

文章编号:1000-0887(2000)04-0424-07

基于导纳方法的大型空间结构 被动减振研究*

严天宏¹, 郑钢铁², 黄文虎²

(1. 中国科学院 上海技术物理研究所 小卫星工程部, 上海 200083;
2. 哈尔滨工业大学 航天学院, 哈尔滨 150001)

(陈予恕推荐)

摘要: 以导纳方法研究空间桁架或框架结构的振动,建立了适合分析各种边界条件下均匀梁的机械导纳的通用计算方法,然后通过导纳函数求解各结构单元传递或损耗的功率,通过对损耗功率较大的单元来增加结构的阻尼特性。根据导纳分析结果,可以寻找阻尼单元的最优位置,对结构进行局部修改。

关键词: 导纳; 振动控制; 损耗功率; 阻尼
中图分类号: O32.1; V414.3 **文献标识码:** A

引言

在许多领域,尤其希望降低应力与噪声时,研究结构中振动能量的分布是十分重要的。本文基于导纳理论研究了柔性空间结构中各部分的能量传递水平,可通过选择最优被动阻尼单元,使结构消耗的能量最多。

大型柔性航天结构从本质上来说是连续体,因而任何离散化都会带来截断和误差,故将其作为分布参数系统研究,显得更为适合。但由于航天结构的复杂性,并非对所有的结构都能给出分布参数系统模型,而且有的即使给出也难以进行分析和考虑控制问题。目前许多航天结构整体可能很复杂,但其基本组成单元大多为杆、梁之类的简单均质结构,对这些简单结构我们可以给出其较为精确的分布参数模型^[1,2]。大型桁架结构是未来大型航天器的主体结构,其基本单元为均质梁,整个结构系统可以比拟为机电网络^[3],结构振动表现出一种电网络行为,因而可以从阻抗和导纳角度去研究大型空间框架与桁架结构的振动与控制问题,如文献[4]基于导纳方法研究了结构振动能量流的传播。基于波动的航天结构动力学与控制研究近年来得到较大的发展,但单元模型用波动描述时,需要每一单元的机械导纳连续,而且所有外力及位移边界条件作用于节点,即没有物理性突变。外激励作用于梁或杆单元的任意位置时,波动方法求解比较困难,所以本文基于导纳方法进行被动阻尼减振分析,首先给出了比文献

* 收稿日期: 1998-04-14; 修订日期: 1998-11-10

基金项目: 国家自然科学基金重点资助项目(19632001)

作者简介: 严天宏(1971~),男,内蒙古乌兰浩特人,博士,现在中国科学院上海技术物理研究所与中科院上海小卫星工程部从事小卫星一体化总设计技术与振动控制等方面的研究与设计工作;黄文虎(1926~),男,教授,院士。

[5]更适合计算机求解机械导纳的通用计算方法,利用导纳分析结构单元中的传递的功率和损耗的功率,选取阻尼处理的最优位置,以取得较好的减振效果。

1 各种边界条件下机械导纳的通用计算公式

考虑如图 1 所示的一均质梁。假设在 $x = h$ 处有作用力 $F e^{i\omega t}$, 则引起的横向位移为 $w(x, t) = W(x) e^{i\omega t}$, 则有如下运动方程:

$$EI \frac{\partial^4 w(x, t)}{\partial x^4} - m \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial t^2} = F e^{i\omega t} \delta(x - h), \tag{1}$$

这里, E 为梁的弹性模量, I 为梁截面的惯性矩, m 为单位长度的质量, δ 为 Dirac 函数。由文献[6]可知梁结构的导纳为:

$$G(x, h) = W(x)/F. \tag{2}$$

由式(1), 振型 $W(x)$ 可以写为:

$$W(x) = A \sin(\beta x) + B \cos(\beta x) + C \sinh(\beta x) + D \cosh(\beta x) + (F/(2EI\beta^3)) H(x - h) [\sinh\beta(x - h) - \sin\beta(x - h)] \quad 0 \leq x \leq l, \tag{3}$$

其中, $\beta = (m\omega^2/EI)^{1/4}$, A, B, C, D 可由梁两端的边界条件确定, 即如下三种情况: 固支 ($w = dw/dx = 0$)、自由 ($d^2w/dx^2 = d^3w/dx^3 = 0$)、简支 ($w = d^2w/dx^2 = 0$)。

