrt{a^2 + s_1^2 z^2} + \sqrt{a^2 + s_2^2 z^2}} \right]. \quad (6)$$

圆形均布荷载中心点下的地基竖向附加应力系数为:

$$K'_0 = \frac{\alpha_z}{p} = 1 - \frac{s_1 s_2 (s_1 + s_2)}{\sqrt{a^2 + s_1^2 z^2} \sqrt{a^2 + s_2^2 z^2}} \times \frac{z^3}{\sqrt{a^2 + s_1^2 z^2} + \sqrt{a^2 + s_2^2 z^2}} = 1 - \frac{(\alpha + \alpha^{-1})}{\sqrt{(\zeta/a)^2 + \alpha^2} \sqrt{\alpha^{-2} + (\zeta/a)^2}} \times \frac{(\zeta/a)^3}{\sqrt{1 + \alpha^2 (\zeta/a)^2} + \sqrt{1 + \alpha^{-2} (\zeta/a)^2}}, \quad (7)$$

式中 α 和 ζ 如式(4) 定义。显然, K'_0 只是关于 α 和 ζ/a 的函数。将 $s_1 = s_2 = 1$ 代入式(7), 即得到各向同性情形时的结果^[8]:

$$K'_0 = 1 - \frac{(z/a)^3}{[1 + (z/a)^2]^{3/2}} \tag{8}$$

3 均布矩形荷载下角点的附加应力系数

设矩形荷载面 $0 \leq x \leq b, 0 \leq y \leq h$, 竖向均布荷载强度为 p_0 。4 个角点的应力是相同的。通过式(2) 的积分:

$$\alpha_z = \frac{p_0 s_1 s_2 (s_1 + s_2)}{2\pi} \int_0^b \int_0^h \frac{z^3}{R_1^2 R_2^2 (R_1 + R_2)} \times \left(1 + \frac{R_1^2 + R_2^2}{R_1 R_2} \right) dx dy, \tag{9}$$

相应的附加应力系数为

$$K'_c = \frac{\alpha_z}{p_0} = \frac{s_1 s_2 (s_1 + s_2)}{2\pi} \int_0^b \int_0^h \frac{z^3}{R_1^2 R_2^2} \times \frac{1}{R_1 + R_2} \left(1 + \frac{R_1^2 + R_2^2}{R_1 R_2} \right) dx dy, \tag{10}$$

做坐标变换

$$x = \frac{b}{2} (\xi + 1), y = \frac{h}{2} (\eta + 1),$$

$$K'_c = \frac{(\alpha + \alpha^{-1}) \left(\frac{h}{b}\right) \left(\frac{\zeta}{b}\right)^3}{8\pi} \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \frac{\left(1 + \frac{\rho_1^2 + \rho_2^2}{\rho_1 \rho_2}\right)}{\rho_1^2 \rho_2^2 (\rho_1 + \rho_2)} d\xi d\eta, \tag{11}$$

式中

$$\left. \begin{aligned} \rho_1 &= \sqrt{\frac{1}{4} (\xi + 1)^2 + \frac{1}{4} \left(\frac{h}{b}\right)^2 (\eta + 1)^2 + \alpha^2 \left(\frac{\zeta}{b}\right)^2}, \\ \rho_2 &= \sqrt{\frac{1}{4} (\xi + 1)^2 + \frac{1}{4} \left(\frac{h}{b}\right)^2 (\eta + 1)^2 + \alpha^{-2} \left(\frac{\zeta}{b}\right)^2}. \end{aligned} \right\} \tag{12}$$

