

文章编号: 1000\_0887(1999)08\_0771\_05

# 喷射雾化最小等效直径的能量判断准则<sup>\*</sup>

马 崢, 周哲玮

(上海大学 上海市应用数学和力学研究所, 上海 200072)

摘要: 通过能量分析的方法考虑喷射雾化问题, 认为破碎的液滴存在着表面张力势能, 这种势能是由于气流对液体的冲击作用提供的, 并由此得到了破碎液滴的最小等效直径的能量判断准则。该判断准则在趋势上与经验公式的符合程度是令人满意的。

关键词: 喷射雾化; 表面张力势能; 等效直径

中图分类号: O358 文献标识码: A

## 引 言

喷射雾化是指液体在气体的冲击作用下破碎成为液滴(雾滴)的过程, 它作为一个基本概念被广泛应用于各个领域, 其中包括粉末冶金、喷射成形、陶瓷材料制备等。Castleman 认为<sup>[1]</sup>喷射雾化的机理是由于液体和气体相互作用引起液体表面不稳定波的增长而导致射流的破碎, Bradley<sup>[2]</sup>在这方面的研究取得了突破性的进展。之后人们一直利用稳定性理论来解决喷射雾化的问题, 这些研究在判断雾化产生方面取得了成功。实验发现<sup>[3]</sup>喷射雾化分为三个过程: (1) 射流的初始破碎即大液滴的形成。(2) 液滴的二次破碎即小液滴的形成。(3) 液滴的飞行与固化。据稳定性理论, 不稳定波增长到一定程度后波破碎, 这只是喷射雾化的第一过程, 之后液体(液滴)已经与气体完全混合, 因此以后的过程已不再适合用液体射流表面波的发展来进行描述。在应用方面, 人们一直关注雾化液滴直径的大小、分布、散射角等方面的问题, 而这些问题一般需要通过实验和经验公式来解决。

为了从机理上分析雾化液滴直径的大小这一问题, 我们试图从能量分析角度出发, 认为液滴本身具有表面张力, 所以具有表面张力势能, 当液体在喷口处由气体冲击化为液滴, 其表面张力势能增加, 我们认为增加的能量是由于气体对液体的冲击提供的, 由此可得到液滴直径大小的判断准则。

## 1 液滴的表面张力势能

液体表面存在着表面张力, 这是众所周知的事情。如同重力场中物体具有重力并具有重力势一样, 液滴表面具有表面张力同时具有表面张力势能。

我们设液滴的直径为  $d$ , 这种液体的表面张力为  $T$ , 由于表面张力的作用使液滴内部与外界产生一定的压力差  $\Delta p$ , 据力的平衡条件我们有:

$$\Delta p = p_1 - p_0,$$

\* 收稿日期: 1998\_01\_20; 修订日期: 1998\_12\_28

作者简介: 马崢(1969~), 男, 副研究员。

$$\Delta p \cdot \pi \cdot \left( \frac{d}{2} \sin \frac{\theta}{2} \right)^2 = T \cdot \sin \frac{\theta}{2} \cdot 2\pi \cdot \frac{d}{2} \sin \frac{\theta}{2},$$

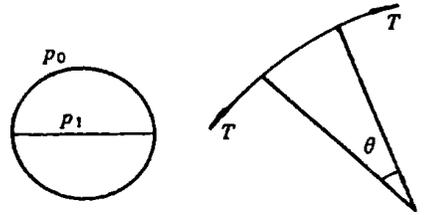
$$\Delta p = \frac{4T}{d} = \frac{2T}{R}.$$

我们假设液滴球心处有一汇, 这样当液体从汇中流出时液滴的体积将逐渐减小, 而表面张力做功. 当体积减小为 0 时, 表面张力所做的功为:

$$W = \int_0^r 16\pi R^2 \frac{2T}{R} dR = 16\pi R^2 T = 4\pi d^2 T.$$

我们认为表面张力所做的功就是表面张力势能, 即对于直径为  $d$ , 表面张力为  $T$  的液滴所含的表面张力势能为

$4\pi d^2 T$ , 即  $S \cdot T$ , 其中  $S = 4\pi d^2$  为液滴表面积. 更一般地, 对任意形状的液滴, 若其表面积为  $S$ , 表面张力为  $T$ , 也可以认为其表面张力势能为  $S \cdot T$ .