对于两端边界条件写成通用形式: 对左端 (即 $x = 0$): $w^{(m)}(0) = w^{(n)}(0) = 0$, 对应不同边界条件, 整数 m, n 的取值不同: $m = 1, n = 0$ 为固支端; $m = 2, n = 3$ 为自由端; $m = 0, n = 2$ 为简支端。对右端 (即 $x = l$), $w^{(m')}(l) = w^{(n')}(l) = 0$, 对应不同边界条件, 整数 m', n' 的取值同上。

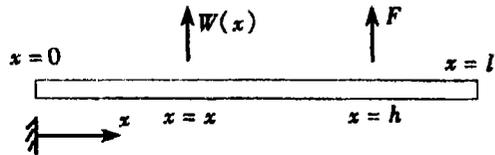


图 1 均质梁示意图

下面给出推导的通用公式: 令

$$\left. \begin{aligned} H_0(\theta) &= \sinh\theta - \sin\theta, & H_1(\theta) &= \cosh\theta - \cos\theta, \\ H_2(\theta) &= \sinh\theta + \sin\theta, & H_4(\theta) &= \cosh\theta + \cos\theta, \end{aligned} \right\} \tag{4}$$

则有:

$$\left. \begin{aligned} H_r(\theta) &= \frac{1}{2} \{ e^\theta + (-1)^{r+1} e^{-\theta} + (-i)^{r+1} e^{-i\theta} \}, \\ \text{对任意整数 } r, \text{ 有 } H_{r+1}(\theta) &= \frac{dH_r(\theta)}{d\theta}, & H_{r+4}(\theta) &= H(\theta), \end{aligned} \right\} \tag{5}$$

则振型可重写为:

$$W(x) = PH_0(\beta x) + QH_1(\beta x) + RH_2(\beta x) + SH_3(\beta x) \quad 0 \leq x \leq h, \tag{6}$$

在两端各种组合的边界条件 (n, m, n', m' 不同取值) 下, 可解得:

$$G(x, h) = \{ 1/[4EI\beta^3 U_{LR}(\beta l)] \} \{ H_{n+m'}(\beta l) H_m(\beta x) H_{n'}(\beta(l-h)) - H_{n+n'}(\beta l) H_m(\beta x) H_{m'}(\beta(l-h)) + H_{m+n'}(\beta l) H_n(\beta x) H_{m'}(\beta(l-h)) - H_{m+m'}(\beta l) H_n(\beta x) H_{n'}(\beta(l-h)) \}, \quad 0 \leq x \leq h, \tag{7}$$

$$G(x, h) = \{ 1/[4EI\beta^3 U_{LR}(\beta l)] \} \{ H_{n+m'}(\beta l) H_m(\beta x) H_{n'}(\beta(l-x)) - H_{n+n'}(\beta l) H_m(\beta x) H_{m'}(\beta(l-x)) + H_{m+n'}(\beta l) H_n(\beta x) H_{m'}(\beta(l-x)) - H_{m+m'}(\beta l) H_n(\beta x) H_{n'}(\beta(l-x)) \}, \quad h \leq x \leq l, \tag{8}$$

其中, $U_{LR}(\beta l) = (1/2)[H_{m+m'}(\beta l)H_{n+n'}(\beta l) - H_{m+n'}(\beta l)H_{n+m'}(\beta l)]$ 。

对外力作用下的角位移导纳 $G(x', h)$, 力矩作用下的位移导纳 $G(x, h')$, 角位移导纳有 $G(x',$

$h')$:

$$\left. \begin{aligned} G(x', h) &= \partial G(x, h) / \partial x, \\ G(x, h') &= \partial G(x, h) / \partial h, \\ G(x', h') &= \partial^2 G(x, h) / \partial x \partial h. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

通过各种边界条件的循环变换关系,即可得各种边界条件下的机械导纳.

2 结构运动方程的建立

本节主要介绍桁架或框架结构单元任一端的耦合力和两端位移的关系式;由这些方程组求得结构上各个铰点的速度和耦合力,从而获得能量流.现考虑由梁 1, 2, 3, ..., N 组成的平面结构,如图 2. 整体坐标系为 OXY ,且每个单元具有方向角 $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_N$. 每个单元在本身或其他梁单元上谐波力的作用下进行着振动. 这里各单元在铰点为铰接或悬臂约束. 设第 i 个单元梁的物理参数为:单位长度质量为 M_i ,长度为 L_i ,比例阻尼为 C_{Ni} (或临界阻尼率为 ξ_{Ni} , $C_{Ni} = 2\xi_{Ni}\omega$),弯曲刚度为 R_{bNi} ,轴向刚度为 R_{aNi} .