式(11) 是一个统一解。分别针对两种不同的情形, 它可以容易地求出积分。对于 $s_1 \neq s_2$ 情形,

$$K'_c = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\alpha^2 - 1} \left[\alpha^2 \arctan \frac{\alpha \frac{h}{b}}{\frac{\zeta}{b} \sqrt{\alpha^{-2} \left(\frac{\zeta}{b}\right)^2 + \left(\frac{h}{b}\right)^2 + 1}} - \arctan \frac{\frac{h}{b}}{\alpha \frac{\zeta}{b} \sqrt{\alpha^2 \left(\frac{\zeta}{b}\right)^2 + \left(\frac{h}{b}\right)^2 + 1}} \right]; \tag{13}$$

对于 $s_1 = s_2$ 情形

$$K'_c = \frac{1}{2\pi} \frac{\frac{h}{b} \frac{\zeta}{b} \left[\left(\frac{h}{b}\right)^2 + 2 \left(\frac{\zeta}{b}\right)^2 + 1 \right]}{\left[\left(\frac{h}{b}\right)^2 + 1 \right] \left[\left(\frac{\zeta}{b}\right)^2 + 1 \right] \sqrt{\left(\frac{h}{b}\right)^2 + \left(\frac{\zeta}{b}\right)^2 + 1}} + \arctan \frac{\frac{h}{b}}{\sqrt{\left(\frac{h}{b}\right)^2 + \left(\frac{\zeta}{b}\right)^2 + 1}}. \tag{14}$$

当 $|s_1 - s_2| \rightarrow 0$ 但 $s_1 \neq s_2$ 时, 运用(13) 式数值计算 K'_c 将产生较大的误差, 在这样情况下, 可根据(11) 式直接计算均匀荷载作用下的竖向附加应力系数。将 $s_1 = 1$ 代入式(14), 就可得到各向同性情形解^[8]。由式(11)、(13) 和(14) 可以得到, 当 $s_1 \neq s_2$ 时, K'_c 是关于 $\alpha, h/b$ 和 ζ/b 的函数, 而当 $s_1 = s_2$ 时, K'_c 是关于 h/b 和 ζ/b 的函数。

4 三角形分布的矩形荷载下的附加应力系数

设矩形竖向荷载作用面同上,但荷载沿一个方向为线形分布,即 $p = p_0x/b$ 则在角点 $x = y = 0$ 的应力为

$$\sigma_z = \frac{p_0 s_1 s_2 (s_1 + s_2)}{2\pi b} \int_0^b \int_0^h \left(1 + \frac{R_1^2 + R_2^2}{R_1 R_2} \right) \times \frac{z^3}{R_1^2 R_2^2 (R_1 + R_2)} x dx dy, \quad (15)$$

那么,附加应力系数为

$$K'_{t0} = \frac{\sigma_z}{p_0} = \frac{s_1 s_2 (s_1 + s_2)}{2\pi b} \int_0^b \int_0^h \left(1 + \frac{R_1^2 + R_2^2}{R_1 R_2} \right) \times \frac{z^3}{R_1^2 R_2^2 (R_1 + R_2)} x dx dy. \quad (16)$$

对上式作坐标变换

$$x = \frac{b}{2}(\xi + 1), y = \frac{h}{2}(\eta + 1),$$

$$K'_{t0} = \frac{(\alpha + \alpha^{-1}) \left(\frac{h}{b}\right) \left(\frac{\zeta}{b}\right)^3}{16\pi} \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \frac{(\xi + 1)}{2\rho_1^2 \rho_2^2} \times \left(1 + \frac{\rho_1^2 + \rho_2^2}{\rho_1 \rho_2} \right) d\xi d\eta, \quad (17)$$