## 2 最小等效直径的判断准则

我们首先对等效直径作个定义: 当金属液体在受到气体冲击后变成一个液滴系统, 液滴的大小是不同的, 我们假想另外一个由相同大小液滴所组成的液滴系统, 若其所含金属液体体积及液滴总表面张力势能与原液滴系统相同, 则该系统为原系统的等效系统, 而液滴直径认为是原系统的等效直径. 设等效系统的总体积为  $V$ , 液滴直径为  $d$ , 表面张力为  $T$ , 则其所含的总表面张力势能为:

$$E = 4\pi d^2 T \frac{V}{\pi d^3 / 6} = \frac{24TV}{d}.$$

我们假设气体冲击液体后气体与液滴具有相同的速度, 类似小球碰撞中的完全非弹性碰撞, 这样损失的动能最大.

设气体射流速度为  $V_g$ , 截面积为  $S_g$ , 则体积流量为  $S_g \cdot V_g$ , 动量为  $\rho_g \cdot S_g \cdot V_g^2$ , 设液体(一般为金属液体)射流速度为  $V_m$ , 截面积为  $S_m$ , 则体积流量为  $S_m \cdot V_m$ , 动量为  $\rho_m \cdot S_m \cdot V_m^2$ . 冲击后气体和液体的速度相同为  $V$ , 据动量守恒定理:

$$\rho_g \cdot S_g \cdot V_g^2 + \rho_m \cdot S_m \cdot V_m^2 = (\rho_g \cdot S_g \cdot V_g + \rho_m \cdot S_m \cdot V_m) V,$$

$$V = \frac{\rho_g \cdot S_g \cdot V_g^2 + \rho_m \cdot S_m \cdot V_m^2}{\rho_g \cdot S_g \cdot V_g + \rho_m \cdot S_m \cdot V_m},$$

则动能损失为:

$$\Delta K = \frac{1}{2} \rho_g \cdot S_g \cdot V_g^3 + \frac{1}{2} \rho_m \cdot S_m \cdot V_m^3 - \frac{1}{2} (\rho_g \cdot S_g \cdot V_g + \rho_m \cdot S_m \cdot V_m) V^2.$$

我们假设气体金属流量比(GMR):

$$r = \frac{\rho_g \cdot S_g \cdot V_g}{\rho_m \cdot S_m \cdot V_m},$$

则:

$$V = \frac{V_m + r V_g}{1 + r},$$

$$\Delta K = \rho_m \cdot S_m \cdot V_m \left[ \frac{1}{2} r V_g^2 + \frac{1}{2} V_m^2 - \frac{1}{2} \left( \frac{V_m + r V_g}{1 + r} \right)^2 (1 + r) \right] =$$

$$\rho_m \cdot S_m \cdot V_m \frac{r(V_g - V_m)^2}{2(1 + r)}.$$

我们假设损失动能全部转化为表面张力势能。液体的体积流量为  $S_m \cdot V_m$ ，我们认为雾化前液体表面张力所具有的势能相对很小可忽略不计，雾化后液滴的等效直径为  $d$ ，这样我们有：

$$\Delta K = \rho_m \cdot S_m \cdot V_m \frac{r(V_g - V_m)}{2(1+r)} = \frac{24(S_m \cdot V_m) \cdot T}{d},$$

$$d = \frac{48T(1+r)}{\rho_m \cdot r \cdot (V_g - V_m)^2}.$$

这样，我们就得到了雾化液滴等效直径的计算公式。

该公式是在最大损失动能全部转化为表面张力势能的情况下得到的，而在一般情况下，损失的动能将小于最大损失动能。损失的动能除转化为表面张力势能外，还要由粘性转化为热能。再有，被冲击成的液滴不一定为规则的球体，它所吸收的能量要大于规则液体球吸收的能量。因此，实际的等效直径要大于所得到的等效直径，即我们得到的是最小的等效直径，等效直径的极限值。因此我们得到的计算公式是最小等效直径的能量判断准则。

### 3 最小等效直径的能量判断准则的评价

最小等效直径的判断准则是通过能量分析的方法得到的，该方法仅考虑了雾化过程的初始状态和终了状态能量的变化情况，而不考虑中间的具体过程。其优点在于能使问题的研究得以简化，还可适用于雾化的各个过程，其中包括射流的初始破碎阶段以及液滴的二次破碎阶段，这一点是目前应用流动稳定性理论还做不到的。