下面讨论各单元梁在边界条件下的非耦合振动. 参考图 3、4, 梁 1 的约束端为 O , 自由端为 L , 对梁 i , 在等效的非耦合状态即为自由-自由情况. 在局部坐标系下, 作用于梁 1 的外力向量为 $\{F_1\}^e = \{F_{x1}^e, F_{y1}^e, M_1^e\}^T$, 作用于梁 i 的外力为 $\{F_i\}^e$.

任一梁 i 在 O 端的位移可由 O 端的耦合力、外部作用力和 L 端的耦合力项献之和得到, 在局部坐标系 oxy 下方程为:

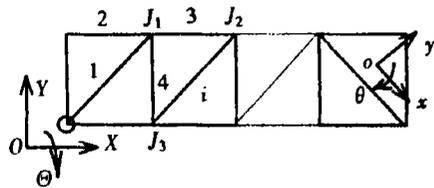


图 2 任一桁架结构示意图

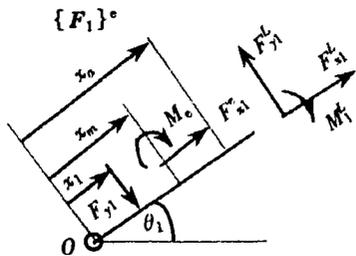


图 3 梁 1 受力示意图

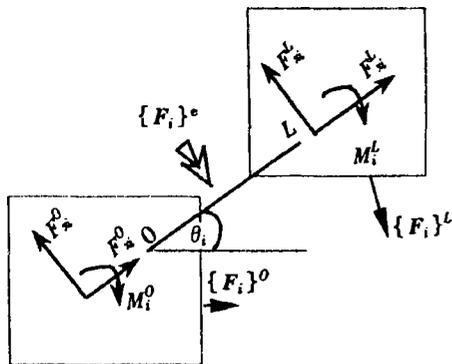


图 4 梁 i 受力示意图

$$[G_i]^{oe}\{F_i\}^e + [G_i]^{oo}\{F_i\}^o + [G_i]^{oL}\{F_i\}^L = \{x_i\}^o, \quad (10)$$

这里, $\{x_i\}^o = \{x_i^o \ y_i^o \ \theta_i^o\}^T$ 为梁 i 的 O 端位移向量; $[G_i]^{oe}$ 为由外力 $\{F_i\}^e$ 在 O 端引起响应矩阵; $[G_i]^{oo}, [G_i]^{oL}$ 分别为由耦合力 $\{F_i\}^o, \{F_i\}^L$ 在 O 端引起的响应矩阵, 详见文献[4].

变换到整体坐标系整理后得:

$$[C_i]^o + [T_i]^{-1}[G_i]^{oo}\{F_i\}^o + [T_i]^{-1}[G_i]^{oL}\{F_i\}^L = \{X_i\}^o, \quad (11)$$

其中, $[T_i]$ 为整体坐标到局部坐标的转换矩阵, $[C_i]^o = [T_i]^{-1}[G_i]^{oe}\{F_i\}^e$ 不含未知量;

$\{X_i\}^0$ 为整体坐标系下的位移向量。

同理,对单元梁 i 的 L 端在整体坐标系下的位移方程为:

$$[C_i]^L + [T_i]^{-1}[G_i]^{LO}\{F_i\}^0 + [T_i]^{-1}[G_i]^{LL}\{F_i\}^L = \{X_i\}^L. \quad (12)$$

梁 i 在外力作用点处的位移,则可表达为外力向量,耦合力的贡献:

$$[G_i]^{e0}\{F_i\}^e + [G_i]^{eO}\{F_i\}^O + [G_i]^{eL}\{F_i\}^L = \{x_i\}^e. \quad (13)$$