式中 $\rho_i (i = 1, 2)$ 同式(12)定义。

同上一节相似,式(17)的解析积分只能在不同的情形中得出。对于 $s_1 \neq s_2$ 情形,

$$K'_{t0} = \frac{\frac{\zeta}{b}}{4\pi(\alpha^{-1} - \alpha)} \left[\lg \frac{\sqrt{\alpha^2 \left(\frac{\zeta}{b}\right)^2 + 1}}{\alpha \frac{\zeta}{b}} - \lg \frac{\frac{h}{b} + \sqrt{\left(\frac{h}{b}\right)^2 + \alpha^2 \left(\frac{\zeta}{b}\right)^2 + 1}}{\frac{h}{b} + \sqrt{\left(\frac{h}{b}\right)^2 + \alpha^2 \left(\frac{\zeta}{b}\right)^2}} - \lg \frac{\alpha \sqrt{1 + \alpha^{-2} \left(\frac{\zeta}{b}\right)^2}}{\frac{\zeta}{b}} + \lg \frac{\frac{h}{b} + \sqrt{\left(\frac{h}{b}\right)^2 + \alpha^{-2} \left(\frac{\zeta}{b}\right)^2 + 1}}{\frac{h}{b} + \sqrt{\left(\frac{h}{b}\right)^2 + \alpha^{-2} \left(\frac{\zeta}{b}\right)^2}} \right]; \quad (18)$$

对于 $s_1 = s_2$ 情形,

$$K'_{t0} = \frac{\frac{h}{b} \frac{\zeta}{b}}{2\pi} \left[\frac{1}{\sqrt{\left(\frac{h}{b}\right)^2 + \left(\frac{\zeta}{b}\right)^2}} - \frac{\left(\frac{\zeta}{b}\right)^2}{\sqrt{1 + \left(\frac{\zeta}{b}\right)^2} \sqrt{\left(\frac{h}{b}\right)^2 + \left(\frac{\zeta}{b}\right)^2 + 1}} \right]. \quad (19)$$

将 $s_1 = 1$ 代入式(19),就可得到各向同性情形解^[8]。由式(17~19)可以得到,当 $s_1 \neq s_2$ 时, K'_{t0} 是关于 α 、 h/b 和 ζ/b 的函数,而当 $s_1 = s_2$ 时, K'_{t0} 是关于 h/b 和 ζ/b 的函数。

5 线荷载和条形荷载下的地基附加应力系数

5.1 线荷载

设半空间表面 $y (-\infty < y < \infty)$ 坐标轴上作用有强度为 p 的均匀无限长线荷载,从而利用式(2)式求得地基中任意点 $(x, 0, z)$ 处引起的附加应力 σ_z 为:

$$\sigma_z |_{y=0} = \frac{\alpha + \alpha^{-1}}{\pi [\alpha^2 + (x/\zeta)^2] [\alpha^{-2} + (x/\zeta)^2]} \frac{p}{\zeta}. \quad (20)$$

其竖向附加应力系数为:

$$K'_e = \frac{\zeta \sigma_z}{p} = \frac{\alpha + \alpha^{-1}}{\pi [\alpha^2 + (x/\zeta)^2]} \times \frac{1}{\alpha^{-2} + (x/\zeta)^2}. \quad (21)$$

K'_e 是一个统一解,它是关于 α 和 x/ζ 的函数。

5.2 均布的条形荷载

设条形荷载强度为 p_0 ,作用面宽度为 b ($-b/2 \leq x \leq b/2$ 和 $-\infty \leq y \leq \infty$)。则作用面中心线内部任意一点 $(x, 0, z)$ 的应力为:

$$\sigma_z = \frac{(\alpha + \alpha^{-1})p_0}{\pi} \int_{-b/2}^{b/2} \frac{\zeta^4}{\alpha^2 \zeta^2 + (x-a)^2} \times \frac{1}{\alpha^{-2} \zeta^2 + (x-a)^2} \frac{1}{\zeta} da \quad (22)$$

其附加应力系数为

$$K'_s = \frac{\sigma_z}{p_0} = \frac{\alpha + \alpha^{-1}}{\pi} \int_{-b/2}^{b/2} \frac{\zeta^4}{\alpha^2 \zeta^2 + (x-a)^2} \times \frac{1}{\alpha^{-2} \zeta^2 + (x-a)^2} da \quad (23)$$