最小等效直径的判断准则给出了雾化液滴等效直径的下限，无论雾化工艺如何进行设计，液滴直径只能接近这一极限，而不可能低于此。为此，该准则可以对雾化的设计和控制起指导作用。

最小等效直径的判断准则不仅给出了雾化液滴等效直径的下限，同时还得到了最小等效直径随各参量变化趋势，虽然准则本身不能作为实际雾化液滴直径的计算公式，但我们希望其变化趋势能够与实际雾化液滴直径变化趋势相符合，这只有通过实验数据及经验公式比较才能得以证实。若果真如此，该准则可以通过修正和变形而成为雾化液滴直径的半理论半经验的计算公式，投入实际的应用，这种公式要比纯粹的经验公式更有根据。

### 4 与实验及经验公式比较

由于我们得到的能量判断准则反映的是雾化液滴等效直径的下限，而不是实际的直径大小，因而，在与实验及经验公式比较时并不考虑直径的具体数值，而是比较它们随各参数的变化趋势。

D. Bradly (1973) 利用量纲分析法得到 4 个量纲为一的参数：

$$L = \frac{K_{\max} T}{\rho_g U_s^2}, \quad \rho = \frac{\rho_g}{\rho_m}, \quad Ma = \frac{U}{U_s}, \quad N = \frac{T}{\rho_g U_s \nu},$$

其中， $K_{\max}$  为增长最快的波的波长， $U_s$  为声速。通过实验分析量纲为一的参数之间的关系得到雾化液滴直径公式：

$$d = 2r = \frac{2.95T}{L\rho_g U_s^2}.$$

根据实验测量的结果，量纲一的数  $L$  是马赫数  $Ma$  的函数，与密度比  $\rho$  及  $N$  无关。

当 GMR  $r$  很大且  $V_g \gg V_m$  时, 最小等效直径的能量判断准则化为:

$$d = \frac{48T}{\rho_m Ma^2 U_s^2} \cdot$$

这一公式与 D. Bradley 的公式非常相似。两个公式中直径都与表面张力  $T$  的一次方成正比, 这说明两者关于表面张力  $T$  的变化趋势是相同。D. Bradley 的公式中  $L$  为马赫数  $Ma$  的函数, 而判断准则中直径与马赫数  $Ma$  的平方成反比, 为了比较两者随马赫数  $Ma$  的变化趋势, 我们令  $L' = Ma^2$ , 并与  $L$  进行了对比如图 1 所示, 由于我们着重研究  $L$  和  $L'$  与  $Ma$  的指数关系, 采用了对数坐标系。从图 1 中我们看到,  $L'$  与 Bradley 得到的经验曲线  $L$  基本符合, 尤其当马赫数较小时, 两条曲线几乎完全重合。由此我们认为该判断准则在与气体的速度及表面张力的关系上是符合实际的。

关于雾化液滴直径的经验公式有很多, 主要的有 Miller & Giles<sup>[4]</sup>的经验公式:

$$d_m^6 = \frac{K_a \gamma^3 \mu^2 d_0}{V_g^8 O_g^3 O_g^2 r^3}, \quad \sigma^3 = \frac{d_m}{13} \cdot$$

其中,  $\gamma$  为表面张力,  $\mu$  为粘性系数,  $\sigma$  为方差。另外还有 Thompson 和 Tamura 分别得到的经验公式<sup>[5]</sup>:

$$d = K_d \left[ \frac{\gamma_m d_0 T}{V_g V_g^2 \rho_m} (1 + r^3) \right]^{\frac{1}{2}},$$

以及 Nukiyama<sup>[5]</sup>的经验公式:

$$d = \frac{585}{V} \sqrt{\frac{\gamma}{\rho}} + 597 \left[ \frac{\mu}{\gamma} \right]^{0.45} \left[ \frac{1000 Q_L}{Q_A} \right]^{1.5} \cdot$$

这些经验公式由于适应的范围不同, 反映的液滴直径的变化趋势也是有所不同的。我们选取 Miller & Giles 的经验公式来与本文的公式一起同实验数据进行比较, 如图 2、图 3 所示。