在整体坐标系下,连接铰处的力大小相等,位移连续。如图 2 中,铰点 J_1 处,为梁 1、2、3、4 的铰点,则各个梁在 L 端的位移相等,即有:

$$[C_1]^L + [T_1]^{-1}[G_1]^{LO}\{F_1\}^O + [T_1]^{-1}[G_1]^{LL}\{F_1\}^L = \{X_1\}^L, \quad (14)$$

$$[C_2]^L + [T_2]^{-1}[G_2]^{LO}\{F_2\}^O + [T_2]^{-1}[G_2]^{LL}\{F_2\}^L = \{X_2\}^L, \quad (15)$$

$$[C_3]^L + [T_3]^{-1}[G_3]^{LO}\{F_3\}^O + [T_3]^{-1}[G_3]^{LL}\{F_3\}^L = \{X_3\}^L, \quad (16)$$

$$[C_4]^L + [T_4]^{-1}[G_4]^{LO}\{F_4\}^O + [T_4]^{-1}[G_4]^{LL}\{F_4\}^L = \{X_4\}^L, \quad (17)$$

由 $\{X_1\}^L = \{X_2\}^L = \{X_3\}^L = \{X_4\}^L$ 消去右端位移项,可得 3 个含耦合力的联立方程。而且在铰点处耦合的矢量和为 0:

$$[T_1]^{-1}\{F_1\}^L + [T_2]^{-1}\{F_2\}^L + [T_3]^{-1}\{F_3\}^L + [T_4]^{-1}\{F_4\}^L = \{0\}. \quad (18)$$

设结构中有 M 个一端与边界固支或铰接的单元梁, N 个不与边界相连的“自由-自由”梁,则可得 $6M + 3N$ 个方程。

3 被动阻尼减振单元

3.1 被动阻尼单元特性分析

对单元进行阻尼处理基本有两种类型:(1)在单元上附加自由阻尼层;(2)在单元上附加约束阻尼层。自由阻尼层是一种简单的处理办法,但所获得的阻尼效果不好。由于粘弹性材料在受剪切变形时能量损耗较大,因此通常在阻尼层上再附加刚度很大的约束层,以使阻尼层承受较大的剪切变形。为简化导纳分析,将附着有阻尼层的单元仍然作为均质单元看待,并从结构本体参数与附着阻尼层参数来计算其等效刚度,等效损耗因子等参数。对工程中常用的双层梁和夹心梁,其等效参数有专门的文献讨论^[7]。这里取自由阻尼层的厚度为 4 mm,约束阻尼单元中约束层厚度为 2 mm,粘弹层厚度为 2 mm。

3.2 损耗功率的计算

在每个单元梁的 O 端或 L 端的平均功率可由 $(1/2)\text{Re}\{FV^*\}$ 计算,这里 V^* 为某一端的复共轭速度响应。为求梁某端的功率响应,则须先找到该端的耦合力和速度响应。设整体坐标下, $\{P\}$ 为包含水平、竖直、旋转三个功率分量的向量。如对梁 1,在铰点 J_1 为 L 端,则有:

$$\{P_1\}^L = (1/2)\{\text{Re}\{F_{X1}V_{X1}^*\} \text{Re}\{F_{Y1}V_{Y1}^*\} \text{Re}\{M_1V_{\theta 1}^*\}\}^T. \quad (19)$$

可将任一梁端部耦合力代入到方程(14)~(17)可以得到铰点 J_1 的位移 $\{X_1\}^L$,然后可求得其共轭速度 $\{V_1^*\}^L = \{i\omega\{X_1\}^L\}^*$ 。在同一铰点速度响应相同,由式(18)知,在铰点处耦合功率代数和也为 0:

$$\sum_i P_i^L = 0, \quad (20)$$

则任一梁平均输入功率可通过代入梁 O 和 L 端的耦合力于方程(20)得到。找到作用点的共轭速度后,对任意梁的输入功率为:

$$\{P\}^e = (1/2)\{\operatorname{Re}\{F_{\bar{x}}^e V_{\bar{x}}^*\} \operatorname{Re}\{F_{\bar{y}}^e V_{\bar{y}}^*\} \operatorname{Re}\{M^e V_{\bar{\theta}}^*\}\}^T. \quad (21)$$

根据机电网络理论,对任一梁的输入功率为损耗功率与其两端净功率的变化的和,则有:

$$\{P\}^e + \{P\}^O + \{P\}^L + \{P\}_{\text{damp}} = 0, \quad (22)$$

因此,若已知其中3个即可求另外一个。

4 数值算例

对一框架结构,如图5,在 e 点有外激励 F 作用,我们希望通过被动阻尼处理来降低其共振峰值。杆长 $l = 0.8 \text{ m}$,材料密度 $\rho = 7800 \text{ kg/m}^3$,材料的弹性模量 $E_R = 2.0 \times 10^{11} \text{ Pa}$,损耗因子 $\eta = 3 \times 10^{-4}$ (这里假设材料的损耗因子是非频变的,对于具有频变结构阻尼的材料,给定频变关系后在分析上并不带来任何困难),泊松比 $\mu = 0.3$,单元截面的长宽均为 0.01 m 。激振力 F 作用在单元 de 上 g 点。