作坐标变换 $a = b\eta/2$, 有

$$K'_s = \frac{\sigma_z}{p_0} = \int_{-1}^1 \frac{(\alpha + \alpha^{-1})}{2\pi \left[\alpha^2 \left(\frac{\zeta}{b} \right)^2 + \left(\frac{x}{b} - \frac{\eta}{2} \right)^2 \right]} \times \frac{\left(\frac{\zeta}{b} \right)^3}{\alpha^{-2} \left(\frac{\zeta}{b} \right)^2 + \left(\frac{x}{b} - \frac{\eta}{2} \right)^2} d\eta \quad (24)$$

同前相似,对于 $s_1 \neq s_2$ 情形,有

$$K'_{sz} = \frac{1}{\pi(\alpha^2 - 1)} \left[\alpha^2 \left(\arctan \frac{\alpha \left(1 - \frac{2x}{b} \right)}{\frac{2\zeta}{b}} + \arctan \frac{\alpha \left(1 + \frac{2x}{b} \right)}{\frac{2\zeta}{b}} \right) - \left(\arctan \frac{1 - \frac{2x}{b}}{\alpha \frac{2\zeta}{b}} + \arctan \frac{1 + \frac{2x}{b}}{\alpha \frac{2\zeta}{b}} \right) \right] \quad (25)$$

对于 $s_1 = s_2$ 情形,有

$$K'_{sz} |_{s_2=s_1} = \frac{1}{\pi} \left\{ \arctan \frac{1 - 2\frac{x}{b}}{\frac{2\zeta}{b}} + \arctan \frac{1 + 2\frac{x}{b}}{\frac{2\zeta}{b}} - \frac{4\frac{\zeta}{b} \left[4\left(\frac{x}{b}\right)^2 - 4\left(\frac{\zeta}{b}\right)^2 - 1 \right]}{\left[4\left(\frac{x}{b}\right)^2 + 4\left(\frac{\zeta}{b}\right)^2 - 1 \right]^2 + 16\left(\frac{\zeta}{b}\right)^2} \right\} \quad (26)$$

将 $s_1 = 1$ 代入式(26),就可得到各向同性情形解^[8]。由式(24~26)可以得到,当 $s_1 \neq s_2$ 时, K'_{sz} 是关于 $\alpha, x/b$ 和 ζ/b 的函数,而当 $s_1 = s_2$ 时, K'_{sz} 是关于 x/b 和 ζ/b 的函数。

6 算 例

表1列出了两个特定地基的不同材料常数,在文中出现的相应参数列于表2。图1~4分别给出了在不同荷载条件下附加应力系数的变化曲线。由于各向同性情形时的附加应力系数不随材料常数变化而变化,为便于比较,图中同时给出了各向同性时的曲线。从图中可以得到,地基材料的各向异性时的附加应力系数,在相应的各向同性材料解范围上下波动。

7 结 论

(1) 对于工程中应用较多的一些典型荷载工况,文中得到了相应的附加应力系数的统一解。虽然有些统一解是以积分形式表示,但却特别适用于两个特征根 s_1 和 s_2 的值非常接近时的情形。如果分别针对 $s_1 \neq s_2$ 和 $s_1 = s_2$ 两种不同情形,则解的最终表达式最终可以用初等

函数表示·

表 1 地基材料常数

	竖向弹性模量 E_V/MPa	横向弹性模量 E_H/MPa	竖向剪切模量 G_V/MPa	泊松比 ν_H	泊松比 ν_V
地基 1	6.1	4.5	1.1	0.35	0.35
地基 2	3.8	6.6	2.1	0.35	0.35

表 2 参数

	s_1	s_2	$\zeta/z = \sqrt{s_1 s_2}$	$\alpha = \sqrt{s_1 / s_2}$
地基 1	0.460	1.900	0.934	0.492
地基 2	$1.02 - 0.45 I$	$1.02 + 0.45 I$	1.115	$0.915 - 0.403 I$