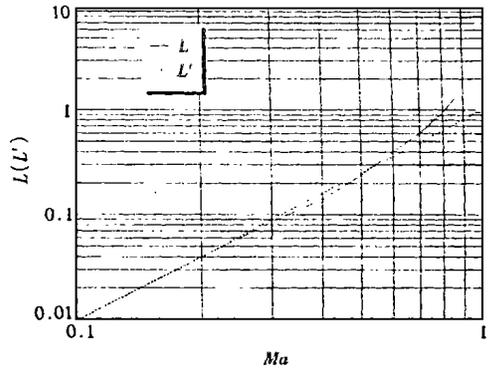


图 1  $L(L')$  与马赫数  $Ma$  关系曲线

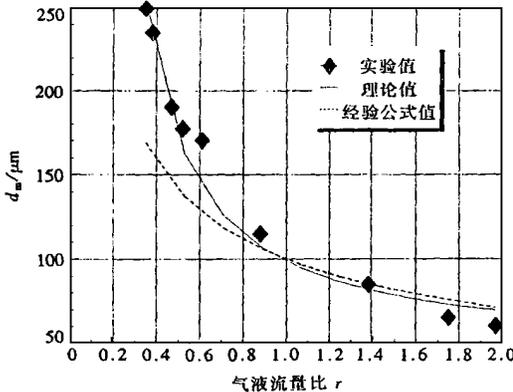


图 2 液滴直径与气液流量比间的关系

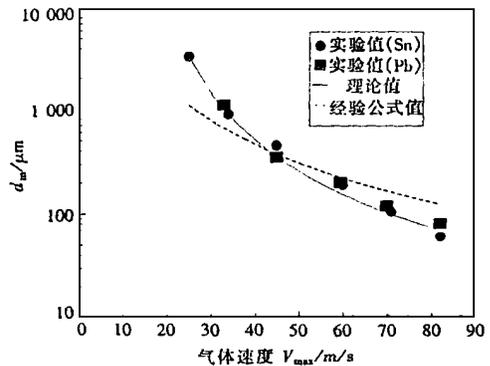


图 3 液滴直径与气体速度间的关系

图中的实验数据选自 Atomization<sup>[6]</sup>一书, 由于该书参数不甚详尽, 为此在得到理论及经验曲线时有些参数作了一定猜测, 从图 2 及图 3 中看到, 理论和经验公式都能和实验数据基本符合, 而理论公式在趋势上要比经验公式好一些。

## 5 结 论

本文利用能量法得到了雾化液滴最小等效直径的能量判断准则,该准则可以对雾化的设计和控制起指导作用。该准则与实验及经验公式比较发现在趋势上与实际符合得很好,为可以通过修正和变形而成为雾化液滴直径的半理论半经验的计算公式以应用于实际。

### [参 考 文 献]

- [1] Reitz R D, Bracco F V. Mechanism of atomization of a liquid jet[J]. *Phys Fluids*, 1982, **25**(10): 1730.
- [2] Bradley D. On the atomization of liquid by high velocity gases ( I ) & ( II)[J]. *Phys Fluids*, 1973, **6**(6): 1724; 2267.
- [3] Lawley A. Atomization of specialty alloy powder[J]. *J Metals*, 1981, **33**(1): 13.
- [4] Mathur P, Annavarapu S, Apelian D, Lawley A. Spray casting: an intergral model for process understanding and control[J]. *Material Science and Engineering A*, 1991, **142**(2): 261.
- [5] Lubanska H. Correlation of spray ring data for gas atomization of liquid metals[J]. *J Metals*, 1970, **22**(2): 45.
- [6] Lawley A. Atomization —the Production of Metal Powders[M]. Princeton New Jersey: Metal Powder Industries Federation, 1993.

## The Energy Criterion of Minimum Equivalent Diameter in Gas Atomization

Ma Zheng, Zhou Zhewei

(Shanghai Institute of Applied Mathematics and Mechanics, Shanghai University, Shanghai 200072, P R China)

**Abstract:** Gas atomization has been studied by using energy method in this paper. It shows that the capillary potential energy of the atomization droplets is supplied by the impingement of the gas on the liquid. The energy criterion of the minimum equivalent diameter of the atomization droplets is obtained. The result is comparable to the empirical formulæ.

**Key words:** gas atomization; capillary potential energy; equivalent diameter