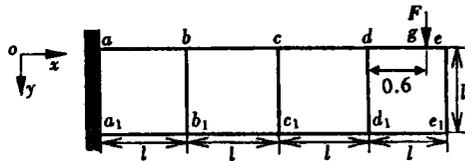


图5 算例框架结构及单元截面示意图

为确定阻尼单元处理的位置,首先对结构进行导纳分析,以确定结构内部的能量损耗功率。

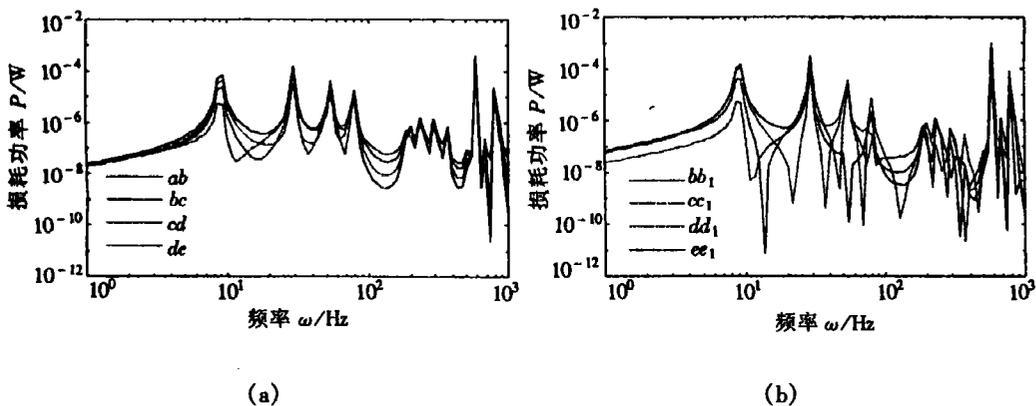


图6 单元运动损耗功率的频率响应

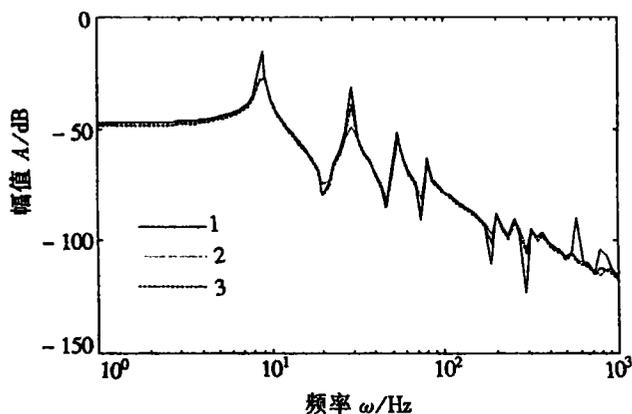


图7 e 点 y 方向位移对 F 的频率响应

图6为对应的各单元运动的能量损耗功率。由图可以看出损耗能量最高的单元,因而对此单元进行约束阻尼层的处理会带来很好的减振效果。尽管所有的单元长度是一样的,但能量损耗功率却不一样,而且损耗功率最大的单元在不同的频段上不一样,据此可选择阻尼单元的位置。从图6(a)与(b)可以看出,单元 ab 、 dd_1 的损耗功率相对较大,而单元 de 、 ee_1 的损耗功率则较小,因此对单元 ab 、 dd_1 进行阻尼层处理可获得较好的减振效果。

图7给出了原始结构与分别对单元 ab 、 dd_1 (曲线2)和单元 de 、 ee_1 (曲线3)进行阻尼处理(损耗因子 $\eta = 0.3$)后频率响应幅值的对比。图8(a)、(b)为分别对单元 ab 、 dd_1 和单元 de 、 ee_1 进行阻尼处理后的各单元损耗功率的频响幅值,可以看出高阻尼单元的损耗功率比其它单元的损耗功率大得多,而且根据其它未作阻尼处理单元的损耗功率可选择下一个阻尼处理的对象。