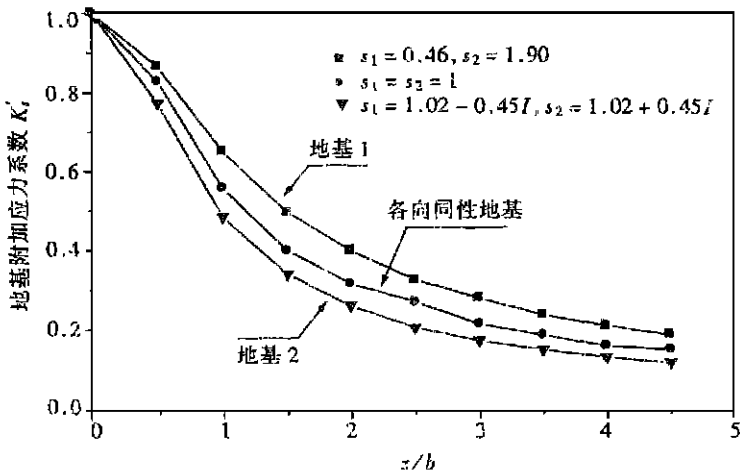


图 1 条形载荷中心点下附加应力系数

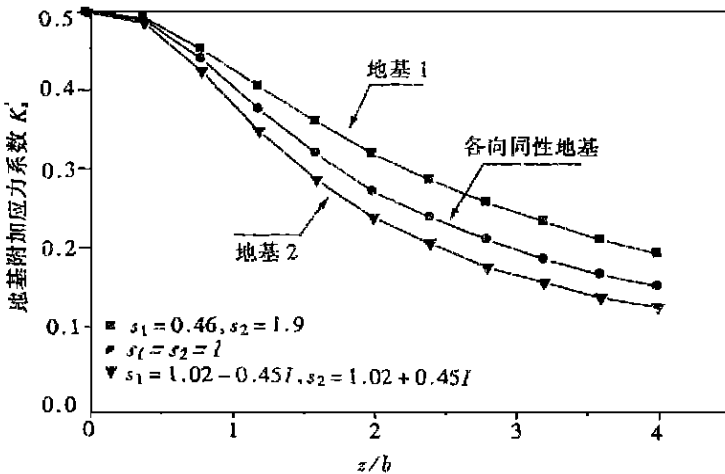


图 2 条形载荷角点下附加应力系数

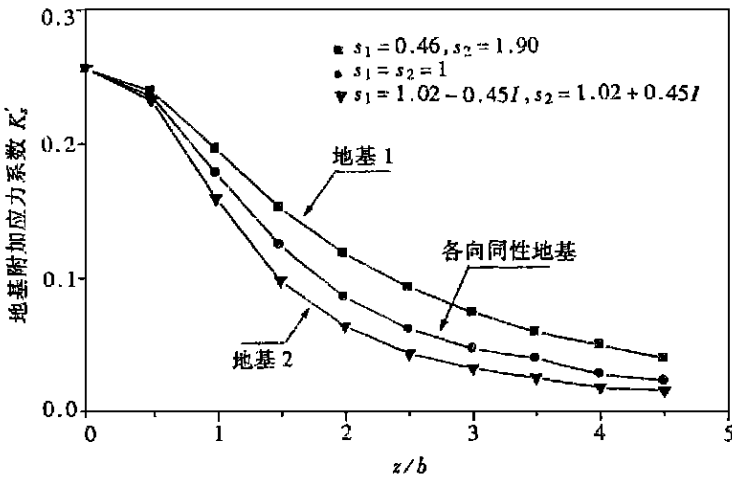


图 3 矩形均布荷载角点下附加应力系数

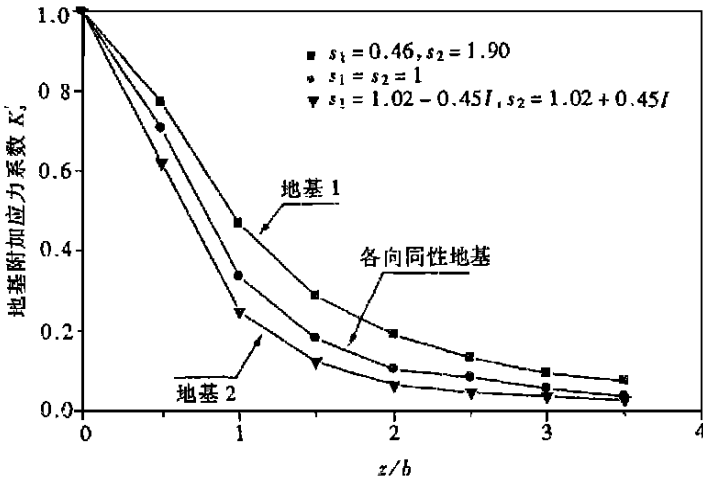


图 4 矩形均布荷载中心点下附加应力系数

(2) 附加应力系数的解仅跟特征根 s_1 和 s_2 有关, 所以特别适合在工程应用中列表。

(3) 数值计算表明, 地基材料的各向异性时的附加应力系数, 在相应的各向同性材料解范围上下波动。

[参 考 文 献]

[1] Love A E H. A Treatise on Mathematical Theory [M]. Fourth edition. Cambridge: Cambridge University Press, 1927.

[2] Lure A L. Three Dimensional Problems of Theory of Elasticity [M]. New York: Interscience Publishers, 1964.

[3] Barden L. Stresses and displacement in a cross anisotropy soil[J]. Geotechnique, 1963, 13(3): 198—209.

[4] Gibson R E. The analytical method in soil mechanics[J]. Geotechnique, 1974, 24(2): 115—140.

[5] Mitchell J H. The stress in an anisotropic elastic solid with an infinite plane boundary[J]. Proc London Math Soc, 1984, 32(3): 247—258.

- [6] Lekhnitskii S G. Theory of Elasticity of an Anisotropy Elastic Body [M]. Boston: Mir Publishers, 1981.
- [7] HU Hai_chang. On the equilibrium of transversely isotropic elastic half space[J]. Scientia Sinica, 1954, **3**(3): 453—479.
- [8] Mccarthy D F. Essentials of Soil Mechanics and Foundations [M]. New York: Reston Publishing Company Inc, 1977, 162—178.