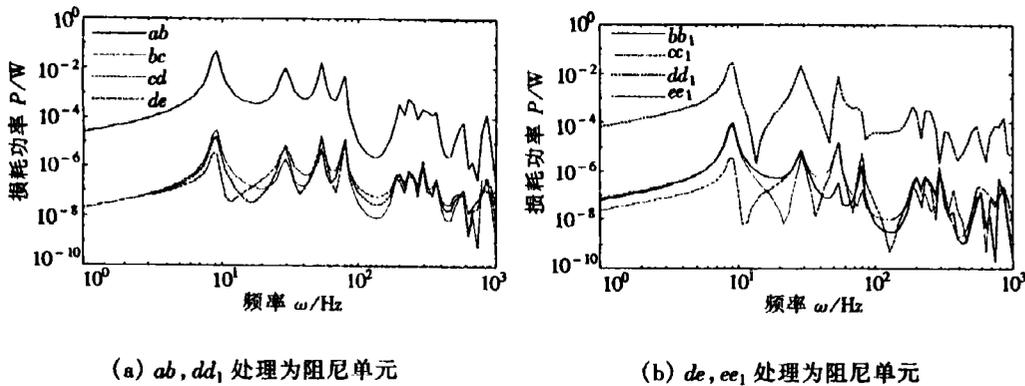


图8 阻尼处理后单元损耗功率的频率响应

5 结束语

结构振动主动控制系统对理想的设计对象可获得较好的性能,但并不一定在所有的频率上都能使结构能量耗散,而且在有模型误差和其它不确定因素的情况下可能会导致系统的不稳定。解决上述问题的一个主要途径便是对结构实行被动耗散控制,以增强结构的开环稳定性,所以本文基于导纳理论研究了结构的被动控制。本文首先给出了适于铰接、固接、自由等边界条件下,柔性梁机械导纳的通用计算机求解方法,并基于该理论研究了利用被动阻尼进行结构振动控制。

本文基于导纳方法仅对理想结构模型进行被动减振研究,结果表明被动阻尼可以明显降低结构频率响应的峰峰值,同时也表明导纳进行结构分析的简单性和有效性。大型桁架或框架结构中,振动能量的传播和消耗主要由结构的共振点和用来改变结构设计的参数决定,可供优化的参数较多,所以根据外部激励的特点,尤其在关心的频段内,在保持结构最小修改的条件下,使结构的能量损耗获得最大,将是进一步值得研究的工作。

[参 考 文 献]

- [1] Morris K A, Vidyasagar M. A comparison of different models for beam vibrations from the standpoint of control design[J]. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 1990, 112(2): 349 ~ 356.
- [2] Helmicki A J, Jacobson C A, Nett C N. Control-oriented modeling of distributed parameter systems

- [J]. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 1992, 114(2):339 ~ 346.
- [3] 左鹤声. 机械阻抗方法及其应用[M]. 北京: 机械工业出版社, 1987.
- [4] Shankar K, Keane J. Energy flow predictions in a structure of rigidly jointed beams using receptance theory[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 1995, 185(5):867 ~ 890.
- [5] Milne H K. The receptance functions of uniform beams[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 1989, 131(2):353 ~ 365.
- [6] Gladwell G M L, Bishop R E D. Interior receptances of beams[J]. *Journal of Mechanical Engineering Science*, 1960, 2(1):1 ~ 15.
- [7] Ungar E E. Structural damping[A]. In: Leo L Beranek, Istvan L Ver Eds. *Noise and Vibration Control Engineering: Principles and Applications*, Chapter 12, New York: John Wiley & Sons, Inc, 1992, 451 ~ 480.

Passive Vibration Control of Space Structure by Receptance Theory

Yan Tianhong¹, Zheng Gangtie², Huang Wenhui²

(1. *Shanghai Institute of Technical Physics, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 200083, P R China;*

2. *School of Aeronautics, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, P R China)*

Abstract: The vibration of three-dimensional frame structures was studied as receptance motion. A receptance model was constructed for passive vibration reduction. First, the universal receptance computational method suitable to any combination of boundary conditions was given, and then the way of passive damping-damping elements was analyzed, and a iterative approach to select optimal damping positions, whose dissipated power is larger than the others, was proposed based on the results of receptance analysis. The results show that, the receptance model is very stitable for local modification and analysis of structures.

Key words: passive vibration control; mechanical receptance; energy dissipate power; damping elements