- [9] Gazetas G. Stresses and displacements in cross anisotropy soils[J]. ASCE Proc, 1982, **108**(GT4): 532—553.
- [10] 陈列峰, 龚晓南, 曾国熙. 考虑地基各向异性的沉降计算[J]. 土木工程学报, 1991, **24**(1): 1—7.
- [11] Hanson M T, Puja I W. Love's circular patch problem revisited: Closed form solutions for transversely isotropy and shear loading[J]. Quarterly of Applied Mathematics, 1996, **54**(2), 120—143.

Stress in Transversely Isotropic Half Space With Typical Loads Acting on Its Surface

WU Shi_ming¹, LIANG Jian², HU Ya_yuan³

(1. Department of Geotechnical Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, P R China;

2. Department of Mechanics, Zhejiang University, Hangzhou 310027, P R China;

3. Department of Civil Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310027, P R China)

Abstract: Based on the results of Hu and Lekhnitskii, the united solution of additional vertical stress coefficient for both transversely isotropic and isotropic half space was obtained. Five typical load cases, namely, vertical circular uniform load, rectangular uniform load, linearly distributed rectangular load, uniform linear and strip loads are studied in detail. The final solutions are expressed in terms of elementary functions. Numerical results show that there are anisotropic effects on the variation of additional vertical stress coefficients.

Key words: transversely isotropy; half_space; additional stress coefficients